Prof. Dr. Martin E. Garcia
Bernd Bauerhenne
Tobias Zier

Universität Kassel
Fachbereich 10
Theoretische Physik

SS 2014

Übungen zur Vorlesung *Theoretische Mechanik*

Übung 3

Abgabe: Mittwoch, den 14.05.2014 in der Vorlesung

Aufgabe 1

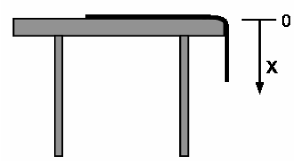
5 Punkte

Ein Massenpunkt bewegt sich auf der Fläche $z = xy - x^2 + y$ unter der Wirkung der Schwerkraft. Unter Berücksichtigung der Nebenbedingungen bzw. der Zwangskräfte stelle man die Bewegungsgleichungen auf und integriere sie numerisch. Man zeichne die Trajektorie für die Anfangsbedingung $x(0) = y(0) = z(0) = 0$, $\dot{x}(0) = \dot{y}(0) = \dot{z}(0) = 0$.

Aufgabe 2

7×1 Pkt.

Ein homogenes Seil (verschwindend kleine Dicke) der Länge l_0 und Gesamtmasse $\mu\, l_0$ liegt mit einem Teil linear gestreckt auf einem ebenen Tisch, während der Rest der Länge l von der Tischkante senkrecht nach unten hängt (siehe Abbildung rechts).



(a) Man stelle die Bewegungsgleichung für l auf, wenn das Seil unter dem Einfluss der Schwerkraft reibungsfrei gleitet.

(b) Wie lautet die Lösung für die Anfangsbedingungen $\dot{l}(0) = 0$, $l(0) = l_0/2$?

(c) Man bestimme die Zeit, die das Seil benötigt, um komplett vom Tisch zu rutschen. Die Tischhöhe sei größer als die Seillänge.

(d) Man berechne die kinetische und die potentielle Energie des Seils und überprüfe den Energieerhaltungssatz.

(e) Man gebe die Impulskomponente des Seils in horizontaler Richtung als Funktion der Zeit an.

(f) Wie groß ist die Kraft, die das Seil spannt, unmittelbar an der Tischkante?

(g) Bei welchem l hebt sich das hängende Stück seitlich ab, so dass das Seil an der Tischkante nicht mehr rechtwinklig abknickt?

Bitte wenden

Aufgabe 3

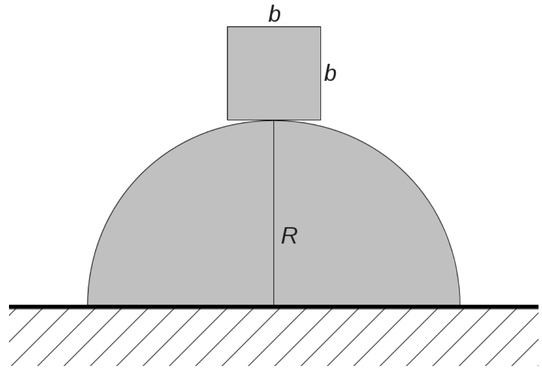
5 Punkte

Ein Fadenpendel der Länge L werde horizontal ausgelenkt und dann sich selbst überlassen. Im Abstand D unterhalb des Aufhängepunkts befinde sich ein Nagel. Man zeige, dass der Abstand D wenigstens $D_{min} = \frac{3}{5}\,L$ sein muss, damit das Pendel bei ständig gespanntem Faden einen Überschlag ausführt.

Aufgabe 4

6 Punkte

Wir betrachten einen Würfel der Kantenlänge b, der mittig auf einem Halbzylinder mit Radius R liegt. Welche Bedingung müssen R und b erfüllen, damit auch bei einer leichten Kippbewegung des Würfels seine Lage stabil bleibt. Bestimmen Sie dazu die potentielle Energie $U(\alpha)$ des Würfels in Abhängigkeit vom Kippwinkel α. Beachten Sie dabei, dass bei einer Kippbewegung des Würfels sein Auflagepunkt wandert. Die Kippbewegung ist stabil, wenn $\alpha = 0$ ein Minimum der potentiellen Energie ist. Eine Taylorentwicklung von U für $\alpha << 1$ kann hilfreich sein.



Viel Erfolg