

Übungen zur Vorlesung *Theoretische Mechanik*

Übungsblatt 1

Abgabe: Mittwoch, den 20.04.2011 in der Vorlesung oder im Raum 1276

Aufgabe 1

5 Punkte

Man bestimme und zeichne die Trajektorie $\vec{x}(t) = (\cos(2\pi t), \sin(2\pi t), 0)$ im dreidimensionalen Raum für die Zeit $t \in [0, 1]$.

Aufgabe 2

5 Punkte

Das radiale Vektorfeld $\vec{V}(\vec{r})$ sei gegeben durch:

$$\vec{V}(\vec{r}) = \frac{Q}{r^2} \vec{r}.$$

Bestimmen Sie:

$$\int_S \vec{V}(\vec{r}) \cdot d\vec{s},$$

wobei S die Fläche einer Kugel mit Radius R ist.

Aufgabe 3

5 Punkte

Zeigen Sie mit Hilfe des Levi-Civita-Symbols (ϵ_{ijk}) und der Rotation

$$(\vec{W} \times \vec{V})_i = \sum_{j,k} \epsilon_{ijk} W_j V_k,$$

dass folgende Relationen gelten:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} V) = 0$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$$

Aufgabe 4

5 Punkte

Bestimmen Sie die Taylor-Entwicklung bis zur 5ten Ordnung der Funktion $f(x)$ an der Stelle x_0 .

Aufgabe 5

5 Punkte

Gegeben sei das Vektorfeld $\vec{V}(x, y) = \begin{pmatrix} xy \\ x^2 + y^2 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie das Wegintegral für die beiden Wege C_1, C_2 .

$C_1 : (0, 0) \rightarrow (1, 1)$, entlang der Kurve $y = x^2$

$C_2 : (0, 0) \rightarrow (1, 1)$, entlang der Linie $y = x$

Warum stimmen die Ergebnisse nicht überein? Welche Eigenschaft fehlt dem Vektorfeld?

Aufgabe 6

5 Punkte

Die Matrix A sei gegeben durch:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & b & 0 \\ b & 0 & b \\ 0 & b & 0 \end{pmatrix},$$

wobei b eine reelle Zahl ist.

Geben Sie mindestens einen Eigenvektor und einen Eigenwert von A an.

Viel Erfolg