

Übung 6

Aufgabe 19

Gegeben sind zwei Punktladungen mit dem Abstand a . Für die Raumladungsdichte soll gelten:

$$\varrho_e(\underline{\mathbf{R}}) = 2 Q \delta(\underline{\mathbf{R}} - a\underline{\mathbf{e}}_x) - Q \delta(\underline{\mathbf{R}}) \quad .$$

Diese ist in das Vakuum eingebettet.

- Fertigen Sie eine Skizze der Raumladungsverteilung an.
- Bestimmen Sie das elektrostatische Potential im Vakuum durch explizite Auswertung des Coulomb-Integrals:

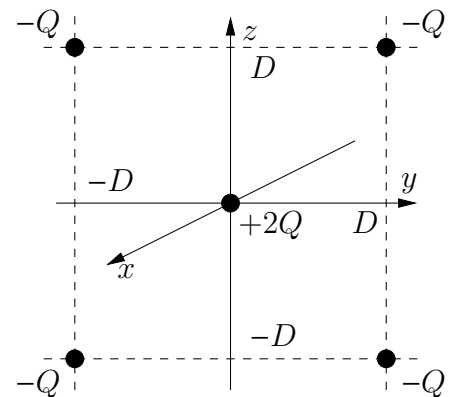
$$\Phi_e(\underline{\mathbf{R}}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{-\infty}^{\infty} \frac{\varrho_e(\underline{\mathbf{R}}')}{|\underline{\mathbf{R}} - \underline{\mathbf{R}}'|} d^3\underline{\mathbf{R}}'$$

- Betrachten Sie die xz -Ebene mit $y = 0$ und zeigen Sie, dass die Äquipotentiallinie für $\Phi(x, z) = 0$ ein Kreis ist. Bestimmen Sie die Parameter dieses Kreises.

Aufgabe 20

Gegeben sei die in der Abbildung dargestellte Verteilung elektrischer Punktladungen.

- Beschreiben Sie die elektrische Raumladungsdichte mathematisch.
- Berechnen Sie das elektrische Dipolmoment der Ladungsverteilung.
- Berechnen Sie das elektrische Quadrupolmoment der Ladungsverteilung.



Aufgabe 21

Gegeben ist ein Zylinderkondensator mit:

$$Z = \{(r, \varphi, z) | r \in [0, 25\text{m}, 0, 5\text{m}], \varphi \in [0, 2\pi [, z \in \mathbb{R}\}$$

- a) Bestimmen Sie das elektrische Potential $\Phi_e = \Phi_e(r)$ für das gilt:

$$\Phi_e(0, 25\text{m}) = 3\text{V} \quad \Phi_e(0, 5\text{m}) = 0$$

- b) Bestimmen Sie die elektrische Feldstärke $\underline{\mathbf{E}}$ in Z .

- c) Bestimmen Sie die elektrische Spannung U_e zwischen $r = 0, 25\text{m}$ und $r = 0, 5\text{m}$.

Hinweis: Es gilt die Laplace-Gleichung:

$$\Delta\Phi = 0 \quad .$$

Aufgabe 22 (Spiegelungsmethode)

Gegeben ist eine elektrostatische Punktladung mit der Gesamtladung Q_e bei $\underline{\mathbf{R}}_1 = a\underline{\mathbf{e}}_z$, mit $a > 0$.

Der Halbraum $z \leq 0$ sei ideal elektrisch leitend und geerdet ($\Phi_e = 0$).

- a) Skizzieren Sie die Anordnung und die Feldlinien des elektrischen Feldes.
- b) Bestimmen Sie das skalare elektrische Potential mittels der Spiegelungsmethode.
- c) Bestimmen Sie die elektrische Feldstärke $\underline{\mathbf{E}}$.
- d) Bestimmen Sie für die Spiegelungsebene bei $z = 0$ die Tangentialvektoren der elektrischen Feldstärke $\underline{\mathbf{E}}_{\text{tan}} = \underline{\mathbf{n}} \times \underline{\mathbf{E}}$ und $\underline{\mathbf{E}}_t = (\underline{\mathbf{I}} - \underline{\mathbf{n}}\underline{\mathbf{n}}) \cdot \underline{\mathbf{E}}$.
Erklären Sie das Ergebnis!