

Übungen zur Vorlesung *Theoretische Mechanik*

Übung 1

Abgabe: Mittwoch, den 30.04.2014 in der Vorlesung

Aufgabe 1

3+3+3 Pkt.

Gegeben sei ein ortsabhängiges Kraftfeld

$$\vec{F} = (2 \cdot x, x - y).$$

Berechnen Sie die Arbeit, die notwendig ist, um ein Teilchen in diesem Kraftfeld von Punkt A=(0,0) nach Punkt B=(1,1) zu transportieren mit $t \in [0, 1]$

- (a) entlang des Weges $\vec{s}(t) = (t, t)$,
- (b) entlang der zwei Teilstrecken $\vec{s}_1(t) = (t, 0)$ und $\vec{s}_2(t) = (1, t)$.
- (c) Warum stimmen die beiden Werte aus 1. und 2. nicht überein? Begründen Sie mathematisch.

Aufgabe 2

3+3+3 Pkt.

Zwei Körper A und B fahren auf jeweils zwei Bahnen, die parallel nebeneinander liegen. Körper A startet vom Punkt $x_A(t=0) = x_A^0 > 0$, mit einer Anfangsgeschwindigkeit $v_A(t=0) = 0$ und mit der Beschleunigung $a > 0$. Körper B startet vom Koordinaten Ursprung ($x_B(t=0) = 0$), mit Anfangsgeschwindigkeit $v_B(t=0) = v_B^0 > 0$ und mit negativer Beschleunigung $-a$. Unter welchen Bedingungen werden sich beide Körper

- (a) zwei Mal treffen;
- (b) nur ein Mal treffen;
- (c) nicht treffen.

Man skizziere die Kurven x vs t bei allen 3 Fällen.

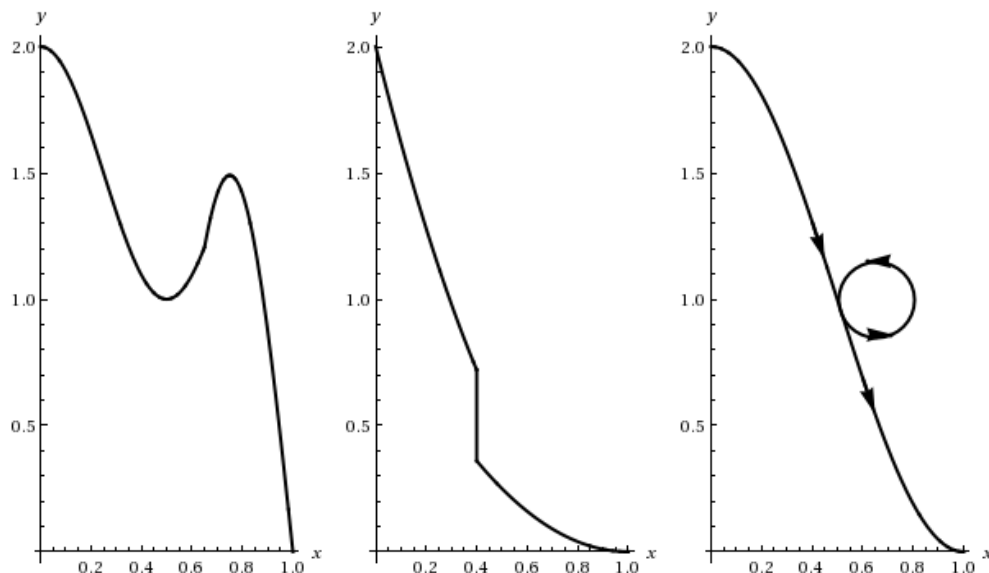
Bitte wenden

Aufgabe 3

1.5+3+3 Pkt.

Wir betrachten in zwei Dimensionen eine Bahnkurve. Die Bahn starte bei $x = 0$ in einer Höhe von $y = y_0$ und ende bei $x = x_1$ in einer Höhe von $y = 0$. Die Bahnkurve der schiefen Ebene kann durch eine Funktion $f(x), x \in [0, x_1]$ mit $f(0) = y_0$ und $f(x_1) = 0$ beschrieben werden.

- (a) Begründen Sie, welche der drei folgenden Bahnen durch eine mathematische Funktion $f(x)$ beschrieben werden kann oder nicht:



- (b) Ein Wagen der Masse m fahre die Bahn hinunter. Nehmen Sie an, dass dies reibungsfrei geschieht und der Wagen immer auf der Bahn bleibt. Die zur Bahn tangentielle Startgeschwindigkeit des Wagens bei $x = 0$ betrage v_0 . Bestimmen Sie einen von f -abhängigen Integralausdruck für die Zeit T , die der Wagen benötigt, um die gesamte Bahn hinunter zu fahren. Leiten Sie dazu einen Ausdruck für die Geschwindigkeit des Wagens einmal aus der Energieerhaltung und einmal aus der Bahnkurve her.

Hinweis:

Führen Sie eine geeignete Integration durch, wobei Sie beide Geschwindigkeitsausdrücke verwenden.

- (c) Berechnen Sie die Gesamtfahrzeit T des Wagens bei einer Startgeschwindigkeit von $v_0 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und einer geraden Bahn bzw. schiefen Ebene (x und $f(x)$ in m)

$$f : [0, 1] \rightarrow [0, 2], \quad x \mapsto f(x) = 2 - 2x$$

einmal mit Hilfe des in (b) hergeleiteten Integralausdruckes und einmal durch direktes Lösen der Newton-Bewegungsgleichungen. Der Ortsfaktor betrage $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Viel Erfolg