

# Dreipoliger Stoßkurzschluss bei der Synchronmaschine

## Inhaltsverzeichnis

1 Einführung.....	1
1.1 Sinn dieses Textes.....	1
1.2 Ausgangspunkt.....	1
1.3 Eine Spannungsquelle und eine Induktivität .....	2
1.4 Kurzschluss bei Supraleitung.....	3
1.5 Magnetische Flüsse.....	3
2 Aspekte des Kurzschlussverhaltens.....	3
2.1 Kurzschlusseintritt.....	4
2.2 Gleichanteile der Kurzschlussströme.....	4
2.3 Magnetfelder.....	5
2.4 Flüsse und Gegenflüsse.....	5
2.5 Einfluss der ohmschen Anteile in den Rotorwicklungen.....	6
2.6 Zunahme der Induktivität.....	6
2.7 Subtransienter, transienter und stationärer Anteil des Statorstroms.....	7
2.8 Gleich- und Wechselströme, Zeitkonstanten.....	8
2.9 Anteil mit doppelter Frequenz.....	9
2.10 Polradspannung.....	9
2.11 Erregerstrom.....	10
2.12 Drehmomente und Winkelgeschwindigkeit.....	10
3 Ermittlung der jeweils für den Stator wirksamen Induktivität.....	10
3.1 Magnetische Pfade und Induktivität.....	11
3.2 Induktivitäten der Rotorwicklungen.....	12
Literaturverzeichnis.....	14

## 1 Einführung

### 1.1 Sinn dieses Textes

Alle mir bekannten Fachbücher und Vorlesungen räumen beim Thema Kurzschluss den Berechnungen den nötigen Raum ein; der Raum bzw. die Zeit, die dann noch für Erläuterungen bleibt, ist meist so knapp, dass man davon nur wenig mehr als das versteht, was man schon vorher wusste.

Hier soll der Versuch gemacht werden, erst einmal das grundlegende Verständnis der Vorgänge zu erreichen, damit man anschließend in der Lage ist, den Hintergrund der Berechnungsgänge und Aussagen vollständig zu verstehen.

Formeln in diesem Text werden nicht zentral, sondern nur unterstützend eingesetzt, d.h. man kann sie getrost ignorieren, wenn der Text für das Verständnis ausreicht. Für flüssiges Lesen des Wesentlichen wurden Sonderfälle und Hinweise auf weiterführende Literatur in Fußnoten verlagert.

Diesen Text sollte man nicht einfach in eins durchlesen. Es mag Überflieger geben, die das Ziel in 1/2 Stunde erreichen, aber ich empfehle, eher vom Reziprokwert ;-) auszugehen und sich nach jedem Unterkapitel zu fragen, ob alles Bisherige wirklich klar ist. Sehr effektiv könnte es sein, sich als Gruppe von 2...4 Personen an diesen Text zu setzen, so lange bis alles klar genug ist.

### 1.2 Ausgangspunkt

Grundsätzlicher Aufbau und Funktion der Drehstrom-Synchronmaschine werden als bekannt vorausgesetzt.<sup>1</sup> Der Grundgedanke der d,q-Transformation und die Bedeutung der Wicklungen d, q, f,

<sup>1</sup> Spring 2009 S. 327ff (4.), Fischer 2011 S. 289ff (6.)

D, Q sollten bekannt sein.

Ausgangspunkt für die Kurzschluss-Betrachtung:

- Eine elektrisch erregte Innenpol-Synchronmaschine (wenn es auf Rotor-Unterschiede ankommt, gehen wir zunächst von einer Schenkelpolmaschine aus)
- mit Polpaarzahl 1
- in Sternschaltung
- mit Dämpferwicklung(en)
- im Leerlauf (als Generator oder Motor),
- wird zu einem Zeitpunkt (Kurzschlusseintritt) an allen drei Klemmen kurzgeschlossen.
- Ab Kurzschlusseintritt erfolgt kein Regeleingriff im Erregerkreis, d.h. die Erregerspannung bleibt konstant.<sup>2</sup>
- Wie bei sehr großen Synchronmaschinen mit  $R_s \ll X_d$  üblich, wird der ohmsche Anteil  $R_s$  für die Berechnung der Statorströme ignoriert, für die Berechnung des Zeitverhaltens allerdings berücksichtigt.
- Wir gehen vereinfacht von einer unveränderten Winkelgeschwindigkeit des Rotors aus;<sup>3</sup> nur in 2.12 wird erläutert, warum dies im Betrieb unrealistisch ist.
- Die mechanische Belastung von Komponenten und Fundament bleibt unerwähnt.<sup>4</sup>

Bei jeder neuen Überlegung wird zunächst das (einfachere) theoretische Verhalten bei Supraleitung herausgearbeitet; anschließend wird beschrieben, wie sich die ohmschen Verluste einer realen Maschine auswirken.

Leicht vereinfachend wird davon ausgegangen, dass die Erregerspannung so niederohmig ist, dass sie für alle veränderlichen Ströme in der Erregerwicklung wie ein Kurzschluss wirkt. Somit können alle Rotorwicklungen als kurzgeschlossen angesehen werden.<sup>5</sup> (Eine supraleitende Erregerwicklung kann man nicht dauerhaft über eine beliebig niederohmige Erregerspannung  $> 0$  steuern;<sup>6</sup> eine Möglichkeit ist, bei Erreichen des gewünschten Stroms die Erregerwicklung kurzzuschließen.)<sup>7</sup>

### 1.3 Eine Spannungsquelle und eine Induktivität ...

Schaltet man eine ideale Induktivität an eine Sinusspannung, so beginnt natürlich der Strom bei Null und folgt von da an immer dem Integral des Spannungsverlaufs:

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t u_L(\tau) d\tau = \frac{1}{L} \int_0^t \hat{u}_L \cdot \sin(\omega\tau + \theta_0) d\tau = \frac{\hat{u}_L}{\omega L} (-\cos(\omega t + \theta_0) + \cos(\theta_0))$$

( $\theta_0$  ist der Winkel der Sinusspannung zum Zeitpunkt  $t=0$ .)

Der Strom verläuft also sinusförmig; der Startpunkt in der Sinuskurve sowie der Gleichanteil kann ganz unterschiedlich sein. Je nach dem Einschaltmoment wird der Mittelwert des Integrals (in der Formel der nicht von  $t$  abhängige zweite Teil) über oder unter Null liegen, somit auch der Gleichanteil des Stroms. Nur wenn genau im Spannungsmaximum oder -minimum eingeschaltet wird, ist der Mittelwert des Integrals der Spannung Null.

Bei Supraleitung bleibt der Gleichanteil dauerhaft unverändert. Liegt dagegen im Strompfad ein ohmscher Anteil, so baut sich der Gleichanteil mit einer e-Funktion ab.

Wie wir sehen werden, verhalten sich die Kurzschlussströme an den Stator клемmen einer Synchronmaschine vom Grundsatz her so wie eben beschrieben, allerdings ist die dabei wirksame Induktivität nicht konstant, sondern nimmt in den ersten Sekundenbruchteilen nach Kurzschlusseintritt zu, somit nimmt der Strom ab. Eine Synchronmaschine besteht aus wesentlich mehr als einer Spannungsquelle und einer Induktivität; der Blick auf die im Inneren wirkenden Mechanismen ist hochinteressant.

2 Glebov/Kasharsky/Rutberg 1982 S. 40 (2.)

3 Glebov/Kasharsky/Rutberg 1982 S. 35+40 (2.)

4 Bonfert 1962 S. 42

5 Müller/Ponick 2009 S. 623 (3.4.5.3)

6 Sen Gupta/Lynn 1980 S. 14f

7 In (Cordes/Griepentrog/Rupp 2007) so gelöst, dass „ein Freilaufzweig ... den Strom durch die Induktivität übernimmt, wenn dieser nicht verändert werden muss.“

## 1.4 Kurzschluss bei Supraleitung

**Grundlegend wichtig:** Eine kurzgeschlossene supraleitende Spule hat die Eigenschaft, dass es unmöglich ist, die bei Kurzschlusseintritt durch sie hindurchtretende magnetische Flussverkettung während der Dauer des Kurzschlusses zu ändern (Prinzip der Flusskonstanz; <sup>8</sup> Theorem of constant flux linkage <sup>9</sup>). Jeder Ansatz einer Änderung der Flussverkettung erzeugt eine passende Induktionsspannung in der Spule, aus der ein Strom resultiert, der entsprechend Lenz'scher Regel einen passenden Gegenfluss mit sich bringt. <sup>10</sup> Der Gegenfluss neutralisiert die Änderung der Flussverkettung für den von den Wicklungen der Spule umschlossenen Bereich; der magnetische Kreis des Gegenflusses schließt sich um die Spule herum. Da die Spule supraleitend ist, ist mit dem Gegenfluss keinerlei elektrische Wirkleistung verbunden – allerdings eine Energie, nämlich die magnetische Feldenergie; die Arbeit dafür wurde (z.B. mechanisch) geleistet, indem der zusätzliche magnetische Fluss in die Nähe der Spule bewegt wurde. Der zusätzliche Fluss muss um die Spule herum fließen, d.h. die magnetischen Feldlinien werden „verbogen“, und die Feldlinien des Gegenflusses laufen nahe der Spule ein Stück weit parallel zu ihnen.

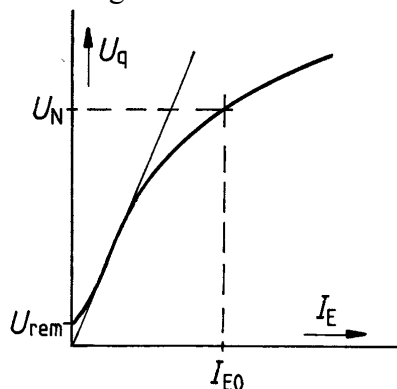
Eine nicht supraleitende Spule oder Wicklung eines Synchrongenerators hat im Prinzip die gleiche Eigenschaft, wenn sie kurzgeschlossen wird, aber nur im allerersten Moment vollständig. Danach machen sich die ohmschen Verluste bemerkbar, d.h. jeder sich im Kurzschluss-Kreis aufbauende Strom nimmt schnell wieder ab bis auf Null. Nur im allerersten Moment tritt eine nicht-supraleitende Spule einer Änderung der Flussverkettung vollständig entgegen; nach sehr kurzer Zeit wird sie ihr mehr und mehr nachgeben müssen. Die von außen kommenden magnetischen Feldlinien laufen schließlich durch den von den Wicklungen der Spule umschlossenen Bereich.

## 1.5 Magnetische Flüsse

Bevor es richtig losgeht, empfiehlt sich ein grundsätzlicher Blick auf die magnetischen Flüsse in einer Synchronmaschine:

- Im **Leerlauf** erscheint der vom Rotor kommende Erregerfluss auf Statorseite als Drehfluss; er induziert die Polradspannung. Da keine nennenswerten Statorströme fließen, stellt sich ihm kein Fluss von Statorseite entgegen. Normalerweise ist der magnetische Fluss im Leerlauf mit Stator-Nennspannung so hoch, dass die Blechpakete in die beginnende Sättigung gehen. <sup>11</sup>

Grafik: Leerlaufkennlinie (Fischer 2011 S. 302)



- Bei Belastung, z.B. **Nennlast**, stellt sich dem durch die Statorwicklungen tretenden Erregerfluss der Fluss entgegen (Lenz'sche Regel), der durch die Stator-Wechselströme entsteht. Aufgrund dieser sogenannten Ankerrückwirkung <sup>12</sup> ergibt sich die Durchflutung im Luftspalt nun aus der Zeigeraddition der Rotor- und der Stator-drehdurchflutung. Das Stator-Drehfeld erreicht bei Nennlast nicht die Größenordnung des Rotorfeldes; bei Verkettung beider Flüsse bleiben die Blechpakete in der beginnenden Sättigung.
- Beim **Kurzschluss** liegt der durch die Stator-Kurzschlussströme entstehende Gegenfluss in der Größenordnung des vom Rotor erzeugten Flusses. Wo sich beide Flüsse verketteten können, wird die Sättigung verlassen. <sup>13</sup>

## 2 Aspekte des Kurzschlussverhaltens

Für die folgenden Beispiele legen wir laut Induktionsgesetz <sup>14</sup> eine Zählrichtung fest, d.h. wir entscheiden über die einheitliche Polung, die jede der Statorwicklungen hat: Je nachdem ob sich der

<sup>8</sup> Müller/Ponick 2009 S. 60 (1.3.10)

<sup>9</sup> Sen Gupta/Lynn 1980 S. 14f+106, Kimbark 1956 S. 13f

<sup>10</sup> Fitzgerald/Kingsley/Umans 1983 S. 374 (8-4)

<sup>11</sup> Fischer 2011 S. 302 (6.2.1)

<sup>12</sup> Fischer 2011 S. 302ff (6.2.1)

<sup>13</sup> Dies ist vollständig erst beim Dauerkurzschluss der Fall, siehe 2.4-2.7. Bonfert 1962 S. 41

magnetische Fluss bei Kurzschlusseintritt gerade in (a) negativer oder (b) positiver Richtung verändert bzw. (c) gerade seinen negativen oder positiven Spitzenwert hat, ist der Momentanwert der Polradspannung bei Kurzschlusseintritt (a) positiv, (b) negativ oder auch (c) Null.

## 2.1 Kurzschlusseintritt

Nun wird diese Wicklung kurzgeschlossen, d.h. dass sie zunächst dafür sorgt, dass der durch sie hindurchtretende Fluss bei dem Wert bleibt, den er im Moment vor Kurzschlusseintritt hatte, unabhängig vom sich weiterbewegenden Rotorfeld.

Nehmen wir an, bei Kurzschlusseintritt nimmt der vom Rotor kommende magnetische Fluss durch die Statorwicklung gerade in negativer Richtung zu und tut dies auch bei bestehendem Kurzschluss zunächst noch für ein paar ms. Die kurzgeschlossene Stator-Wicklung wird sich dagegen wehren, dass der durch sie hindurchtretende Fluss weiter zunimmt, d.h. sie wird in sich einen Strom in Gang bringen, der mit seinem magnetischen Fluss die vom Rotor kommende Fluss-Zunahme kompensiert. Passend zu den hier gewählten Zählrichtungen und zur Lenz'schen Regel wird dieser Strom positiv sein und damit einen positiven Gegenfluss erzeugen – im Folgenden „Stator-Gegenfluss“ genannt –, der die vom Rotor kommende negative Fluss-Zunahme kompensiert. Hat der vom Rotor kommende Fluss dann seinen negativen Spitzenwert, tritt bei dem durch die Statorwicklung erzeugten Strom (wie auch beim Stator-Gegenfluss) gerade der positive Spitzenwert auf, während die ihn treibende Spannung in der Statorwicklung gerade Null ist. Damit stehen folgende Zusammenhänge fest (bei Supraleitung):

- Der vom Rotor kommende Erreger-Fluss ist immer in Richtung der d-Achse am größten.
- Der von den Statorwicklungen gemeinsam erzeugte Gegenfluss dreht sich exakt mit der d-Achse mit und ist dem Erregerfluss entgegen gerichtet, d.h. 180° Phasenverschiebung.<sup>15</sup> (Der Grund dafür erschließt sich hoffentlich beim Weiterlesen klarer.)
- Der Strom durch jede der Statorwicklungen eilt der induzierten Spannung um 90° nach, d.h. elektrisch fließt keine Wirkleistung ab, nur Blindleistung.
- Dieser Strom wird immer passend zu den vom Rotor kommenden Fluss-Änderungen fließen, und ihn messen wir als „Kurzschlussstrom“ an den Klemmen der Maschine.

## 2.2 Gleichanteile der Kurzschlussströme

Entsprechend den eingangs genannten Voraussetzungen beginnen die Kurzschlussströme in allen drei Phasen bei Null. Vom ersten Moment an folgt jeder Kurzschlussstrom einem Sinusverlauf, dessen Startwinkel allerdings bei jeder der drei Phasen ganz unterschiedlich ist. Weil der Stromverlauf in jeder Phase aufgrund der Induktivität der Ankerwicklung nicht von Null zu dem Wert springen kann, der dem Startwinkel entspricht, ergeben sich zwangsläufig (vgl. 1.3) unterschiedliche Gleichanteile für die drei Phasen.<sup>16</sup> Die drei Gleichanteile entsprechen drei Punkten, die mit 120° Abstand auf einer Sinusfunktion liegen. Somit gilt generell: Die Summe der drei Gleichanteile ist Null, maximal zwei Gleichanteile können die gleiche Polarität (oder gar den gleichen Wert) haben, maximal einer kann (im Positiven oder Negativen) so groß sein wie die Amplitude des Sinus-Verlaufs, maximal einer kann genau Null sein.

Durch den jeweiligen Gleichanteil des Kurzschlussstromes stellt jede (supraleitende!) Statorspule sicher, dass der durch sie hindurchtretende magnetische Fluss konstant auf dem Wert bei Kurzschlusseintritt bleibt.<sup>17</sup>

Die Höhe des Gleichanteils beim Kurzschluss-Stromverlauf der einzelnen Statorwicklung entspricht (bei der oben gewählten Zählrichtung und bezogen auf die jeweilige Amplitude) der Höhe und Ausrichtung des bei Kurzschlusseintritt durch die Statorwicklung hindurchtretenden Flusses. Dies erklärt sich dadurch, dass der vom Rotor kommende Fluss ja weiterhin einen Sinusverlauf mit Mittelwert Null haben wird, während die Statorwicklung dafür sorgen muss, dass beim von ihr kom-

---

14  $u = -\frac{d\psi}{dt}$ , Müller 2006 S. 15 (0.4)

15 Fitzgerald/Kingsley/Umans 1983 S. 371 (8-4)

16 Smith 1982 S. 190 (4.2)

17 Fitzgerald/Kingsley/Umans 1983 S. 373 (8-4)

menden dazu passenden sinusförmigen Fluss genau derjenige Fluss als Mittelwert erhalten bleibt, der bei Kurzschlusseintritt durch sie hindurchtrat. Beispiel: War der vom Rotor kommende Fluss durch eine Statorwicklung gerade an seinem positiven Spitzenwert, d.h. war die induzierte Spannung gerade im Nulldurchgang, so muss der nach Kurzschlusseintritt fließende positive Strom seine Amplitude  $2x$  in gleicher Richtung durchlaufen und darf erst nach zwei Viertelperioden aufhören zuzunehmen. Dies entspricht einem positiven Gleichanteil in Höhe der Amplitude.<sup>18</sup>

In der Gleichung für den Statorstrom hat der Gleichanteil (asymmetrischer Anteil) z.B. folgenden Aufbau:<sup>19</sup>

$$\hat{u} \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{1}{X_d''} + \frac{1}{X_q''} \right) \cdot \cos \alpha \cdot e^{-\frac{t}{T_a}}$$

Gleichanteil mit Ankerzeitkonstante  $T_a$ , abhängig vom Zeitpunkt des Kurzschlusseintritts.

## 2.3 Magnetfelder

Bei den gemeinsamen Bemühungen der drei Statorwicklungen, die jeweils durch sie hindurchtretenden magnetischen Flüsse trotz der Rotordrehung auf einem konstanten Wert zu halten, kann man zwei Anteile unterscheiden:

- Einerseits das normale bei AC-Stromfluss zu erwartende **magnetische Drehfeld**, nur eben passend zur Amplitude der Kurzschlussströme besonders stark. Dieses wird (bei Supraleitung) am Rotor als zusätzlicher konstanter magnetischer Fluss in Gegenrichtung zum Erregerfluss wahrgenommen.<sup>20</sup>
- Andererseits das zu den Gleichanteilen der Statorströme passende **magnetische Gleichfeld mit feststehender räumlicher Orientierung**: Es stellt in Stärke und Richtung eine Momentaufnahme des vom Rotor ausgehenden Drehfeldes direkt vor Kurzschlusseintritt dar.<sup>21 22</sup>

Am/im Rotor ergibt sich aus dem ersten Anteil das magnetische Gegenfeld, das als Gleichfeld das Erregerfeld im Mittel aufheben will. Aus dem zweiten Anteil ein Drehfeld, das sich ersterem überlagert. Es läuft aus Rotor-Sicht rückwärts zur Rotor-Drehrichtung. Dieses Feld hat auf die folgenden Betrachtungen keinen nennenswerten Einfluss. Aus Sicht der einzelnen Rotorwicklung wirkt es wie eine Modulation des Gegenfelds; es wird im Weiteren einzelne Male nebenbei erwähnt.

## 2.4 Flüsse und Gegenflüsse

Ab Kurzschlusseintritt erscheint an den Rotorwicklungen der Stator-Gegenfluss, der den Erregerfluss aufheben möchte. Die Dämpferwicklungen sind kurzgeschlossen, und auch die Erregerwicklung sehen wir als kurzgeschlossen an, vgl. Ende von 1.2. Jede dieser Wicklungen „wehrt“ sich dagegen, dass ein abweichender Fluss durch sie – und damit durch den Rotor selbst – hindurchtritt, indem sie eine durch die Flussänderung verursachte Induktionsspannung aufbietet.<sup>23</sup> Diese führt direkt zu einem zusätzlichen Gleichstrom, durch den wiederum ein magnetischer Fluss entsteht. Dieser stellt sich – entsprechend der Lenzschen Regel – dem Stator-Gegenfluss entgegen, sozusagen als Gegen-Gegenfluss, im Folgenden „Rotor-Gegenfluss“ genannt. Da dies für alle Rotorwicklungen gilt, kann der Stator-Gegenfluss nicht durch die Rotorwicklungen hindurch treten, sondern muss seinen Weg überwiegend durch die Luft nehmen, um den Rotor herum. Sowohl Stator- als auch Rotor-Gegenfluss müssen sich, größtenteils parallel, durch die Streuwege zwingen. Wo sonst Streuinduktivität und Gegeninduktivität gemeinsam wirken, bleibt in diesem Zustand nur die Streuindukti-

18 Der maximale Stoßkurzschlussstrom durch eine Wicklung wird eine halbe Periode nach Kurzschlusseintritt erreicht, wenn für diese Wicklung das Kriterium für den maximal möglichen Gleichanteil erfüllt ist (Bonfert 1962 S. 46). Mit Supraleitung erreicht der Momentanstrom das Doppelte der rechnerischen Anfangs-Amplitude; ohne Supraleitung liegt der Faktor bei ca. 1,8, weil sowohl der Gleichanteil als auch der subtransiente Anteil (siehe 2.7) schon etwas abgenommen haben (Bonfert 1962 S. 43f).

19 Müller/Ponick 2009 S. 617 (3.4.5.1), Fischer 2011 S. 340 (6.3.4)

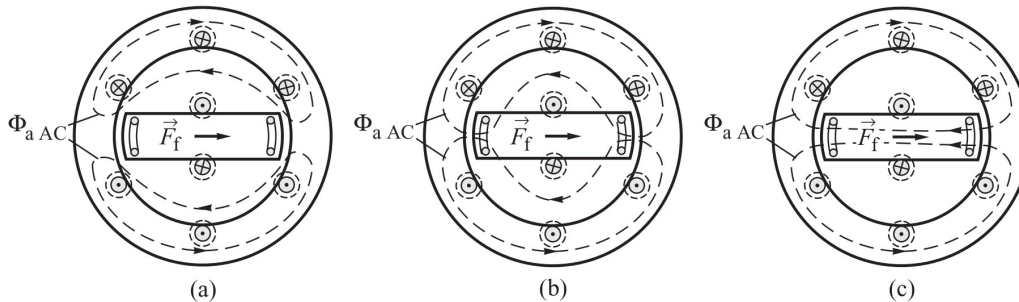
20 Fitzgerald/Kingsley/Umans 1983 S. 371 (8-4)

21 Fitzgerald/Kingsley/Umans 1983 ebd.

22 vgl. Kovács 1984 S. 159

23 Fitzgerald/Kingsley/Umans 1983 S. 376 (8-4)

vität übrig. <sup>24</sup> Diese Tatsache spielt bei der Berechnung der für den Stator jeweils wirksamen Induktivität eine wichtige Rolle, siehe Kapitel 3.



Grafik: Der Pfad des vom Stator kommenden Flusses (Machowski/Bialek/Bumby 2008 S. 135)

- (a) subtransient (kann nicht durch Dämpfer- und Erregerwicklung hindurchtreten),
- (b) transient (kann nicht durch Erregerwicklung, aber durch Dämpferwicklung hindurchtreten),
- (c) stationär (kann durch alle Läuferwicklungen hindurchtreten). <sup>25</sup>

## 2.5 Einfluss der ohmschen Anteile in den Rotorwicklungen

Wären alle Wicklungen supraleitend, dann bliebe der magnetische Fluss durch jede der kurzgeschlossenen Rotorwicklungen dauerhaft völlig unbeeinflusst von den durch die Stator-Kurzschlussströme verursachten Flussänderungen um sie herum. Ohne Supraleitung gilt dies nur für den allerersten Moment nach Kurzschlusseintritt, d.h. der magnetische Fluss durch eine als kurzgeschlossen anzusehende Rotorwicklung ist zunächst der gleiche wie vor Kurzschlusseintritt. Der o.g. zusätzliche Gleichstrom in der Rotorwicklung, der anlässlich der Abwehr des Stator-Gegenflusses fließt, führt zu ohmschen Verlusten in der Wicklung. D.h. der Strom kann nicht konstant bleiben, sondern nimmt ab, dadurch auch der Rotor-Gegenfluss. Dies ermöglicht, dass doch ein Teil des zunächst um die Wicklung herum fließenden Stator-Gegenflusses durch die Wicklung hindurch treten kann. Die Zeitkonstante der e-Funktion, mit der der induzierte Gleichstrom in der Rotorwicklung abnimmt, bestimmt gleichzeitig die Zunahme des magnetischen Flusses durch diese Wicklung. Wenn der Kurzschluss andauert, tritt am Ende der gesamte durch die Stator-Kurzschlussströme verursachte magnetische Fluss durch die Rotorwicklungen.

## 2.6 Zunahme der Induktivität

Das im vorigen Absatz Gesagte gilt für jede einzelne der Rotorwicklungen. Dabei gibt es jedoch generell einen Unterschied: Die Impedanz einer Dämpferwicklung hat aufgrund des erheblich geringeren Kupferquerschnitts <sup>26</sup> einen deutlich höheren ohmschen Anteil als diejenige einer Erregerwicklung. Damit ergeben sich in der Dämpferwicklung anteilig höhere Verluste, und die Energie, die im von ihr erzeugten Rotor-Gegenfluss steckt, braucht sich eher auf. Somit kann der volle magnetische Fluss eher durch die Dämpferwicklung(en) treten als durch die Erregerwicklung.

Der magnetische Widerstand, den der von den Stator-Kurzschlussströmen verursachte magnetische Fluss beim Rotor vorfindet, beeinflusst direkt die auf Statorseite wahrgenommene Induktivität. Kann der Fluss nicht durch das Rotoreisen dringen, so entspricht der hohe magnetische Widerstand einer geringen Induktivität, die bei konstanter Frequenz zu höheren Stator-Wechselströmen führt. Geht der magnetische Fluss zwischen beiden Luftspalten völlig durch das Rotoreisen, so entspricht dieser niedrige magnetische Widerstand einer hohen Induktivität, im Dauerkurzschlussfall der ungesättigten Synchronlängsreaktanz  $X_d$ , <sup>27 28</sup> mit entsprechend niedrigeren Stator-Wechselströmen. In den Zuständen dazwischen nimmt die auf Statorseite wahrgenommene Induktivität kontinuierlich zu.

<sup>24</sup> Bonfert 1962 S. 43

<sup>25</sup> Machowski/Bialek/Bumby 2008 S. 135

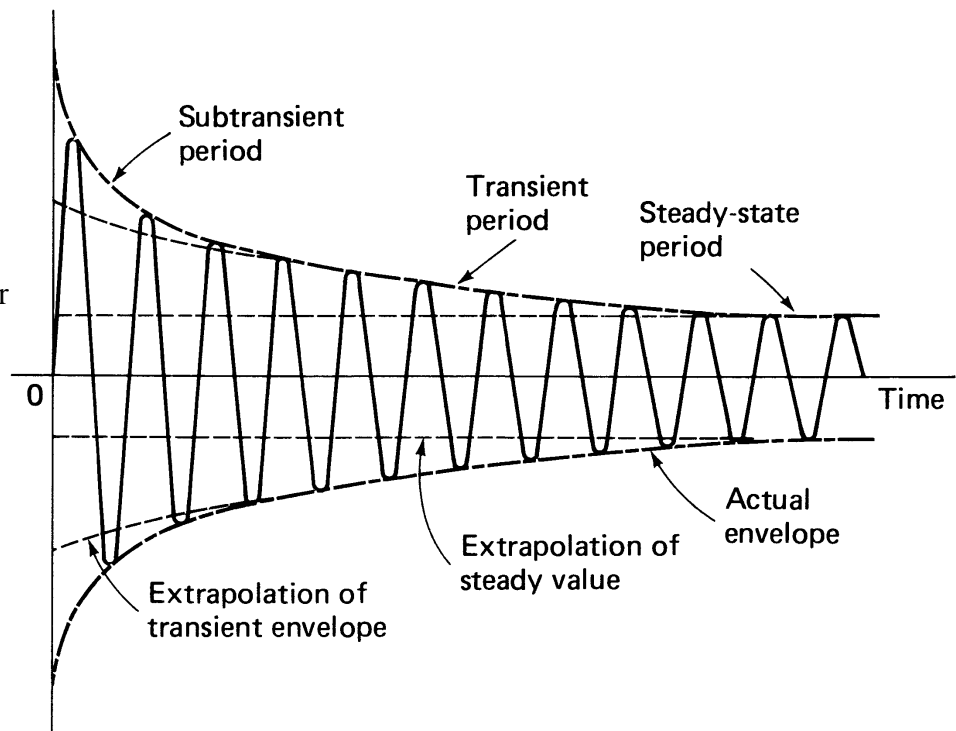
<sup>26</sup> Bonfert 1962 S. 49

<sup>27</sup> Bonfert 1962 S. 41

<sup>28</sup> Beim Dauerkurzschluss ergeben sich i.d.R. ungesättigte Verhältnisse. Das sog. „gesättigte Leerlauf-Kurzschluss-Verhältnis“, das hierbei eine Rolle spielt, hat seinen Namen daher, dass im Leerlauf-, nicht im Kurzschlussbetrieb Sättigung auftritt. Fischer S. 311 ff (6.2.3); Müller/Ponick 2006 S. 546f (6.7.2)

## 2.7 Subtransienter, transienter und stationärer Anteil des Statorstroms

Grafik: Statorstrom einer Phase, ohne Gleichanteil (Fitzgerald/Kingsley/Umans 1983 S. 384)



Mit der Zunahme der Induktivität bis zum Erreichen des stationären Zustands (hier: Dauerkurzschluss) geht die Abnahme der statorseitig zu messenden Wechselströme einher.

Wenn in diesem Text von der jeweils für den Stator wirksamen Induktivität oder **Reaktanz** die Rede ist, sind damit insbesondere folgende zu unterscheidenden Größen gemeint:

$X_d''$  subtransiente Längsreaktanz

$X_q''$  subtransiente Querreaktanz

$X_d'$  transiente Längsreaktanz

$X_q'$  transiente Querreaktanz

$X_d$  synchrone Längsreaktanz

$X_q$  synchrone Querreaktanz

Bei der normalen, nicht allzu exakten Stoßkurzschlussberechnung<sup>29</sup> werden diese Größen zusammen mit den entsprechenden Zeitkonstanten verwendet.

Beim Vollpolläufer mit gleichmäßig verteilten Dämpferwicklungen gilt:  $X_q'' = X_d''$ , so wie auch  $X_q = X_d$ .<sup>30</sup>

$X_d'$  und  $X_q'$  sind generell ungleich, weil die Erregerwicklung nur in der d-Achse wirkt. Bei der Schenkelpolmaschine geht man davon aus, dass  $X_q' = X_q$ . Bei der Vollpolmaschine allerdings ist aufgrund von Wirbelströmen häufig  $X_q' \approx 2 X_d'$ .<sup>31</sup>

Passend zu den o.g. Reaktanzen gibt es beim **Stator-Kurzschlussstrom** einen subtransienten, einen transienten und einen stationären Anteil; diese drei Anteile addieren sich.

Die Abnahme des subtransienten Anteils geschieht mit der Zeitkonstante  $T_d''$  und geht einher mit der Veränderung der magnetischen Gleichfeld-Flussverkettung, die durch die Dämpferwicklungen tritt.

<sup>29</sup> Die Berücksichtigung *sub-subtransienter* Größen führt zu genaueren Ergebnissen. Canay 1984 S. 334ff

<sup>30</sup> Wenn sich die synchronen Reaktanzen mehr als nur geringfügig unterscheiden, hat die q-Achse i.d.R. den höheren magnetischen Widerstand, also  $X_q < X_d$ , z.B. bei einer Schenkelpolmaschine. Die subtransienten Reaktanzen können sich eigentlich nur aufgrund ungleicher Ausstattung mit Dämpferwicklungen gravierend unterscheiden. Der noch am ehesten vorkommende Fall einer fehlenden q-Dämpferwicklung führt dann zu:  $X_q'' > X_d''$ . Dies hängt damit zusammen, dass in der d-Achse durch das Prinzip der Flusskonstanz ein hoher magnetischer Widerstand aufgeboten wird, während in der q-Achse höchstens Wirbelströme und ggf. die Form des Rotoreisens den magnetischen Widerstand etwas erhöhen. Machowski 2008 S. 137 (4.2.3.1)

<sup>31</sup> Machowski 2008 S. 137f (4.2.3.1)

Die Abnahme des transienten Anteils geschieht mit der Zeitkonstante  $T_d'$  und geht einher mit der Veränderung der magnetischen Gleichfeld-Flussverkettung, die durch die Erregerwicklung tritt. Bei einer permanentenerregten Synchronmaschine gibt es mangels Erregerwicklung keinen transienten Anteil des Stator-Kurzschlussstroms;<sup>32</sup> der subtransiente Anteil ist anteilig größer als bei einer elektrisch erregten Maschine und addiert sich direkt zum stationären Anteil.

In der Gleichung für den Statorstrom haben die subtransienten, transienten und stationären Anteile einen gemeinsamen Faktor wie

$$\hat{u} \cdot \cos(\omega t - \alpha).$$

Die einzelnen Anteile haben z.B. folgenden Aufbau:<sup>33</sup>

$$\left( \frac{1}{X_{d''}} - \frac{1}{X_{d'}} \right) e^{-\frac{t}{T_{d''}}} \quad \text{subtransienter Anteil mit Zeitkonstante } T_{d''}$$

$$\left( \frac{1}{X_{d'}} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T_d'}} \quad \text{transienter Anteil mit Zeitkonstante } T_d'$$

$$\frac{1}{X_d} \quad \text{stationärer Anteil, konstant}$$

## 2.8 Gleich- und Wechselströme, Zeitkonstanten

Es ist wichtig, sich klar zu machen, dass die subtransient und transient erhöhten Stator-Wechselströme indirekt zusammenhängen mit Gleichströmen in den kurzgeschlossenen Rotorwicklungen,<sup>34</sup> die jeweils mit der zugehörigen e-Funktion abnehmen. Die Zeitkonstanten berechnen sich als  $\frac{L}{R}$  der je-

weiligen Rotorwicklung, wobei  $L$  von der Rotorlage abhängt und  $R$  nicht. Aufgrund der o.g. Zusammenhänge gelten diese Zeitkonstanten auch für die subtransiente und transiente Abnahme der Stator-Wechselströme.<sup>35</sup>

Entsprechend umgekehrt zwischen Stator und Rotor gibt es für die Abnahme der Gleichanteile der Statorströme (siehe 2.2) die Ankerzeitkonstante  $T_a$ , die sich aus der subtransienten Induktivität und dem ohmschen Anteil der Statorwicklungen errechnet.<sup>36</sup>

Das aus den Stator-Gleichstromanteilen resultierende feststehende magnetische Feld (siehe 2.3) in-

32 Kleinrath 2006 S. 396

33 Müller/Ponick 2009 S. 617 (3.4.5.1), Fischer 2011 S. 340 (6.3.4)

34 Fitzgerald/Kingsley/Umans 1983 S. 371 (8-4)

35 Bonfert 1962 S. 48f, Sarma 1979 S. 103ff. Bei der Berechnung dieser Zeitkonstanten geht man von der Leerlauf-Zeitkonstante der jeweiligen Rotorwicklung aus, d.h. dem Zustand mit maximaler Induktivität der Wicklung. Diese Zeitkonstante gilt für die e-Funktion, mit der der Strom durch die Wicklung nach einer sprungartigen Fluss-Änderung von außen wieder dem bisherigen Wert zustrebt; für jede Rotor-Wicklung kann die Leerlauf-Zeitkonstante ermittelt werden. Die transiente Zeitkonstante  $T_d' = T_{d0} \frac{X_{d'}}{X_d}$  wird aus der Leerlauf-Zeitkonstante  $T_{d0}$  der Erreger-

wicklung errechnet, und zwar geht man davon aus, dass sich aufgrund des transient gemeinsam genutzten magnetischen Streupfads von Stator- und Rotorseite die Induktivität auf Rotorseite in gleichem Maße verkleinert wie auf Statorseite. Entsprechendes gilt für die subtransiente Zeitkonstante  $T_{d''}$ , orientiert an der Leerlaufzeitkonstante der Dämpferwicklung(en) (Seinsch 1991 S. 136).

36 Binder 2012 S. 1175. Hierbei geht man näherungsweise davon aus, dass die Zeitkonstanten  $\frac{L_{d''}}{R_s}$  und  $\frac{L_{q''}}{R_s}$  sich jede Viertelperiode abwechseln. Die Zeitkonstante einer exponentiellen Abnahme sagt aus, innerhalb welcher Zeit der Wert 0 erreicht wäre, wenn die Anfangsteilheit beibehalten würde. Um eine Gesamt-Zeitkonstante zu ermitteln, kalkuliert man mit den Reziprokwerten, die die Anfangsteilheit ausdrücken:

$$\frac{1}{T_a} = \frac{1}{2} \frac{R_s}{L_{d''}} + \frac{1}{2} \frac{R_s}{L_{q''}} = \frac{1}{2} R_s \frac{L_{d''} + L_{q''}}{L_{d''} L_{q''}} \Leftrightarrow T_a = \frac{2 \cdot L_{d''} \cdot L_{q''}}{R_s \cdot (L_{d''} + L_{q''})} = \frac{2 \cdot (L_{d''} || L_{q''})}{R_s}.$$

Statt mit  $L$  kann man natürlich immer mit  $\frac{X}{\omega}$  rechnen. Falls  $X_{q''} = X_{d''}$ , wird  $T_a = \frac{L_{d''}}{R_s} = \frac{X_{d''}}{\omega R_s}$ .



duziert in den Rotorwicklungen *Wechselstromanteile*,<sup>37</sup> deren Amplitude natürlich ebenfalls mit der Ankerzeitkonstante abnimmt.<sup>38 39</sup>

## 2.9 Anteil mit doppelter Frequenz

Aus mehreren Gründen hat der nichtstationäre Stator-Kurzschlussstrom einen meist unbedeutenden Anteil mit doppelter Frequenz, der immer mit der Ankerzeitkonstante (siehe 2.8) abklingt,<sup>40</sup> weil er auf der Reaktion des Rotors auf das Stator-Gleichfeld (siehe 2.3) basiert:

- Durch die Form des Rotors (z.B. bei der Schenkelpolmaschine) ergibt sich in der q-Achse ein anderer magnetischer Widerstand als in der d-Achse. Da die magnetischen Pole symmetrisch geformt sind, wiederholt sich die gleiche Form pro Periode zweimal.<sup>41</sup>
- Die Ausstattung mit Dämpferwicklungen ist uneinheitlich zwischen d- und q-Achse. Dadurch ergibt sich direkt nach Kurzschlusseintritt ein schwankender magnetischer Widerstand.<sup>42</sup>
- Die Gleichstrom-Erregerwicklung kann auf das am Rotor als Drehfeld erscheinende Stator-Gleichfeld nicht mit einem Drehfeld reagieren, sondern nur mit einem Wechselfeld. Dieses lässt sich zerlegen in ein zum auslösenden Drehfeld synchrones Drehfeld (das am Stator als Gleichfeld wahrgenommen wird) und ein aus Rotor-Sicht in die andere Richtung eilendes Drehfeld – das am Stator als mit doppelter Synchronfrequenz umlaufendes Drehfeld wahrgenommen wird. Auf dieses reagiert jede Statorwicklung mit einem passenden Strom doppelter Frequenz.<sup>43</sup>

In der Gleichung für den Statorstrom hat der gängigste in die Berechnung einbezogene Anteil mit doppelter Frequenz z.B. folgenden Aufbau:<sup>44</sup>

$$\hat{u} \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_q''} \right) \cdot e^{-\frac{t}{T_a}} \cdot \cos(2\omega t - \alpha) \quad \text{doppeltfrequenter Anteil mit Ankerzeitkonstante } T_a$$

## 2.10 Polradspannung

Die **Polradspannung** ist generell – außer im Leerlauf – nur eine rechnerische Größe,<sup>45</sup> die zusammen mit der Impedanz der Statorwicklung das Ersatzschaltbild der Synchronmaschine mit Leben füllt. Beim dreipoligen Kurzschluss aus dem Leerlauf heraus verändert sich die Polradspannung nicht.<sup>46</sup> In allen anderen Fällen errechnet man passend zu den o.g. Reaktanzen unter Berücksichtigung des Stromes vor Kurzschlusseintritt die subtransiente und die transiente Polradspannung als Zeiger,<sup>47</sup> für deren Beträge beim Generator gilt:  $U_p'' < U_p' < U_p$ , beim Motor dagegen  $U_p'' > U_p' > U_p$ . Dies erklärt sich folgendermaßen: Im Moment vor Kurzschlusseintritt setzt die Maschine – auf die drei Wicklungen verteilt – eine elektrische Leistung um, die mit Ankerrückwirkungen passender Stärke verbunden ist. Die hierdurch bedingten magnetischen Flüsse sorgen für eine bei Kurzschlusseintritt (beim Generator) verringerte bzw. (beim Motor) erhöhte Erregerflussverkettung, die bei Kurzschlusseintritt zunächst konstant bleiben will (siehe 1.4). Auch die für die Ankerrückwirkung ursächlichen Stator-Flüsse wollen zunächst konstant bleiben. Rotor- und Stator-Flussverkettungen sind miteinander verknüpft über einen magnetischen Widerstand (vgl. 3.1), der vorübergehend (erhöht) durch die (kleinere) subtransiente bzw. transiente Reaktanz abgebildet wird und nicht durch die synchrone Reaktanz wie sonst.<sup>48</sup> Damit sich aus dem Ersatzschaltbild trotzdem

37 Fitzgerald/Kingsley/Umans 1983 S. 371 (8-4)

38 Machowski 2008 S. 133 (4.2.2), Bonfert 1962 S.46, Kovács 1984 S. 160, Müller/Ponick 2009 S. 616 (3.4.5.1)

39 Fitzgerald/Kingsley/Umans 1983 S. 372 (8-4)

40 Smith 1982 S. 190 (4.2)

41 Fitzgerald/Kingsley/Umans 1983 S. 376 (8-4)

42 Fischer 2011 S. 341 (6.3.4)

43 Müller/Ponick 2009 S. 623f (3.4.5.3)

44 Müller/Ponick 2009 S. 617 (3.4.5.1), Fischer 2011 S. 340 (6.3.4)

45 Fischer 2011 S. 339 (4.2.1)

46 Denzel 1966 S. 282 (8.2)

47 Eremia/Shahidehpour 2013 S. 53 (2.1.3.7)

48 Crastan 2015 S. 239ff (6.4. incl. Unterkapiteln)

die korrekten Kurzschlussströme ergeben, muss die Rechengröße Polradspannung angepasst werden, wie oben genannt.

## 2.11 Erregerstrom

Der Strom durch die Erregerwicklung erhöht sich beim Bemühen der Wicklung, den Rotor-Gegenfluss (siehe 2.4) aufzubauen. Da der abzuwehrende Stator-Gegenfluss dem normalen Erregerfluss in ungefähr gleicher Höhe entgegensteht, will die Wicklung den von ihr erzeugten Fluss verdoppeln. Dafür steht der normale Eisenweg durch das Statorblechpaket aber nicht zur Verfügung, weil dort der Stator-Gegenfluss seinerseits einen Weg sucht, um sich zu schließen. Stator- und Rotor-Gegenfluss müssen sich überwiegend „parallel“ durch den engen Luftspalt zwischen Rotor und Stator schließen, was einen viel höheren Einsatz von Strom erfordert als fast nur durch Eisen (wie sonst z.B. beim Erregerfluss).<sup>49</sup> Auf diese Weise entsteht subtransient und transient ein **vervielfachter Erregerstrom**. Dieser wird überlagert von einem zunächst starken Wechselstromanteil, der aus dem o.g. Gleichanteil der Statorströme resultiert (Eremia/Shahidehpour S. 52).<sup>50</sup>

## 2.12 Drehmomente und Winkelgeschwindigkeit

Ein dreipoliger Stoßkurzschluss wirkt sich gravierend auf die bis dahin ausgeglichene Drehmomentbilanz der Synchronmaschine aus.

Beim **Motor** bricht das bisherige elektromagnetische Drehmoment zusammen. Der Rotor dreht sich aufgrund der Trägheit der gesamten rotierenden Masse weiter, und die Synchronmaschine beginnt generatorisch zu arbeiten – auf den Kurzschluss!<sup>51</sup> Das neue elektrische Drehmoment ist bei einem Kurzschluss an den Maschinenklemmen nicht hoch, weil der Wirkanteil des Stroms nur gering ist. Sowohl das mechanische als auch das elektromagnetische Drehmoment bremsen nun die Rotordrehung, bis zum Stillstand.

Bei einem **Generator** wird man meist davon ausgehen können, dass das zugeführte mechanische Drehmoment zunächst konstant bleibt. Ein leerlaufender, nicht supraleitender Generator wird seine Drehzahl ab Kurzschlusseintritt ebenfalls verringern, da das elektromagnetische Drehmoment nun größer ist als vorher – selbst wenn der Kurzschluss direkt an den Generatorklemmen erfolgt, ergeben sich ja durch die ohmschen Anteile der Statorwicklungen Verluste, die vorher nicht bestanden.

Bei einem mit erheblicher Last betriebenen Generator dagegen sinkt, wenn er direkt an den Klemmen kurzgeschlossen wird, das elektromagnetische Drehmoment auf einen geringen Bruchteil ab, denn die ohmschen Verluste in den kurzgeschlossenen Statorwicklungen sind weit geringer als die zuletzt abgegebene Wirkleistung – die Kurzschlussströme sind überwiegend induktiv. Es ergibt sich ein starkes Beschleunigungsmoment.<sup>52</sup>

In jedem der o.g. Fälle ergibt sich eine positive oder negative Winkelbeschleunigung des Rotors. In diesem ganzen Text wird jedoch auf die damit verbundene Änderung der Frequenz nicht eingegangen.<sup>53</sup>

## 3 Ermittlung der jeweils für den Stator wirksamen Induktivität

Man sieht manchmal Ersatzschaltbilder, die auf den ersten Blick vermuten lassen, dass die für den Stator jeweils wirksame Induktivität durch Serien- und/oder Parallelschaltung der Induktivitäten

---

49 Kovács 1984 S. 156

50 In der Praxis greift bei einem nicht sofort getrennten Kurzschluss nach wenigen 100 ms zusätzlich der AVR (automatic voltage regulator), der normalerweise die Statorspannungen per Stellgröße Erregerspannung konstant hält und im Kurzschlussfall schlicht die maximale Erregerspannung hervorruft (Eremia/Shahidehpour 2013 S. 52, 2.1.3.7). Hierdurch wird ein Absinken der Kurzschlussströme auf ein zu geringes Vielfaches des Nennstroms vermieden, so dass Schutzeinrichtungen den Kurzschluss weiterhin sicher unterscheiden können.

51 Bonfert 1962 S. 42

52 Eremia/Shahidehpour 2013 S. 573 (10.2.1)

53 Beim Generatorbetrieb am Verbundnetz kann die Winkelbeschleunigung innerhalb eines Sekundenbruchteils zum Verlust der Synchronizität zum Netz führen. D.h. wenn der Generator nach Fehlerklärung am Netz weiterlaufen soll, muss der Fehler so rechtzeitig geklärt werden, dass wieder ein winkelstabiler Arbeitspunkt erreicht wird – was i.d.R. nicht ohne Schwingungen beim Polradwinkel abgeht. Eremia/Shahidehpour 2013 S. 577ff (10.2.1.2)

von Stator und Rotor errechnet werden kann.<sup>54</sup> Dort lohnt sich ein zweiter und auch ein dritter Blick, denn ganz so einfach ist es nicht.

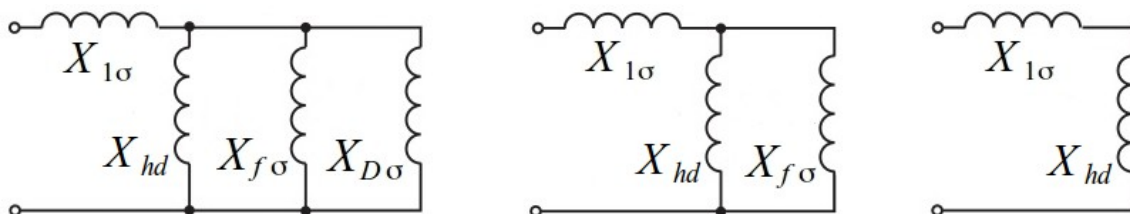
Aus dem bisher Erarbeiteten wissen wir, dass keine Wicklung der Synchronmaschine einfach nur „eine Induktivität“ hat, so wie eine einzelne Spule. Die Induktivität jeder Wicklung ist von der Situation abhängig, also zumindest vom Grad der Sättigung und von den magnetischen Pfaden, auf denen sich ihr Fluss schließen kann.

Desweiteren hält man vielleicht das Symbol einer Induktivität mit einer Bezeichnung, die zu einer Wicklung gehören könnte, für eine Induktivität bzw. deren Reaktanz. Bei näherem Hinsehen könnte sich dies als äquivalente Induktivität herausstellen, die den magnetischen Widerstand eines magnetischen Teilpfades repräsentiert.

### 3.1 Magnetische Pfade und Induktivität

Um die für Wechselströme im Statorkreis jeweils wirksame Induktivität (und daraus die Reaktanz  $X = \omega L$ ) zu ermitteln, muss man die magnetischen Pfade am/im Rotor berücksichtigen, vgl. Grafik auf S. 6. Das zielführende Vorgehen hierfür wird in (Machowski/Bialek/Bumby 2008, S. 134ff) vorgestellt: Für jeden magnetischen Pfad kann man einen magnetischen Widerstand ermitteln und daraus eine wirksame Induktivität. Besteht ein Gesamtpfad aus Teilpfaden mit unterschiedlichen magnetischen Widerständen, so kann man jedem Teilpfad eine Induktivität zuordnen, die ihm zukäme. Dabei ist allerdings Vorsicht geboten: Bei in Reihe geschalteten magnetischen Pfaden (wie z.B. Luft-Umgehung der Dämpferwicklung, Luft-Umgehung der Erregerwicklung) müssen die Einzelinduktivitäten wie parallelgeschaltet zusammengefasst werden, d.h. die Gesamtinduktivität ist geringer als jede einzelne. Umgekehrt müssen bei parallel liegenden magnetischen Pfaden (wie Stator-Streuweg, Weg über den Rotor) die Einzelinduktivitäten wie in Reihe geschaltet zusammengefasst werden, d.h. die Gesamtinduktivität wird größer als die einzelnen. So erhält man – hier am Beispiel der Längsreaktanzen – Ersatzschaltbilder der wirksamen Induktivitäten bzw. der drei Reaktanzen, aus denen sich der zeitliche Verlauf aller Anteile der Kurzschlussströme berechnen lässt. Wir unterscheiden:

(a) subtransient, (b) transient und (c) stationär wirkende Reaktanzen:



$$a) X_d'' = X_{1\sigma} + \frac{1}{\frac{1}{X_{hd}} + \frac{1}{X_{f\sigma}} + \frac{1}{X_{D\sigma}}}$$

$$b) X_d' = X_{1\sigma} + \frac{1}{\frac{1}{X_{hd}} + \frac{1}{X_{f\sigma}}}$$

$$c) X_d = X_{1\sigma} + X_{hd}$$

nach: Machowski/Bialek/Bumby 2008, S. 136 (4.2.3) sowie Fischer 2011, S. 341 (6.3.4).

$X_{1\sigma}$  Streureaktanz der Statorwicklung, repräsentiert die Streupfade der Statorwicklung

$X_{hd}$  Hauptreaktanz der Längsachse, auch: Längsreaktanz der Ankerrückwirkung,<sup>55</sup> repräsentiert den minimalen magnetischen Widerstand durch den Rotor beim kürzesten Pfad mit 2x Luftspalt

$X_{D\sigma}$  Streureaktanz der Dämpferwicklung, repräsentiert die Luft-Umgehung (Streupfad) der Dämpferwicklung

$X_{f\sigma}$  Streureaktanz der Erregerwicklung, repräsentiert die Luft-Umgehung (Streupfad) der Erregerwicklung

Diese Darstellung ist zwar eingängig, kann aber nur eine Näherung sein, aus zwei Gründen:

<sup>54</sup> Machowski 2008 S. 136 (4.2.3)

<sup>55</sup> Müller/Ponick 2006 S. 516 (6.4.2.2), Machowski 2008 S. 136 (4.2.3)

1. Die magnetischen Feldlinien folgen subtransient und transient nicht exakt den Pfaden, die durch die Reaktanzen sonst repräsentiert werden.
2. Im Fall a) ist der Weg durch das Rotoreisen komplett versperrt. Von der Theorie her ist also der genutzte magnetische Pfad durch die Reaktanzen  $X_{D\sigma}$  und  $X_{f\sigma}$  voll repräsentiert, somit sollte die Hauptreaktanz  $X_{hd}$  dort nicht einbezogen werden.

Beide Ungenauigkeiten dürften in ähnlicher – geringer – Größenordnung liegen und heben sich vermutlich in manchen Fällen sogar gegenseitig auf.

### 3.2 Induktivitäten der Rotorwicklungen

Nach dem Lesen des vorigen Unterkapitels könnte man meinen, dass die Kenntnis der Induktivitäten der Rotorwicklungen nicht von Nutzen ist, wenn man z.B. die subtransient im Statorzweig wirksame Reaktanz  $X_d''$  ermitteln will. Denn subtransient kann ja kein vom Stator ausgehender magnetischer Fluss durch die Wicklungen der Rotor-Induktivitäten treten, sondern muss – überwiegend durch die Luft – um sie herum gehen.

Mit dem entsprechenden theoretischen Unterbau,<sup>56</sup> der bei umfassendem Verständnis des Kurzschlussverhaltens nicht kompliziert erscheint, ist das Errechnen der jeweils für den Stator wirksamen Induktivitäten durchaus möglich.

Im d,q-transformierten Zweiachsensystem, das mit dem Rotor rotiert, erscheinen die Stator-Wechselgrößen als Gleichgrößen und die Stator-Gleichgrößen als Dreh- bzw. Wechselgrößen. Wenn in der d-Achse (Längsachse) die zum aktuellen Sättigungsgrad passenden Eigen- und jeweiligen Gegeninduktivitäten der d-, f- und D-Wicklungen bekannt sind, kann daraus die subtransiente Längsreaktanz  $X_d''$  errechnet werden. Dass dies möglich ist, ergibt sich aus folgender vereinfachter Überlegung: Wenn ein von einer Wicklung (z.B. Statorwicklung) kommender magnetischer Fluss nicht durch eine andere Wicklung (z.B. Dämpferwicklung) treten kann, heißt das doch, dass momentan keine Gegeninduktivität vorhanden ist; es bleibt für den Fluss nur noch der Streuweg.<sup>57</sup> Die Streuinduktivität ließe sich als Differenz von Eigeninduktivität und Hauptinduktivität errechnen, Letztere aus Gegeninduktivität und Windungszahlen.<sup>58</sup> Ohne Kenntnis der Windungszahlen geht es auch, nämlich mithilfe der Matrixgleichung der Flussverkettungen (genauer: Differenzen der Flussverkettungen in Abhängigkeit von den Differenzen der Wicklungsströme):<sup>59</sup>

$$\begin{bmatrix} \Psi_d - \Psi_{d0} \\ \Psi_D - \Psi_{D0} \\ \Psi_f - \Psi_{f0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & L_{dD} & -L_{fd} \\ L_{dD} & L_D & -L_{fD} \\ -L_{fd} & -L_{fD} & L_f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d - i_{d0} \\ i_D - i_{D0} \\ i_f - i_{f0} \end{bmatrix}$$

Hier setzt man die Flüsse durch die Rotorwicklungen als konstant und berücksichtigt bei den Strömen die bekannten Anfangswerte:<sup>60</sup>

$$\begin{bmatrix} \Psi_d - \Psi_{d0} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & L_{dD} & -L_{fd} \\ L_{dD} & L_D & -L_{fD} \\ -L_{fd} & -L_{fD} & L_f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_D \\ i_f - i_{f0} \end{bmatrix}$$

Nachdem der Rechnungsgang einmal abgeleitet wurde, kann man das Ganze rechnerisch betrachten wie einen Transformator mit (in diesem Fall) drei Wicklungen, bei dem diejenigen Wicklungen kurzgeschlossen sind, die die Rotorwicklungen repräsentieren. Man errechnet dann auf einfachstem Wege die wirksame Induktivität der nicht kurzgeschlossenen Wicklung, die die Stator-Seite repräsentiert. Beim Trafo leuchtet es sofort ein, dass die hier wirksame Induktivität dem als „totale Streu-

<sup>56</sup> Weidemann 1990, Kap. 4.6

<sup>57</sup> Sen Gupta/Lynn 1980 S. 106

<sup>58</sup> Frohne/Ueckert 1989, S. 255 (5.9)

<sup>59</sup> Weidemann 1990, Kap. 4.6

<sup>60</sup> Weidemann 1990, ebd.

ziffer“ bekannten Bruchteil der normalen Induktivität entspricht.

In gleicher Weise kann aus Eigen- und Gegeninduktivitäten der q- und Q-Wicklungen die subtransiente Querreaktanz  $X_q''$  errechnet werden.

Im transienten Zustand ist der Eisenweg durch die Dämpferwicklung frei, die somit für die Gleichgrößen im Zweiachsensystem verschwindet. Nun kann man die gleiche Berechnung für die transiente Längsreaktanz  $X_d'$  durchführen, indem die Berechnung für den Trafo mit nur noch zwei Wicklungen d und f erfolgt.

Die Trafo-Betrachtung darf wirklich nur für die Berechnung der Reaktanzen herangezogen werden; jegliche Vorstellung eines durch den Trafo fließenden Kurzschlussstroms o.ä. verbietet sich.

Dieser Text wurde von mir selbst verfasst, nach Teilnahme an Vorlesungen und mit Nutzung der u.g. Literatur. Manches sind Schlussfolgerungen von mir, die sich aus der Zusammenschau ergeben, ohne dass sie in einer Quelle ausdrücklich erwähnt worden wären. Keine Formulierung in diesem Text wurde wörtlich aus einer Quelle übernommen oder in starker Anlehnung an einen Quellentext erstellt.

Für Hinweise auf Fehler oder suboptimale Erläuterung bin ich dankbar.

Walter Schitteck, Dezember 2015

## Literaturverzeichnis

Zu Literatur, bei der eine neuere Auflage entweder schon existiert oder nicht ausgeschlossen werden kann, wird in den Verweisen (Fußnoten) nach Möglichkeit das Kapitel in Klammern angegeben.

- Binder, A. (2012):** Elektrische Maschinen und Antriebe: Grundlagen, Betriebsverhalten. Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag
- Bonfert, K. (1962):** Betriebsverhalten der Synchronmaschine. Berlin/Göttingen/Heidelberg: Springer-Verlag
- Canay, I.M. (1988):** Physical significance of sub-subtransient quantities in dynamic behaviour of synchronous machines. Washington: IEEE (IEE Proceedings, Vol. 135, Pt. B, No. 6, November 1988, S. 334-340)
- Cordes, R.; Griepentrog, G.; Rupp, J. (2007):** Patentanmeldung: Verfahren zur Energiezu- und abfuhr zu und aus einer ohmsch-induktiven Last und dabei verwendeter Gleichrichter. München: <http://www.google.de/patents/WO2007039409A2?cl=de> (Zugriff: 23.03.2015)
- Crastan, V. (2015):** Elektrische Energieversorgung 1: Netzelemente, Modellierung, stationäres Verhalten, Bemessung, Schalt- und Schutztechnik, 4. Auflage. Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag
- Denzel, P. (1966):** Grundlagen der Übertragung elektrischer Energie. Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag
- Eremia, M.; Shahidehpour, M. (Hrsg.) (2013):** Handbook of Electrical Power System Dynamics. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc.
- Fischer, R. (2011):** Elektrische Maschinen, 15., aktualisierte Auflage. München: Carl Hanser Verlag
- Fitzgerald, A.E.; Kingsley, C.; Umans, S.D. (1983):** Electric Machinery (fourth edition). New York/St. Louis/San Francisco/Auckland/Bogotá/Hamburg/Johannesburg/London/Madrid/Mexico/Montreal/New Delhi/Panama/Paris/São Paulo/Singapore/Sydney/Tokyo/Toronto: McGraw-Hill Book Company
- Frohne, H.; Ueckert, E. (1989):** Einführung in die Elektrotechnik: Elektrische und magnetische Felder, 5., durchgesehene Auflage. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH
- Glebov, I.A.; Kasharsky, E.G.; Rutberg, F.G. (1982):** Synchronous Generators in Electrophysical Installations. Lexington: Lexington Books
- Kimbark, E.W. (1956):** Power System Stability, Volume III, Synchronous Machines. New York: Wiley & Sons, Inc. (IEEE reprinting 1995)
- Kleinrath, H. (2006):** Das Kurzschlussverhalten kleiner permanenterregter Synchronmaschinen. Wien: Österreichischer Verband für Elektrotechnik (Elektrotechnik & Informationstechnik 123/9, S. 396-401)
- Kovács, P. K. (1984):** Transient Phenomena in Electrical Machines. Amsterdam: Elsevier Science Publishers B.V.
- Machowski, J.; Bialek, J.; Bumby, J. (2008):** Power System Dynamics: Stability and Control, Second Edition. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd
- Müller, G.; Ponick, B. (2006):** Grundlagen elektrischer Maschinen, Neunte, völlig neu bearbeitete Auflage. Weinheim: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA
- Müller, G.; Ponick, B. (2009):** Theorie elektrischer Maschinen, 6., völlig neu bearbeitete Auflage. Weinheim: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA
- Sarma, M.S. (1979):** Synchronous Machines. New York/London/Paris: Gordon and Breach Science Publishers.
- Seinsch, H.O. (1991):** Ausgleichsvorgänge bei elektrischen Antrieben. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH
- Sen Gupta, D.P.; Lynn, G.W. (1980):** Electrical Machine Dynamics. London/Basingstoke: The MacMillan Press Ltd
- Smith, R.T. (1982):** Analysis of Electrical Machines. New York/Oxford/Toronto/Sydney/Paris/Frankfurt: Pergamon Press
- Spring, E. (2009):** Elektrische Maschinen, 3. Auflage. Berlin/Heidelberg: Springer Verlag
- Weidemann, B. (1990):** Skript „Dynamisches Verhalten elektrischer Maschinen“. (Universität Kassel)