

**Numerical Methods of
Electromagnetic Field Theory I (NFT I)
Numerische Methoden der
Elektromagnetischen Feldtheorie I (NFT I) /**

Exercise 2 / Übung 2

Dr.-Ing. René Marklein

marklein@uni-kassel.de

<http://www.tet.e-technik.uni-kassel.de>

<http://www.uni-kassel.de/fb16/tet/marklein/index.html>

Universität Kassel
Fachbereich Elektrotechnik / Informatik
(FB 16)
Fachgebiet Theoretische Elektrotechnik
(FG TET)
Wilhelmshöher Allee 71
Büro: Raum 2113 / 2115
D-34121 Kassel

University of Kassel
Dept. Electrical Engineering / Computer
Science (FB 16)
Electromagnetic Field Theory
(FG TET)
Wilhelmshöher Allee 71
Office: Room 2113 / 2115
D-34121 Kassel

Problem 5 / Aufgabe 5

Given is / $c = c_0 = 3 \times 10^8$ m/s
Gegeben ist $f_0 = 10$ GHz

- Calculate the wavelength λ . / Berechne die Wellenlänge λ .
- Calculate Δx for $G = 20$. / Berechne Δx für $G = 20$.
- Calculate Δt_{\max} for the above Δx in 1-D, 2-D, and 3-D case. / Berechne Δt_{\max} für das oben bestimmte Δx im 1D-, 2D- und 3-Fall.
- Calculate the sampling frequency in space and time. / Berechne die Abtastfrequenz im Raum und in der Zeit

Solution / Lösung:

$$\lambda = \frac{c_0}{f_0} = \frac{3 \times 10^8}{10 \times 10^9} \text{ m} = 0.03 \text{ m} = 3 \text{ cm}$$

$$\Delta x = \frac{\lambda}{G} = \frac{\lambda}{20} = \frac{0.03}{20} \text{ m} = 0.0015 \text{ m} = 1.5 \text{ mm}$$

$$1\text{-D} / 1\text{D}: \Delta t_{\max} = \frac{\Delta x}{c_0} = \frac{0.0015}{3 \times 10^8} \text{ s} = 0.0005 \times 10^{-8} = 5 \times 10^{-12} = 5 \text{ ps}$$

$$2\text{-D} / 2\text{D}: \Delta t_{\max} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\Delta x}{c_0} = \frac{1}{\sqrt{2}} 5 \text{ ps} \approx 3.54 \text{ ps}$$

$$3\text{-D} / 3\text{D}: \Delta t_{\max} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\Delta x}{c_0} = \frac{1}{\sqrt{3}} 5 \text{ ps} \approx 2.89 \text{ ps}$$

Problem 5 / Aufgabe 5 (...)

1-D / 1D: $\Delta t_{\max} = 5 \text{ ps}$

$$f = \frac{1}{\Delta t_{\max}} = \frac{1}{5 \text{ ps}} = 0.2 \times 10^{12} \frac{1}{\text{s}} = 200 \text{ GHz}$$

$$f_{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x} = \frac{1}{1.5 \text{ mm}} = 0.6\bar{6} \times 10^3 \frac{1}{\text{m}} = 66\bar{6} \times 10^6 \frac{1}{\text{m}}$$

2-D / 2D: $\Delta t_{\max} = 3.54 \text{ ps}$

$$f = \frac{1}{\Delta t_{\max}} = \frac{1}{3.54 \text{ ps}} = 0.282 \times 10^{12} \frac{1}{\text{s}} = 282 \text{ GHz}$$

$$f_{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x} = \frac{1}{1.5 \text{ mm}} = 0.6\bar{6} \times 10^3 \frac{1}{\text{m}} = 66\bar{6} \times 10^6 \frac{1}{\text{m}}$$

3-D / 3D: $\Delta t_{\max} = 2.89 \text{ ps}$

$$f = \frac{1}{\Delta t_{\max}} = \frac{1}{2.89 \text{ ps}} = 0.346 \times 10^{12} \frac{1}{\text{s}} = 346 \text{ GHz}$$

$$f_{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x} = \frac{1}{1.5 \text{ mm}} = 0.6\bar{6} \times 10^3 \frac{1}{\text{m}} = 66\bar{6} \times 10^6 \frac{1}{\text{m}}$$

Problem 6 / Aufgabe 6 (...)

$\hat{\Delta}t = 1.0$ stable / stabil

$\hat{\Delta}t = 0.5$ stable / stabil

$\hat{\Delta}t = 1.01$ instable / instabil