

## Übungen zur Vorlesung *Theoretische Mechanik*

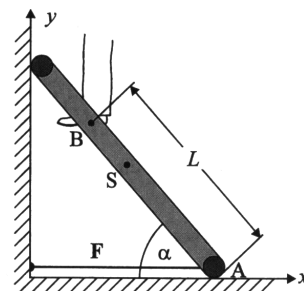
### Übung 6

Abgabe: Mittwoch, den 04.06.2014 in der Vorlesung

#### Aufgabe 1

5 Punkte

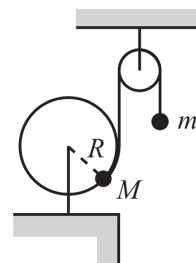
Eine Leiter der Länge  $l$  und der Masse  $m$  steht mit dem Neigungswinkel  $\alpha$  an der Wand und wird von einem Mann mit der Masse  $M$  bis zur Länge  $L$  bestiegen. Die Leiter hat an beiden Enden Rollen, so dass keine Reibung gegen Wand und Boden auftritt. An ihrem unteren Ende ist ein Seil befestigt, um das Wegrutschen zu verhindern. Wie groß ist die Spannung  $F$  des Seils? Nutzen Sie hierzu die Lagrangegleichungen mit Lagrange-Multiplikatoren.



#### Aufgabe 2

5 Punkte

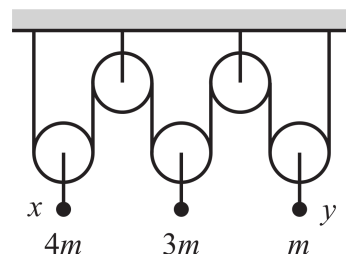
Eine Masse  $M$  ist an einem masselosen Ring mit Radius  $R$  befestigt, der in der vertikalen Ebene liegt. Der Ring kann sich um seine fixierte Mitte drehen. Die Masse  $M$  ist über ein Seil, das an einer Rolle umgelenkt wird, mit einem anderen Massestück  $m$  verbunden (siehe Abbildung rechts). Finden Sie die Bewegungsgleichungen für den Rotationswinkel des Ringes und bestimmen Sie den Gleichgewichtswinkel (Hinweis:  $\dot{\theta} = 0$ ). Ermitteln Sie auch die Schwingungskreisfrequenz  $\omega$  für kleine Auslenkungen vom Gleichgewichtswinkel.



#### Aufgabe 3

5 Punkte

Stellen Sie sich eine Atwood'sche Fallmaschine wie in nebenstehender Abbildung vor. Die Massen betragen  $4m$ ,  $3m$  und  $m$ . Die Höhe der linken Masse, relativ zur ursprünglichen Position, wird durch  $x$  beschrieben, die der Rechten durch  $y$ . Nutzen Sie die Lagrange-Gleichungen um zu zeigen, dass ein generalisierter Impuls erhalten bleibt und bestimmen Sie ihn.

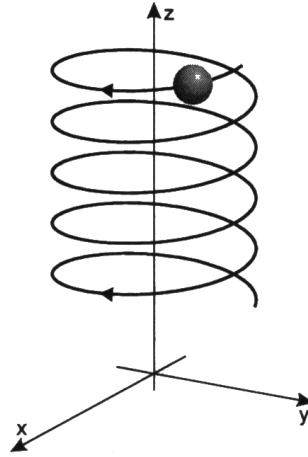


*Bitte wenden*

#### Aufgabe 4

5 Punkte

Eine Perle der Masse  $m$  gleite reibungsfrei auf einer Schraubenlinie mit Radius  $R$  unter dem Einfluss der Gravitationskraft, welche in die negative  $z$ -Richtung mit Ortsfaktor  $g$  wirkt. Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen und die Zwangskräfte. Lösen Sie die Bewegungsgleichung für  $\phi$  analytisch unter Verwendung der Anfangsbedingungen  $\phi(0) = 0$  und  $\dot{\phi}(0) = 0$ . Verwenden Sie Zylinderkoordinaten  $z, r, \phi$  und beachten Sie, dass der Winkel  $\phi$  hier nicht nur auf das Intervall  $[0, 2\pi)$  begrenzt ist.



*Viel Erfolg*