

Übungen zur Vorlesung *Theoretische Mechanik*

Übung 12

Abgabe: Mittwoch, den 16.07.2014 in der Vorlesung

Aufgabe 1

4 Punkte

Ein ungedämpfter harmonischer Oszillator hat die Federkonstante D und die Masse m . Betrachten Sie auf dem Phasendiagramm den Bereich der Anfangsbedingungen $x \in [-\ell, \ell]$, $\dot{x} \in [-v_0, v_0]$ für $t = 0$. Wie sieht dieser Bereich nach der Zeit $\frac{1}{4}T$ aus, wobei T die Schwingungsperiode ist? Um welchen Betrag ändert sich die Fläche dieses Bereichs?

Aufgabe 2

6 Punkte

Ein Pendel der Länge L im Gravitationsfeld mit Ortsfaktor g und Masse m sei in Öl eingetaucht. Die Reibungskraft, die das Öl auf das Pendel ausübt, ist $F = 2m\sqrt{\frac{g}{L}}(L\dot{\theta})$. Man stelle die Bewegungsgleichungen unter der Annahme, dass θ klein ist, auf und integriere sie für die Anfangsbedingungen $\theta = \alpha$ und $\dot{\theta} = 0$. Wie sieht das Phasendiagramm aus? Beachten Sie, dass hier drei geeignete Fälle für L zu diskutieren sind.

Aufgabe 3

5 Punkte

Ein Teilchen wird senkrecht auf eine Höhe h geschossen. Der Abschussort befindet sich auf dem Breitengrad ϕ . Zeigen Sie, dass das Teilchen $\frac{4}{3}\omega \cos(\phi) \sqrt{\frac{8h^3}{g}}$ weiter westlich vom Abschusspunkt aufkommt. Vernachlässigen Sie den Luftwiderstand und betrachten Sie nur kleine vertikale Höhen, so dass ein konstanter Ortsfaktor g für die Berücksichtigung der Gravitation angenommen werden kann.

Aufgabe 4

5 Punkte

Zwei identische Massen m können sich nur auf einem horizontalen Ring frei bewegen. Zwei wiederum identische Federn mit Federkonstanten k verbinden entlang des Rings die beiden Massen. Die eine Masse wird durch eine Kraft $F_d(t) = \cos(\omega_d t)$ angetrieben. Bestimmen Sie die Teillösung für die Bewegung der Massen nach dem Einschwingvorgang. Wenn ω die Eigenkreisfrequenz des Systems der beiden Massen ist, diskutieren Sie die drei Fälle $\omega_d = 2\omega$, $\omega_d = \sqrt{2}\omega$ und $\omega_d \rightarrow \infty$.

