

Übungen zur Vorlesung *Theoretische Mechanik*

Übungsblatt 6

Abgabe: Mittwoch, den 01.06.2010 in der Vorlesung oder in Raum 1276

Aufgabe 1

In der Variationsrechnung wird häufig das folgende Integral benutzt:

5 Punkte

$$I = \int_{x_1}^{x_2} F[y(x), \dot{y}(x), x] dx$$

In einer großzahl von Fällen hängt der Integrand $F(y, \dot{y})$ nicht explizit von x ab. Zeige, dass die einmalige Integration der Euler-Lagrange-Gleichungen in diesem Fall

$$F - \dot{y} \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} = \text{const.} \quad (1)$$

ergibt.

Aufgabe 2

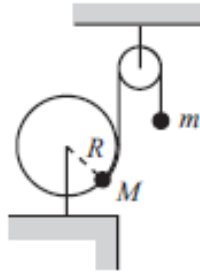
4 Punkte

Eine Leiter der Länge l und der Masse m steht mit dem Neigungswinkel α an der Wand und wird von einem Mann mit der Masse M bis zur Länge L bestiegen. Die Leiter hat an beiden Enden Rollen, so dass keine Reibung gegen Wand und Boden auftritt. An ihrem unteren Ende ist ein Seil befestigt, um das Wegrutschen zu verhindern. Wie groß ist die Spannung F des Seils? (**Hinweis: Lagrangegleichungen mit Lagrangemultiplikatoren**)

Aufgabe 3

5 Punkte

Eine Masse M ist an einem masselosen Ring mit Radius R befestigt, der in der vertikalen Ebene liegt. Der Ring kann sich um seine fixierte Mitte drehen. Die Masse M ist über ein Seil, das an einer Rolle umgelenkt wird, mit einem anderen Massestück m verbunden (siehe Abb. (1)). Finden Sie die Bewegungsgleichungen für den Rotationswinkel des Ringes und bestimmen Sie den Gleichgewichtswinkel (Hinweis: $\ddot{\theta} = 0$)

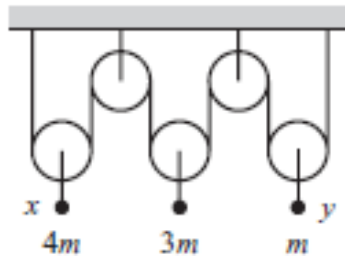


Skizze für das Problem Nr. 3

Aufgabe 4

5 Punkte

Stellen Sie sich eine Atwoodsche Fallmaschine wie in Abb. (2) vor. Die Massen betragen $4m$, $3m$ und m . Die Höhe der linken Masse, relativ zur ursprünglichen Position, wird durch x beschrieben, die der Rechten durch y . Nutzen Sie die Lagrange-Gleichungen um zu zeigen, dass ein generalisierter Impuls erhalten bleibt und bestimmen Sie ihn.



Skizze für das Problem Nr. 4