Prof. Dr. M. E. Garcia
Bernhard Reuter
Tobias Zier

UNIVERSITÄT KASSEL
FACHBEREICH 10

Theoretische Mechanik

SS 2011

Übungen zur Vorlesung *Theoretische Mechanik*

Übungsblatt 2

Abgabe: Mittwoch, den 04.05.2010 in der Vorlesung oder in Raum 1276

Aufgabe 1

5 Punkte

Gegeben sei der Vektor $\vec{r}(t) = (\sin(t), cos(t), 2t)$.

(a) Welche Kurve durchläuft der Vektor für $t \in [0, 2\pi]$

(b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit und Beschleunigung des Punktes zum Zeitpunkt t.

(c) Wie lauten die Geschwindigkeit und Beschleunigung für $t = 0$ und $t = 2\pi$?

(d) Wie verhalten sich die Beträge von Orts-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektor für große Zeiten t.

(e) Berechnen Sie die benötigte Arbeit, um ein Teilchen entlang dieses Weges in der Zeit $t = 0$ bis $t = 2\pi$ zu bewegen, wenn das Potential Φ gegeben ist durch:

$$\Phi(x) = x^2 + y^2 - z^2$$

Aufgabe 2

5 Punkte

Auf einen, im Gravitationsfeld der Erde, fallenden Kürbis mit Masse $m = 5\text{kg}$ wirkt ein Luftwiderstand, der durch die Kraft $F = -kmv$ beschrieben werden kann. **(a)** Finden Sie die Endgeschwindigkeit des Kürbisses unter den Annahmen, dass der Kürbis keine Anfangsgeschwindigkeit hatte und $k = 0.025\text{s}^{-1}$ ist. **(b)** Mit ihrer selbstgebauten Kürbiskanone erreichen Sie Startgeschwindigkeiten des Kürbisses von $v = 200\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Welche maximale Höhe H erreicht der Kürbis bei einem senkrechten Schuss nach oben, unter Berücksichtigung der oben genannten Bedingungen. **(c)** Bestimmen Sie die Bahn des Kürbisses aus der Sicht eines sich mit $\vec{v_R} = (20, 0, 0)$ km/h relativ zur Kanone bewegenden Inertialsystems.

Bitte wenden

Aufgabe 3

5 Punkte

Es sei $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ der Ortsvektor und $\vec{F}(\vec{r})$ ein Kraftfeld der Form $\vec{F}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} xy \\ yz \\ zx^2 \end{pmatrix}$

(a) Berechnen Sie das Linienintegral $\int_{\vec{a}}^{\vec{b}} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$ längs der folgenden Integrationswege:

- gerade Strecke von $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ nach $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$,
- zusammengesetzter Weg aus den drei geraden Strecken von $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ nach $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$,von $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ nach $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und von $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ nach $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(b) Berechnen Sie $\vec{\nabla} \times \vec{F}(\vec{r})$

(c) Ist $\vec{F}(\vec{r})$ konservativ?