Theoretische Elektrodynamik - SS 2018

Übungsblatt 11

Abgabe am 27.06.2018 in der Vorlesung & Übung am 04.07.2018

Aufgabe 1 – Magnetfeld im Kondensator **20 Punkte**

Die parallelen Scheiben eines kreisförmigen Kondensators mit Radius R und Abstand d, wobei $d \ll R$ ist, werden mit Ladungen $Q(t) = Q_0 \cos \omega t$ und $-Q(t)$ aufgeladen.

(a) Bestimme die elektrische Feldstärke und die magnetische Induktion in quasistatischer Näherung. Randeffekte können vernachlässigt werden.
Hinweis: In quasistatischer Näherung gilt für den Zusammenhang zwischen Ladung, Kapazität und Spannung $Q(t) = CU(t)$.

(b) Berechne den Poynting-Vektor im Bereich zwischen den Platten und bestimme den Energiefluss P (Energie pro Zeit), der durch die Mantelfäche des Kondensators entweicht.

(c) Vergleiche dein Ergebnis für den Energiefluss durch die Mantelfläche mit der Leistung, die dem Kondensator von außen zugeführt wird.

Aufgabe 2 – Supraleitung **10 Punkte + 8 Zusatzpunkte**

Innerhalb eines perfekten Leiters gilt $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{0}$.

(a) Wo können sich am/im Leiter freie Ladungen aufhalten? Begründe deine Antwort!

(b) Zeige, dass innerhalb eines perfekten Leiters die Relation $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}(\vec{r}, t) = \vec{0}$ gilt. Schlussfolgere, dass der magnetische Fluss durch eine perfekte Leiterschleife zeitlich konstant ist.

(c) Ein Supraleiter ist ein perfekter Leiter, in dessen Leiterinneren zusätzlich die Relation $\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{0}$ gilt. Schlussfolgere, dass in diesem Leiter nur Strom auf der Oberfläche fließen kann.

(d) Eine Hohlkugel aus Niobium mit Radius R befindet sich in einem homogenen Magnetfeld $\vec{B} = B_0 \hat{e}_z$ bei Raumtemperatur. Die Kugel wird auf eine Temperatur von $5\,\mathrm{K}$ abgekühlt. Bestimme die induzierte Oberflächenladungsdichte $\vec{K} \equiv \sigma \vec{v}$ in Kugelkoordinaten.
Hinweis: Die kritische Temperatur von Niobium, also die Temperatur unterhalb derer es sich wie ein Supraleiter verhält, liegt bei $T_c \simeq 9,2\,\mathrm{K}$. Das Magnetfeld im Inneren einer rotierenden Hohlkugel (Radius R) um die z-Achse mit Winkelgeschwindigkeit ω und Oberflächenladungsdichte σ lautet $\vec{B}(\vec{r}) = \frac{2}{3}\mu_0 R \omega \sigma \hat{e}_z$. Benutze das Ergebnis aus Teilaufgabe (c)!

Aufgabe 3 – Magnetisierte Kugel **30 Punkte**

Gegeben sei eine eiserne Hohlkugel mit Radius R. Die Kugel trägt zunächst eine Ladung Q und besitzt die Magnetisierung $\vec{M} = M\vec{e}_z$. Zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ ruht die Kugel.

(a) Berechne den zum Zeitpunkt t_0 in den elektromagnitschen Feldern enthaltene Drehimpuls $\vec{L}$.

(b) Magnetisierte Objekte können entmagnetisiert werden, indem sie zum Beispiel oberhalb ihrer Curie-Temperatur erhitzt werden. Die Curie-Temperatur von Eisen beträgt 1041K.

Benutze das Faraday'sche Gesetz um das induzierte elektrische Feld im Falle einer allmählichen aber gleichmäßigen Entmagnetisierung der Kugel zu Berechnen ($M(t_1) = 0$). Berechne das durch $\vec{E}(\vec{r}, t)$ auf die Kugel wirkende Drehmoment und den daraus folgenden Drehimpuls der Kugel nach vollständiger Entmagnetisierung (zum Zeitpunkt t_1).
Hinweis: Betrachte zunačhst das differenzielle Drehmoment $\mathrm{d}\vec{N} = \vec{r} \times \mathrm{d}\vec{F}$*, wobei* $\mathrm{d}\vec{F}$ *die durch* $\vec{E}(\vec{r}, t)$ *auf ein Oberflächenelement der Kugel,* $\mathrm{d}\vec{A}$*, wirkende Kraft ist.*

(c) Betrachte nun den Fall, dass die Kugel nicht entmagetisiert, sondern entladen wird, indem die Kugel an ihrem Nordpol geerdet wird. Dabei wird angenommen, dass der entstandene Strom entlang der Oberfläche fließt, sodass $\rho(\vec{r}, t) = \sigma(t)\delta(r - R)$, $\forall t \in [t_0, t_1]$ gilt.

Berechne die Lorentz-Kraft, die auf die Kugel wirkt, und das daraus resultierende Drehmoment. Vergleiche den gesamten Drehimpuls der Kugel nach vollständiger Entladung mit den Antworten aus Teilaufgaben (a) und (b).

Hinweis: Das magnetische Feld ist an der Kugeloberfläche unstetig. Nehme für diese Rechnung an, dass das magnetische Feld auf der Kugeloberflaäche den Mittelwert aus seinen Werten innerhalb und außerhalb der Kugel annimmt.