

Übung 5

Aufgabe 16

Ein anisotropes Material soll durch die folgende Permittivitäts-Dyade beschrieben werden:

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^{-1} = \alpha \underline{\underline{e}}_x \underline{\underline{e}}_x + \alpha \underline{\underline{e}}_y \underline{\underline{e}}_y + (\alpha + j\beta) \underline{\underline{e}}_x \underline{\underline{e}}_y + (\alpha + j\beta) \underline{\underline{e}}_y \underline{\underline{e}}_x + \gamma \underline{\underline{e}}_z \underline{\underline{e}}_z.$$

Eine konstante elektrische Flußdichte $\underline{\underline{D}}(\underline{\underline{R}}) = D_0 \underline{\underline{e}}_x$ ist in diesem Material gegeben. Berechnen Sie die elektrische Feldstärke mit Hilfe der Gleichung

$$\underline{\underline{E}}(\underline{\underline{R}}) = \underline{\underline{\varepsilon}}^{-1} \cdot \underline{\underline{D}}(\underline{\underline{R}})$$

Aufgabe 17 (Gaußsches Gesetz)

Gegeben sei eine Kugel um den Koordinatenursprung mit dem Radius R_0 . Die Kugel ist mit der inhomogenen Raumladungsdichte

$$\varrho_e(R) = \begin{cases} \varrho_{e0} \frac{R}{R_0} & R < R_0 \\ 0 & R > R_0 \end{cases}.$$

geladen.

Dabei sind ϱ_{e0} und R_0 gegebene Konstanten, und die Kugel enthalte Vakuum und sei im Vakuum gelagert.

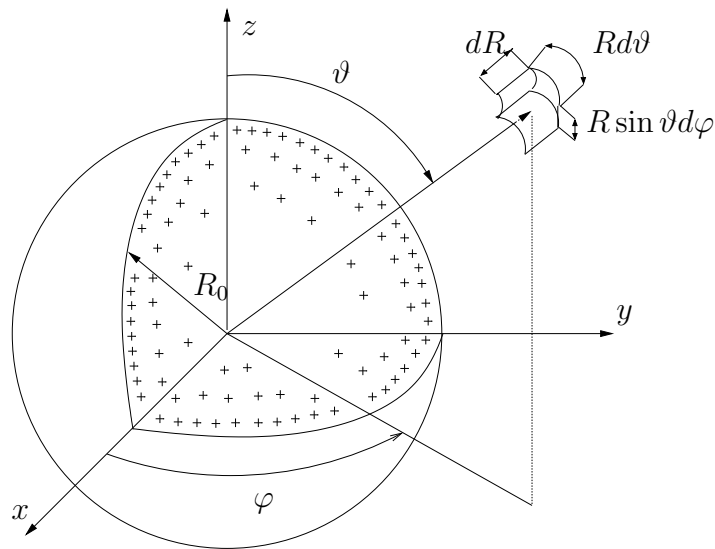


Figure 1: Kugelsymmetrische Raumladungsverteilung

- Bestimmen Sie die elektrische Flußdichte $\underline{\mathbf{D}}(\mathbf{R})$.
- Bestimmen Sie die elektrische Feldstärke $\underline{\mathbf{E}}(\mathbf{R})$.
- Skizzieren Sie die Raumladungsdichte ($\varrho_e(R)$), die Flußdichte ($\underline{\mathbf{D}}(R)$) und die elektrische Feldstärke ($\underline{\mathbf{E}}(R)$) für $0 \leq R \leq 2R_0$.

Aufgabe 18

Gegeben sei die Kugelschale \mathcal{S} mit dem Innenradius R_1 und dem Außenradius R_2 , die um den Ursprung zentriert ist.

In dieser Kugelschale herrsche die elektrische Flußdichte

$$\underline{\mathbf{D}}(\mathbf{R}) = \varrho_0 \left(\frac{R}{3} - \frac{R_0^2}{R} \right) \sin \vartheta \mathbf{e}_r + \varrho_0 \left(\frac{R}{3} - \frac{R_0^2}{R} \right) \cos \vartheta \mathbf{e}_z$$

$$\underline{\mathbf{D}}(\mathbf{R}) = \varrho_0 \left(\frac{R}{3} - \frac{R_2^2}{R} \right) \mathbf{e}_R \quad .$$

- Fertigen Sie eine Skizze des Problems an.
- Berechnen Sie die elektrische Raumladungsdichteverteilung $\varrho_e(R)$ in der Kugelschale.
- Welchen Wert hat die elektrische Raumladungsdichte $\varrho_e(R)$ auf der äußeren Kugeloberfläche bei $R = R_2$?
- Bestimmen Sie die elektrische Gesamtladung Q_e der Kugelschale \mathcal{S} .