

Axel Siemon

Qualitative und quantitative Analysen  
der linearen und nichtlinearen Schadensakkumulationshypothesen  
unter Einbeziehung der statistischen Versuchsplanung

Die vorliegende Arbeit wurde vom Fachbereich Maschinenbau der Universität Kassel als Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.) angenommen.

Erster Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Bernd Klein

Zweiter Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Franz Tikal

Prüfer: Prof. Dr.-Ing. habil. Berthold Scholtes  
Prof. Dr.-Ing. Hans Martin

Tag der mündlichen Prüfung

21. Dezember 2006

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar

Zugl.: Kassel, Univ., Diss. 2006

ISBN 978-3-89958-350-2

URN: urn:nbn:de:0002-3501

© 2008, kassel university press GmbH, Kassel  
[www.upress.uni-kassel.de](http://www.upress.uni-kassel.de)

Druck und Verarbeitung: Unidruckerei der Universität Kassel  
Printed in Germany

## **Vorwort**

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner dreijährigen Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter im Fachgebiet für Leichtbau-Konstruktion, Fachbereich Maschinenbau an der Universität Kassel.

An dieser Stelle gilt mein besonderer Dank Herrn Professor Dr.-Ing. Bernd Klein, dem Leiter des Fachgebietes für Leichtbau-Konstruktion, für die vielfältige Unterstützung und Betreuung sowie der Gewährung der notwendigen experimentellen Freiräume, die zur Entstehung dieser Arbeit beitrugen.

Weiterhin möchte ich meinen Dank Herrn Professor Dr.-Ing. Franz Tikal für sein Interesse an meiner Arbeit und die Übernahme des Koreferates aussprechen.

Zugleich danke ich Herrn Professor Dr.-Ing. habil. Berthold Scholtes und Herrn Professor Dr.-Ing. Hans Martin für die Beteiligung am Promotionsverfahren.

Für den vielfachen Ansporn und die fachliche Unterstützung im Bereich der experimentellen Versuchsdurchführung an der Hydropulsanlage im Technikum für Leichtbau-Konstruktion möchte ich mich besonders bei Herrn Dipl.-Ing. Karl-Ludwig Tondera bedanken.

Mein Dank gilt allen Mitarbeitern des Fachgebietes für Leichtbau-Konstruktion für die sehr gute Arbeitsatmosphäre, besonders Frau Marina Winter für die grammatikalische Unterstützung.

Ferner danke ich allen Studien- und Diplomarbeitern für ihre Unterstützung und Ausdauer.

Nicht zuletzt und mit besonderem Nachdruck bedanke ich mich bei meiner Familie, meinen Eltern August und Elfriede, meiner Frau Bettina und meinen Kindern Christopher und Juliana, für Ihre Förderung und Unterstützung auf meinem Weg.

Kassel, im November 2006

Axel Siemon

---

---

---

## Inhaltsverzeichnis

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung .....</b>  | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Einführung in die Lebensdauerberechnung .....</b>   | <b>4</b>  |
| 2.1      | Grundlegende statische und dynamische Bauteilbemessung .....   | 4         |
| 2.1.1    | <i>Klassifikation der statischen Bauteilbemessung .....</i>  | <i>4</i>  |
| 2.1.2    | <i>Klassifikation der dynamischen Bauteilbemessung .....</i>   | <i>7</i>  |
| 2.1.3    | <i>Konzeptionelle Bauteilbemessung.....</i>  | <i>10</i> |
| 2.2      | Dynamische Bauteilbelastung und Bauteilbeanspruchung.....  | 13        |
| 2.3      | Kennfunktion der dynamischen Beanspruchbarkeit.....  | 16        |
| 2.4      | Lokalisierung der Lebensdauerberechnung und Stand der Technik nach der FKM-Richtlinie .....          | 20        |
| 2.5      | Offene Fragen zur Lebensdauerberechnung .....  | 26        |
| <b>3</b> | <b>Einführung in die Schadensakkumulation.....</b>   | <b>28</b> |
| 3.1      | Allgemeines Vorgehen zur Lebensdauerabschätzung mittels Schadensakkumulation .....                   | 28        |
| 3.2      | Modifikationen der linearen Schadensakkumulationshypothese .....                                     | 31        |
| 3.3      | Ausgewählte nichtlineare Schadensakkumulationsvorschriften.....                                      | 36        |
| 3.3.1    | <i>Mathematisches Vorgehen bei nichtlinearer Akkumulationsvorschrift ..</i>                          | <i>37</i> |
| 3.3.2    | <i>Nichtlinearer Akkumulationsansatz nach MARCO und STARKEY .....</i>                                | <i>39</i> |
| 3.3.3    | <i>Nichtlinearer Akkumulationsansatz nach SUBRAMANYAN.....</i>                                       | <i>40</i> |
| 3.3.4    | <i>Nichtlinearer Akkumulationsansatz nach HASHIN.....</i>  | <i>41</i> |
| 3.3.5    | <i>Nichtlinearer Akkumulationsansatz nach ELLYIN.....</i>  | <i>41</i> |
| 3.3.6    | <i>Nichtlinearer Akkumulationsansatz nach MANSON .....</i>   | <i>42</i> |
| 3.3.7    | <i>Modifizierter nichtlinearer Akkumulationsansatz nach MANSON.....</i>                              | <i>43</i> |
| 3.4      | Offene Fragen zur linearen und nichtlinearen Schadensakkumulation .....                              | 44        |
| <b>4</b> | <b>Treffericherheitsanalysen ausgewählter Schadensakkumulationshypothesen</b>                        | <b>48</b> |
| 4.1      | Mathematische Berücksichtigung der Treffericherheit und Streuung .....                               | 49        |
| 4.2      | Auswahl experimenteller Versuchsergebnisse für die Treffericherheitsanalysen                         | 51        |
| 4.3      | Hypothesenauswahl für die Treffericherheitsanalysen .....  | 53        |
| 4.4      | Grundanalyse linearer und nichtlinearer Schadensakkumulationshypothesen.                             | 54        |
| 4.5      | Schwerpunktanalyse der nichtlinearen Schadensakkumulationshypothesen ...                             | 57        |
| 4.6      | Qualitativer Erkenntnisgewinn der Treffericherheitsanalysen.....                                     | 61        |
| <b>5</b> | <b>Statistische Versuchsplanung im Einsatzbereich von Lebensdauerersuchen</b>                        | <b>63</b> |
| 5.1      | Einführung in die statistische Versuchsplanung (DoE).....  | 64        |
| 5.2      | Bekannte technische Einsatzgebiete der statistischen Versuchsplanung.....                            | 72        |
| 5.3      | Analysemöglichkeiten von DoE bei experimentellen Lebensdauerersuchen.                                | 73        |
| <b>6</b> | <b>Experimentelle mehrstufige Lebensdauerersuchungen mittels statistischer Versuchsplanung .....</b> | <b>77</b> |

---

|       |   |      |
|-------|---|------|
| 6.1   | Zug-Druck-Wechselfestigkeitsuntersuchungen an taillierten Flachproben .....                   | 78   |
| 6.1.1 | <i>Proben- und Beanspruchungswahl</i> .....   | 78   |
| 6.1.2 | <i>Versuchsaufbau und Versuchsbeschreibung</i> .....  | 79   |
| 6.1.3 | <i>Versuchsplanung der experimentellen Untersuchungsreihen</i> .....                          | 81   |
| 6.1.4 | <i>Statistische Analyse der experimentellen Versuchsergebnisse</i> .....                      | 82   |
| 6.1.5 | <i>Erkenntnisgewinn der Wechselfestigkeitsuntersuchungen an taillierten Flachproben</i> ..... | 85   |
| 6.2   | Zug-Druck-Wechselfestigkeitsuntersuchungen an Rundproben .....                                | 86   |
| 6.2.1 | <i>Proben- und Beanspruchungswahl</i> .....   | 86   |
| 6.2.2 | <i>Versuchsaufbau und Versuchsbeschreibung</i> .....  | 87   |
| 6.2.3 | <i>Versuchsplanung der experimentellen Untersuchungsreihen</i> .....                          | 88   |
| 6.2.4 | <i>Statistische Analyse der experimentellen Versuchsergebnisse</i> .....                      | 89   |
| 6.2.5 | <i>Erkenntnisgewinn der Zug-Druck-Wechselfestigkeitsuntersuchungen an Rundproben</i> .....    | 92   |
| 6.3   | Zentrische Biege-wechselfestigkeitsuntersuchungen an gekerbten Flachproben                    | 94   |
| 6.3.1 | <i>Proben- und Beanspruchungswahl</i> .....   | 94   |
| 6.3.2 | <i>Versuchsaufbau und Versuchsbeschreibung</i> .....  | 96   |
| 6.3.3 | <i>Versuchsplanung der experimentellen Untersuchungsreihen</i> .....                          | 98   |
| 6.3.4 | <i>Statistische Analyse der experimentellen Versuchsergebnisse</i> .....                      | 99   |
| 6.3.5 | <i>Erkenntnisgewinn der zentrischen Biege-wechselfestigkeitsuntersuchungen</i> .....          | 102  |
| 6.4   | Exzentrische Biege-wechselfestigkeitsuntersuchungen an gekerbten Flachproben .....            | 103  |
| 6.4.1 | <i>Proben- und Beanspruchungswahl</i> .....   | 103  |
| 6.4.2 | <i>Versuchsaufbau und Versuchsbeschreibung</i> .....  | 104  |
| 6.4.3 | <i>Versuchsplanung der experimentellen Untersuchungsreihen</i> .....                          | 106  |
| 6.4.4 | <i>Statistische Analyse der experimentellen Versuchsergebnisse</i> .....                      | 107  |
| 6.4.5 | <i>Erkenntnisgewinn der exzentrischen Biege-wechselfestigkeitsuntersuchungen</i> .....        | 110  |
| 7     | <b>Zusammenfassung und Ausblick</b> .....   | 112  |
| 8     | <b>Abbildungsverzeichnis</b> .....  | 116  |
| 9     | <b>Tabellenverzeichnis</b> .....  | 118  |
| 10    | <b>Nomenklatur/Formelzeichen</b> .....  | 119  |
| 11    | <b>Quellenverzeichnis</b> .....   | 125  |
| 11.1  | Literaturverzeichnis .....  | 125  |
| 11.2  | Verzeichnis der Normen, Richtlinien und Vorschriften .....                                    | 133  |
| 12    | <b>Anhang</b> .....   | A 1  |
| 12.1  | Anhang der Treffsicherheitsanalysen .....   | A 1  |
| 12.2  | Anhang der mehrstufigen Lebensdaueruntersuchungen .....                                       | A 10 |

## **1 Einleitung**

Bereits vor über 100 Jahren veröffentlichte das Königliche Materialprüfungsamt der technischen Hochschule Berlin in seiner Denkschrift zur Eröffnung als Ziele für die Zukunft /10/: „Die Förderung und Verbreitung der Kenntnis von den Materialprüfungen ist nachdrücklicher als bisher zu betreiben. Die Grundlagen für die immer vollkommenere technische Ausnutzung der uns von der Natur gebotenen Rohstoffe sind ständig zu erweitern. Das Amt muss durch seine Forschung die Umwandlung der Rohstoffe in unseren technischen Betrieben vervollkommen helfen, so dass der wirtschaftliche Gewinn immer größer, der Verlust an nutzlosem Abfall und an nutzloser Arbeit immer kleiner, die Leistung der erzeugten Materialien beim Verbrauch oder in unseren Konstruktionen immer ergiebiger wird.“

Die Grundzüge und erste Veröffentlichungen über Dauerversuche wurden bereits 1863 vom deutschen Ingenieur August WÖHLER (1819-1914) in der Zeitschrift für Bauwesen publiziert. Die Weiterführung der Wöhlerversuche wurde im Jahre 1870 der Königlichen Technischen Versuchsanstalt zu Berlin übertragen, welche 1874 und 1875 in der Zeitschrift für Bauwesen „über das Verhalten der Metalle bei wiederholten Anstrengungen“ berichtete /10/. Aus diesen Erkenntnissen über Dauerversuche ging hervor, dass es bei vielen Werkstoffen eine Beanspruchungsgrenze gibt, unterhalb der keine Brüche mehr auftreten und die mit Dauerfestigkeit bezeichnet wird. Die meisten technischen Konstruktionen sind während ihres Einsatzes Belastungen ausgesetzt, deren Größe sich mit der Zeit zufallsartig ändert. In diesen Fällen würde eine statische Bemessung ein unzulässig hohes Risiko bedeuten, während eine dauerfeste Bemessung zu mehr oder weniger großen Festigkeitsreserven, damit zu unwirtschaftlicher Werkstoffverwendung und zu unvorteilhaft hohem Gewicht führen würde /13/.

Die Gestaltung und Dimensionierung von Bauteilen erfolgt grundlegend im Hinblick auf ihr späteres Einsatzgebiet. Eine standardisierte Berechnungsvorschrift unterscheidet zum einen nach statischer oder dynamischer Belastung und zum anderen nach dem Bewertungsverfahren mittels Nennspannungen oder örtlichen Spannungen, welches die gebräuchlichsten Verfahren sind.

Bauteilversagen ist in der überwiegenden Anzahl von Fällen auf dynamisch wirkende Belastungen (Kräfte, Momente, Temperaturschwankungen) zurückzuführen, wodurch erhöhte Beanspruchungen (Spannungen, Dehnungen) initiiert werden, welche zu

Ermüdungsrissen und schließlich zum Bruch führen. Die Größe der ertragbaren Belastbarkeit ist von vielzahligen Einflussparametern abhängig, welche in der Praxis selten konstant auf ein Bauteil einwirken.

Statische und dynamische Belastungen treten in den unterschiedlichsten Formen auf. Beispielsweise sind Baukräne nicht nur statischen Belastungen des Hebens und Absetzens von schweren Lasten ausgesetzt, sondern darüber hinaus noch dynamischen Schwankungen durch Wind und auch zusätzlich durch korrosive Medien. Der statische Festigkeitsnachweis einer Konstruktion allein würde in der Regel nicht ausreichen, um ein Bauteilversagen zu verhindern.

Pflicht und Ziel muss es allgemein sein, ein nach dem Stand der Technik statisch und dynamisch ausgelegtes Bauteil (bzw. Bauteilgruppe) zu dimensionieren, welches eine hohe Sicherheit gegen Versagen und gleichzeitig eine hohe Wirtschaftlichkeit aufweist. Das Bemühen der Ingenieure schwingbelastete Bauteile so zu bemessen, dass die Lebensdauer eines Produktes der berechneten Nutzungsdauer so genau wie möglich entspricht, unterliegt dem Konzept der Betriebsfestigkeitsrechnung. Hierbei wird bei dynamischen Belastungen eine resultierende dynamische Beanspruchung mit einer zulässigen dynamischen Beanspruchbarkeit mathematisch verknüpft. Durch die mathematische Gegenüberstellung von Beanspruchung (Amplitudenkollektiv) und Beanspruchbarkeit (Wöhlerlinie) mittels Schadensakkumulationshypothesen kann ein Bauteil schwingfest bemessen werden. Die Teileinflüsse aus Beanspruchung, Beanspruchbarkeit und Schädigungsrechnung (Schadensakkumulationshypothese) bestimmen die rechnerische Treffsicherheit bei der Lebensdauerberechnung. Diese mathematischen Hypothesen, die so genannten Schadensakkumulationshypothesen werden zur Lebensdauerberechnung und -vorhersage von Bauteilen eingesetzt. Ihre wissenschaftliche Aussagekraft wird von der Treffsicherheit zwischen theoretischen und experimentellen Untersuchungsergebnissen untermauert und ist entscheidend von der Art der mathematischen Akkumulationsvorschrift abhängig.

Zielsetzung dieser Forschungsrichtung ist es, den Konstrukteuren verbesserte Vorhersageansätze für eine Lebensdauerabschätzung unter Berücksichtigung des Reihenfolgeeffektes der Beanspruchungen an die Hand zu geben. In letzter Zeit haben sich durch die Verwendung von exponentiellen Schädigungsansätzen nennenswerte Verbesserungen zur bekannten linearen PALMGREN-MINER-Hypothese (kurz MINER-Hypothese) ergeben. Insbesondere wird angestrebt, dass unter verschiedenen Beanspruchungsarten, für z.B. axiale Zug-Druck-Beanspruchung, Biege- und Torsionsbeanspruchung, die Treffsicherheit der zu



bemessenden Bauteile mit hoher statistischer Sicherheit vorhersagt werden kann. Theoretische Ansätze müssen hierzu auf ihre Treffsicherheit analysiert werden und die beteiligten Kenn- und Einflussgrößen qualitativ und quantitativ ermittelt werden.

Diese Arbeit konzentriert sich dabei auf die Grundlage der nichtlinearen Schadensakkumulationshypothesen und deren Treffsicherheit für mehrstufige experimentelle Schwingfestigkeitsuntersuchungen. Einleitend wird der zentrale Begriff der Lebensdauerberechnung lokalisiert. Technische Grundlagen der statischen und dynamischen Lebensdauerberechnung werden nach dem „Stand der Technik“ erörtert. Ein Überblick über diverse lineare und nichtlineare Schadensakkumulationsvorschriften leitet die Schwerpunktthematik ein und findet in einer anschließenden umfassenden Treffsicherheitsanalyse erste qualitative Ergebnisse. Unter Einbeziehung der statistischen Versuchsplanung (DoE) werden die Einflussparameter systematisch analysiert. Ziel der experimentellen Untersuchungen, zum Beweis der Nichtlinearität der akkumulierten Schädigungsvorgänge, ist die Ermittlung quantitativer Einflussgrößen für mehrstufige experimentelle Lebensdauerversuche. Differenzierte Schwingfestigkeitsuntersuchungen mittels statistischer Versuchsplanung verifizieren die Treffsicherheit und geben Aufschluss über die quantitativen Einflussgrößen. Die vorliegende Arbeit zeigt die qualitativen und quantitativen Einflussgrößen des nichtlinearen Schädigungsverhaltens zur Lebensdauerbemessung auf und analysiert schwerpunktmäßig die Reihenfolgeeffekte.

Ziel ist es, unter dem Aspekt der Treffsicherheit, die Einflussgrößen der Schadensakkumulation qualitativ zu analysieren. Mit Hilfe der statistischen Versuchsplanung werden hierzu qualitative und quantitative Effektgrößen in ausgewählten experimentellen Versuchsreihen dokumentiert. Der Wirkeinfluss der nichtlinearen Reihenfolgeeffekte unter Kollektivbeanspruchung wird hierdurch statistisch analysiert sowie qualitativ und quantitativ bewertet werden.

Die Zusammenfassung schließt die Untersuchung.

## 2 Einführung in die Lebensdauerberechnung

### 2.1 Grundlegende statische und dynamische Bauteilbemessung

Jede Art von Bauteilbelastung verlangt ein systematisches Vorgehenskonzept zur Analyse der Nutzungsdauer für dieses Bauteil. Hierbei werden in der Bauteilanalyse die Merkmale Größe/Form, Oberfläche und Werkstoff beschrieben. In der Beanspruchungsanalyse werden die äußeren Beanspruchungen aus statischen, periodischen und regellosen Lasten charakterisiert. Bei der anschließenden Nutzungsdaueranalyse (Schädigungsrechnung) geht es darum festzustellen, wie oft ein Bauteil eine bestimmte Beanspruchung ertragen kann /14/.

Ein funktionsgerechtes Bauteil weist u.a. eine optimale Konstruktion, Werkstoffauswahl und Fertigung auf und zeigt eine umfassende rechnerische und experimentelle Beanspruchungsanalyse. Solch ein Bauteil beinhaltet eine fachgerechte Dimensionierung im Vergleich mit geeigneten Werkstoffkennwerten und eine Festigkeitsprüfung mit normativem Bezug.

#### 2.1.1 Klassifikation der statischen Bauteilbemessung

Statisch beanspruchte Bauteile werden in den überwiegenden Fällen nach dem Nennspannungskonzept ausgelegt. Hierbei wird je nach der mechanischen Grundbeanspruchungsart (Zug-Druck, Biegung, Schub oder Torsion) ein Beanspruchungslastfall auch in Kombination definiert, welcher gegenüber einer zulässigen Beanspruchungsgröße verglichen wird. Zulässige statische Beanspruchungen basieren auf dem Festigkeitswert der Zugfestigkeit  $R_m$  bzw. der Streckgrenze  $R_e$  jedes Werkstoffes. Je nach Grundbeanspruchungsart werden die zulässigen Höchstwerte aus der Zugfestigkeit  $R_m$  bzw. der Streckgrenze  $R_e$  rechnerisch reduziert.

Die FKM-Richtlinie „Statischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile auf der Grundlage örtlicher Grenzdehnungen“ /N31/ konkretisiert die Dimensionierung bei statischer Beanspruchung. Hierin werden die bisher zu konservativen statischen Festigkeitsnachweise verbessert. Beim statischen Festigkeitsnachweis sind nach der Erfahrung mit duktilen Werkstoffen Teilplastizierungen des kritischen Bauteilquerschnittes zulässig, ohne dass Versagen zu befürchten ist. Bei der Nachweisführung mit Nennspannungen braucht der Anwender hierzu keine gesonderten Überlegungen anzustellen, denn die Plastizierung ist im Nennspannungskonzept enthalten. Anders verhält es sich bei

der Nachweisführung mit örtlichen Spannungen, die infolge zunehmend komplizierterer Bauteilformen und der Verfügbarkeit moderner Berechnungsmöglichkeiten (Finite-Elemente-Methode FEM) ständig an Bedeutung gewinnt. Durch die Erfassung der Werkstoffverfestigung mittels Idealisierung der Stoffgesetze auf Basis der erhöhten Streckgrenze mit  $\sigma_{zul.} = (R_p + R_m) / 2$  und die Einführung eines werkstoffspezifischen (Brucheinschnürung basierend) ertragbaren Dehnungswertes können Rechnung und Versuch in eine bessere Übereinstimmung gebracht werden /N31/.

Für die statische Bemessung von Bauteilen ist der Zugversuch der wichtigste Versuch zur Ermittlung von mechanischen Kennwerten von Werkstoffen. Der Zugversuch für metallische Werkstoffe ist in DIN EN 10002 /N30/ beschrieben. Aus dem Zugversuch gewinnt man zahlreiche wichtige Werkstoff-Kennwerte (u.a. Festigkeits- und Dehnungsverhalten). Obwohl im Zugversuch nur das Werkstoffverhalten mit einachsigen Zugbelastungen untersucht wird, können seine Ergebnisse oft auch auf andere Belastungsarten (z.B. Scherbelastung) oder mehrachsige Belastungen übertragen werden.

Die mit dem Zugversuch gemäß DIN EN 10002 /N30/ ermittelten Kennwerte finden sowohl in der Werkstoffentwicklung, bei der Bemessung statisch beanspruchter Bauteile als auch in der Qualitätssicherung Anwendung. Der Kennwert der Zugfestigkeit  $R_m$  oder der Streckgrenze  $R_e$  wird ferner zur Bezeichnung der Werkstoffe (z.B. Schrauben) eingesetzt.

Aus der aufgebrachten Kraft und der resultierenden Längenänderung eines Normstabes wird die Spannungs-Dehnungs-Kurve des Werkstoffs ermittelt. Die Spannung  $\sigma$  wird berechnet über die Beziehung

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \quad [\text{MPa}] \quad \text{mit} \quad \sigma \quad \text{Spannung,}$$

$F$  Zugkraft,

$A_0$  Ausgangsquerschnitt der Probe.

Die Nenndehnung  $\varepsilon$  ist definiert als die gemessene Längenänderung der Probe bezogen auf die Anfangslänge  $L_0$ :

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0} \quad \left[ \frac{\text{mm}}{\text{mm}} \right]$$

mit  $\varepsilon$  Dehnung,  
 $\Delta L$  Längenänderung,  
 $L$  Länge zum Messende,  
 $L_0$  Ausgangslänge der Probe.

---

Es ergeben sich für die metallischen Werkstoffe typische grafische Zusammenhänge, die in Abb. 2.1 dargestellt sind.

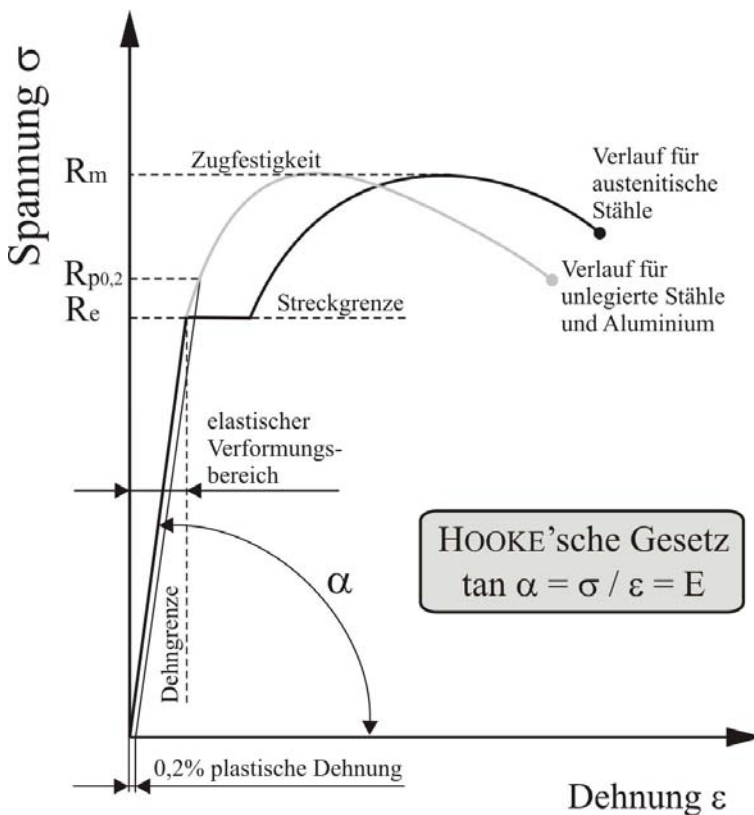


Abb. 2.1: Kenngrößen des Zugversuchs modifiziert nach /9/

Hierin ist insbesondere der lineare Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung bis zur Dehngrenze, dem HOOKE'sche Gesetz (Robert HOOKE 1635-1703) von wesentlicher Bedeutung für die Konstruktion. Der hieraus ermittelte E-Modul stellt für metallische Werkstoffe eine wichtige Konstante dar, da er ein Maß für den Widerstand gegen reversible Verformung ist (Werkstoffsteifigkeit). Im elastischen Bereich besteht zwischen Spannung  $\sigma_{el}$  und Dehnung  $\epsilon_{el}$  ein linearer Zusammenhang, der mithilfe der elastischen Konstanten E als so genanntes HOOKE'sches Gesetz bei einachsiger Beanspruchung angegeben werden kann /8/:

$$\sigma = E \cdot \epsilon.$$

Die statischen Werkstoffeigenschaften werden sehr früh im Entwicklungsprozess an genormten Probekörpern mit etablierten Prüflingen /N32, N33/ ermittelt. Sie dienen bereits in der Konstruktionsphase zur Auswahl eines Werkstoffes, um das zu konstruierende Bauteil anhand der zu erwartenden statischen Beanspruchungen während des Betriebes auf diese Weise möglichst optimal zu dimensionieren. Das am häufigsten angewandte Prüfverfahren

statisch beanspruchter Bauteile ist sicherlich der Zugversuch /N30/. Darüber hinaus ergeben sich genormte statische Prüfverfahren für Druckversuche /N34/, Scherversuche /N57/, Zeitstandversuche /N35/ aber auch statische Prüfungen für Kautschuke, Elastomere /N36/, Klebstoffe /N59-N62/, Kernverbunde /N63-N68/ und für Schweißnähte /N37, N58/, um nur die geläufigsten zu nennen.

### *2.1.2 Klassifikation der dynamischen Bauteilbemessung*

Schwingend beanspruchte Bauteile müssen nach anderen Kriterien gestaltet und mithilfe anderer Beanspruchungsgrößen und Werkstoffkennwerte berechnet werden als Bauteile, die nur statischer Belastung unterliegen. Dabei beinhaltet der Begriff der Schwingbeanspruchung im Allgemeinen alle zeitlich beliebig veränderlichen, sowohl regelmäßige wie auch regellose Beanspruchungs-Zeit-Funktionen. Ausreichend niedrige Schwingbeanspruchungen können von einem Werkstoff unendlich oft ohne Bruch ertragen werden. Die Beanspruchungsgrenze, die hierfür maßgeblich ist, wird Dauerfestigkeit genannt. Die Dauerfestigkeit liegt aber für metallische Werkstoffe relativ niedrig. Deshalb müssen in der Mehrzahl der Fälle aus technischen und wirtschaftlichen Gründen Betriebsbeanspruchungen oberhalb dieser Grenze zugelassen werden. Wird die Dauerfestigkeit durch die Beanspruchungen überschritten, hat das Bauteil nur eine endliche Lebensdauer /19/.

Die charakterisierenden Begriffe unter schwingender Beanspruchung sind weitestgehend in der DIN 50100 /N38/ festgelegt. In der *Abb. 2.2* ist ein allgemeiner Spannungsverlauf mit seinen beschreibenden Größen aufgezeigt /14/.

Eine häufig genutzte Größe zur Kennzeichnung der Lage der Mittelspannung ist das Spannungsverhältnis

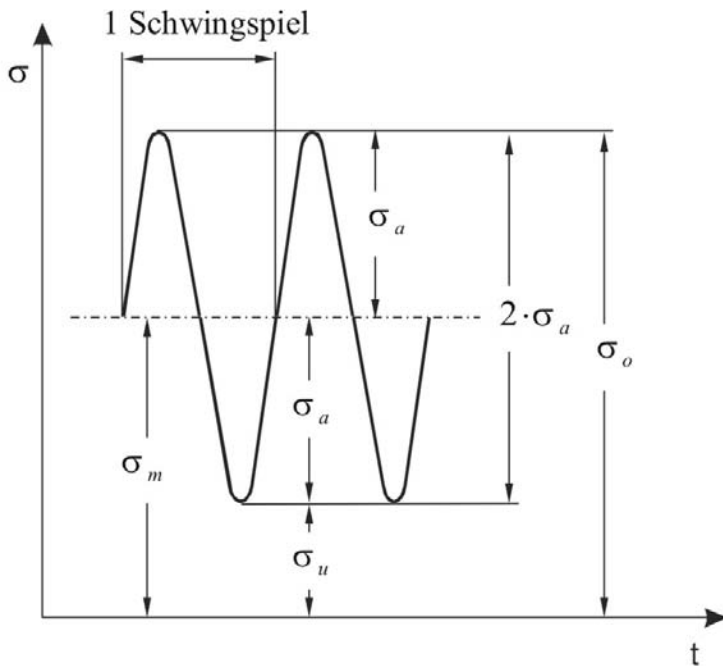
$$R = \frac{\sigma_u}{\sigma_o}.$$

In der praktischen Anwendung liegt der statische Lastfall äußerst selten vor. Definiert ist der statische Lastfall mit

$$\sigma_a = 0,$$

$$\sigma_m = \sigma_o \quad \text{und}$$

$$R = +1.$$



mit:

Mittelspannung  $\sigma_m$ Oberspannung  $\sigma_o$ Unterspannung  $\sigma_u$ Spannungsamplitude  $\sigma_a$ Schwingbreite  $2 \sigma_a$ 

**Abb. 2.2:** Kenngrößen der dynamischen Beanspruchung modifiziert nach /N38/

Eine Schwingbeanspruchung ist gekennzeichnet als eine periodische Schwingung, die um eine konstante Mittelspannung  $\sigma_m$  schwingt und einen konstanten Spannungsausschlag  $\sigma_a$  aufweist. Zwischen einer festen Oberspannung  $\sigma_o$  und einer festen Unterspannung  $\sigma_u$  verläuft ein Schwingspiel in doppelter Spannungsamplitude (Schwingbreite  $2 \cdot \sigma_a$ ). Zur Charakterisierung einer Schwingbeanspruchung wird das Spannungsverhältnis  $R$  definiert. Die geläufigsten Schwingbeanspruchungen sind die Wechselbeanspruchung und die Schwellbeanspruchung. Sie sind gemäß Spannungsverhältnis definiert mit

Wechselbeanspruchung:  $\sigma_m = 0$ ,  $\sigma_o = -\sigma_u$  und  $R = -1$ ,

Schwellbeanspruchung:  $\sigma_m = \sigma_a$ ,  $\sigma_o = 2 \cdot \sigma_a$ ,  $\sigma_u = 0$  und  $R = 0$ .

In der Praxis sind überwiegend dynamische Lastfälle anzutreffen. Hierbei sind die in einstufigen Schwingversuchen ermittelten Festigkeitskenngrößen der Dauerschwingfestigkeit  $\sigma_D$  (Dauerfestigkeit genannt) von großer Bedeutung. Man unterscheidet im Falle einer Mittelspannung  $\sigma_m = 0$  und definiert die Wechselfestigkeit  $\sigma_W$  und im Falle einer Mittelspannung  $\sigma_m = \sigma_a$ ,  $\sigma_u = 0$  die Schwellfestigkeit  $\sigma_{Sch}$  /25/.

Die rechnerische Dimensionierung (Lebensdauernachweis) für dynamisch belastete Maschinenbauteile steht in Abhängigkeit von Belastungs-, Werkstoff- und Kon-

struktionsdaten, wobei zwischen Zeit-, Dauer- und Betriebsfestigkeit unterschieden wird. Der Nachweis besteht darin, mit der Betriebsbelastung einen bestimmten Sicherheitsabstand zur ermittelten Bauteilfestigkeit einzuhalten /4/.

Bei der Konstruktion, Auslegung und Dimensionierung von schwingend beanspruchten Bauteilen ist eine Wechselfestigkeit, Dauerfestigkeit oder Betriebsfestigkeit nachzuweisen. Bei bekannten Werkstoffen gibt es bereits eine Kennfunktion der Beanspruchbarkeit, die so genannten Wöhlerlinien. Diese werden mittels Kerb-, Oberflächen- und Bauteilgrößenfaktoren zur Gestaltfestigkeits-Wöhlerlinie reduziert (vergl. *Kapitel 2.3*). Bei der Kurzzeitfestigkeit wird als Belastungsmaximum die Streck- oder Dehngrenze angenommen /56/.

Die Werkstoffstruktur dynamisch belasteter Bauteile verändert sich im Laufe der Nutzung. Die Fähigkeit des Werkstoffes, die Beanspruchungen elastisch und damit reversibel zu ertragen, wird geringer, der Werkstoff ermüdet und kommt zum Versagen /25/.

Die dynamischen Prüfungen zur Ermittlung der Ermüdungsfestigkeit verschiedenster Materialien mit regelmäßig wiederkehrenden Belastungsabläufen entsprechen jedoch selten den Beanspruchungen von in der Realität eingesetzten Bauteilen. Diese Beanspruchungen sind in ihrer Lasthöhe und -folge stochastisch über die Zeit verteilt, und die Bauteile selbst sind durch unterschiedlichste technische Kerben und Materialfehler hinsichtlich ihrer Lebensdauer keineswegs mit den genormten Probekörpern der Werkstoffprüfung zu vergleichen. Ferner werden Oberflächeneinfluss und Korrosion bei den standardisierten Versuchen nicht oder nur unzureichend berücksichtigt.

Am Ende der Entwicklungsphase erfolgt überwiegend der experimentelle Nachweis, und die Werkstoffeigenschaften werden am fertigen Bauteil bestätigt bzw. verifiziert. Besonders im Bereich des Verkehrswesens (Flugzeuge, Bahn, Automobile) ist die eigentliche Prüfung vor Inbetriebnahme des Produktes und die regelmäßige Überprüfung der sicherheitstechnischen Einrichtungen während der Nutzung in der Regel selbstverständlich und verpflichtend. /25/.

Dynamische beanspruchte Bauteile unterliegen definierten Normen und Prüfverfahren. Ausgehend von der FKM-Richtlinie /N5/ und genormten Tragfähigkeitsberechnungen /N21-N26, N55-N56/ (siehe Detailausführungen in *Kapitel 2.4*) beinhalten u.a. die Stahlbaunormen nach DIN 18800 /N54/, dem *Eurocode 3* /N52/ und *Eurocode 9* für Aluminiumbauten /N53/ besonderer normativer Weisung.

Ein im Maschinenbau etabliertes Prüfverfahren über Dauerschwingversuche wird nach DIN 50100 /N38/ beschrieben. Aber auch die Definition von Versuchen unter Axial-

beanspruchung /N44, N47/, unter Biegebeanspruchung /N39-N42, N45/ und Torsionsbeanspruchung /46/ ist normativ geregelt. Die geläufigsten genormten Prüfverfahren basieren auf metallische Werkstoffe /N69-N72/ und vereinheitlichten Probenformen, welche nach FKM /N28/ empfohlen werden. Hingegen sind auch werkstoffspezifische Prüfverfahren oder Sonderprüfverfahren z.B. für geschweißte Bauteile /N50-N51/ und Kunststoffe /N43/ zu benennen.

Häufig werden mögliche Defekte erst zu einem relativ späten Zeitpunkt (in der experimentellen Erprobungsphase) mittels Schadensanalyse /N27/ aufgezeigt, wodurch notwendige Umkonstruktionen mit hohem Aufwand und hohen Kosten verbunden sind. Die numerische Vorauslegung in der Betriebsfestigkeitsanalyse gewinnt durch den Einsatz geeigneter Berechnungssoftware somit immer mehr an Bedeutung. Der richtige Einsatz und das nötige Fachwissen eines FEM-basierenden numerischen Betriebsfestigkeitsanalyse-Tools sind erforderlich /24/.

Geläufige Berechnungsprogramme basieren auf den Grundkonzepten der Bauteilbemessung. Hierbei wird die Bauteilauslegung und -dimensionierung der statischen Festigkeit oder Ermüdungsfestigkeit nach dem Nennspannungskonzept bzw. dem örtlichen Konzept durch Unterstützung von FEM-Berechnungen ausgeführt. In Untersuchungen verschiedener Anwendungsprogramme /12, 80/ sind geläufige stationäre Programme genannt. Die unterschiedlichen Programme weisen differenzierte Leistungsmerkmale auf wie die Verwendung von Finite-Element-Berechnungsergebnissen oder spezielle Anwendungen, die sich auf spezielle Problemstellungen beschränken.

### 2.1.3 Konzeptionelle Bauteilbemessung

Für die Lebensdauerberechnung stehen unter anderem drei Konzepte zur Verfügung /9/:

- das Nennspannungskonzept,
- das örtliche Konzept (auch Kerbspannungs- oder Kerbdehnungskonzept) und
- das Rissfortschrittskonzept (bruchmechanisches Konzept).

Beim Nennspannungskonzept wird die nach den Regeln der linear elastischen Mechanik berechnete Nennspannung mit der Schwingfestigkeit eines gleichartigen konstruktiven Details verglichen (Kerbfall). Da örtliche Kerbwirkungen der Schweißverbindungen bei der Berechnung der Nennspannungen nicht erfasst werden, muss die Bauteil-Wöhlerlinie des



Nennspannungskonzeptes pauschal sämtliche festigkeitsrelevanten Einflüsse abdecken, zu denen u. a. Größe, Imperfektionen und Eigenspannungen zählen /17/.

Beim örtlichen Konzept (Kerbspannungs- oder Kerbdehnungskonzept) werden die örtlichen Spannungen und Dehnungen für den versagenskritischen Ort des Bauteils auf der Grundlage der elastisch-plastischen Spannungen des Werkstoff- und Bauteilverhaltens berechnet und den örtlich ertragbaren Spannungen und Dehnungen des Werkstoffs gegenübergestellt. Dazu müssen wiederum Geometrie, Werkstoffzustand und letztlich der Beanspruchungszustand in der Umgebung des Versagensortes eindeutig beschreibbar sein. Anders als beim Nennspannungskonzept (Konzept der örtlich elastischen Beanspruchungen) werden beim örtlichen Konzept unmittelbar keine aus Schwingfestigkeitsversuchen an Bauteilen stammenden Kenndaten wie Wöhlerlinien-Neigung, Abknickpunkt usw. benötigt. Es werden nur experimentell ermittelte Kennwerte bzw. Kennfunktionen herangezogen, die an einachsig beanspruchten Werkstoffproben gewonnen werden. Der Bruch des Werkstoffelements am Ort der höchsten Bauteilbeanspruchung bildet das Versagenskriterium. Beim örtlichen Konzept wird somit der Anriss des Bauteils als Versagensgrenze definiert /3/.

Das Kerbspannungskonzept geht unter der Voraussetzung linear elastischen Materialverhaltens von der Beanspruchung im Kerbgrund des Nahtübergangs oder der Wurzel einer Verbindung aus. Bezogen auf die Nennspannung wird die wirksame Kerbspannung durch eine Kerbformzahl ausgedrückt, mit der dann ausgehend von der Dauerfestigkeit des Werkstoffs die Dauerfestigkeit des Bauteils errechnet werden kann.

Beim Kerbdehnungskonzept werden zur Bewertung der Festigkeit die örtlichen Spannungs-Dehnungs-Pfade werkstoffmechanisch detailliert berücksichtigt und dem Dehnungsverhalten einer ungekerbten Vergleichsprobe gegenübergestellt /6/. Der Ablauf einer Lebensdauerabschätzung nach dem Kerbdehnungskonzept beginnt durch die Erstellung eines mechanischen Zusammenhanges zwischen der äußeren Belastung und der Kerbgrundbeanspruchung. Durch die zyklische Spannungs-Dehnungskurve werden die Spannungs-Dehnungspfade im Kerbgrund infolge der äußeren Belastung bestimmt. Hierzu werden numerische Verfahren, aber auch analytische Näherungsverfahren eingesetzt. Mithilfe eines Zählverfahrens (zweiparametrische Rain-flow-Zählung) werden aus der Beanspruchungs-Zeit-Funktion des betrachteten Betriebsintervalls die geschlossenen Hystereseschleifen gezählt und anschließend bewertet und akkumuliert.

Im bruchmechanischen Konzept (Rissfortschrittskonzept) beschäftigt man sich mit dem mechanischen Verhalten von rissbehafteten Bauteilen und der quantitativen Beschreibung der Rissausbreitung. Sie geht davon aus, dass sich der Riss verlängert, wenn charakteristische Größen des Spannungsfeldes an der Rissspitze einen kritischen Wert überschreiten. Die Bruchmechanik lässt sich in 2 Teilbereiche gliedern /9/:

- linear elastische Bruchmechanik und
- Fließbruchmechanik.

Eine weitere Detailbeschreibung des Rissfortschrittskonzepts erfolgt in dieser Ausarbeitung nicht. Ausführliche Erläuterungen hierzu sind in /1, 3, 8, 11/ beschrieben.

Aufgrund der relativ komplizierten Handhabung der lokalen Konzepte ist in den derzeit geltenden Normen immer noch das Nennspannungskonzept dominierend. Im Eurocode 3 /N52/ hat lediglich das Strukturspannungskonzept Einzug gefunden, nach den IIW-Richtlinien /N18/ darf zusätzlich das Kerbspannungskonzept eingesetzt werden. Dennoch ist für eine realitätsnahe Bestimmung der Ermüdungsbeanspruchung das Kerbdehnungskonzept unerlässlich, weil es die Erfassung des Spannungs-Dehnungs-Verlaufes im Kerbgrund ermöglicht und zudem die Verwendung von Werkstoff- statt Bauteilkennwerten erlaubt /17/.

Alle Lebensdauerkonzepte beziehen sich überwiegend auf einachsige Belastungen, konstante Lastamplituden sowie den technischen Anriss als Versagenskriterium. Eine Bewertung von Mittelspannungen hinsichtlich der Ermüdungsschädigung erfolgt über Diagramme oder Schädigungsparameter. Soll die Lebensdauer von mehrachsigen beanspruchten Bauteilen abgeschätzt werden, ist eine Umdeutung der Beanspruchung über entsprechende Hypothesen notwendig, um geeignete äquivalente Vergleichsgrößen zu definieren, welche die anliegende komplexe Belastung auf den einachsigen Fall zurückführt. Es existieren hierzu drei klassische Hypothesen, die als Festigkeits- oder Mehrachsigkeitshypothesen bezeichnet werden. Diese sind /9/:

- Normalspannungshypothese (NSH) nach RANKINE mit

$$\sigma_v = \sigma_1;$$

- Schubspannungshypothese (SSH) nach TRESKA mit

$$\sigma_v = 2 \tau_{\max} = \sigma_1 - \sigma_3;$$

- Gestaltänderungsenergiehypothese (GEH) nach VON MISES mit

$$\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}.$$

Alle Hypothesen lassen sich für eine äquivalente Spannung  $\sigma_v$  als auch für äquivalente Dehnungen  $\varepsilon_v$  formulieren, wobei stets  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  bzw.  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$  gilt.

Die Anwendung dieser Hypothesen auf zyklische Beanspruchungen führt allerdings nicht immer zu befriedigenden Ergebnissen. Je nach Art des Belastungspfades sind die hiermit errechneten äquivalenten Spannungen und Dehnungen nur wenig aussagekräftig, da sie nicht alle lebensdauerrelevanten Parameter beinhalten. Dies gilt im verstärkten Maße für den Fall nichtproportionaler mehrachsiger Belastungen. Dadurch treten teilweise erhebliche Unterschiede zwischen vorausgesagter und experimentell ermittelter Lebensdauer zutage /17/.

## **2.2 Dynamische Bauteilbelastung und Bauteilbeanspruchung**

Einflüsse, die von außen auf technische Systeme oder Bauteile einwirken werden allgemein als Belastung bezeichnet. Belastungen können mechanischen, thermischen, chemischen oder anderem physikalischen Ursprungs sein. Sie treten in der Betriebsfestigkeit im Allgemeinen in Form von zyklisch wiederkehrenden Kräften oder Momenten auf. Diese Belastungen verursachen im Werkstoff des Bauteils Beanspruchungen in Form von Spannungen und Dehnungen, welche als Normal- und Schubspannungen sowie Dehnungen und Gleitungen in Erscheinung treten.

Als grundlegende Voraussetzung für eine betriebsfeste Gestaltung von Bauteilen ist die Kenntnis der Betriebsbelastungen anzusehen. Am Anfang der Betrachtung muss also die Erfassung der Kräfte (Größe, Richtung, zeitlicher Verlauf) stehen, die im Weiteren zu mechanischen Beanspruchungen (Spannungen, Dehnungen) führen. Je genauer die Belastungen bekannt sind, umso verlässlichere Aussagen liefern in der Regel die verschiedenen Nachweiskonzepte /5/.

Grundsätzlich und in häufigster Anwendung unterscheidet man die Nennspannungen und die örtlichen Spannungen. Nennspannungen lassen sich auf einfachste Weise ermitteln, in dem man die angreifenden Kräfte und Momente mithilfe der elementaren Festigkeitslehre auf den gesamten zur Verfügung stehenden Bauteilquerschnitt verteilt. Hierbei existieren vier unterschiedliche Grundbeanspruchungsfälle wie die Zug/Druck-, die Biege-, die Schub- und die Torsionsbeanspruchung, wobei die Beanspruchungen sowohl einzeln als auch in

Kombination miteinander und als mehrachsiger Beanspruchungszustand auftreten können /60/.

Zur Erfassung von Belastungen und Beanspruchungen sind in der Praxis folgende Vorgehensweisen prinzipiell möglich /14/:

- Abschätzungen: Um erste Anhaltswerte aus überschlägigen, mechanischen Betrachtungen zu erfahren, sind Abschätzungen im Sinne einer ersten guten Annäherung sehr hilfreich. Hierbei können auch Prognosen auf der Basis von standardisierten Belastungskollektiven getroffen werden.

- Messungen: Die Erfassung der IST-Zustandsinformation wird am vorhandenen Bauteil/Maschine durchgeführt und erfasst durch die Einwirkung der tatsächlichen Belastungen den realen Beanspruchungszustand, welcher in einer Beanspruchungs-Zeitfunktion dokumentiert wird.

Überwiegend erfolgen die lokalen Beanspruchungsmessungen mittels örtlich applizierten Dehnmessstreifen (DMS), wodurch Dehnungen an der Oberfläche eines Körpers messbar sind und zudem Rückschlüsse auf die verursachende Größe ermöglichen.

- Simulationen: Bei der Ermittlung einer synthetischen Zustandsinformation werden rechnerische Simulationen angewendet.

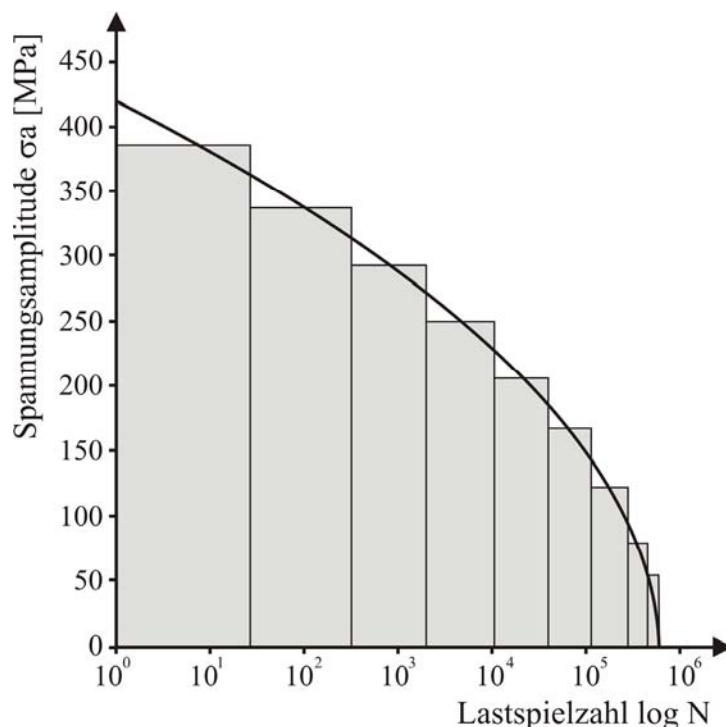
Bei den tatsächlichen (örtlichen) Spannungen handelt es sich, wie der Name schon sagt, um die real im Bauteil vorhandenen Spannungen. Dieser reale Spannungsverlauf lässt sich jedoch nur mithilfe von numerischen Verfahren wie z.B. der FEM (Finite Elemente Methode) näherungsweise berechnen. Bei richtiger Anwendung der Verfahren erhält man jedoch einen sehr gut angenäherten realen Spannungsverlauf, der Hinweise auf kritisch beanspruchte Stellen und Bauteilquerschnitte gibt, bei denen die Bauteillebensdauer ermittelt werden muss /60/.

Darüber hinaus kann durch eine Schwingungsanalyse (Modalanalyse) die Ermittlung dynamischer Eigenschaften von elastomechanischen Strukturen (Eigenfrequenzen und Eigenformen) erfasst werden.

Die Ergebnisse der Belastungs- bzw. Beanspruchungsermittlung werden bei dynamischen Abläufen in einer Belastungs-/Beanspruchungszeitfunktion erfasst. Zur Ermittlung einer charakteristischen Kennfunktion für den Belastungs-/Beanspruchungsverlauf wird

überwiegend die Klassierung angewendet, eine in der Statistik verbreitete Methode (genormt nach /N29/), mit der Beanspruchungszeitfunktionen in z.B. Höchst- und Tiefstwerte diskretisiert werden können. Leider gehen bei einparametrischen Klassierverfahren wichtige Informationen verloren, wie z.B. die Zeitfunktion, die Frequenz, die Lage der Mittelspannung oder die Reihenfolge der Schwingung. Daher ist in der ingenieurmäßigen Anwendung die zweiparametrische Klassierung durch Rain-flow-Zählung sehr verbreitet, mit dem sich die Schädigungswirkung einer Beanspruchungsfunktion am realistischsten beschreiben lässt. Bei der Rain-flow-Zählung werden jeweils zwei nicht notwendigerweise zusammenhängende Halbschwingen zu einer Vollschiwinge zusammengefasst, d.h. im Prinzip zu einer geschlossenen Hystereseschleife der Beanspruchungsfunktion gezählt und in einer Korrelationsmatrix aufgetragen, welche z.B. in ein Beanspruchungskollektiv übertragen wird /14/.

Im Beanspruchungskollektiv werden, wie in *Abb. 2.3* dargestellt, die gleich großen Beanspruchungsamplituden einer Beanspruchungsdauer zu Blöcken zusammengefasst und in ein Amplitudenkollektiv extrapoliert. Treten verschieden hohe Beanspruchungsamplituden an einem Bauteil auf, so wird das Kollektiv zu mehreren Blöcken diskretisiert (vergl. *Abb. 2.3*). Jeder Block entspricht dabei einer bestimmten Beanspruchungsamplitude. Versuche mit verschieden hohen Amplituden werden auch Mehrstufenversuche genannt /8/.



**Abb. 2.3:** Gestuftes Beanspruchungskollektiv

Aus einer Vielzahl von Auswertungen im Maschinenbau hat man definierte Kollektive als repräsentativ erkannt. Der Umfang wurde, wie z.B. in /N5/ beschrieben, dabei auf  $H_u = 10^6$  Lastwechsel normiert.

### 2.3 Kennfunktion der dynamischen Beanspruchbarkeit

Die bekanntesten Beanspruchbarkeitskennfunktionen sind die Wöhlerlinien, welche eine dynamische Beanspruchbarkeit dokumentieren und eine weit verbreitete Anwendung finden. Bei der Dimensionierung eines Bauteils wird häufig die einfachste dynamische Festigkeitsbeurteilung mittels Nennspannung durchgeführt. Die Berechnung unter Nennspannungen setzt voraus, dass geeignete, möglichst statistisch abgesicherte Nennspannungs-Wöhlerlinien im jeweiligen Anwendungsfall verfügbar sind /3/.

Als klassisches Experiment zur Bestimmung des Dauerfestigkeitsverhaltens eines Werkstoffs bzw. einer Bauteilprobe ist der Wöhlerversuch bekannt. In der Praxis dienen einstufige Schwingversuche nach etabliertem Standard zur Ermittlung von werkstoff-spezifischen Wöhlerlinien /1/. Die Wöhlerlinien sind die bekanntesten Beanspruchbarkeitskennfunktionen, welche eine dynamische Beanspruchbarkeit dokumentieren und eine weit verbreitete Anwendung finden. Es gibt eine Vielzahl von Wöhlerlinien für differenzierte Beanspruchungsbereiche (unterschiedliche Spannungsverhältnisse  $R$  oder Amplituden  $\sigma_i$  bzw.  $\varepsilon_i$ ) unter konstanter Einstufenbeanspruchung. Die Wöhlerlinie beschreibt den Zusammenhang zwischen der schwingenden Last und einer Lastspielzahl, bei der das Bauteil versagt. Versagenskriterien können Bruch oder Anriss (definierte Anrisslänge) sein.

Die wohl gebräuchlichste Methode zur Bauteildimensionierung gegen Ermüdungsversagen stellt die Auslegung mithilfe der Wöhlerkurve dar. Hierbei wird die ertragbare Lastamplitude über der Bruchlastspielzahl doppellogarithmisch aufgetragen. Die entsprechenden Daten zur Erstellung dieser Kurve müssen dabei für jeden Werkstoff experimentell ermittelt werden. Dies geschieht in der Regel mittels einachsiger Ermüdungsversuche. Da das Ermüdungsverhalten eines Werkstoffs eine große Streuung aufweist, muss hier mit statistischen Methoden gearbeitet werden. Die Wöhlerkurve kann somit nur die statistische Wahrscheinlichkeit des Versagens der Probe bzw. des Bauteils vor dem Erreichen einer bestimmten Lastspielzahl ausdrücken. Üblicherweise wird die Kurve, bei der diese Wahrscheinlichkeit 50 % beträgt, aufgetragen. Der typische Verlauf von Wöhlerkurven mit ihren 3 charakteristischen Bereichen ist in *Abb. 2.4* dargestellt. Im Bereich der

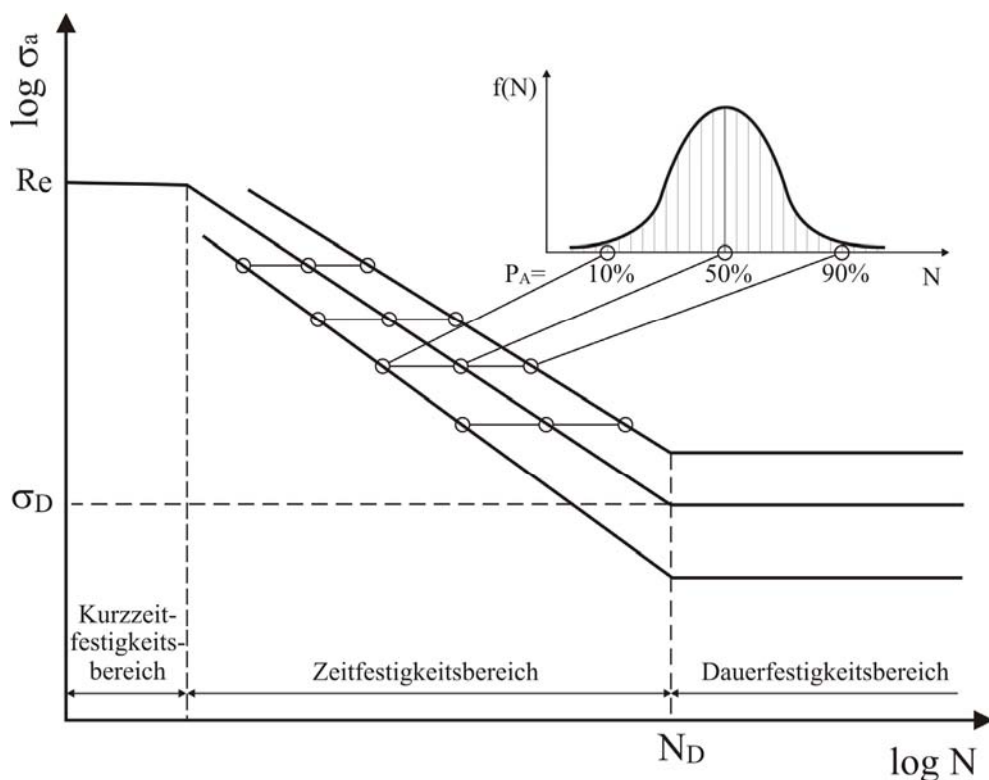
Dauerfestigkeit zeigen unterschiedliche Werkstoffe ein voneinander abweichendes Verhalten /11/.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Wöhlerkurve ergibt sich aus experimentellen Einstufenversuchen für festgelegte Beanspruchungsstufen. Die Wahrscheinlichkeit ist definiert durch:

$$P_U = 1 - P_A \quad \text{mit} \quad P_U \quad \text{Überlebenswahrscheinlichkeit,} \\ P_A \quad \text{Ausfallwahrscheinlichkeit.}$$

Die Neigung  $k$  der Wöhlerlinie ist mathematisch durch mindestens zwei Punkte der Wöhlerlinie beschrieben und charakteristisch für jeden Werkstoff und jede Probenform:

$$N_i = N_D \cdot \left( \frac{\sigma_D}{\sigma_{ai}} \right)^k.$$



**Abb. 2.4:** Idealisierter Verlauf der Spannungs-Wöhlerkurve mit Festigkeitsbereichen /1/

Der Verlauf der Wöhlerkurve lässt sich in drei Bereiche gliedern und wird nach FKM /N5/ mit folgenden Lastspielzahlen  $N$  definiert:

- Kurzzeitfestigkeit bis etwa  $N = 5 \cdot 10^4$  mit überwiegend plastischen Deformationen,
- Zeitfestigkeit von etwa  $N = 5 \cdot 10^4$  bis  $N = 10^6$  mit elastischen und plastischen Deformationen und
- Dauerfestigkeit über  $N = 10^6$  für Stahlwerkstoffe und Aluminiumwerkstoffe über  $N = 10^8$  mit rein elastischen Deformationen.

Der Zeitfestigkeitsbereich wird zu kleinen Lasthöhen durch den typischen Knick in der Wöhlerkurve der Dauerfestigkeit (mit  $\sigma_D$  und  $N_D$ ) begrenzt, bei großen Belastungshöhen durch die Elastizitätsgrenze (meist Streckgrenze  $R_e$ ). Der Verlauf im Kurzzeitfestigkeitsbereich verflacht in Richtung kleiner Lastspielzahlen und nähert sich der statischen Zugfestigkeit. Versuche im Kurzzeitfestigkeitsbereich müssen dehnungskontrolliert sein, wogegen es im Zeit- und Dauerfestigkeitsbereich keinen Unterschied zwischen den üblichen spannungskontrollierten und den dehnungskontrollierten Versuchen gibt /25/.

Um sich die aufwändigen Versuche zur Ermittlung der Bauteil-Wöhlerlinien zu sparen, ist man aus Kostengründen bestrebt, die Wöhlerlinien auf analytische Weise zu berechnen. HÜCK, THRAINER und SCHÜTZ /20/ entwickelten auf Grundlage von statistischen Auswertungen von Schwingfestigkeitsuntersuchungen ein Verfahren zur Berechnung synthetischer Wöhlerlinien, welches ebenfalls in der FKM-Richtlinie /N5/ beschrieben ist. Mittels dieses Verfahrens können Wöhlerlinien für Proben und Bauteile einfacher Geometrie aus Stahl, Stahlguss, Temperguss und Grauguss berechnet werden. Die Wöhlerlinien lassen sich für diese Werkstoffe doppellogarithmisch darstellen. Zur Beschreibung der gesuchten Wöhlerlinien sind nur noch die Bestimmung der Dauerfestigkeitskennwerte  $N_D$  und  $\sigma_D$  und die Neigung der Wöhlerlinie  $k$  erforderlich, welche die Beanspruchbarkeit kennzeichnen.

Bei zyklischen Versuchen hat sich gezeigt, dass für den Bereich geringer Bruchlastspielzahlen die plastische Dehnung dominant einwirkt, die in diesem Fall auch makroskopisch gemessen werden kann. Dieser Bereich niederzyklischer Ermüdung, das so genannte Low-Cycle-Fatigue-Gebiet (LCF), wird im Zusammenhang zwischen der plastischen Dehnung und der Lebensdauer durch das MANSON-COFFIN-Gesetz beschrieben /8/:

$$\Delta \varepsilon_{pl} = \varepsilon'_f \cdot N_B^c.$$

Der Kurzzeitfestigkeitsbereich überdeckt gewöhnlich den Lebensdauerbereich bis max.  $5 \cdot 10^4$  Lastspiele. Das Festigkeitsverhalten wird dabei vorwiegend mithilfe dehnungsge-

---



steuerter Versuche an einachsig beanspruchten, ungekerbten Flach- oder Rundproben bestimmt. Die Versuchsergebnisse werden als Wöhlerlinien der ertragbaren Dehnungsamplitude  $\varepsilon_{\text{ges}} = f(N)$  aufgetragen. Hierbei wird zwischen den elastischen und plastischen Dehnungsanteilen  $\varepsilon_{\text{el}}$  und  $\varepsilon_{\text{pl}}$  unterschieden. Der elastische Anteil der Dehnungsamplitude  $\varepsilon_{\text{el}}$  lässt sich aus der linearen Materialgleichung nach BASQUIN mit /14/

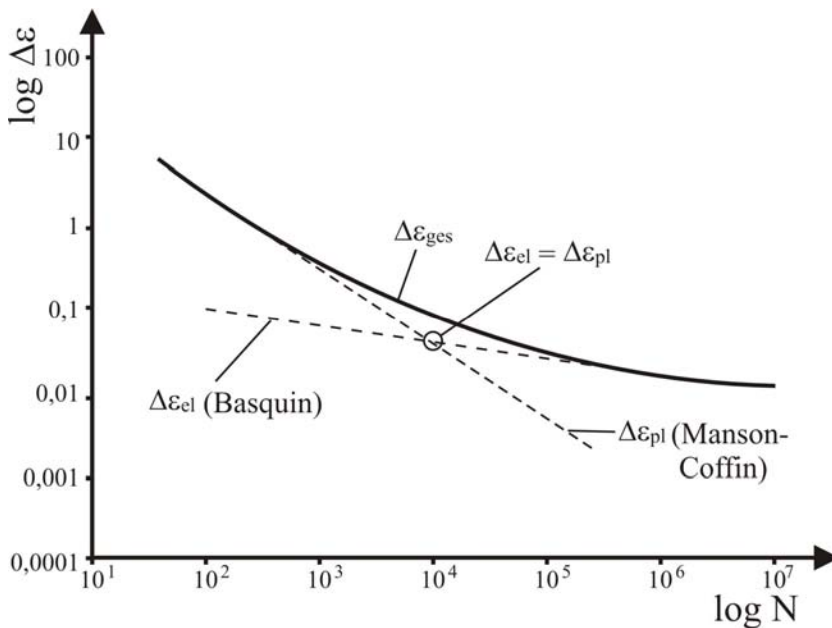
$$\Delta\varepsilon_{\text{el}} = \frac{\sigma_a}{E} = \frac{\sigma'_f}{E} N_B^b$$

ermitteln. Die Anteile der elastischen und plastischen Dehnungsamplitude lassen sich bei doppellogarithmischem Maßstab in guter Annäherung durch zwei Gerade darstellen (siehe Abb. 2.5) und mit folgender Gleichung beschreiben:

$$\Delta\varepsilon_{\text{ges}} = \Delta\varepsilon_{\text{el}} + \Delta\varepsilon_{\text{pl}} = \frac{\sigma'_f}{E} N_B^b + \varepsilon'_f N_B^c ;$$

- mit  $E$  Elastizitätsmodul,  
 $N_B$  Lastspielzahl (bis Bruch),  
 $\sigma'_f$  Schwingfestigkeitskoeffizient,  
 $\varepsilon'_f$  zyklischer Duktilitätskoeffizient,  
 $b$  Schwingfestigkeitsexponent und  
 $c$  zyklischer Duktilitätsexponent.

$\sigma'_f$ ,  $\varepsilon'_f$ ,  $b$  und  $c$  sind werkstoffabhängige Konstanten, die aus dehnungskontrollierten Versuchen gewonnen oder mittels dem Uniform Material Law (amerikanischer Standard) abgeschätzt werden können.



**Abb. 2.5:** Verlauf der Dehnungs-Wöhlerkurve im Übergang zur Kurzzeitfestigkeit /1/

Darüber hinaus existieren weitere Dauerfestigkeitsschaubilder, welche auf eine bestimmte Schwingspielzahl bezogen sind. Sie können entweder vollständig aus Versuchswerten ermittelt oder mithilfe nur weniger Werte näherungsweise konstruiert werden. Am bekanntesten sind die Auftragungsarten nach SMITH, MOORE-KOMMERS-JASPER und HAIGH. Das Schaubild nach SMITH trägt den Oberspannungs- und Unterspannungswert in Abhängigkeit von der Mittelspannung auf. Ähnlich erfolgt die Auftragung nach HAIGH gegenüber Spannungsamplitude und Mittelspannung. Hierdurch lassen sich die Grenzlinien der Ober- und Unterspannung (SMITH) bzw. Spannungsamplitude (HAIGH) bei unterschiedlichen Mittelspannungen ablesen. Im Dauerfestigkeitsschaubild nach MOORE-KOMMERS-JASPER wird das Spannungsverhältnis  $R$  zur Oberspannung aufgetragen /8/.

## 2.4 Lokalisierung der Lebensdauerberechnung und Stand der Technik nach der FKM-Richtlinie

Das Forschungskuratorium Maschinenbau (FKM), bestehend aus dem Verein Deutscher Maschinen- und Anlagenbauer (VDMA), aus der VDI-Gesellschaft Entwicklung Konstruktion Vertrieb (VDI-EKV) und dem Verband für Materialforschung und -prüfung (VDM), entwickelte die FKM-Richtlinie „Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile aus Stahl, Eisenguss- und Aluminiumwerkstoffen“ und wurde erstmalig in /26/ vorgestellt und in 1994 /N1/ in erste Auflage publiziert. Die Folgeausgaben 1995 /N2/ (2. Auflage) und 1998 /N3/ (3. Auflage) wurden veröffentlicht und in /27-29/ diskutiert. Bereits die 4. erweiterte Ausgabe 2002 /N4/ mit der Ausweitung ihres Anwendungsbereiches

für Aluminiumwerkstoffe komplettierte das technische Regelwerk mit aktuellem Wissensstand zur Festigkeitsberechnung, mittlerweile sogar in der 5. Ausgabe /N5/. Die Ursprünge der FKM-Richtlinie beinhalten die ehemaligen TGL-Standards /N6-N16/ zum Thema Ermüdungsfestigkeit, die VDI-Richtlinie 2226 /N17/ und die IIW-Empfehlung /N18/ zur Schwingfestigkeit geschweißter Bauteile. Die FKM-Richtlinie für Maschinenbauteile ermöglicht den rechnerischen Festigkeitsnachweis für stab-, flächen- und volumenförmige Bauteile und ist strukturiert in vier Hauptabschnitte:

- statischer Festigkeitsnachweis mit Nennspannungen,
- Ermüdungsfestigkeitsnachweis als Wechsel-, Dauer- oder als Betriebsfestigkeitsnachweis mit Nennspannungen,
- statischer Festigkeitsnachweis mit örtlich elastisch bestimmten Spannungen und
- Ermüdungsfestigkeitsnachweis als Wechsel-, Dauer- oder als Betriebsfestigkeitsnachweis mit örtlich elastisch bestimmten Spannungen.

Die FKM-Richtlinie berücksichtigt ebenso Beanspruchungen unter extremen Temperaturen, analytische und FEM-berechnete sowie gemessene Beanspruchungen. Sie beinhaltet zudem eine umfassende Regelung für geschweißte Bauteile.

Die ermittelten Daten bzw. die Berechnungsgrundlage aus den FKM-Richtlinien können zur Verwendung von rechnerischen Festigkeitsnachweisen verwendet werden. Nicht verwendet werden dürfen diese, wenn ein Festigkeitsnachweis nach anderen Normen, Vorschriften oder Richtlinien gefordert wird, so wie dies zum Beispiel bei Schraubenverbindungen nach VDI 2230 /N20/ der Fall ist. Auch bei der Auslegung nach genormten Tragfähigkeitsberechnungen, u.a. von Wellen und Achsen /N21/, Stirnrädern /N22, N23/, Kegelrädern /N24/, Zylinder-Schneckenrädern /N25/, Zahn- und Keilwellenverbindungen /N26/ oder in Rohrleitungs- und Druckbehälterbau /N55-N56/, sind die normativen Weisungen zu bevorzugen.

Im Jahre 2002 erschien darüber hinaus die FKM-Richtlinie „Bruchmechanischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile“ und ist in der aktuellen 2. Auflage (2006) /N19/ für die Bruchmechanik bindend. Sie ermöglicht eine Bauteilbewertung bei statischer und zyklischer Belastung hinsichtlich Dauerfestigkeit und begrenztem Ermüdungsrissfortschritt sowie hinsichtlich Rissinitiierung, stabiler Rissverbreiterung, Rissinstabilität oder plastischem Kollaps /N19/.

Vor einer Anwendung der FKM-Richtlinie ist zu entscheiden, für welche Querschnitte oder konstruktiven Details des Bauteils ein Festigkeitsnachweis durchzuführen ist und welche

Belastungen bei der Beanspruchungsermittlung zu berücksichtigen sind. Das generelle Vorgehen bei einer statischen oder dynamischen Lebensdauerberechnung unterliegt dem Abgleich zwischen auftretender maximaler Beanspruchung und möglicher zulässiger Beanspruchbarkeit unter Berücksichtigung von Sicherheitsfaktoren. Hiernach wird prinzipiell ein statischer oder ein Ermüdungsfestigkeitsnachweis geführt (vergl. Abb. 2.6).

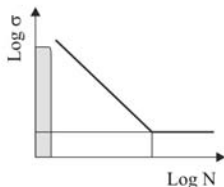
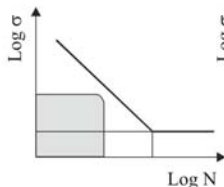
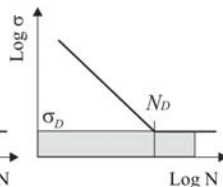
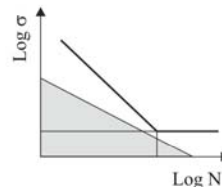
| Nennspannungen oder örtliche Spannungen  |  |  |   |
|--|--|--|---|
| Statische Festigkeit   | Ermüdungsfestigkeit - Dauerfestigkeit -  | Ermüdungsfestigkeit - Betriebsfestigkeit -   |   |
| <ul style="list-style-type: none"><li>• max. Statische Beanspruchung</li><li>• zulässige statische Beanspruchung</li><li>• Sicherheitsfaktoren</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>• <u>Kollektivkennwerte:</u><br/>Mittellast <math>S_{mi}</math>, <math>\sigma_{mi}</math><br/>Lastamplitude <math>S_{ai}</math>, <math>\sigma_{ai}</math><br/>Zyklen <math>n_i</math></li><li>• zulässige Bauteil-Wechselfestigkeit bzw. Bauteil-Dauerfestigkeit</li><li>• Sicherheitsfaktoren</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>• <u>Kollektivkennwerte:</u><br/>Mittellast <math>S_{mi}</math>, <math>\sigma_{mi}</math><br/>Lastamplitude <math>S_{ai}</math>, <math>\sigma_{ai}</math><br/>Zyklen <math>n_i</math></li><li>• zulässige Bauteil-Betriebsfestigkeit</li><li>• Sicherheitsfaktoren</li></ul> |   |
|   |   |   |  |
| Statischer Festigkeitsnachweis   | Wechsel-/Dauer-Festigkeitsnachweis   | Betriebs-Festigkeitsnachweis   |   |

Abb. 2.6: Übersicht der Lebensdauerberechnung modifiziert nach FKM /N5/

Die Berechnung mit Nennspannungen ist für einfache stabförmige und für flächenförmige Bauteile zu bevorzugen. Die Berechnung mit örtlichen Spannungen ist bei volumenförmigen Bauteilen anzuwenden und darüber hinaus ganz allgemein, wenn die Spannungsbestimmung nach der Finite-Elemente-Methode (FEM) durchgeführt wird, keine definierten Querschnitte, keine einfachen Querschnittsformen vorliegen oder keine Formzahlen bzw. Kerbwirkungszahlen bekannt sind /N5/.

Es können nach der FKM-Richtlinie /N5/ mittels des Nennspannungskonzeptes oder örtlichen Konzeptes dynamische Lebensdauerberechnungen in Form des Ermüdungsfestigkeitsnachweises durchgeführt werden. Der Ermüdungsfestigkeitsnachweis kann, je nach Beanspruchung, als Wechselfestigkeitsnachweis im Zeitfestigkeitsbereich, als

Dauerfestigkeitsnachweis unterhalb der Dauerfestigkeitsgrenze sowie als Betriebsfestigkeitsnachweis mit mehrstufiger Kollektivbeanspruchung durchgeführt werden. Hierzu werden zu Beginn die auftretenden Beanspruchungen durch die Kollektivkennwerte (Mittellast, Lastamplitude und Zyklenzahl) lokalisiert und mit den berechneten zulässigen Bauteilfestigkeiten (meist einer Wöhlerlinie) sowie unter Einbeziehung von Sicherheitsfaktoren, dem entsprechenden Ermüdungsfestigkeitsnachweis, unterzogen.

Um bei der Dimensionierung eines Bauteils die Festigkeit zu beurteilen, wird häufig die Nennspannung als Maß für die auftretende Beanspruchung gewählt und ein Nennspannungskollektiv gebildet /3/. Das Nennspannungskollektiv beschreibt die Spannungszyklen, die im Spannungs-Zeitverlauf enthalten sind. Die Bestimmung der Spannungs-kennwerte kann bei bestehenden Erfahrungen durch die Anwendung von Normkollektiven nach der FKM-Richtlinie vereinfacht werden.

Da das Nennspannungskonzept weder Eigenspannung noch andere Einflüsse auf den Schädigungsprozess berücksichtigt, kann hiermit sehr schnell die Lebensdauer eines Bauteils abgeschätzt werden. Damit beim Bauteil keine vorzeitigen, ungewollten Schäden auftreten, muss die grobe Lebensdauerabschätzung durch ausreichende Sicherheitszuschläge, durch Erfahrungswerte oder ähnliche Annahmen ausgeglichen werden. Dies wird in den entsprechenden Bemessungsvorschriften nach FKM, beim Nachweis der Ermüdungsfestigkeit, auch so gehandhabt /16/.

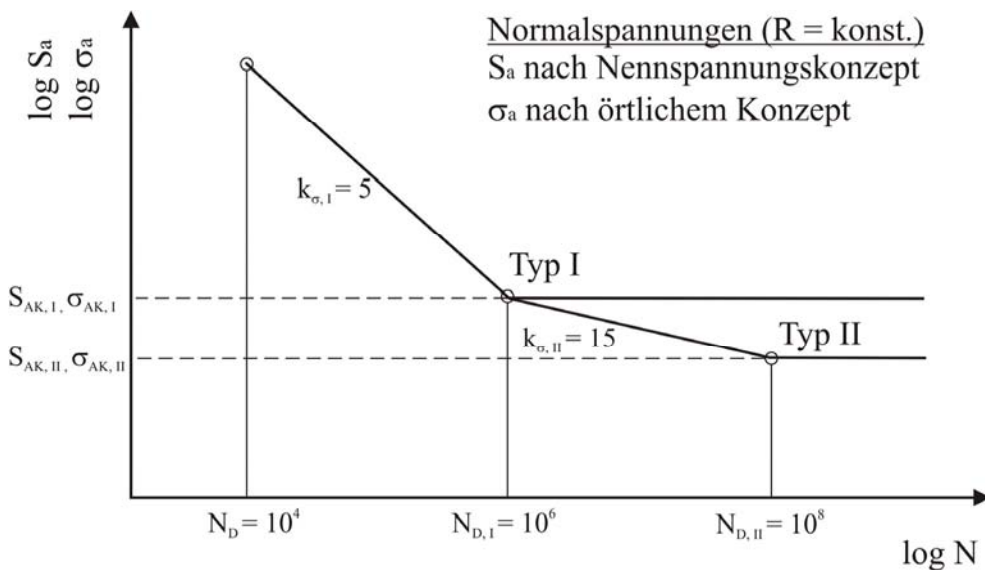
Der Ermüdungsfestigkeitsnachweis erfolgt nach FKM äquivalent für Nennspannungen (Formelzeichen  $S$  und  $T$ ) sowie für örtliche Spannungen (Formelzeichen  $\sigma$  und  $\tau$ ). Der FKM-Nachweis basiert auf der Zugfestigkeit  $R_m$  als Ausgangsgröße. Getrennt nach Normalspannungen ( $S_a$  bzw.  $\sigma_a$ ) und Schubspannungen ( $T_a$  bzw.  $\tau_a$ ) werden aus der Zugfestigkeit die Werkstoff-Wechselfestigkeiten ( $S_w$ ,  $T_w$ ,  $\sigma_w$  bzw.  $\tau_w$ ) und wiederum hieraus die Bauteil-Wechselfestigkeiten ( $S_{WK}$ ,  $T_{WK}$ ,  $\sigma_{WK}$  bzw.  $\tau_{WK}$ ) bestimmt. Weiter lassen sich mit den Bauteil-Wechselfestigkeiten die jeweiligen Bauteil-Dauerfestigkeiten ( $S_{AK}$ ,  $T_{AK}$ ,  $\sigma_{AK}$  bzw.  $\tau_{AK}$ ) ermitteln und daraus die Bauteil-Betriebsfestigkeiten ( $\hat{S}_{BK}$ ,  $\hat{T}_{BK}$ ,  $\hat{\sigma}_{BK}$  bzw.  $\hat{\tau}_{BK}$ ) errechnen. Hiernach können Einstufenspannungen mittels definierter Sicherheitsfaktoren gegenüber dem zyklischen Auslastungsgrad ( $a_{BK}$ ) im jeweiligen Ermüdungsfestigkeitsnachweis mit Nennspannungen oder örtlichen Spannungen bewertet werden. Elementarer Unterschied zwischen dem Nennspannungs- und örtlichen Konzept ist, dass für das örtliche Konzept die Berücksichtigung des bezogenen Spannungsgefälles  $\bar{G}_\sigma$  bzw.  $\bar{G}_\tau$ , in Abhängigkeit vom Randabstand, mit punktweise (örtlichen) bestimmten maximalen

---

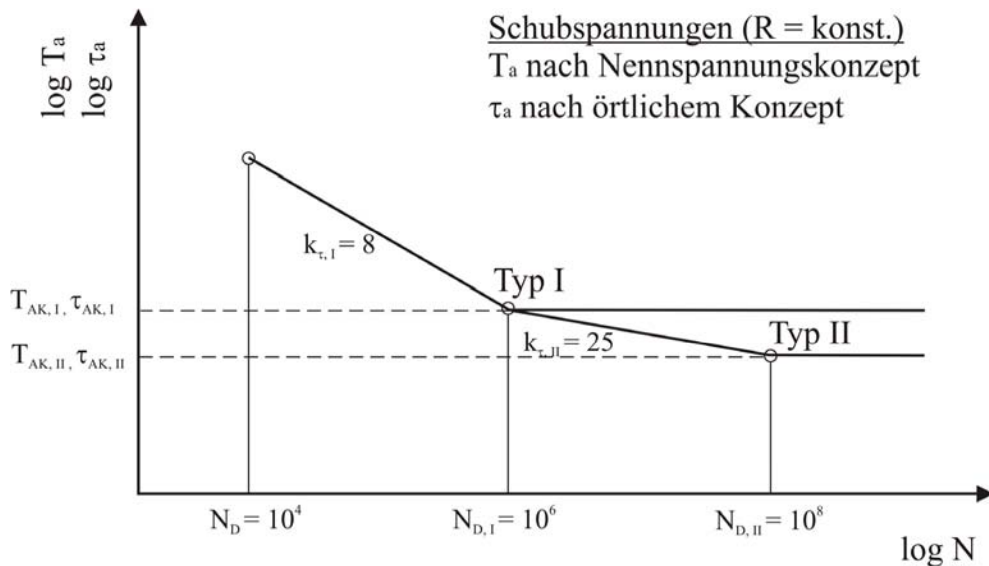
Spannungsamplituden erfolgt (z.B. aus FEM-Berechnung). Hingegen wird nach dem Nennspannungskonzept die Ermittlung des bezogenen Spannungsgefälles  $\bar{G}_\sigma(d)$  bzw.  $\bar{G}_\tau(d)$  gegenüber dem Bauteil-Nennquerschnitt mit der Berechnung von Kerbwirkungszahlen  $K_f$  aus Formzahlen  $K_t$  durchgeführt.

Falls keine Einstufenspannungen vorliegen, sondern ein Spannungskollektiv, ist die Berechnung nach der linearen MINER-Regel durchzuführen. Hierbei werden definierte Bauteil-Wöhlerlinien angenommen. Man unterscheidet nach der FKM zwischen geschweißten und ungeschweißten Bauteilen und separiert nach Stahl-, Eisenguss- sowie nach Aluminiumwerkstoffen. Es ergeben sich zudem Unterschiede bezüglich Knickpunktzyklenzahlen und Neigungsexponenten für Normal- oder Schubspannungen.

Die Berechnung mittels Nennspannungen setzt voraus, dass geeignete, möglichst statistisch abgesicherte Nennspannungs-Wöhlerlinien im jeweiligen Anwendungsfall verfügbar sind /4/. Der sichere Weg bleibt die kostenintensive experimentelle Ermittlung einer Bauteil-Wöhlerlinie. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, eine synthetische Wöhlerlinie (vergl. Kapitel 2.3) zu bestimmen, oder die normierten Bauteil-Wöhlerlinien (für nicht geschweißte Bauteile) nach FKM mit Normalspannungen ( $S_a$  und  $\sigma_a$  in Abb. 2.7) und mit Schubspannungen ( $T_a$  und  $\tau_a$  in Abb. 2.8) anzuwenden.



**Abb. 2.7:** Normierte Bauteil-Wöhlerlinien für Normalspannungen nach FKM /N5/



**Abb. 2.8:** Normierte Bauteil-Wöhlerlinien für Schubspannungen nach FKM /N5/

Gemäß den normierten Bauteil-Wöhlerlinien beginnt die untere Grenze bei etwa  $10^4$  Lastwechseln bis zur Knickpunktzyklenzahl der Dauerfestigkeit (Typ I) mit  $N_{D,I} = 10^6$  Lastwechseln und bis zur Knickpunktzyklenzahl der Dauerfestigkeit (Typ II) mit  $N_{D,II} = 10^8$  Lastwechseln. Die Wöhlerlinien des Typ I sind für Stahl- und Eisengusswerkstoffe (mit einem Knickpunkt) und die Wöhlerlinien des Typ II für Aluminiumwerkstoffe (mit zwei Knickpunkten) definiert. Die Neigungsexponenten der Zeitfestigkeitsgeraden  $k$  sind für Normal- und Schubspannungen unterschiedlich definiert und können den Abbildungen entnommen werden.

Entscheidend und von erheblicher Bedeutung für den Nachweis der Ermüdungsfestigkeit nach der FKM-Richtlinie ist, dass unter Kollektivbeanspruchung die Lebensdauerberechnung nach der linearen MINER-Regel erfolgt, aber die ertragbaren MINER-Summen (nicht geschweißte Bauteile) für Stahl, Stahlguss und Aluminium mit  $D_M = 0,3$  empfohlen werden. Lediglich für Grauguss und Temperguss werden Schadenssummen von  $D_M = 1,0$  nach der standardisierten Akkumulationsvorschrift nach MINER festgelegt.

Unter Berücksichtigung der bereits eingeflossenen Grundsicherheitsfaktoren, welche nach FKM zwischen  $j_D = 1,35 - 2,1$  betragen sowie der reduzierten MINER-Summen mit  $D_M < 1,0$  tendiert der Ermüdungsfestigkeitsnachweis nach der FKM-Richtlinie überdeutlich zur ingenieurmäßig sicheren Seite. Für die Sicherheitsbemessung von dynamisch beanspruchten Bauteilen muss der Ermüdungsfestigkeitsnachweis nach FKM bindend durchgeführt werden. Jedoch wird für wissenschaftliche Untersuchungen die FKM-Berechnungsvorschrift bezüglich der Treffsicherheit im Schadenssummenvergleich keine Berücksichtigung durch ihr hohes Sicherheitspotenzial finden können.

## 2.5 Offene Fragen zur Lebensdauerberechnung

Der „Stand der Technik“ bietet momentan keinen Ersatz, Betriebsfestigkeitsversuche durch Betriebsfestigkeitsberechnungen zu eliminieren. Die betriebsfeste Dimensionierung im wirtschaftlichen und materialsparenden Einsatz ist aber dennoch die einzige Möglichkeit, um kostenintensive und zeitaufwändige Betriebsfestigkeitsversuche auf ein Minimum zu reduzieren /7/. Im praktischen Einsatz und in experimentellen Untersuchungen haben sich viele Unsicherheiten bei der Lebensdauerberechnung nach der linearen Ermüdungsfestigkeitsberechnung ergeben. Hieraus lassen sich viele konzeptionelle Fragestellungen für eine optimale Bauteilbemessung herausarbeiten. Bleibende offene Fragen lassen sich grob in drei Analysebereiche gliedern:

### 1. Funktionsgerechte Ermittlung der Beanspruchung durch:

- stark vereinfachte Gleichgewichtsbetrachtung über den analysierten Bauteilquerschnitt, welche zum Teil erheblich von der tatsächlichen Spannungsverteilung abweichen (Nennspannungskonzept) /3/;
- die Ermittlung sehr hoher Schadenssummen ( $D > 1$ ) bei scharf gekerbten Proben und in Kerbgrundbereichen von Bohrungen /20/;
- mangelnde Berücksichtigung von Eigenspannungen und die damit verbundenen extremen Schwankungen der Schadenssumme  $D$  /16, 20, 21/;
- unsichere Aussagen bei hohen Mittelspannungsschwankungen und berechneten Schädigungswerten auf der unsicheren Seite (Schadenssumme  $D < 1$ ) /6, 18, 21/;
- unsichere Schädigungswerte bei Biegebeanspruchungen (Schadenssumme  $D < 1$ ) /18/.

### 2. Ermittlung einer abgesicherten Beanspruchbarkeit durch:

- Unsicherheiten bei der Bestimmung der Werkstoffkennwerte (örtliches Konzept), wodurch große Streuungen festgestellt werden können /4, 16, 42/;
- Schwachstellen bei der Ermittlung der Beanspruchbarkeit unter einstufigen Versuchsbedingungen (Wöhlerlinie) und dem mathematischen Abgleich mit mehrstufigen Beanspruchungen im Betrieb /3, 42/;
- Lebensdauerberechnung mit einer Bauteil-Wöhlerlinie, welche bei konstanter Belastungsfrequenz ( $f$ ), konstanter Mittelspannung ( $\sigma_m$ ) bzw. konstantem Spannungsverhältnis ( $R$ ) ermittelt wird und somit nur bei äquivalenten Belastungsbedingungen für die Schädigungsrechnung herangezogen werden sollte /23, 35, 42/.



3. Anwendung einer optimierten Schadensakkumulation durch:

- keine Berücksichtigung der Schädigungen unterhalb der Dauerfestigkeit  $\sigma_D$ , da hier im Wöhlerdiagramm für  $N_f \rightarrow \infty$  angenommen wird /2, 6, 16, 18, 70-73/;
- unzureichende Erfassung der mechanischen Prozesse Rissentstehung und Rissfortschritt und deren unterschiedliche Gesetzmäßigkeiten der Schädigung. /21/;
- eine sehr starke Vereinfachung des wahren Materialverhaltens bei Mehrstufenbelastungen durch die lineare Schädigungsrechnung nach MINER /37, 41, 42/;
- eine Unterschätzung der Lebensdauerberechnungen unter Zufallsbelastung, sowohl in Verbindung mit dem Nenn- als auch dem Kerbdehnungskonzept /16/;
- stark schwankende Schadenssumme  $D$  bei erhöhten Temperaturen /18/;
- eine unterschiedliche Handhabung der zulässigen Schadenssumme mit  $D < 1$  nach FKM /17/;
- eine Simplifizierung der Schädigungsvorgänge mit der linearen Schädigungs-Regel nach MINER /38/.

Es kann festgestellt werden, dass viele benannte offene Fragen konzeptionell auf das Nennspannungs- bzw. örtliche Konzept zurückzuführen sind, besonders wenn es um die Definition der Kenngrößen für die Beanspruchung und die Beanspruchbarkeit geht. Hierbei sind die experimentellen Ermittlungsmethoden (experimentelle Kollektive und Wöhlerlinien) bezüglich der Genauigkeit zu bevorzugen. Eine Mehrheit der offenen Fragen richtet sich aber an die Schadensakkumulation und der zugrunde gelegten linearen Berechnungsvorschrift.

Die entstehenden Forderungen nach hoher Sicherheit gegen Versagen und gleichzeitig hoher Wirtschaftlichkeit werden sich in dieser Ausarbeitung auf den unzureichenden linearen Schädigungszuwachs der Lebensdauerberechnung (Ermüdungsfestigkeit) mittels Schadensakkumulation konzentrieren.

### 3 Einführung in die Schadensakkumulation

Die Grundzüge der linearen Schadensakkumulation wurden erstmals 1924 von PALMGREN /31/ zur Berechnung von Kugellagern vorgeschlagen. Unabhängig davon wurden sie 1937 von LANGER /32/ und 1945 von MINER /33/ veröffentlicht. Die lineare Schadensakkumulationshypothese ist seitdem unter den Bezeichnungen PALMGREN-MINER-Hypothese oder kurz MINER-Hypothese bekannt geworden und ist die bis heute am meisten angewandte Hypothese zur Berechnung der Ermüdungslebensdauer geblieben. Die lineare Schadensakkumulationshypothese besagt, dass die Gesamtlebensdauer durch lineares Aufaddieren von Schädigungsanteilen, welche relativ zu bekannten Wöhlerlinien bestimmt wurden, ermittelt werden kann. Diese originale Form der MINER-Hypothese berücksichtigt nur Beanspruchungen, die sich oberhalb der Dauerfestigkeit im Bereich der Zeitfestigkeit befinden und für den Schädigungszuwachs je Schwingspiel eine Teilschädigung von  $\Delta D_i = 1/N_{fi}$  bewirken.

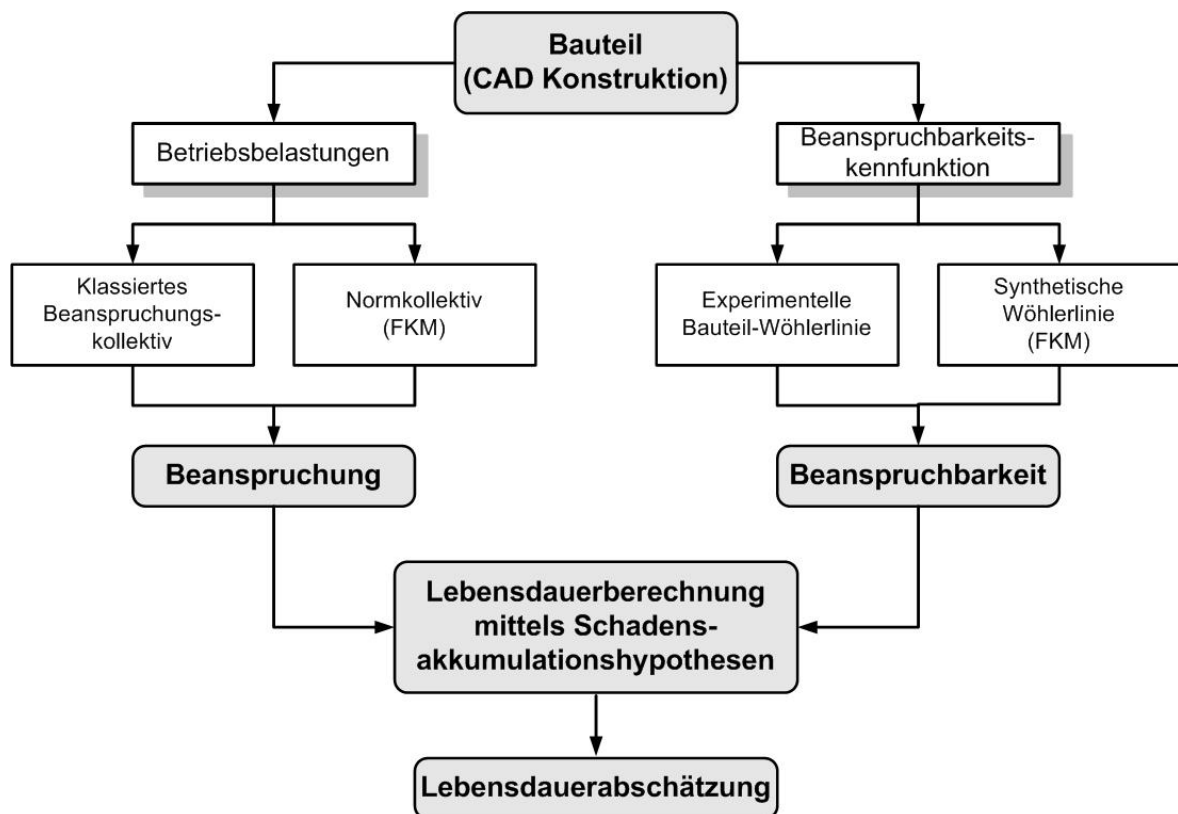
#### 3.1 Allgemeines Vorgehen zur Lebensdauerabschätzung mittels Schadensakkumulation

Der Begriff „Schadensakkumulation“ umfasst die Anhäufung von Teilschädigungen, welche durch verschiedene Schädigungstheorien ermittelt und auf der Grundlage von Schadensakkumulationshypothesen aufsummiert werden. Bei einem Ermüdungsfestigkeitsnachweis (Lebensdauerberechnung) mittels Schadensakkumulationshypothesen wird von der Ermüdungsfestigkeit bei einstufiger Beanspruchung unter konstanter dynamischer Belastung auf die Ermüdungsfestigkeit bei mehrstufiger Beanspruchung unter variierender dynamischer Belastung geschlossen. Mittels Schadensakkumulationshypothese wird jedem Schwingspiel eine Teilschädigung zugeordnet, deren bis zur Gesamtschädigung akkumulierter Betrag durch Erreichen einer bestimmten Schadenssumme auf ein mögliches Bauteilversagen hinweist. Auf diese Weise kann die Schädigung quantifiziert und berechnet werden. Je nach Abhängigkeit der Teilschädigungen wird zwischen linearen und komplexeren nichtlinearen Hypothesen unterschieden /4/.

Die Schädigungshypothese nach MINER als Berechnungsvorschrift für die Schadensakkumulation beinhaltet drei Hauptkomponenten. Diese sind:

- Beanspruchung,
- Beanspruchbarkeit und
- Schadensakkumulation.

Kennzeichnend für die Lebensdauerberechnung, wie in *Abb. 3.1* für die geläufigsten Methoden dargestellt, ist die fachkundige Bemessung und Ermittlung der Beanspruchung und der Beanspruchbarkeit. Wie bereits in *Kapitel 2.5* festgestellt, ergeben experimentelle Versuchsdaten in der Beanspruchungs- und Beanspruchbarkeitsermittlung größere Berechnungsgenauigkeiten bei der Lebensdauerberechnung. Grundsätzlich ist die Beanspruchungsermittlung aus experimentellen Betriebsbelastungen entweder zu klassieren, um ein empirisches Beanspruchungskollektiv zu erhalten, oder nach Normkollektiven zu bemessen. Ebenso lässt sich zur Ermittlung der Beanspruchbarkeit eine geeignete Bauteil-Wöhlerlinie experimentell oder synthetisch erstellen. Die mathematische Verknüpfung zwischen Beanspruchung und Beanspruchbarkeit, also zwischen Kollektiv und Wöhlerlinie, erfolgt mittels Schadensakkumulationshypothesen zur Lebensdauerabschätzung.



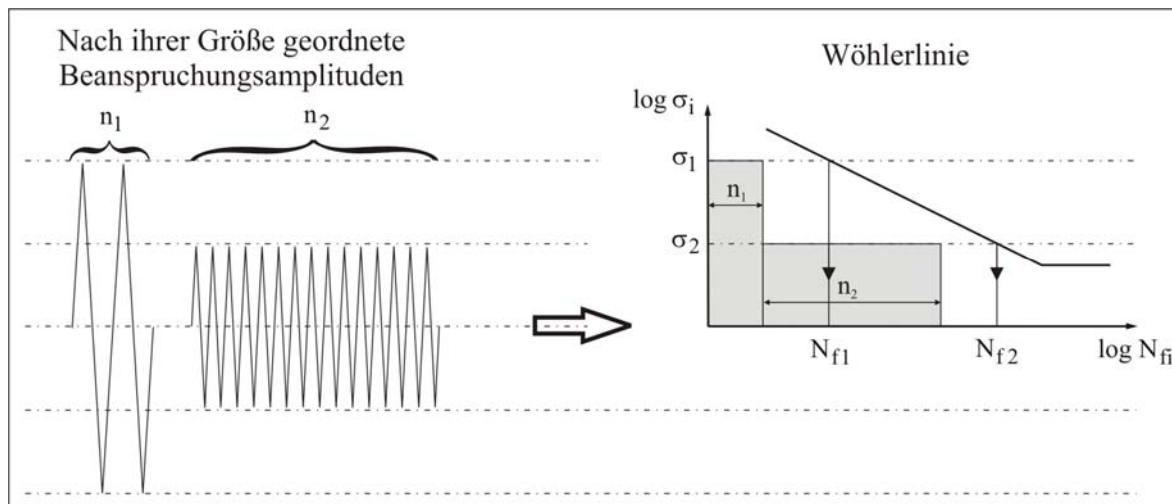
**Abb. 3.1:** Lebensdauerabschätzung mittels Schadensakkumulation

Von großer Bedeutung für die Ermittlung des Schädigungsgrades (Gesamtschädigung der Schadenssumme  $D$ ) sind die in den jeweiligen Beanspruchungsstufen aufgetragenen dynamischen Belastungen und die Anzahl der Schwingspielzyklen. Aus diesen lässt sich je nach Hypothese der Grad der Teilschädigung ( $D_i$ ) für das zu untersuchende Bauteil aufsummieren. Je nach Intensität der dynamischen Beanspruchungen können rechnerische Lebensdauervorhersagen getroffen werden, die über die Bauteil-Tragfähigkeit Aufschluss

geben. Diverse Ansätze beurteilen die Bauteil-Tragfähigkeit (Ermüdungsfestigkeit) nach getrennt definierten Beanspruchungsstufen. Hierbei ist generell die Anzahl der Beanspruchungsstufen variabel. Überschreitet die Summe der Teilschädigungen eine definierte Größe an ertragbaren Beanspruchungen ( $\sum D_i \geq 1$ ), so ist die Beanspruchbarkeit überschritten und es kommt zum Schwingungsbruch bzw. technischen Anriss des Bauteils.

Grundgedanke der linearen Schadensakkumulationshypothese nach MINER /33/ ist, dass jede schwingende Beanspruchung im Werkstoff eine „Schädigung“ bewirkt, die sich im Laufe ihrer Einwirkung akkumuliert, und zwar bis zum Erreichen eines kritischen Schädigungswertes  $D = 1$ , bei dem der Schwingbruch (oder technische Anriss) erfolgt.

Die Vorgehensweise bei der Lebensdauerabschätzung (Schädigungsrechnung) wird mithilfe der linearen Schadensakkumulationshypothese aus einer Wöhlerlinie schematisch am Beispiel einer zweistufigen Beanspruchungs-Zeit-Funktion erläutert, siehe Abb. 3.2. Die Beanspruchung wird nach Doppelamplituden geordnet (klassiert), anschließend werden die zu den Spannungsamplituden ( $\sigma_i$ ) gehörenden Schwingspielhäufigkeiten  $n_i$  auf die durch die Wöhlerlinie gegebenen ertragbaren Versagens-Lastspielzahlen  $N_{fi}$  bezogen, aus denen sich unmittelbar die Teilschädigungen ( $n_i / N_{fi}$ ) je Laststufe berechnen lassen /6/.



**Abb. 3.2:** Schematische Darstellung der linearen Schadensakkumulation /6/

Die von MINER aufgestellte Hypothese geht von einem linearen Schädigungszuwachs aus, welche je Lastspiel eine Teilschädigung bewirkt. Erfolgt eine mehrstufige Beanspruchung (variierende Belastungsgrößen), so summieren sich die einzelnen Schädigungsanteile (Teilschädigungen)  $n_i / N_{fi}$  der jeweiligen Laststufen zur Schadenssumme  $D$  /6/:

$$D = \frac{n_1}{N_{f1}} + \frac{n_2}{N_{f2}} + \frac{n_3}{N_{f3}} + \dots + \frac{n_m}{N_{fm}} = \sum_{i=1}^m \frac{n_i}{N_{fi}} = \sum_{i=1}^m D_i = 1.$$

Die oben genannte Gleichung führt zu dem Schluss, dass die Summe der Schädigung exakt gleich zu dem zyklischen Schwingenspielverhältnis  $C_i = n_i / N_{fi}$  steht und bei Versagen sich zur Schadenssumme  $D = 1$  aufsummiert hat. Die Ermittlung der Versagens-Lastspielzahlen  $N_{fi}$  ist eindeutig beschrieben, sie werden durch Spiegelung der Beanspruchungsamplituden an der zugehörigen Wöhlerlinie berechnet (vergl. Abb. 3.2).

Bei der Entwicklung der Grunddefinition der (original) MINER-Hypothese wurden folgende Annahmen zugrunde gelegt /33/:

- Die Hystereseenergie ist konstant über den Lastwechsel, ohne Berücksichtigung von Ver- oder Endfestigung des Werkstoffs im Verlauf der Ermüdung.
- Sie beruht im Kern auf einer arbeitsmechanischen Hypothese und berücksichtigt die Schädigungsarbeit auf unterschiedlichen Spannungsniveaus mit gleicher Größe.
- Die Zunahme der Schädigung wird linear mit der Lastspielzahl erfasst.
- Der Einfluss der Reihenfolge für unterschiedliche Lastwechsel wird nicht berücksichtigt.
- Es werden nur sinusförmige Lastwechsel zugrunde gelegt.
- Es werden ausschließlich Lastwechsel oberhalb der Dauerfestigkeit als schädigend betrachtet.

In den folgenden Unterkapiteln werden bei der Dokumentation der unterschiedlichen linearen und nichtlinearen Berechnungsvorschriften diverse Ansätze zur Optimierung der linearen Schadensakkumulationsvorschrift nach MINER aufgeführt.

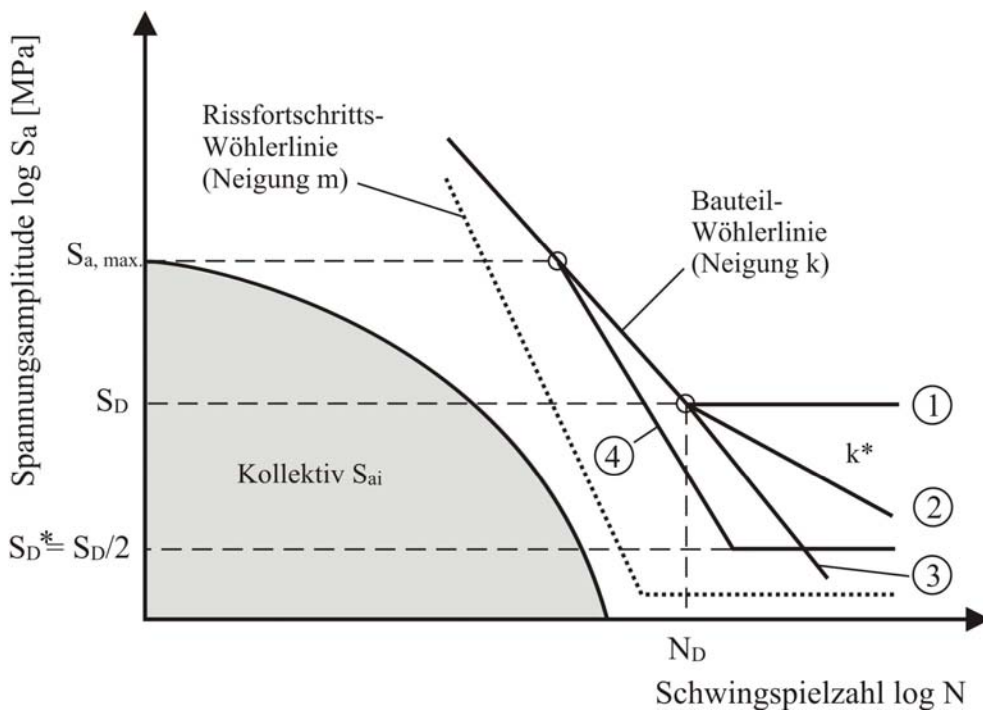
### **3.2 Modifikationen der linearen Schadensakkumulationshypothese**

In externen Experimenten und in eigenen Untersuchungen zeigte sich, dass die Treffsicherheit der linearen MINER-Hypothese gering ist, d.h., dass die Schadenssumme  $D$ , bei der eine Probe oder ein Bauteil im Betriebsfestigkeitsversuch bricht, nicht im Bereich des theoretischen Wertes  $D = 1$  zu finden ist.

In der Grunddefinition der linearen Schadensakkumulationshypothese nach MINER werden keine Amplituden unterhalb der Dauerfestigkeit berücksichtigt ( $k^* = \infty$ ). Dieser fatale Mangel der MINER-Hypothese wurde mittels experimenteller Versuche von GASSMANN /70/

festgestellt. Er fand heraus, dass bei häufiger Vorbelastung oberhalb der Dauerfestigkeit die Dauerfestigkeitsgrenze  $\sigma_D$  kontinuierlich abnimmt, was dazu führt, dass auch Amplituden unterhalb der Dauerfestigkeitsgrenze schädigen. Diese Überlegungen verlangten nach Modifikationen der original MINER-Regel, kurz MINER-Original mit ①, welche in Abb. 3.3 zusammengefasst worden ist.

Die ersten Ansätze zur Modifikation der MINER-Regel (Original) wurden von CORTAN und DOLAN /33/ aufgestellt. Sie gingen davon aus, dass der momentane Schädigungsgrad überwiegend von der Anzahl der Lastspielzahl sowie der Spannungsamplitude abhängt und dass der Schädigungsgrad umso schneller wächst, je größer die Lastspielzahl und die Spannungsamplitude sind. Der Schädigungsgrad entwickelt sich so auf verschiedenen Spannungshorizonten mit unterschiedlicher Geschwindigkeit. Entscheidend ist, dass die Spannungsamplituden auf allen Spannungshorizonten schädigen. So wird die Wöhlerlinie unterhalb der Dauerfestigkeit mit der gleichen Neigung  $k^* = k$  fortgesetzt. Diese Hypothese ist unter dem Namen MINER-Elementar bekannt (vergleiche ③ in Abb. 3.3).



- ① MINER-Original mit  $k^* = \infty$  unterhalb  $S_D$
- ② MINER-Modifiziert (HAIBACH) mit  $k^* = 2k - 1$  unterhalb  $S_D$
- ③ MINER-Elementar mit  $k^* = k$  unterhalb  $S_D$
- ④ MINER-Modifikation (ZENNER und LIU) mit  $k^* = k + m$  unterhalb  $S_D$  sowie  $S_D^* = S_D/2$

Abb. 3.3: Lineare Modifikationen der MINER-Hypothese /6/

HAIBACH stellte auch in seinen Untersuchungen /18/ fest, dass die Beanspruchung unterhalb der Dauerfestigkeit schädigt, aber mit einem geringeren Betrag als von CORTAN und DOLAN prognostiziert. Er legte den Neigungsparameter der Wöhlerlinie unterhalb der Dauerfestigkeit mit  $k^* = 2k - 1$  fest (vergl. Abb. 3.3 ②).

Eine weitere Modifikation der linearen Schadensakkumulationshypothese von MINER wurde von ZENNER und LIU /45/ vorgeschlagen und berücksichtigten sowohl die Beanspruchungen unterhalb der Dauerfestigkeit als auch die Reihenfolgeeffekte durch das globale Verschieben der Wöhlerlinie zur ingenieurmäßig sicheren Seite. Die Dreh- und Abknickpunkte sowie die Verschiebung der Wöhlerlinie werden hierbei aus der Rissfortschritts- und Bauteil-Wöhlerlinie bestimmt. Hierbei wird die Rissfortschritts-Wöhlerlinie als Wöhlerlinie des schlechtesten Bauteils interpretiert und damit als eine untere Grenzkurve für den Streubereich der Wöhlerlinie verwendet, da ihre Neigung  $m$  generell eine größere Neigung als die Bauteil-Wöhlerlinie besitzt und näherungsweise mit  $m = 3,6$  angenommen wird (vergl. Abb. 3.3 ④). Aus dem Mittel der Neigung der Bauteil-Wöhlerlinie  $m$  und der Rissfortschritts-Wöhlerlinie  $k$  wird eine neue Neigung  $k^*$  definiert mit

$$k^* = \frac{k + m}{2}.$$

Der Drehpunkt, um den man die modifizierte Wöhlerlinie mit der größeren Neigung  $k^*$  in Richtung der Rissfortschritts-Wöhlerlinie dreht, wird auf den Kollektivhöchstwert  $S_{a,max}$  festgelegt. Da auch Amplituden unterhalb der Dauerfestigkeitsgrenze schädigen, wird die modifizierte Wöhlerlinie bis zur herabgesetzten Dauerfestigkeitsamplitude verlängert mit

$$S_D^* = \frac{S_D}{2}.$$

Mit der modifizierten Wöhlerlinie nach ZENNER und LIU ist zu erwarten, dass die errechneten Schadenssummen  $D$  generell größer sind, als durch die Elementar-MINER-Hypothese ermittelt wird. Durch die Verschiebung und Drehung der Bauteil-Wöhlerlinie erfolgt lediglich eine Vergrößerung der Sicherheit, die man auch durch die Wahl eines kleineren Versagenskriteriums  $D < 1,0$  erreicht, was aber nicht der Erhöhung der Zuverlässigkeit einer Lebensdauerabschätzung dient /53/.

Eine weitere Schadensakkumulationshypothese, die den Schädigungszuwachs auf linearer Basis berechnet, ist das Folge-Wöhler-Kurven-Konzept (FWK-Konzept) von SCHOTT /74, 75/. Aus der Kenntnis, dass ein dynamisch vorbelastetes Bauteil beim Wechsel der Belastungsstufen ein unterschiedliches Schädigungsverhalten aufzeigt, entwickelte SCHOTT

für jeden Beanspruchungshorizont eine Folge-Wöhlerlinie, welche Lage und Neigung verändert. Dies erfordert in zweistufigen Vorversuchen die experimentelle Bestimmung von steigenden und fallenden Ermüdungsfunktionen. Mit diesen und den dazugehörigen Drehpunktkoordinaten, die angeben, um welchen Punkt sich die FWK für jede Beanspruchungsfolge drehen wird, muss nach jeder Beanspruchungsstufe eine herabgesetzte ertragbare Lastspielzahl  $N_{fi,red.} = N_{fi,FWK} - n_i$  errechnet werden (vergl. Abb. 3.4). Dieser Vorgang wird fortgesetzt, bis die ertragbaren Lastspielzahlen aufgebraucht sind und die Restlebensdauer  $N_{fi,red.} = 0$  ist.

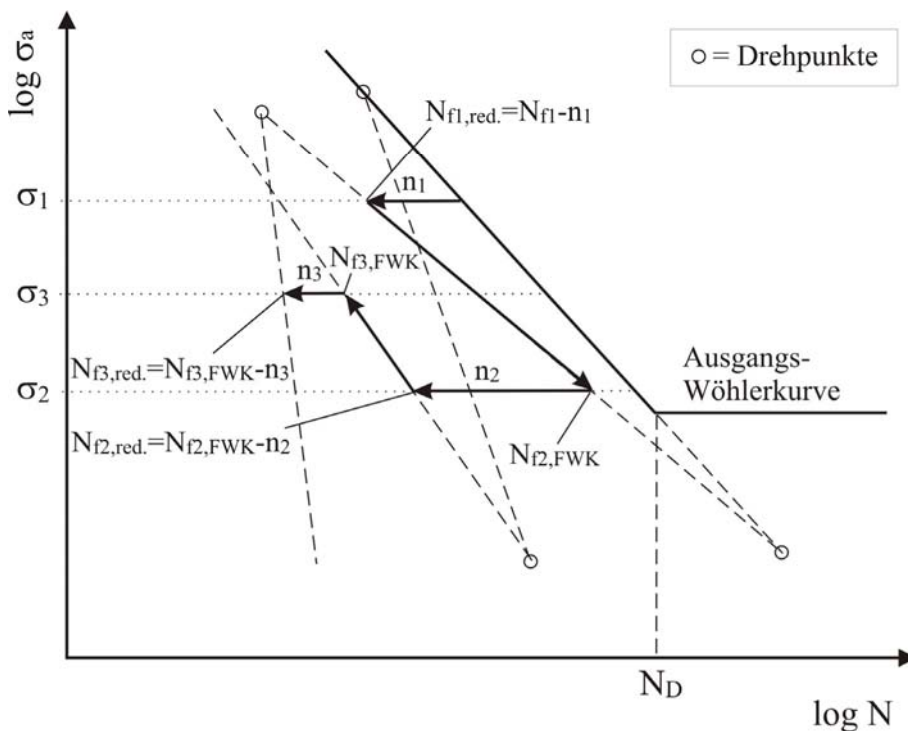


Abb. 3.4: Beispielhafter Berechnungsablauf des FWK-Konzepts modifiziert nach /77/

Das FWK-Konzept wurde von SCHOTT erweitert unter Berücksichtigung veränderlicher Mittelspannungen /76/ und mit hypothetischen Ermüdungsfunktionen /77/, welche dennoch Vorversuche erforderlich machen, um eine angemessene Treffsicherheit zu erzielen /52/.

Wurde bei einem bekannten Bauteil die Lebensdauer schon experimentell ermittelt, so kann bei vergleichbaren Bedingungen die Lebensdauer für ein anderes ähnliches Kollektiv mit der relativen MINER-Regel (kurz MINER-Relativ) ermittelt werden. Der Grundgedanke besteht darin, von dem definierte Schadenskriterium  $D = 1$  abzuweichen und eine Schadenssumme zu verwenden, die sich bei früheren Versuchen eingestellt hat. Die Schadenssumme kann hierbei beliebig sein. Es ist nur notwendig, dass die Schadenssumme bis zum Bruch für die



beiden verschiedenen Kollektivformen gleich ist. Die Schadenssumme wird mittels folgender Gleichung berechnet /14/:

$$N_A = N_B \frac{\left[ \sum \left( \frac{n_i}{N} \right) \right]_B}{\left[ \sum \left( \frac{n_i}{N} \right) \right]_A}.$$

Hierin ist  $N_A$  die zu berechnende Lebensdauer unter Kollektiv A.  $N_B$  ist die experimentell ermittelte Lebensdauer eines ähnlichen Kollektivs B mit

$$\sum \left( \frac{n_i}{N_i} \right)_A, \text{ Schadenssumme unter berechnetem Kollektiv A und}$$

$$\sum \left( \frac{n_i}{N_i} \right)_B, \text{ Schadenssumme unter bekanntem Kollektiv B.}$$

Laut SCHÜTZ /78/ ist die Zuverlässigkeit nach MINER-Relativ höher als die der original MINER-Regel. Besonders in all den Fällen, wo beispielsweise aus einer Serienproduktion umfangreiche Erfahrungen vorliegen, bietet sich eine Relativierungsregel an, wenn auf Neukonstruktionen geschlossen werden soll. Im Fahrzeugbau wird vor diesem Hintergrund die Rechenvorschrift nach MINER-Relativ angewandt /14/.

Bei einem relativ neuen Verfahren von HUANG /46/ wird die Vorschädigung im Bauteil bei der Bestimmung der fiktiven Wöhlerlinie im Dauerfestigkeitsbereich quantitativ berücksichtigt. Zur Herleitung des Verfahrens wird das Spannungskollektiv in zwei Gruppen geteilt. In Gruppe I werden Spannungsstufen größer oder gleich der Dauerfestigkeit zugeordnet:

$$\sigma_i \geq \sigma_D \rightarrow \text{Gruppe I}.$$

Die restlichen Spannungsstufen, die kleiner als die Dauerfestigkeit sind, werden der Gruppe II zugeordnet:

$$\sigma_i < \sigma_D \rightarrow \text{Gruppe II}.$$

In der Spannungsgruppe I erhält man durch ein äquivalentes Spannungskollektiv nach der linearen MINER-Regel (MINER-Original) die äquivalente Schadenssumme  $D_I$  nach

$$D_I = \sum_{i=1}^j \frac{n_i}{N_{fi}}.$$

Ist die Schadenssumme  $D_I$  größer oder gleich Eins, hat das Bauteil bereits unter der Spannungsgruppe I versagt. Die Schädigung für die Spannungsgruppe II braucht hier nicht

berücksichtigt zu werden. Anderenfalls wird die Schädigung infolge der Spannungsgruppe II mitgezählt werden. Die Reduzierung der Festigkeit des Bauteils im Dauerfestigkeitsbereich infolge der Vorschädigung durch die Spannungsgruppe I wird durch eine äquivalente Gerade  $k^*$  unterhalb der Dauerfestigkeit berücksichtigt. Hierzu nutzt HUANG im Zeitfestigkeitsgebiet ebenfalls eine Bauteil-Wöhlerkurve (MINER-Original) und führt dann auf Basis aller im Zeitfestigkeitsgebiet liegenden Teilschädigungen  $C_I$  im Dauerfestigkeitsbereich die Wöhlerlinie mit der Neigung

$$k^* = \frac{a}{C_I^b}$$

weiter.

Die Faktoren  $a$  und der Exponent  $b$  für die Neigungsberechnung sind werkstoffabhängige Größen, werden entweder durch lineare Regression aus Messwerten ermittelt oder nach /46/ mit  $a = k$  und  $b = 1$  angenommen und zu einer Geraden als Verlängerung der Zeitfestigkeitsgrade berechnet. Diese Gerade liegt zwischen dem Geradenverlauf nach MINER-Elementar und der original Bauteil-Wöhlerlinie. Die Neigung dieser äquivalenten Wöhlerlinie hängt im Gegensatz zu anderen Berechnungsverfahren von der Vorschädigung ab. Liegt nur eine geringe Vorschädigung vor, wird die äquivalente Wöhlerlinie nahe an der original Bauteil-Wöhlerlinie liegen.

Mithilfe dieser äquivalenten Wöhlerlinie wird nun die Teilschädigung des Bauteils in der zweiten Schädigungsstufe ermittelt mit

$$D_{II} = \sum_{i=j+1}^m \frac{n_i}{N_{fi}}.$$

Die mögliche Gesamtschädigung infolge des Belastungskollektivs beträgt somit

$$D = D_I + D_{II}.$$

Die lineare Modifikation nach HUANG /46/ simplifiziert einerseits die lineare Schadensakkumulation durch die Bildung von Kollektivgruppen, andererseits ist die umfassende experimentelle Ermittlung der äquivalenten Wöhlerlinienneigung  $k^*$  unter Berücksichtigung der Teilschädigung  $D_I$  mit großem Aufwand verbunden.

### 3.3 Ausgewählte nichtlineare Schadensakkumulationsvorschriften

Durch vielzählige Unsicherheiten und Schwachstellen der linearen Schädigungshypothese nach MINER und diversen linearen Modifikationen liegt es auf der Hand, dass das Ermüdungsschädigungsphänomen ein höchst nichtlinearer Prozess ist, der durch eine lineare Schadensakkumulation nur unzureichend beschrieben werden kann.

### 3.3.1 Mathematisches Vorgehen bei nichtlinearer Akkumulationsvorschrift

Das Phänomen der Bauteilschädigung ist von der Zunahme der Schwingspiele und je nach Autor von unterschiedlich definierten Schädigungs- bzw. Werkstoffparametern ( $\chi_i$ ) in den jeweiligen Beanspruchungsstufen abhängig. Das Maß der Schädigung wächst von  $D = 0$  für das ungeschädigte Material bis  $D = 1$  für Materialversagen (technischer Anriss oder Schwingungsbruch) nach unterschiedlichen nichtlinearen Gesetzmäßigkeiten. Unter verschiedenen Beanspruchungsgrößen ergeben sich linear abweichende Schädigungszuwächse. Die Schädigungsfunktionen der nichtlinearen Schadensakkumulationshypothesen basieren ebenfalls auf der Schädigungsfunktion von MINER, sie werden aber in Funktionen zweiten Grades transformiert und mit Exponenten der jeweiligen Schädigungs- bzw. Werkstoffparameter erweitert. Hierdurch ergeben sich unter verschiedenen Beanspruchungsgrößen deutliche linear abweichende Schädigungszuwächse.

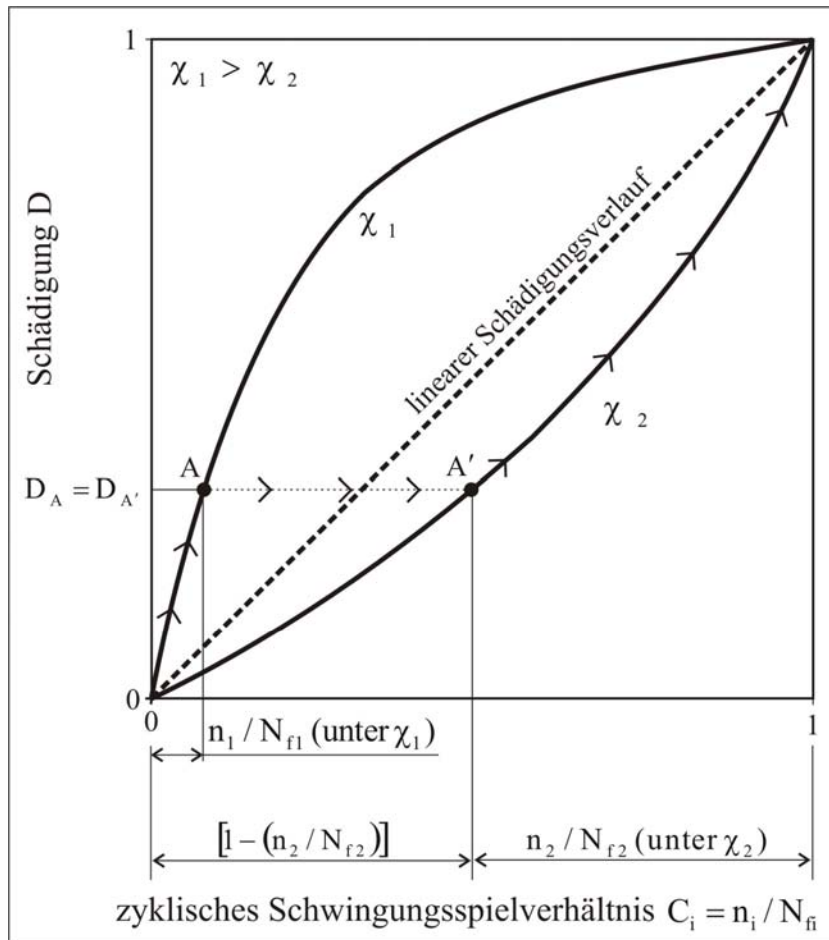
Die nichtlinearen Schädigungszuwächse sind in *Abb. 3.5* für zwei verschiedene Schädigungs- bzw. Werkstoffparameter ( $\chi_1$  und  $\chi_2$ ) im Vergleich zum linearen Schädigungsverlauf schematisch am Beispiel eines zweistufigen Ermüdungsversuchs dargestellt.

Bei einem zweistufigen Versuch ergibt sich durch die erste Beanspruchungsstufe mit einem festgelegten Zyklenverhältnis und unter Berücksichtigung eines je nach Autor definierten Schädigungs- bzw. Werkstoffparameter ( $\chi_i$ ) eine nichtlineare Teilschädigung ( $D_A$ ) in der Form von /51/

$$D_A = \left( \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\chi_1}.$$

Beim Wechseln der Beanspruchungsstufen ( $D_A = D_{A'}$ ) wird das zweite Zyklenverhältnis bis zum Versagen (Schwingungsbruch) bei  $D = 1$  unter Wirkung eines zweiten Schädigungs- bzw. Werkstoffparameter ( $\chi_2$ ) ermittelt. Die erreichte Teilschädigungssumme in der ersten Beanspruchungsstufe unter Wirkung von  $\chi_i$  entspricht einer Schädigungssumme, die aus der Gesamtschädigung ( $D = 1$ ) abzüglich der Teilschädigung ( $D_{A'}$ ) aus der zweiten Beanspruchungsstufe unter Wirkung von  $\chi_2$  errechnet werden kann /34/ (vergl. *Abb. 3.5*):

$$\left( \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\chi_1} = \left[ 1 - \left( \frac{n_2}{N_{f2}} \right)^{\chi_2} \right].$$



**Abb. 3.5:** Schematische Darstellung der linearen und nichtlinearen Schädigungsverläufe modifiziert nach /34/

Nach Umstellung dieser Gleichung ergibt sich ein allgemeiner nichtlinearer Zusammenhang zur Berechnung der Schadenssumme (D) für einen zweistufigen Ermüdungsversuch wie folgt:

$$D = \left( \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\frac{\chi_1}{\chi_2}} + \left( \frac{n_2}{N_{f2}} \right)^{\frac{\chi_2}{\chi_2}} = \left( \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\frac{\chi_1}{\chi_2}} + \left( \frac{n_2}{N_{f2}} \right)^1 = 1.$$

Mehrstufige Versuche werden erfasst nach

$$D = \left\{ \left[ \left( \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\frac{\chi_1}{\chi_2}} + \frac{n_2}{N_{f2}} \right]^{\frac{\chi_2}{\chi_3}} + \dots + \frac{n_{m-1}}{N_{fm-1}} \right\}^{\frac{\chi_{m-1}}{\chi_m}} + \frac{n_m}{N_{fm}} = 1.$$

Die Grunddefinition der jeweiligen Schädigungs- bzw. Werkstoffparameter der einzelnen Beanspruchungsstufen wird in der folgenden Analyse zu einem Gesamtexponenten zusammengefasst und mit „ $\chi$ “ dargestellt. Für die lineare MINER-Hypothese ergibt sich der Schädigungsexponent als Konstante  $\chi = 1$ .

Die Schädigungstheoreme nach diesem nichtlinearen Grundschema benötigen zur Ermittlung der Schadenssumme Grundberechnungsdaten aus Betriebsdauerfunktionen, in der Regel sind dies „linearisierte“ Bauteil-Wöhlerlinien. Es liegt nahe, wie in /34/ ausgeführt, eine auf linear ermittelte Daten aufbauende nichtlineare Schadensberechnung zu bemängeln. Jedoch ist es angebracht, auf solch ein „einfaches und bewährtes“ Hilfsmittel zurückzugreifen, zumal Bauteil-Wöhlerlinien in vielfältiger Weise bereits veröffentlicht worden sind. Grundberechnungsdaten sind u.a. die Versagens-Lastspielzahlen  $N_{fi}$ , welche zu jeweils festgelegten Beanspruchungsamplituden  $\sigma_i$  aus den Bauteil-Wöhlerlinien entnommen werden, welche jedoch für nur ein konstantes Mittellastverhältnis Gültigkeit besitzen. Zudem wird die Schwingspielzahl ( $n_i$ ) für die erste Beanspruchungsstufe im Verhältnis zur Versagens-Lastspielzahl ( $N_{fi}$ ) festgelegt. Darüber hinaus wird eine konstante Mittelspannung ( $\sigma_m$ ) oder ein gleiches Spannungsverhältnis ( $R$ ) bei der Ermittlung der Bauteil-Wöhlerlinien und bei den zyklischen Ermüdungsversuchen in den Untersuchungen zugrunde gelegt.

Die analysierten Berechnungsansätze der Literaturstellen /30-49/ beurteilen die Bauteil-Tragfähigkeit (Schwingfestigkeit) nach getrennt definierten Beanspruchungsstufen. Der nichtlineare Schädigungszuwachs wird besonders für zweistufige Ermüdungsversuche am deutlichsten aufgegriffen, daher sind in den anschließenden Unterkapiteln beispielhaft für den zweistufigen Ermüdungsversuch die nichtlinearen Schadensakkumulationsvorschriften erörtert.

### 3.3.2 Nichtlinearer Akkumulationsansatz nach MARCO und STARKEY

Eine von MARCO und STARKEY /39/ aufgestellte Ermüdungsschädigungshypothese berücksichtigt einen nichtlinearen Verlauf der Schädigung durch einen Schädigungsexponenten, welcher in engem funktionalen Zusammenhang mit den jeweiligen Beanspruchungsamplituden ( $\sigma_i$ ) steht. Demnach ist die Schädigung nicht nur allein vom zyklischen Schwingspielverhältnis  $C_i = n_i / N_{fi}$ , sondern auch von einem je nach Autor definierten Beanspruchungskonzentrationsfaktor ( $\chi_{(\sigma_i)}$ ) abhängig. Dieser Beanspruchungskonzentrationsfaktor ist wiederum entscheidend von der jeweiligen Beanspruchungsamplitude ( $\sigma_i$ ) abhängig und berücksichtigt nach MARCO und STARKEY den Rissfortschritt bzw. die Rissgrößenzunahme. Die Schädigungs- bzw. Werkstoffexponenten ergeben sich je Laststufe aus /39/

$$\chi_i = \chi_{(\sigma_i)} \quad \text{mit} \quad \chi_{(\sigma_i)} = f(\sigma_i).$$

In der Publikation von MARCO und STARKEY /39/ erfolgt leider keine explizite Beschreibung der Schädigungsexponenten. Die Ermittlung der Schädigungsexponenten  $\chi_{(\sigma_i)}$  muss nach der

---

Auffassung vieler Publikationen, u.a. in /38, 35-36, 47-48/, mit überhöhtem experimentellem Aufwand durch extensive Testprogramme jeweils materialabhängig ermittelt werden.

Für einen zweistufigen Ermüdungsversuch ergibt sich ein Schädigungswachstumsgesetz unter Einbeziehung der Belastungsamplitudenfolge und für konstante Mittellastverhältnisse in der Form von /39/

$$D = \left( \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\frac{\chi_{(\sigma_1)}}{\chi_{(\sigma_2)}}} + \frac{n_2}{N_{f2}} = 1.$$

Eine Überprüfung der Schädigungstheorie nach MARCO und STARKEY mit experimentellen Daten wird in der anstehenden Treffsicherheitsuntersuchung durch notwendige, zusätzliche experimentelle Versuche zur Ermittlung der Schädigungsparameter unberücksichtigt bleiben.

### 3.3.3 Nichtlinearer Akkumulationsansatz nach SUBRAMANYAN

Eine annähernde Schadenshypothese, ebenfalls unter Berücksichtigung der Beanspruchungsamplitude  $\sigma_i$ , wird von SUBRAMANYAN /42/ vorgeschlagen. Bei dieser Hypothese wird das Werkstoffschädigungsverhalten maßgeblich durch die aufgebrachte Beanspruchung bestimmt. Hiernach wird der Schädigungsexponent  $\chi_i$  unter Berücksichtigung der jeweiligen Spannungsamplitude  $\sigma_i$  und der Dauerfestigkeit  $\sigma_D$  wie folgt ermittelt:

$$\chi_i = \frac{1}{(\sigma_i - \sigma_D)}.$$

Somit lässt sich ein Schädigungsgesetz für konstante Mittellastverhältnisse nach SUBRAMANYAN in folgender Gestalt für einen zweistufigen Ermüdungsversuch aufstellen /42/:

$$D = \left( \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\frac{(\sigma_2 - \sigma_D)}{(\sigma_1 - \sigma_D)}} + \frac{n_2}{N_{f2}} = 1.$$

Unter Berücksichtigung der Spannungsamplitude  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  werden die jeweiligen Beanspruchungsamplituden der ersten und zweiten Laststufe nach Größe und Amplitudenfolge berücksichtigt. Des Weiteren wird die Dauerfestigkeitsamplitude  $\sigma_D$  an der Ermüdungsgrenze mit einbezogen. Der Schädigungsparameter kann ohne aufwändige Untersuchungen nach Festlegung der Beanspruchungsamplituden aus den zugehörigen Schädigungslinien (Wöhlerlinien) berechnet werden. Ein Vergleich von experimentellen Daten und der Theorie von SUBRAMANYAN wird in der anstehenden Treffsicherheitsuntersuchung erfolgen.

Nachteil der ursprünglichen Hypothese von SUBRAMANYAN /42/ ist, dass jedoch keine Schädigungen unterhalb der Dauerfestigkeitsamplitude (Ermüdungsgrenze  $\sigma_D$ ) erfasst werden. Daraufhin wurde in einer späteren Publikation von SUBRAMANYAN und SRIVATSAVAN /41/ vorgeschlagen, dieses Defizit durch eine reduzierte Ermüdungsgrenze ( $\sigma_{Dred.}$ ) zu korrigieren. Die Berechnung einer reduzierten Ermüdungsgrenze erfordert erhöhten rechnerischen Aufwand, somit findet die Hypothesenerweiterung keine Berücksichtigung in der anstehenden Treffsicherheitsuntersuchung, zumal keine Beanspruchungsamplituden unterhalb der Ermüdungsgrenze in den Untersuchungen vorgesehen sind. Darüber hinaus ergibt sich bei Aluminiumwerkstoffen auch hier kein ausgeprägter Knickpunkt der Wöhlerline, um die Dauerfestigkeit als Bezugsgröße zu erfassen /35/.

### 3.3.4 Nichtlinearer Akkumulationsansatz nach HASHIN

In den Untersuchungen von HASHIN und ROTEM /34/ bzw. HASHIN und LAIRD /35/ werden zur Ermittlung des Schädigungsexponenten die Versagens-Lastspielzahlen ( $N_{fi}$ ) aufgegriffen. Die Dauerfestigkeits-Lastspielzahl ( $N_D$ ) an der Ermüdungsgrenze der jeweiligen Schädigungslinie (Wöhlerlinie) wird gemäß der folgenden Gleichung für konstante Mittellastverhältnisse berücksichtigt /35/:

$$\chi_i = \frac{1}{\log(N_{fi}/N_D)}.$$

Für eine Zweistufenbelastung ergibt sich nach der von HASHIN entwickelten Theorie eine Schadenssumme (D), welche zudem auch die Belastungsamplitudenfolgen berücksichtigt:

$$D = \left( \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\frac{\log(N_{f2}/N_D)}{\log(N_{f1}/N_D)}} + \frac{n_2}{N_{f2}} = 1.$$

Die Ermittlung der Versagens-Lastspielzahlen ( $N_{fi}$ ) erfolgt, wie nach den zuvor beschriebenen Theorien aus den jeweiligen Wöhlerlinien für konstante Mittellasten. Auch diese Theorie nach HASHIN wird im Vergleich mit den experimentellen Werten der anstehenden Untersuchung analysiert. Sie bietet ebenso, wie die Theorie nach SUBRAMANYAN, für Aluminiumwerkstoffe keine Berücksichtigung der Dauerfestigkeit als Bezugsgröße.

### 3.3.5 Nichtlinearer Akkumulationsansatz nach ELLYIN

In diversen Publikationen von ELLYIN und Mitarbeitern /36, 47-48, 50/ wird der Schädigungsexponent  $\chi$  mithilfe von Energiefunktionen beschrieben. Die Energiebetrachtungen erfolgen unter Berücksichtigung der Gesamtverformungsenergiedichte /48/,

der plastischen Verformungsenergie-dissipation /36/ oder unter Einbeziehung einer Energie-basisfunktion /50/. Der funktionale Zusammenhang wird anhand des folgenden Schädigungsexponenten global beschrieben:

$$\chi_i = \frac{1}{\log(W_i/W_{D,red.})}.$$

Demnach werden die plastischen Verformungsenergien der einzelnen Beanspruchungsstufen ( $W_i$ ) im Verhältnis zur plastischen Verformungsenergie bei herabgesetzter Ermüdungsgrenze ( $W_{D,red.}$ ) berücksichtigt. Die Schädigungsgleichung für einen beispielhaften zweistufigen Ermüdungsversuch beschreibt folgende Gleichung:

$$D = \left( \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\frac{\log(W_2/W_{D,red.})}{\log(W_1/W_{D,red.})}} + \frac{n_2}{N_{f2}} = 1.$$

Hiernach erfolgt ebenso wie bei den zuvor analysierten Schädigungsrechnungen eine Berücksichtigung der Beanspruchungsamplitudenfolge. Da generell für die Ermittlung der Gesamtverformungsenergien ein enormer technischer Aufwand nötig ist /47/, wird davon abgesehen, eine Treffsicherheitsanalyse zwischen experimentellen Daten und nach ELLYIN berechneten Schadenssummen vorzunehmen.

### 3.3.6 Nichtlinearer Akkumulationsansatz nach MANSON

MANSON, FRECHE und ENSING /37/ unterteilten den Schädigungsverlauf in zwei lineare Phasen, die Rissbeginnphase und die Rissausbreitungsphase, die sie unter der „Doppellinearen Schädigungsregel“ publizieren. Die beiden relativen Terme für Rissbeginn und Rissausbreitung lassen sich allerdings nicht genau abgrenzen. Die Werte nähern sich relativ gut einem linear abweichenden Schädigungsverlauf an. Durch die Geradenverläufe entstehen jedoch deutlich erkennbare Abweichungen, welche von MANSON und HALFORD /38/ in einer nichtlinearen Folgetheorie verbessert wurden. Hierbei wird vom doppellinearen Schädigungsmodell abgewichen und der Schädigungsverlauf durch ein „Schädigungskurven-Konzept“ beschrieben /50/.

MANSON wählte zur Berücksichtigung der Beanspruchungsamplitudenfolge den direkten Zusammenhang zur Wöhlerlinie und definiert einen konstanten Parameter ( $p$ ) zu folgendem Schädigungsexponenten unter Einbeziehung der Versagens-Lastspielzahl ( $N_{fi}$ ) in /38/ mit

$$\chi_i = (N_{fi})^p.$$



Der im Schädigungsexponent aufgezeigte Parameter (p) ist von MANSON mit einem Wert von  $p = 0,4$  empirisch ermittelt worden und beschreibt den Wert mit der größten Treffsicherheit, welcher in /51/ experimentell bestätigt werden konnte.

Die mathematische Beschreibung der Schädigungskurven ist für einen zweistufigen Versuch in der folgenden Gleichung dargestellt:

$$D = \left( \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\left( \frac{N_{f1}}{N_{f2}} \right)^{0,4}} + \frac{n_2}{N_{f2}} = 1.$$

Mit dieser Schädigungsgleichung nach MANSON lassen sich ebenso wie bei den vorangegangenen Schädigungstheorien die Belastungsamplitudenfolgen berücksichtigen. Die Versagens-Lastspielzahlen ( $N_{fi}$ ) können aus den entsprechenden Bauteil-Wöhlerlinien entnommen werden. Der entscheidende Vorteil der MANSON-Hypothese ist, dass sie durch den direkten Zusammenhang zur Wöhlerlinie, ohne Differenzbildung zur Dauerfestigkeit, anwendbar ist. Die Schadenssummen aus der Theorie nach MANSON werden in den anstehenden Treffsicherheitsuntersuchungen einbezogen und mit den experimentellen Werten verglichen.

### 3.3.7 Modifizierter nichtlinearer Akkumulationsansatz nach MANSON

Umfassende Zweistufen-Ermüdungsversuche in /51/, welche in /63/ und /64/ veröffentlicht wurden, gaben den Anlass, eine Erweiterung der Schadensakkumulationsvorschrift nach MANSON durchzuführen. In Absicherung durch experimentelle Versuchsergebnisse wurden in /51/ systematisch die Schwachstellen der linearen und nichtlinearen Schädigungskurvenverläufe aufgezeigt. Deutlich wurde sichtbar, dass die errechneten „quadratischen“ Schädigungskurvenverläufe gegenüber der linearen Schädigungstheorie deutliche Vorteile aufzeigen. Darüber hinaus wurde eine Schädigungstheorie entwickelt, die auf der nichtlinearen Theorie von MANSON aufbaut und einen Schädigungsansatz dritten Grades vorschlägt. Hierdurch konnte eine deutliche Treffsicherheitssteigerung gegenüber den nichtlinearen Akkumulationsvorschriften (zweiten Grades) erreicht werden. Die MANSON-Theorie wurde in folgender Form erweitert:

$$D = \left( \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\left( \frac{N_{f1}}{N_{f2}} \right)^{0,4}} - \left[ \left( \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\left( \frac{N_{f1}}{N_{f2}} \right)^{0,4}} \right]^2 + \left[ \left( \frac{n_1}{N_{f1}} \right)^{\left( \frac{N_{f1}}{N_{f2}} \right)^{0,4}} \right]^3 + \frac{n_2}{N_{f2}} = 1.$$

Sie ergab eine Funktionsreihe dritten Grades, mit der die höchsten Treffsicherheiten gegenüber den experimentellen Zweistufenversuchen erreicht werden konnten. Für

mehrstufige Versuche wird sich der Berechnungsaufwand deutlich erhöhen. Es bieten sich aber durch einfachen Rechneinsatz standardisierte Lösungen an:

$$D = \left[ \left\{ \left[ (D_1 + C_2)^{\chi_2} - (D_1 + C_2)^{2\chi_2} + (D_1 + C_2)^{3\chi_2} \right] + \dots + C_{i-1} \right\}^{\chi_{i-1}} \right. \\ - \left. \left\{ \left[ (D_1 + C_2)^{\chi_2} - (D_1 + C_2)^{2\chi_2} + (D_1 + C_2)^{3\chi_2} \right] + \dots + C_{i-1} \right\}^{2\chi_{i-1}} \right. \\ + \left. \left\{ \left[ (D_1 + C_2)^{\chi_2} - (D_1 + C_2)^{2\chi_2} + (D_1 + C_2)^{3\chi_2} \right] + \dots + C_{i-1} \right\}^{3\chi_{i-1}} \right] + C_i = 1,$$

mit

$$i = 0, 1, 2, \dots, m,$$

$$D_0 = 0,$$

$$D_1 = C_1^{\chi_1} - C_1^{2\chi_1} + C_1^{3\chi_1},$$

$$C_i = \frac{n_i}{N_{fi}} \text{ und}$$

$$\chi_i = \left( \frac{N_{fi}}{N_{fi+1}} \right)^{0,4}.$$

Basierend auf den guten Übereinstimmungen zwischen experimentellen und analytischen Ergebnissen in /51/ wird diese Schädigungstheorie mit MANSON-Modifiziert benannt und ebenfalls in die folgenden Treffsicherheitsanalysen einbezogen.

### 3.4 Offene Fragen zur linearen und nichtlinearen Schadensakkumulation

Häufig werden in Unkenntnis der wirklichen Probleme die derzeitigen Lebensdauerhypothesen pauschal kritisiert, ohne die wissenschaftliche Situation im Einzelfall zu berücksichtigen. Die Vielzahl der Anmerkungen bzw. Kritikpunkte zur linearen und linear modifizierten Schädigungsrechnung nach MINER dürfen aber nicht über die weit verbreitete Anwendung der linearen Schadensakkumulationshypothese hinwegtäuschen. Die lineare Schädigungsrechnung führt zu einer deutlichen Minderung des Berechnungsaufwandes und ist bis heute die am meisten verwendete Hypothese zur Lebensdauerberechnung.

Im praktischen Einsatz und in experimentellen Untersuchungen zeigen sich dennoch deutlich immer wiederkehrende Unsicherheiten und Probleme bei der Anwendung von linearen Schadensakkumulationshypothesen, welche nachfolgend zusammengestellt sind:

- In zweistufigen Beanspruchungsversuchen ergeben sich gerade zu Beginn einer Beanspruchung überwiegend Schadenssummen  $D > 1$  unter einer Low-high-Belas-

tungsamplitudenfolge und Schadenssummen  $D < 1$  bei High-low-Belastungsamplitudenfolgen /22, 36, 38-39, 49/.

- Das physikalische Geschehen der Schädigung innerhalb eines Beanspruchungs-Zeit-Verlaufs kann nicht mit der linearen MINER-Theorie beschrieben werden /36/.
- Unsichere Schadenssummen nach MINER ( $D < 1$ ) ergeben sich durch große Grundbeanspruchungsschwankungen /18/.
- Die Schädigungsrechnungen nach linearen Summationsansätzen führen zu einer deutlich geringeren Treffsicherheit der Lebensdauerberechnung für Mehrstufenversuche (Blockprogramm-Versuche) /51, 55, 59/.
- In mehrstufigen Versuchen kann der Grad der Vorschädigung  $D_i$  durch die linearen Akkumulationsvorschriften nicht berücksichtigt werden. Die ertragbare Lastspielzahl ist somit auch eine Funktion der jeweils erreichten Schädigung /4, 51/.
- Es erfolgt eine unzureichende Berücksichtigung der Wechselwirkungen zwischen unterschiedlichen Schwingspielen in Form der Belastungsamplituden- bzw. Beanspruchungsfolge, welche bei der Lebensdauerermittlung mit der MINER-Regel durch fehlende Reihenfolgeeffekte unberücksichtigt bleiben /3, 16, 21, 23, 42/.
- Bei einer High-low-Belastung ist bei glatten Probekörpern die Schadenssumme  $D$  kleiner eins und bei gekerbten Probekörpern größer eins /22/.
- Es sind große Streuungen bei der Berechnung mit Schadensakkumulationshypothesen besonders unter Verwendung der linearen Akkumulationsvorschrift nach MINER festzustellen /45, 6/.
- Wenn große Amplitudenschwankungen in den Belastungsfolgen vorkommen, so führen diese zu großen Abweichungen bei der Lebensdauerberechnung nach der MINER-Regel /4, 22/.
- Die Dauerfestigkeit sinkt im Verlaufe des Ermüdungsvorganges ab, daher können auch kleinere Amplituden unterhalb der Dauerfestigkeit  $S_D$  zur Schädigung beitragen, welche nach der original MINER-Hypothese nicht berücksichtigt werden /79/.

Hieraus lassen sich wiederum grundlegend, wie bereits in *Kapitel 2.5* ermittelt, die Bemessungsgrundlagen der Beanspruchung (Beanspruchungskollektiv) und der Beanspruchbarkeit (Wöhlerlinie) zur Diskussion stellen. Die überwiegende Mehrheit der wiederkehrenden Probleme bei der Anwendung von linearen Schadensakkumulationshypothesen ist aber auf die Unsicherheiten und Schwachstellen der zugrunde liegenden linearen Berechnungsvorschrift zurückzuführen.

---

Die Einführung nichtlinearer Akkumulationsvorschriften berücksichtigt umfassend den Reihenfolgeeffekt bei High-low- und Low-high-Beanspruchungswechsel nach Amplitudengröße und Schwingungsumfang. Darüber hinaus wird mittels nichtlinearer Schadensakkumulation der Grad der Vorschädigung berücksichtigt und somit einem Absinken des Ermüdungsverlaufs Rechnung getragen.

Es kann zusammenfassend festgestellt werden, dass nur die nichtlinearen Schadensakkumulationshypothesen in der Lage sind:

- die momentane Schadenssumme  $D$  (erreichte Beanspruchungshöhe),
- den Schädigungszuwachs  $\Delta D$ ,
- die Reihenfolgeeffekte (High-low- bzw. Low-high-Amplitudenfolge),
- den Schwingungszuwachs (zyklische Schwingungsverhältnis  $C_i$ ),
- die Beanspruchungsparameter ( $\sigma_i$  und  $N_{fi}$ ),
- die Stufenzahl  $m$  und
- die Größe der aufgebrauchten Schwingungen  $n_i$

in nichtlineare Abhängigkeiten mittels Schädigungsparameter  $\chi_i$  zu erfassen.

Es ist zu vermuten, dass die berechneten Schadenssummen nach der linearen MINER-Hypothese eine deutlich geringere Treffsicherheit der tatsächlich erfolgten Schädigung ergeben. Dennoch verbleiben Unsicherheiten und vermutlich auch Mängel bei den nichtlinearen Schadensakkumulationshypothesen. Gerade Beanspruchungsamplituden unterhalb der Dauerfestigkeit sind nach den meisten Hypothesen nicht vorgesehen /35/. Abhilfe können hier die erweiterten Wöhlerlinienverläufe z.B. nach HAIBACH bzw. ZENNER und LIU schaffen. Besonders für Aluminiumwerkstoffe existiert kein ausgeprägter Knickpunkt der Wöhlerlinie, welcher nach den Hypothesen von SUBRAMANYAN und HASHIN explizit in Bezug gesetzt wird /35/. Die Ermittlung des Wöhlerlinien-Knickpunktes kann jedoch global nach der FKM-Richtlinie definiert werden. Besonders im Bereich der Dauerfestigkeit zeigen die linearen und auch die nichtlinearen Hypothesen stark streuende und erhöhte Schädigungsergebnisse /4, 41, 52, 71/. Diese Unzulänglichkeiten werden durch die großen Streubereiche gemäß der Knickpunktdefinition der Wöhlerlinie hervorgerufen.

Darüber hinaus ist ein definierter Abgleich der zulässigen Schadenssummen in Kombination mit einer treffsicheren Akkumulationsvorschrift gefordert, da die europäischen Regelwerke die Modifikation nach HAIBACH mit einer zulässigen Schadenssumme von  $D = 1,0$  verwenden, jedoch die amerikanischen Regelwerke MINER-Elementar mit einer zulässigen Schadenssumme von  $D = 0,5$  vorschlagen /17/. Wiederum definiert die FKM-Richtlinie /N5/ eine Schadenssumme für Stahl von  $D = 0,3$ , welche nach dem „Stand der Technik“

empfohlen wird. Die aufgeführten Reduzierungen der Schadenssumme  $D$  führen zu einer ingenieurmäßig sicheren Dimensionierung, kommen aber der Forderung nach Wirtschaftlichkeit und wissenschaftlicher Analytik nicht nach. Wissenschaftlich betrachtet dürfen Schadensakkumulationshypothesen zur Lebensdauervorhersage nicht immer nur Ergebnisse auf der ingenieurmäßig sicheren Seite liefern. Eine optimale Schadenshypothese muss in der Lage sein, bei der Lebensdauervorhersage die Schadenssumme  $D = 1$  treffsicher und mit minimaler Streuung zu erfüllen. Die Treffsicherheitsanalyse ausgewählter Schadensakkumulationshypothesen im Folgekapitel zeigt hierzu qualitative Ergebnisse.

#### 4 Treffsicherheitsanalysen ausgewählter Schadensakkumulationshypothesen

Ziel der Treffsicherheitsanalyse ist es, eine qualitative Zuverlässigkeitsbeurteilung der linearen und nichtlinearen Schadensakkumulationshypothesen herauszuarbeiten. Hierzu ist es erforderlich, eine umfassende Analysedatenbank interner und externer experimenteller Versuchsergebnisse aufzustellen und mit ausgewählten namhaften Publikationen zur Schadensakkumulation hinsichtlich ihrer Treffsicherheit zu analysieren und zu vergleichen. Da das Ermüdungsschädigungsphänomen ein höchst nichtlinearer Prozess ist mit deutlichen Streuungen, werden optimierte Berechnungsverfahren verlangt. Lineare und nichtlineare Schadensakkumulationshypothesen fordern einen mathematischen Abgleich gegenüber den empirisch ermittelten Versuchsergebnissen aus vielzähligen Mehrstufenversuchen, um die Lebensdauer von Bauteilen treffsicherer berechnen zu können. Neben dem linearen Schädigungsfunktionsverlauf der Theorien nach MINER und deren linearen Modifikationen zeigen die bekannten nichtlinearen Schädigungshypothesen alle einen Schädigungsfunktionsverlauf zweiten Grades, wobei die Theorie nach MANSOON-Modifiziert (Kapitel 3.3.7) von einem höheren Nichtlinearitätsgrad (dritten Grades) ausgeht.

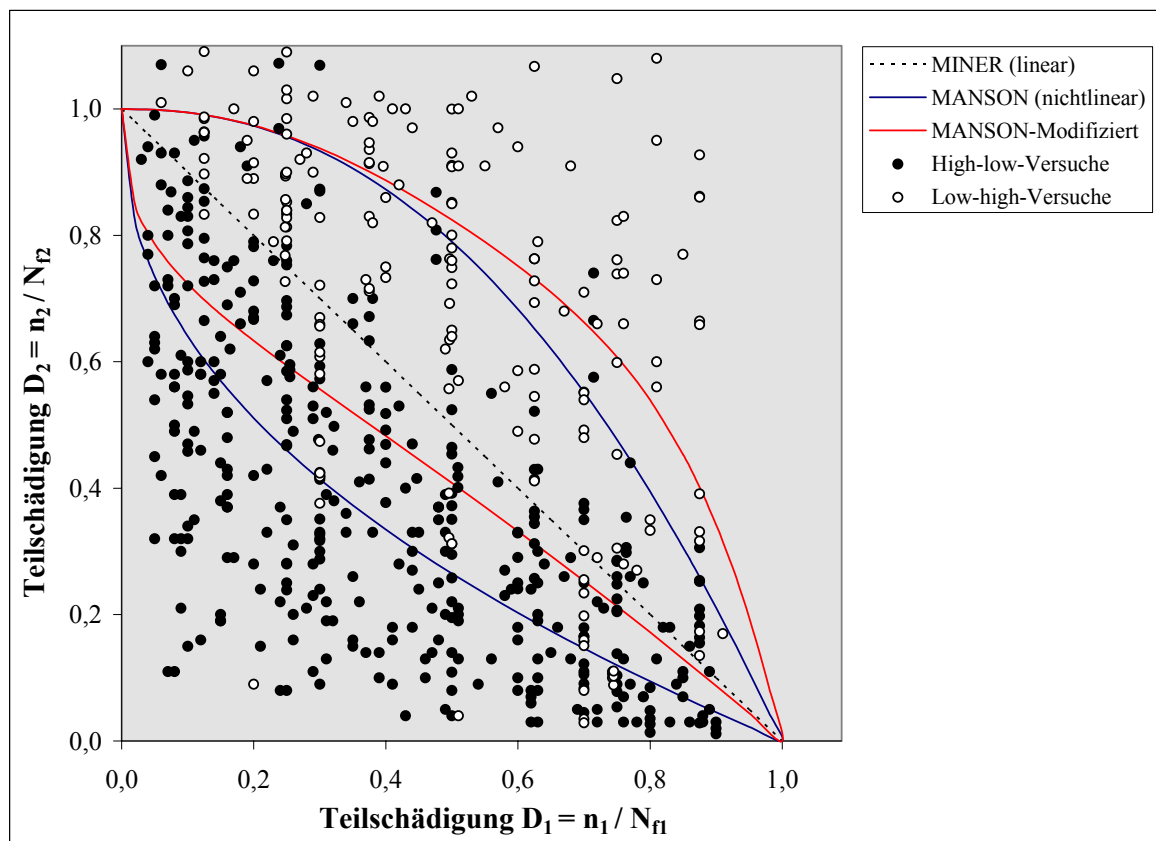


Abb. 4.1: Beispielhafte Schädigungsverläufe und experimentelle Versuchsergebnisse

Zur Verdeutlichung steigender (High-low) und fallender (Low-high) Amplitudenfolgen sind beispielhaft für zweistufige Kollektivbeanspruchungen ausgewählte lineare und nichtlineare Schädigungsverläufe in *Abb. 4.1* dargestellt. In Kontext hierzu sind 668 experimentelle Versuchsergebnisse für zweistufige High-low- und Low-high-Beanspruchungsfolgen aufgetragen. Hierin ist exemplarisch dargestellt, welchen enormen Streuungen die experimentellen Versuchsergebnisse unterliegen. Dennoch lassen sich zwei Tendenzen eindeutig zuordnen: Für zweistufige High-low-Versuche können prinzipiell kleinere Schadenssummen mit  $D < 1$  erwartet werden. In Gegensatz hierzu werden für Low-high-Versuche prinzipiell Schadenssummen größer  $D > 1$  festzustellen sein. Diese Tendenzen finden durch die nichtlinearen Schädigungsverläufe nach z.B. MANSON oder MANSON-Modifiziert für High-low- und Low-high-Versuche Berücksichtigung. Da auch die nichtlinearen Hypothesen durch ihren differenzierten Aufbau der Schädigungsexponenten individuelle Unterschiede aufweisen, können sie den experimentellen Ergebnissen nur phasenweise entsprechen.

Hauptaufgabe der anstehenden Untersuchungen muss es sein, die Treffsicherheit der linearen und nichtlinearen Hypothesen in Bezug zu den experimentellen Ergebnissen durch ein breit gefächertes Analysespektrum herauszuarbeiten. Hierfür werden aus definierten Publikationen aussagekräftige lineare und nichtlineare Theorien ausgewählt und in diesem Kapitel hinsichtlich ihrer Treffsicherheit analysiert. Ein Maß für die Berechnungsgüte der einzelnen Hypothesen wird in der folgenden Treffsicherheitsanalyse auch im Hinblick auf die Ergebnisstreuung beschrieben und statistisch ausgewertet werden müssen.

Es ist bei den Treffsicherheitsanalysen zu berücksichtigen, dass die zur Vergleichsbemessung herangezogenen internen und externen experimentellen Versuchsergebnisse im Bereich der Beanspruchung sowie im Bereich der Beanspruchbarkeit ebenfalls dem Einfluss von Streuungen unterliegen. Daher wirkt sich eine erreichbare Streuungsreduzierung auch in Abhängigkeit von Bauteilgeometrie, Bauteiloberfläche, Beanspruchungsart, Werkstoffwahl, Spannungsverhältnis, Frequenz, Temperatur und umgebenden Medien auf die Gesamtstreuung der Schadenssummen aus.

#### **4.1 Mathematische Berücksichtigung der Treffsicherheit und Streuung**

In vielen Literaturstellen wird häufig zur Treffsicherheitsanalyse das zyklische Schwingungsverhältnis der letzten Beanspruchungsstufe  $C_m$  ermittelt. Diese können direkt mit den

---

experimentellen Versuchsergebnissen der letzten Beanspruchungsstufe verglichen werden. Für lineare Hypothesen ergibt sich das letzte zyklische Schwingspielverhältnis  $C_{m,1}$  mit

$$C_{m,1} = \frac{n_m}{N_{fm}} = 1 - \left( \frac{n_{m-1}}{N_{fm-1}} + \dots + \frac{n_2}{N_{f2}} + \frac{n_1}{N_{fi}} \right).$$

Für die Berechnung des zyklischen Schwingspielverhältnisses bei nichtlinearer Akkumulation  $C_{m, nl}$  in der letzten Beanspruchungsstufe erfolgt die Ermittlung umfassender mit

$$C_{m, nl} = 1 - \left\{ \frac{n_{m-1}}{N_{fm-1}} + \left[ \frac{n_{m-2}}{N_{fm-2}} + \dots + \left( \frac{n_2}{N_{f2}} + \left( \frac{n_1}{N_{fi}} \right)^{\chi_1} \right)^{\chi_2} \dots \right]^{\chi_{m-2}} \right\}^{\chi_{m-1}}.$$

Eine Ausnahme bildet die Schadensakkumulationshypothese nach MANSON-Modifiziert, in der die Erweiterung zu einer Schädigungsfunktion dritten Grades eingearbeitet wurde.

Der große Umfang an auszuwertenden Berechnungsergebnissen wird in der grafischen Ergebnisdarstellung mittels Histogramm für die berechneten Schadenssummen  $D_{Hyp.}$  dargestellt. Hierzu werden die relativen Klassenhäufigkeiten  $H_{(D)}$  [%] in Schadenssummen-Intervalle mit definierter Klassenbreite  $\Delta x$  über der Schädigung  $D$  aufgetragen. Der arithmetische Mittelwert der errechneten Schadenssumme berechnet sich mit

$$\bar{D}_{Hyp.} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m D_{i, Hyp.}.$$

Hieraus kann eine Treffericherheitsbeurteilung der jeweiligen Hypothese ermittelt werden, ob sich die betreffende Akkumulationsvorschrift auf der ingenieurmäßig sicheren Seite befindet oder nicht.

Das Maß der Gesamtstreuung jeder analysierten Hypothese wird in Bezug zum errechneten Mittelwert der Schadenssumme wie folgt ermittelt:

$$s_{(D, Hyp.)} = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (D_{i, Hyp.} - \bar{D}_{Hyp.})^2}.$$

Das Maß der Gesamtstreuung gibt Aufschluss über die Beurteilung der Theoriegüte jeder einzelnen Hypothese. Hier werden besonders die Analyseergebnisse zwischen den linearen und nichtlinearen Hypothesen zur Bewertung anstehen.



Die berechneten Schadenssummen  $D_{\text{Hyp.}}$  werden der experimentellen Schadenssumme  $D_{\text{Exp.}} = 1$  (definierte Schadenssumme für Bauteilversagen) wie folgt gegenübergestellt und der arithmetische Abweichungsfehler bestimmt:

$$D_{\text{Fehler}} = (D_{\text{Hyp.}} - D_{\text{Exp.}}) \cdot 100 [\%] = (D_{\text{Hyp.}} - 1) \cdot 100 [\%].$$

Die statistische Beurteilung der Häufigkeitsverteilungen in Abhängigkeit zum Versagenskriterium  $D_{\text{Exp.}} = 1$  für die einzelnen linearen und nichtlinearen Hypothesen erfolgt durch die Größe der Streuung mit

$$s_{(D, \text{Exp.} = 1)} = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (D_{i, \text{Hyp.}} - 1)^2}.$$

Hierdurch wird eine Bezugsgröße ermittelt, welche Aufschluss über die erreichte Treffsicherheit der jeweiligen Hypothese liefert. Zudem sind die analysierten Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten der Analyseergebnisse in den Intervallen von

$$I: 0,9 \leq D \leq 1,1$$

für ein ideales Analyseergebnis und im Intervall von

$$I: 0,5 \leq D \leq 1,5 \text{ sowie}$$

$$I: D < 0,5 \text{ und } D > 1,5$$

für die Berücksichtigung bei erweiterter Treffsicherheit gegliedert.

#### **4.2 Auswahl experimenteller Versuchsergebnisse für die Treffsicherheitsanalysen**

Im Rahmen dieser Ausarbeitung werden weiterführenden Treffsicherheitsuntersuchungen der Voruntersuchungen in /52, 59/ unter Berücksichtigung mehrstufiger experimenteller Schwingfestigkeitsuntersuchungen umfassend ausgewertet und verglichen. Hierfür wurden insgesamt 792 experimentelle Lebensdauerversuche in eine Analysedatenbank des Tabellenkalkulationsprogramms MS-Excel aufgenommen und analysiert. Die Ermittlung der Lebensdauer unterschiedlicher Schadensakkumulationshypothesen erfolgte mit der integrierten Programmiersprache Visual Basic. Eine umfassende Beschreibung der Analysedatenbank ist in /52/ nachzulesen.

Die analysierten Belastungen der publizierten Probengeometrien erfolgten unter Umlaufbiegung, Zug-Druck-Wechsel- und Schwellbelastung sowie Torsionsbelastung auch unter dem Einfluss zeitveränderlicher Temperaturen. Hierbei kann festgestellt werden, dass etwa 1/3 der analysierten Ermüdungsversuche unter axialer Zug-Druck-Beanspruchung, ca.

1/3 unter Umlaufbiegebeanspruchung und die verbleibenden Versuche in Beanspruchungskombinationen und unter Torsionsbeanspruchung erfolgten. Es wurden größtenteils Werkstoffproben aus Stahl und Stahllegierungen sowie aus Aluminiumlegierungen geprüft.

Für die Analyse der akkumulierten Schädigung sind ausschließlich Versuchsergebnisse im Zeitfestigkeitsbereich der Wöhlerlinie aufgenommen worden. Eine große Anzahl externer Publikationen beinhaltet den Analysebereich einer kollektiven Bauteilbeanspruchung im Bereich der Zeitfestigkeit. Hierdurch werden sich die Treffericherheitsanalysen nicht mit Unstimmigkeiten im Grenzbereich zur Dauerfestigkeit befassen, welche durch die unterschiedlichen Hypothesedefinitionen hervorgerufen werden, sondern schwerpunktmäßig die Reihenfolgeeffekte im Bereich der Zeitfestigkeit analysieren.

Verschiedenste experimentelle Versuchsergebnisse wurden explizit auf Vollständigkeit der Berechnungsparameter zur Anwendbarkeit für lineare und nichtlineare Schadensakkumulationshypothesen analysiert. Hierfür müssen mindestens die Beanspruchungshorizonte  $\sigma_i$  oder  $\varepsilon_i$  sowie die ertragbaren Lastspielzahlen  $N_{fi}$  und die beanspruchten Schwingspiele je Laststufe  $n_i$  oder ein zyklischen Schwingspielverhältnis  $C_i$  angegeben sein. Zur Treffericherheitsüberprüfung diverser Schadensakkumulationshypothesen ist es zudem erforderlich, die Dauerfestigkeitskennwerte am Knickpunkt der Wöhlerlinie zu erfahren. Eine erste Auswahl hat ergeben, dass viele Publikationen nicht zur Treffericherheitsanalyse herangezogen werden können, da diese wichtige Informationen aus experimentellen Berechnungsparametern (Wöhlerliniendaten) nicht bekannt gegeben wurden. Hierfür konnte eine Vielzahl von internen experimentellen Versuchsergebnissen des Fachgebiets für Leichtbau-Konstruktion in die Analysedatenbank aufgenommen werden. Von Vorteil war hierbei der Kenntnisgewinn der experimentell ermittelten Berechnungsparameter zur Kennzeichnung der Beanspruchbarkeit durch gut dokumentierte Wöhlerlinien.

Alle verwendbaren experimentellen externen und internen Untersuchungsergebnisse wurden aus 445 spannungs- und 347 dehnungsgeregelten Versuchsergebnissen zusammengetragen und sind hinsichtlich ihrer Beanspruchungsreihenfolgen nach zwei- oder mehrstufigen Versuchen strukturiert. Die Mehrheit aller gesammelten experimentellen Versuchsergebnisse sind zweistufige Ermüdungsversuche. Hierbei konnten 444 High-low- und 224 Low-high-Beanspruchungsfolgen in die Untersuchung einbezogen werden. Da die Gruppe der zweistufigen Versuchsergebnisse eine deutliche Mehrheit aller experimentellen Ergebnisse bildet, muss explizit eine getrennte Treffericherheitsanalyse für zweistufige und mehrstufige Beanspruchungsfolgen erfolgen. Die ausführliche Aufstellung aller herangezogenen

Versuchsergebnisse ist in *Abb. 12.1 (Anhang Seite A1)* mit detailliertem Quellenbezug zusammengefasst.

### 4.3 Hypothesenauswahl für die Treffericherheitsanalysen

Die im Einführungsbereich dokumentierten linearen und nichtlinearer Schadensakkumulationshypothesen (vergleiche hierzu *Kapitel 3.2 und 3.3*) werden hier schwerpunktmäßig auf das Zeitfestigkeitsgebiet der Wöhlerlinie ausgelegt. Dabei werden Kollektivbeanspruchungen nach Größe und Umfang den Wöhlerlinien mit der jeweiligen Akkumulationsvorschrift gegenübergestellt. In der Auswahl zur Treffericherheitsanalyse werden folgende sieben Schadensakkumulationshypothesen untersucht:

- MINER-Original (linear),
- SCHOTT (linear),
- MINER-Modifikation nach ZENNER und LIU (linear),
- SUBRAMANYAN (nichtlinear),
- HASHIN (nichtlinear),
- MANSON (nichtlinear) sowie
- MANSON-Modifiziert (nichtlinear).

Zur Berücksichtigung der ausgewählten Schadensakkumulationshypothesen wurden die Voruntersuchungen in /52, 59/ herangezogen. Hiernach werden Hypothesen mit deutlicher Abweichung zur theoretischen Schadenssumme  $D = 1$  nicht weiter analysiert. Unter anderem ist die Treffericherheit der Schadensakkumulation nach der FKM-Richtlinie in /59/ untersucht worden, mit errechneten Schadenssummen im Mittelwert  $D > 4$ . Der Aspekt der Sicherheitsbemessung von dynamisch beanspruchten Bauteilen wurde hierzu in *Kapitel 2.4* diskutiert. Somit erfolgt keine Treffericherheitsanalyse der Schadensakkumulation nach der FKM-Richtlinie.

Weitere lineare Schadensakkumulationshypothesen zur Treffericherheitsuntersuchung werden mit der Ursprungstheorie nach MINER-Original, der Modifikation nach ZENNER und LIU aber auch mit dem Folge-Wöhlerlinien-Konzept von SCHOTT erfolgen. Diese bewiesen in den Voruntersuchungen gute Treffericherheiten und finden hiermit ebenfalls Berücksichtigung in der Hypothesenanalyse.

Bei der Auswahl nichtlinearer Hypothesen fallen vier Akkumulationsvorschriften auf, die durch ihre unterschiedliche mathematische Definition des Schädigungsexponenten  $\chi$  in Bezug zum Knickpunkt der Wöhlerlinie stehen. Nach SUBRAMANYAN werden die Spannungsamplituden  $\sigma_i$  gegenüber der Dauerfestigkeitsamplitude  $\sigma_D$  berücksichtigt. Nach

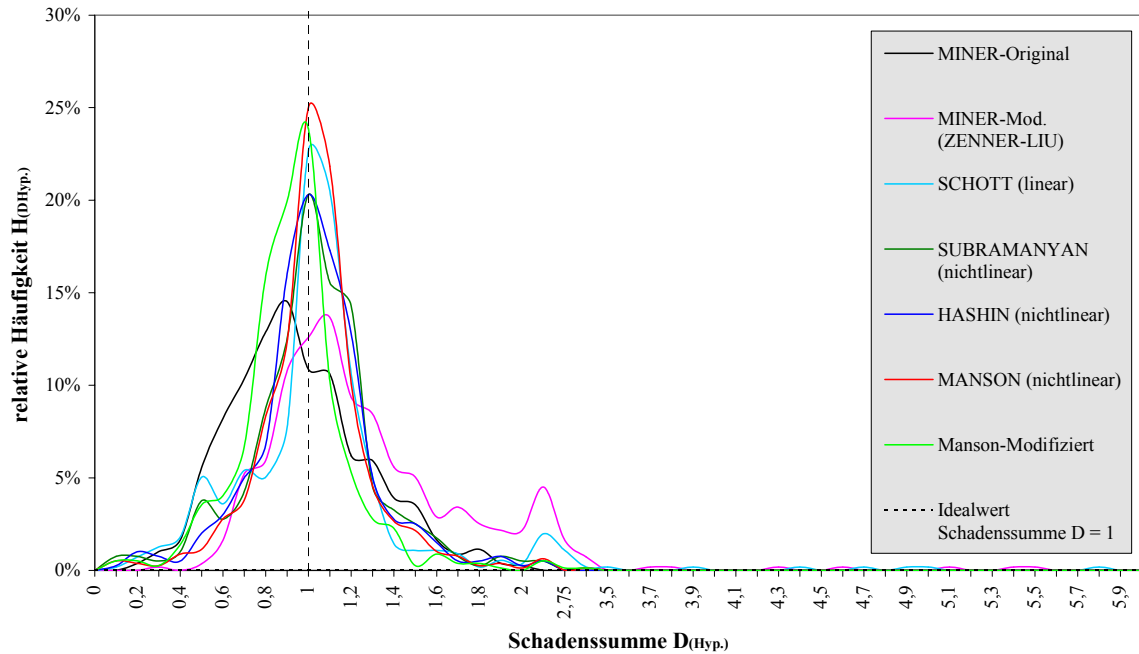
HASHIN erfolgt die Berücksichtigung des Schädigungsexponenten unter Berücksichtigung der Versagens-Lastspielzahlen  $N_{fi}$  gegenüber der Dauerfestigkeits-Lastspielzahl  $N_D$  an der Ermüdungsgrenze der Wöhlerlinie. MANSON stellt seine Hypothese ohne Bezug zum Knickpunkt der Wöhlerlinie als Schädigungsfunktion zweiten Grades auf. Die Erweiterung auf Basis der MANSON-Theorie (MANSON-Modifiziert) formuliert eine Schädigungsfunktion dritten Grades, ebenfalls ohne Knickpunktbezug zur Wöhlerlinie. Diese vier nichtlinearen Akkumulationsvorschriften werden gerade durch ihren übersichtlichen Strukturaufbau und den geringen zusätzlichen Berechnungs- bzw. Analyseaufwand in die anstehenden Treffericherheitsanalysen einbezogen.

Die Treffericherheitsanalyse der linearen und nichtlinearen Hypothesen findet nicht für alle zusammengetragenen 792 experimentellen Ermüdungsversuche ihre Anwendung. Bedingt durch mangelnde Informationen der Beanspruchungsgrößen und Werkstoffkennwerte können die Berechnungen nicht vollständig ausgeführt werden. Hierbei wirkt sich z.B. eine fehlende Angabe zum Knickpunkt der Wöhlerlinie entscheidend auf die Anwendbarkeit der Hypothesen von SCHOTT, SUBRAMANYAN, HASHIN und der Modifikation nach ZENNER und LIU aus. Die reduzierte Anwendbarkeit der einzelnen Hypothesen ist in der Übersicht der experimentellen Ermüdungsversuche in *Tabelle 12.1 (Anhang Seite A2)* ersichtlich. Lediglich können für die Hypothesen nach MINER-Original, MANSON und MANSON-Modifiziert alle 792 experimentellen Ermüdungsversuche verglichen werden.

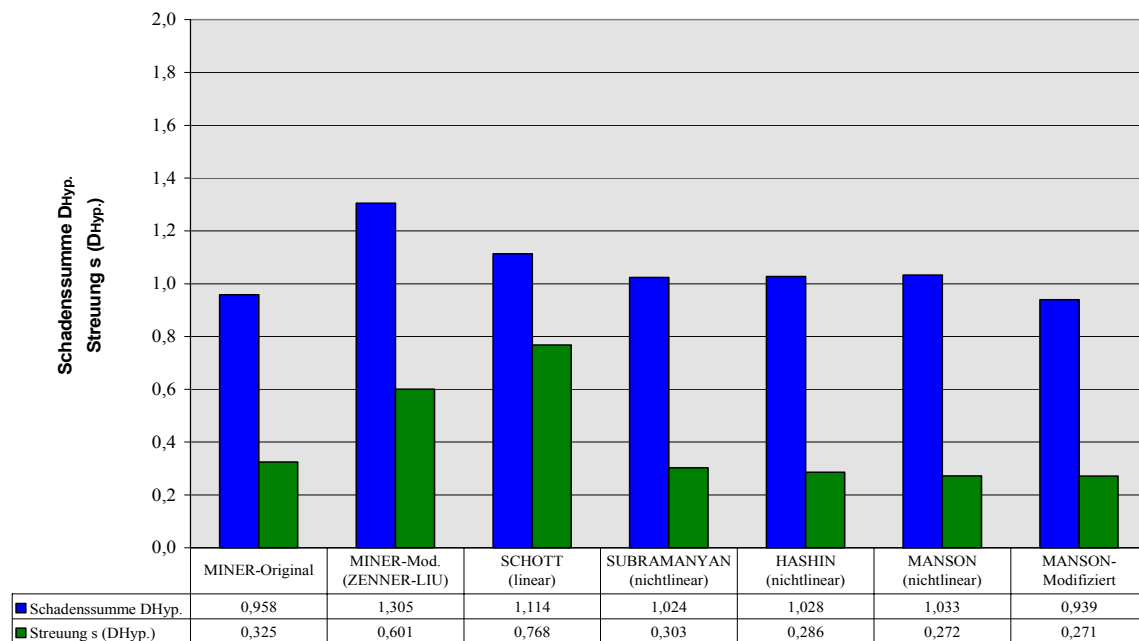
Mit den experimentellen Versuchsergebnissen der Analysedatenbank werden nun die Treffericherheitsanalysen der ausgewählten Schadensakkumulationshypothesen für lineare und nichtlineare Ansätze zur Lebensdauerberechnung hinsichtlich ihrer Treffericherheit verglichen und nach ihrer Streuung beurteilt.

#### **4.4 Grundanalyse linearer und nichtlinearer Schadensakkumulationshypothesen**

In der Grundanalyse werden bereits die Unsicherheiten und Schwachstellen der linearen und nichtlinearen Schädigungsrechnungen in der Gesamtübersicht aller Häufigkeitsverteilungen in *Abb. 4.2* und in der tabellarischen Aufstellung der hypothetischen Schadenssummen und Streuungen *Abb. 4.3* deutlich erkennbar.



**Abb. 4.2:** Gesamtübersicht aller Häufigkeitsverteilungen



**Abb. 4.3:** Gesamtübersicht der hypothetischen Schadenssummen und Streuungen

Die Gesamtübersicht (Abb. 4.2) berücksichtigt die Ergebnisse aller ausgewählten Schadensakkumulationshypothesen gegenüber ihrer Prognosegenauigkeit zum Idealwert der Schadenssumme  $D = 1$ . Sehr deutlich sind hierin die guten Treffsicherheiten aller nichtlinearen Hypothesen durch die großen relativen Häufigkeiten bei der prognostizierten Schadenssumme  $D = 1$  zu erkennen. Abb. 4.3 zeigt hierzu die hypothetischen Schadens-

summen  $D_{Hyp.}$  und ihre Streuungen  $s_{(DHyp.)}$ . Die Schadenssummen der Einzelhypothesen zeigen lediglich für MINER-Original und MANSON-Modifiziert Mittelwerte auf der ingenieurmäßig unsicheren Seite mit  $D < 1$ . Die lineare Modifikation nach ZENNER und LIU berücksichtigt diesen Aspekt mit der Tendenz zu verstärkter Sicherheit und verschlechtert deutlich die Streuung der Schadenssummen. Die lineare Schadensakkumulationshypothese nach SCHOTT zeigt ebenfalls große Streuungen und ergibt lediglich für analysierte Low-high-Beanspruchungsfolgen gute Treffsicherheiten. Die Analyseergebnisse der linearen Hypothesen sind alle mit größeren Streuungen behaftet gegenüber den nichtlinearen Schadenshypothesen. Eine detaillierte numerische Aufstellung der berechneten Häufigkeiten, Streuungen und Wahrscheinlichkeiten ist in der *Tabelle 12.2 (Anhang Seite A3)* zusammengestellt. Hieraus lassen sich die hohen Wahrscheinlichkeiten der nichtlinearen Schädigungstheorien im engen Schadensintervall von  $0,9 \leq D \leq 1,1$  erkennen. Auch die geringen Wahrscheinlichkeiten für hypothetische Schadenssummen im erweiterten Intervallbereiche  $D < 0,5$  und  $D > 1,5$  sind deutlich sichtbar. Die nichtlinearen Hypothesen zeigen im erweiterten Schadensintervall von  $0,5 \leq D \leq 1,5$  Wahrscheinlichkeiten von bis zu 93 %. Die *Abb. 12.2 (Anhang Seite A4)* verdeutlicht diesen Sachverhalt grafisch.

Als treffsicherste Hypothese ist die Akkumulationshypothese nach MANSON herauszustellen, welche einen nichtlinearen Schadensansatz mit integrierter Schädigungsfunktion zweiten Grades beinhaltet. Aber auch die nichtlineare Hypothese nach MANSON-Modifiziert, mit einer Schädigungsfunktion dritten Grades, zeigt kaum geringere Treffsicherheiten in der Häufigkeit und Streuung. Deutlich niedrige Treffsicherheiten mit einem erhöhten Maß an Streuung haben die linearen Hypothesen nach MINER-Original und nach der MINER-Modifikation durch ZENNER und LIU aufzuweisen.

Die Detailanalysen zur Treffsicherheit von linearen und nichtlinearen Schadensakkumulationshypothesen werden, unter Berücksichtigung der eingeschränkten Anwendbarkeit einiger Hypothesen, in zwei grafische Häufigkeitsauftragungen für lineare bzw. nichtlineare Schadenshypothesen separat verglichen. Die Häufigkeitsverteilungen sind getrennt in *Abb. 12.3* für lineare Schadensakkumulationshypothesen und in *Abb. 12.4* für alle nichtlinearen Schadensakkumulationshypothesen aufgetragen (vergl. im *Anhang Seite A5*). Der Vergleich der beiden Grafiken lässt schnell die hohe relative Häufigkeit der nichtlinearen Hypothesen erkennen und dokumentiert die geringen Streubereiche gegenüber den linearen Hypothesen in der unmittelbaren Nähe der theoretischen Schadenssumme  $D = 1$ . Die Berech-

nungsergebnisse verdeutlichen, dass die nichtlinearen Schadensakkumulationshypothesen den Reihenfolgeeffekt besser berücksichtigen als die linearen Hypothesen. Die nichtlinearen Hypothesen tragen auf diese Weise zu einer Erhöhung der Genauigkeit von rechnerischen Lebensdauerabschätzungen bei. Die Einflüsse der großen Häufigkeiten bei gleichzeitig geringen Streuungen liegen in der nichtlinearen Akkumulation begründet, welche im Folgekapitel näher untersucht werden.

#### 4.5 Schwerpunktanalyse der nichtlinearen Schadensakkumulationshypothesen

Die explizite Auswahl der nichtlinearen Schadensakkumulationshypothesen bedarf einer gesonderten Treffericherheitsanalyse für zwei- und mehrstufige Beanspruchungsfolgen. Um zu beurteilen, mit welcher Treffericherheit die unterschiedlichen Hypothesen auf die Reihenfolgeeffekte Einfluss nehmen, werden getrennte Auswertungen für 2-stufige und 3- bis m-stufige Versuche durchgeführt. Hierdurch wird analysiert, welchen Einfluss die Anzahl der Lastfolgen (Stufenzahl  $m$ ) auf die berechneten Schadenssummen zeigen. Hierzu werden die ausgewählten nichtlinearen Hypothesen und die lineare Grundhypothese nach MINER-Original einem Treffericherheitsvergleich unterzogen. Die *Abb. 12.5* und *Abb. 12.6* (*Anhang Seite A6*) zeigen die errechneten relativen Häufigkeitsverteilungen zum Idealwert der Schadenssumme  $D = 1$ . Die ausgewählten Schadensakkumulationshypothesen zeigen in der Häufigkeitsverteilung für mehrstufige Versuche ( $i = 3$  bis  $m$  in *Abb. 12.5*, *Anhang Seite A6*) deutliche Überlegenheiten der nichtlinearen Hypothesen nach HASHIN, MANSON und MANSON-Modifiziert. In der folgenden *Tabelle 4.1* ist der statistische Hypothesenvergleich der 3- bis m-stufigen Ermüdungsversuche dargestellt und zudem wird in *Abb. 12.7* (*Anhang Seite A7*) die Wahrscheinlichkeiten der Schadenssummen grafisch aufgetragen. Hieraus kann besonders die hohe Wahrscheinlichkeit im Schadensintervall von  $0,9 \leq D \leq 1,1$  nach der Theorie von MANSON hervorgehoben werden. Die Schadenshypothese nach MINER-Original zeigt hohe Wahrscheinlichkeit im Schadensintervall von  $0,5 \leq D \leq 1,5$ . Ebenso weist die Theorie nach MINER-Original sehr geringe Wahrscheinlichkeiten im erweiterten Intervallbereich von  $D < 0,5$  und  $D > 1,5$ .

|  | MINER-Original | SUBRAMANYAN<br>(nichtlinear) | HASHIN<br>(nichtlinear) | MANSON<br>(nichtlinear) | MANSON-<br>Modifiziert |
|--|----------------|------------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|
| Anzahl ausgewerteter Ermüdungsversuche     | 124            | 77                           | 77                      | 124                     | 124                    |
| Schadenssumme $D_{Hyp.}$                   | 0,934          | 0,840                        | 0,857                   | 0,888                   | 0,751                  |
| Streuung $s$ ( $D_{Hyp.}$ )                | 0,291          | 0,288                        | 0,273                   | 0,238                   | 0,215                  |
| Streuung $s$ ( $D_{Exp.=1}$ )              | 0,298          | 0,330                        | 0,308                   | 0,263                   | 0,330                  |
| Wahrscheinlichkeit $0,9 \leq D \leq 1,1$   | 20,16%         | 25,97%                       | 27,27%                  | 43,55%                  | 23,39%                 |
| Wahrscheinlichkeit $0,5 \leq D \leq 1,5$   | 95,16%         | 85,71%                       | 89,61%                  | 91,13%                  | 87,10%                 |
| Wahrscheinlichkeit $D < 0,5$ und $D > 1,5$ | 4,84%          | 14,29%                       | 10,39%                  | 8,87%                   | 12,90%                 |

**Tabelle 4.1:** Statistischer Hypothesenvergleich 3- bis m-stufiger Ermüdungsversuche

Für die 3- bis m-stufigen Ermüdungsversuche kann zusammenfassend festgestellt werden, dass eine eindeutige Prognose zu Gunsten einer Schädigungstheorie nicht erfolgen kann. Durch die geringe Zahl an auswertbaren experimentellen mehrstufigen Ermüdungsversuchen kann eine statistische abgesicherte Analyse nicht erfolgen. Alle analysierten Schadensakkumulationshypothesen der gesonderten Treffsicherheitsanalysen für die 3- bis m-stufige Ermüdungsversuche zeigen Berechnungsvorteile für die nichtlinearen Theorien, obwohl alle berücksichtigten Schadenssummen im Mittelwert mit  $D_{Hyp.} < 1$  auf der ingenieurmäßig unsicheren Seite liegen.

Die Treffsicherheitsanalyse der 2-stufigen Ermüdungsversuche zeigt Abb. 12.6 (Anhang Seite A6) und zudem werden in Abb. 12.8 (Anhang Seite A8) die Wahrscheinlichkeiten der Schadenssummen grafisch aufgetragen. Hieraus lassen sich deutliche Treffsicherheitsvorteile der nichtlinearen Schadensakkumulationshypothesen analysieren.

|  | MINER-Original | SUBRAMANYAN<br>(nichtlinear) | HASHIN<br>(nichtlinear) | MANSON<br>(nichtlinear) | MANSON-<br>Modifiziert |
|--|----------------|------------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|
| Anzahl ausgewerteter Ermüdungsversuche     | 668            | 322                          | 322                     | 668                     | 668                    |
| Schadenssumme $D_{Hyp.}$                   | 0,963          | 1,068                        | 1,068                   | 1,060                   | 0,974                  |
| Streuung $s$ ( $D_{Hyp.}$ )                | 0,331          | 0,290                        | 0,274                   | 0,270                   | 0,266                  |
| Streuung $s$ ( $D_{Exp.=1}$ )              | 0,333          | 0,298                        | 0,283                   | 0,276                   | 0,267                  |
| Wahrscheinlichkeit $0,9 \leq D \leq 1,1$   | 25,15%         | 39,75%                       | 40,99%                  | 44,46%                  | 44,76%                 |
| Wahrscheinlichkeit $0,5 \leq D \leq 1,5$   | 87,13%         | 90,06%                       | 91,30%                  | 93,26%                  | 94,91%                 |
| Wahrscheinlichkeit $D < 0,5$ und $D > 1,5$ | 5,39%          | 2,80%                        | 1,55%                   | 1,35%                   | 1,95%                  |

**Tabelle 4.2:** Statistischer Hypothesenvergleich 2-stufiger Ermüdungsversuche



Die Treffericherheit aller nichtlinearen Schädigungshypothesen wird durch die relativen Häufigkeiten deutlich sichtbar. Aber auch die geringen Streuungen der nichtlinearen Hypothesen zeigen, wie in *Tabelle 4.2* ersichtlich, deutliche Vorteile. Besonders die hohen Wahrscheinlichkeiten der nichtlinearen Hypothesen in allen Schadensintervallen zeigen die eindeutige Überlegenheit der nichtlinearen Schadensakkumulationshypothesen bei zweistufigen Ermüdungsversuchen. Die beiden nichtlinearen Schadensakkumulationshypothesen nach SUBRAMANYAN und HASHIN, mit vorgeschriebenem Knickpunktbezug zur Wöhlerlinie, zeigen nahezu die gleichen Ergebnisse bei 2-stufigen Ermüdungsversuchen. Die relativen Häufigkeitsverteilungen liegen geringfügig unter den der nichtlinearen Theorien nach MANSON und MANSON-Modifiziert und zeigen ebenfalls geringe Abweichungen in der Streuung. Der Unterschied zu den treffericheren Hypothesen nach MANSON und MANSON-Modifiziert liegen im Knickpunktbezug zur Wöhlerlinie begründet, dessen Ermittlung selbst mit Unsicherheiten verbunden ist. Die nichtlinearen Hypothesen nach MANSON und MANSON-Modifiziert können für zweistufige Ermüdungsversuche favorisiert werden, welche in der anstehenden Treffericherheitsuntersuchung gegenüber der High-low- bzw. Low-high-Beanspruchungsfolge noch explizit analysiert werden müssen.

Die Häufigkeitsverteilungen für 2-stufige High-low-Versuche sind in *Abb. 12.9* und die Häufigkeitsverteilungen für 2-stufige Low-high-Versuche in *Abb. 12.10* (Seite A 9 im *Anhang*) ersichtlich. Die grafischen Auftragungen lassen sehr deutlich die mangelnde Berücksichtigung des Reihenfolgeeffektes für die lineare Hypothese nach MINER-Original erkennen. Hierbei werden die Mittelwerte der Schadenssummen mit  $D_{Hyp.} = 0,841$  für High-low-Beanspruchungsfolgen und mit  $D_{Hyp.} = 1,203$  für Low-high-Beanspruchungsfolgen deutlich sichtbar. Hingegen sind die Tendenzen aller nichtlinearen Hypothesen gegenläufig, jedoch mit sehr geringen Abweichungen von der idealen Schadenssumme mit  $D = 1$ . Die folgenden Grafiken der *Abb. 4.4* und *Abb. 4.5* zeigen deutlich die mangelnde Berücksichtigung des Reihenfolgeeffektes unter Anwendung der linearen Schadensakkumulation. Die nichtlinearen Schadensakkumulationshypothesen zeigen deutlich geringere Streuungen für High-low- und Low-high-Lastfolgen. Die nichtlineare Schädigungsregel nach MANSON-Modifiziert ergibt für zweistufige High-low-Beanspruchungsfolgen im Mittelwert der Schadenssummen nahezu ideale Berechnungsergebnisse mit  $D_{Hyp.} = 1,015$ . Hingegen werden für diese Hypothese unter zweistufigen Low-high-Beanspruchungsfolgen im Mittelwert der Schadenssummen nur  $D_{Hyp.} = 0,892$  prognostiziert.

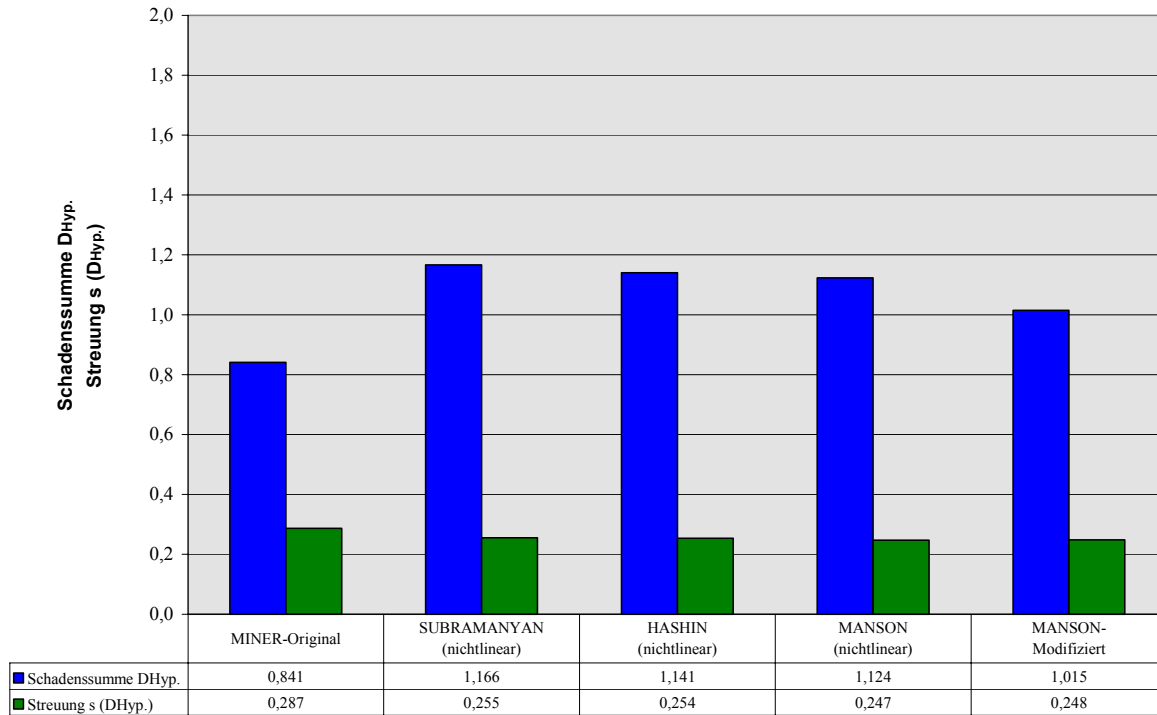


Abb. 4.4: Schadenssummen und Streuungen für 2-stufige High-low-Versuche

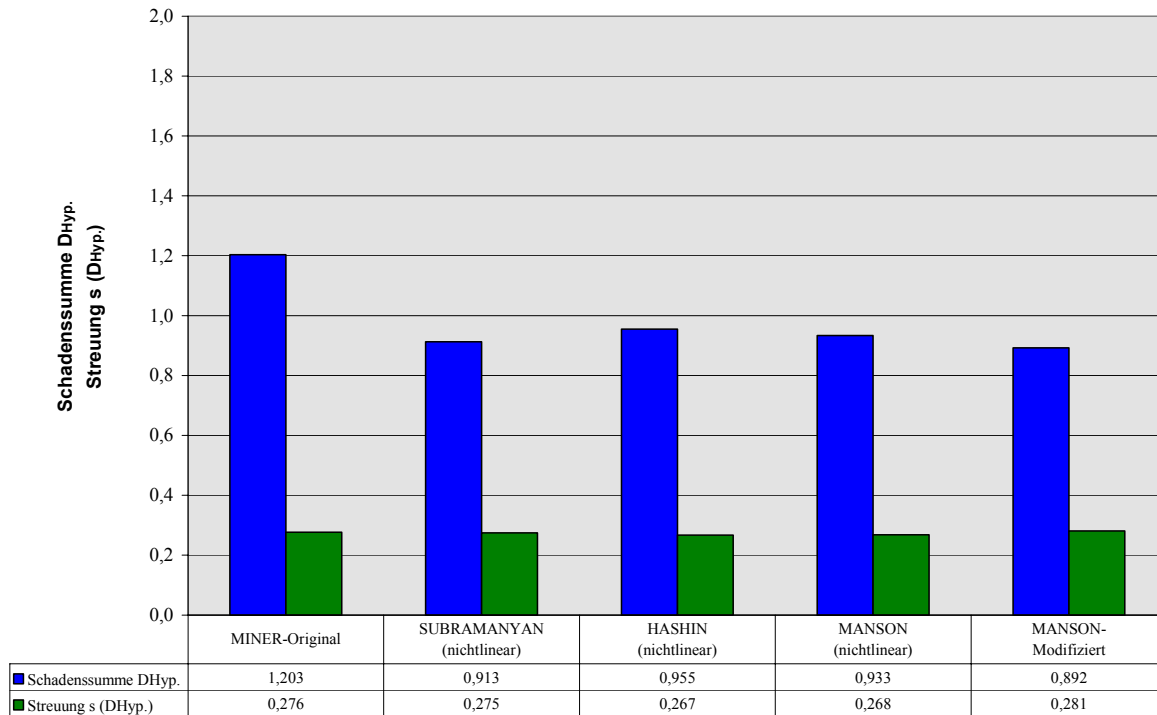


Abb. 4.5: Schadenssummen und Streuungen für 2-stufige Low-high-Versuche

#### **4.6 Qualitativer Erkenntnisgewinn der Treffericherheitsanalysen**

Die vorgestellten Treffericherheitsanalysen aus insgesamt 792 experimentellen Ermüdungsversuchen zeigen in der Gesamtanalyse deutliche Vorteile der nichtlinearen Schadensakkumulationshypothesen gegenüber den linearen Hypothesen hinsichtlich Treffericherheit und reduzierter Streuung.

Die exemplarischen Treffericherheitsanalysen für 2-stufige und 3- bis m-stufige Ermüdungsversuche ergaben leichte Vorteile für die nichtlinearen Schädigungshypothesen. Deutlich konnten die nichtlinearen Hypothesen in der Anwendung unter zweistufigen High-low- und Low-high-Beanspruchungsfolgen gegenüber den berechneten Häufigkeitsverteilung, Streuungen und Wahrscheinlichkeiten ihre Vorteile aufzeigen. Die mittels Schadensakkumulationshypothesen berechneten nichtlinearen Schadenssummen zeigen deutliche numerische und grafische Vorteile gegenüber den linearen Schadensakkumulationshypothesen, durch die Berücksichtigung von Schädigungsparametern. Hierdurch kann der Schädigungszuwachs unter Berücksichtigung der Vorschädigung und der Reihenfolgeeffekte in den Schadenssummen aufgenommen werden. Am deutlichsten ist dieser Reihenfolgeeffekt in den zweistufigen Ermüdungsversuchen festzustellen. Die höchsten Treffericherheiten zeigen hierbei die nichtlinearen Theorien nach MANSON und MANSON-Modifiziert.

Die Unsicherheiten und Schwachstellen bei der Findung der Knickpunktdaten einer Wöhlerlinie, welche streuungsbedingt auftreten, werden bei Bezugsbindung diverser linearer und nichtlinearer Schadensakkumulationshypothesen mit übertragen und sind in der Treffericherheitsanalyse deutlich sichtbar. Dieses Phänomen ist besonders bei den nichtlinearen Hypothesen nach SUBRAMANYAN und HASHIN zu erkennen. Die beiden Schadenshypothesen zeigen gute Treffericherheiten, können aber von den nichtlinearen Hypothesen nach MANSON und MANSON-Modifiziert übertroffen werden, da nach den Akkumulationsregeln nach MANSON und MANSON-Modifiziert keine mathematische Verknüpfung zum Knickpunkt der Wöhlerlinie erfolgt.

Bei der Anforderung an eine trefferichere Schadensakkumulationshypothese ist es wichtig, dass nicht alle Ergebnisse auf der ingenieurmäßig sicheren Seite liegen dürfen. Vielmehr ist eine deutliche Reduzierung der Ergebnisstreuung um die theoretische Schadenssumme  $D = 1$  zu verwirklichen.

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Treffsicherheitsanalysen, im Ergebnisvergleich mit 792 experimentellen Ermüdungsversuchen, bekräftigen die hohen Treffsicherheiten der nichtlinearen Schädigungshypothesen und zeigen qualitative Erkenntnisse. Sie unterstreichen darüber hinaus die Treffsicherheit der Schädigungsfunktion dritten Grades, welche von einem höheren Nichtlinearitätsgrad ausgeht. Eine weiterführende Analyse der Einflussparameter und –größen unter Berücksichtigung der Stufenzahlen und Beanspruchungsfolgen ist hiernach gefordert. Unter Einbeziehung der statistischen Versuchsplanung können die in den Treffsicherheitsanalysen gewonnenen Erkenntnisse hinsichtlich der beteiligten Einflussgrößen weiterführend statistisch analysiert und quantitativ bewertet werden.

## **5 Statistische Versuchsplanung im Einsatzbereich von Lebensdauerversuchen**

In der vorangegangenen Untersuchung wird bereits deutlich aufgezeigt, dass generell höhere Treffsicherheiten der nichtlinearen Hypothesen gegenüber den linearen Theorien vorliegen. Dennoch konnten die berechneten und experimentell ermittelten Schädigungsverläufe nicht immer in Übereinstimmung gebracht werden. Sie weichen auch bei diversen nichtlinearen Schädigungsansätzen, gerade unter Mehrstufenbeanspruchung, von den experimentellen Werten ab. Die nichtlinearen Theorien zur Ermittlung des Schädigungsgrades unterscheiden sich auch in der Definition der Schädigungsfunktionen und fließen je nach publizierendem Autor mit verschiedenen Schädigungsvariablen und Materialparameter in die Berechnungsmodelle ein. Hierdurch lassen sich nicht nur Unterschiede zwischen den einzelnen Schädigungstheorien aufzeigen, sondern auch die Differenzen zu den experimentellen Werten qualitativ dokumentieren.

Basierend auf den Treffsicherheitsuntersuchungen wird, unter Berücksichtigung von mehrstufigen Kollektivbeanspruchungen, ein variantenreiches Untersuchungsprogramm durchzuführen sein. Die Anwendbarkeit der statistischen Versuchsplanung im Einsatzbereich der experimentellen Lebensdaueruntersuchung wird entscheidend von der Größe der Ergebnisstreuung abhängig sein und lässt zu dem jetzigen Zeitpunkt nur begrenzte Voraussichten zu. Zum Erreichen streuungsarmer Versuchsergebnissen, wird die experimentelle Bestimmung von Beanspruchbarkeits-Kennfunktionen (Wöhlerlinien) erforderlich werden.

Um eine breite Anwendbarkeit der Versuchsergebnisse abzusichern, ist es notwendig, die Untersuchungen mit unterschiedlichen Beanspruchungsarten und Kombinationen aus diesen durchzuführen. Aber auch die Probenwahl muss in weiteren Versuchsreihen variiert werden und mit unterschiedlichen Werkstoffen untersucht werden. Hierbei ist es erforderlich die Versuchsreihen gezielt auszubauen, um eine optimale und ausgewogene Versuchsreihenrepräsentanz vorweisen zu können. Die anstehenden experimentellen Lebensdaueruntersuchungen werden im Technikum für Leichtbau-Konstruktion an der Universität Kassel mit der dortigen digitalen Hydropulsanlage durchgeführt, statistisch geplant und ausgearbeitet.

Um die rechnerischen Ergebnisse der Schadensakkumulationshypothesen grundlegend analysieren zu können, sind Ermüdungsversuche mit Bauteilproben notwendig. Solche Versuche sind allerdings sehr zeit- und kostenaufwändig. Daher werden mithilfe der statistischen Versuchsplanung Versuchspläne erstellt, die bei einem reduzierten Versuchsaufwand aussagekräftige Ergebnisse liefern können. Die Auswertung der experimentellen Versuchsergebnisse und Modellanalysen erfolgt in dieser Untersuchung mit dem Programmsystem *Modde 7.0* /86, 87/.

Bei der statistischen Auswertung mit dem Programm *Modde* erfolgt ein strukturiertes Vorgehen. Hierbei wird zu Beginn ein mathematisches Modell herausgearbeitet, die Beurteilung der Modellgüte festgestellt (Regressions- und Residuenanalyse) sowie die Analyse der Haupt-, Wechsel- und Nichtlinearitätseffekte durchgeführt werden.

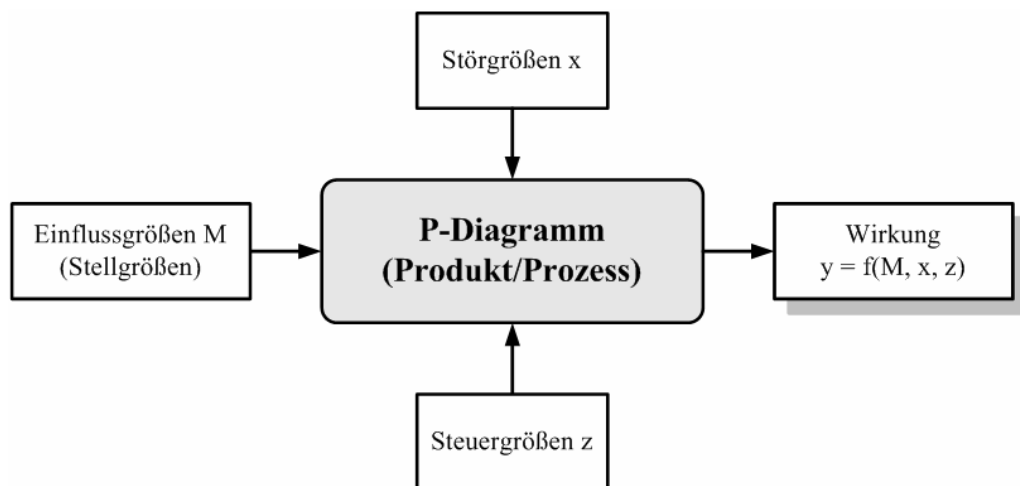
### **5.1 Einführung in die statistische Versuchsplanung (DoE)**

Die Entwicklung von Produkten und Fertigungsprozessen durchläuft eine Vielzahl von Versuchen. Ziel der Versuche ist es, die Wirkungszusammenhänge zwischen Prozess- bzw. Produktparametern einerseits und den Prozessergebnissen bzw. Produkteigenschaften andererseits empirisch zu erfassen. Hieraus ergeben sich dann die optimalen Einstellungen der Prozess- bzw. Produktparameter. Eine optimale Versuchsplanung reduziert die Versuchszeit und -kosten um mit möglichst geringem Aufwand ein Maximum an Information zu gewinnen /88/. Zur Erstellung eines Versuchsplanes gibt es die Möglichkeit der One-Factor-at-a-Time-Methode. Bei dieser Methode wird nur ein Faktor variiert, während alle übrigen Faktoren konstant gehalten werden. Dies ist mit einem erhöhten Versuchsaufwand verbunden, liefert Aussagen hinsichtlich der Haupteffekte aber berücksichtigt keine Interaktionseffekte /90/.

Sehr gute Verfahren für die effektive Planung und Durchführung von Versuchen stellen die Werkzeuge der statistischen Versuchsplanung dar, welche international auch mit Design of Experiments (DoE) benannt ist. Die statistische Versuchsplanung ist als Erfolg versprechendes Instrument anzusehen, mit dessen Hilfe Versuche zielgerecht geplant, analysiert und optimiert werden können. Mit der statistischen Versuchsplanung umschreibt man die eigentliche Versuchsplanung sowie die Durchführung und Auswertung mit Hilfe von mathematischen- und statistischen Methoden. Sie hat das Ziel, mit möglichst wenigen Versuchen möglichst viele Einflüsse auf das Untersuchte qualifizieren und quantifizieren zu können. Mit DoE stehen Werkzeuge zur Verfügung die eine ganzheitliche Versuchsplanung

erlauben /88/. Hiermit werden Versuche systematisch und so unaufwändig wie möglich geplant und eine Vielzahl an statistisch abgesicherten Informationen daraus abgeleitet. Durch diese Werkzeuge ist eine gezielte Versuchseinsparung zu erreichen, die die Kosten reduziert /89/. Mittels statistischer Versuchsplanung ist man in der Lage die Haupteffekte und die wichtigsten Interaktionseffekte statistisch abgesichert zu analysieren und zu bewerten /90/.

Im folgenden Abschnitt sollen die Abläufe der statistischen Versuchsplanung in Form des Wirkfluss-Diagramms (auch P-Diagramm als Prozess/Produkt-Wirkungsbeziehung) mit *Abb. 5.1* verdeutlicht werden. Hierbei wird die beobachtete Wirkung  $y$  (= Qualitätsmerkmal) eines Produktes in Abhängigkeit von seinen Eingangsparametern aufgegriffen werden. Diese Parameter haben eine unterschiedliche Wirkung auf das Qualitätsmerkmal  $y$  in funktioneller Abhängigkeit /90/.



**Abb. 5.1:** Wirkfluss-Diagramm der statistischen Versuchsplanung /90/

Man unterscheidet allgemein bei den Eingangsparametern in Einflussgrößen  $M$ , Störgrößen  $x$  und Steuergrößen  $z$ . Die Einflussgrößen sind Stellgrößen die vom Anwender aus Erfahrung eingestellt werden und sollen einen optimalen gewünschten Wert an Wirkung hervorrufen. Wobei die Störgrößen  $x$  Abweichungen der Wirkung verursachen und als Schwankungen (Versuchsstreuungen) auftreten. Die Störgrößen lassen sich in den seltensten Fällen wirkungsvoll beeinflussen. Hingegen können die Steuergrößen  $z$  Wirkungen hervorrufen, mit denen optimale Werte für Produkte bzw. Prozesse erreicht werden können.

Wenn der Begriff der statistischen Versuchsplanung benannt wird, erfolgt systematisch das Analysieren der Untersuchungs- und Auswertungsstrategien, welche auf der Basis mathematisch-statistischer Prinzipien erfolgen. Die prinzipielle Vorgehensweise in einem DoE-Projekt kann durch fünf Stufen systematisch charakterisiert werden /90, 92/:

1. Problemanalyse: Hier werden Produkte oder Prozesse begutachtet und sämtliche Parameter der Zielfunktion (Stell-, Steuer- und Störgrößen) identifiziert. Es erfolgt die Festlegung der Zielfunktion unter Reduzierung der Versuchsgrößen sowie die Abgrenzung möglicher Wechselwirkungen.
2. Versuchsplanung: In diesem Abschnitt werden mögliche Optimierungsmodelle entwickelt, eine Versuchsplanstrategie entwickelt, Parameterstufen festgelegt und eine Planmatrix erstellt.
3. Versuchsdurchführung: Hier werden die definierten Versuche durchgeführt (Matrixexperimente) und die Versuchsergebnisse erfasst. Zudem werden die Steuer- und Störgrößen beachtet und ermittelt.
4. Versuchsauswertung: Mit der Ermittlung und Darstellung der statistischen Kenngrößen erfolgt die Analyse der Parameter- und Wechselwirkungseffekte. Es werden Regressions- und Varianzanalysen durchgeführt und grafisch ausgewertet.
5. Bestätigungsexperiment: Hiermit können die Modellannahmen mit ermittelten optimalen Faktorstufen-Kombinationen durchgeführt werden.

Je nach Problemstellung wird ein Versuchsplan ausgewählt, welcher zur Lösung einer bestimmter Problemstellung Verwendung finden kann. Die drei bekanntesten Methoden der statistischen Versuchsplanung sind:

- Klassische Methode: Die klassische Versuchsplanung beinhaltet die schwerpunktmäßig die Durchführung von Regressions-Versuchen. Hierbei ist das Ziel, in möglichst wenigen Versuchen die Haupteinflussgrößen herauszufiltern. Es kommen vollständige und unvollständige faktorielle Versuchspläne sowie D-optimale Versuchspläne zum Einsatz. Die vollständigen Faktorenpläne berücksichtigen explizit die Wechselwirkungen unter dem Einfluss großer Streuungen. Screening-Versuchspläne haben ihren überwiegenden Einsatzbereich in reduzierten Faktorenversuchsplänen. Zur Berücksichtigung von Nichtlinearitäten und Wechselwirkungen finden verstärkt D-optimale Versuchspläne unter entsprechendem Softwareeinsatz Verwendung. Bei

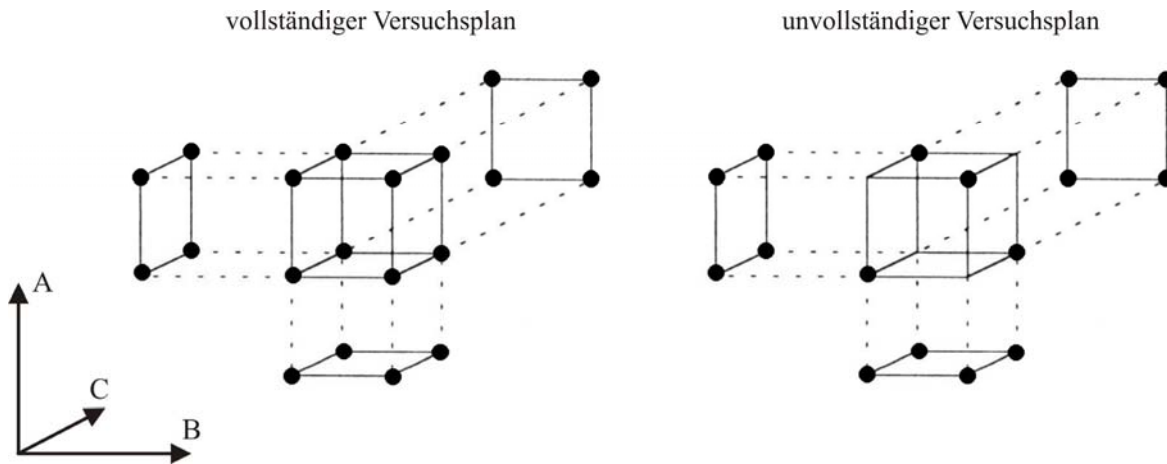


anstehenden Experimenten sind die Ziele einer optimalen Versuchsplanung, eine optimale Versuchsanzahl zu bestimmen und optimale Versuchspunkte mit minimaler Fehlerstreuung zu finden /90-92/.

- Methode nach TAGUCHI: Bei der Anwendung der Methode nach TAGUCHI wird durch die gezielte Veränderung der Störgrößen die Streuung der Versuchsergebnisse reduziert. TAGUCHIS Methode wird häufig zur Optimierung von Prozessen oder Abläufen in der Entwicklung eingesetzt. Für möglichst robuste Prozesse in hochvermengten Versuchsplänen (Matrixplänen) können hier die Prozessparameter-einstellungen gefunden werden, welche die kleinste Streuung aufweisen. In der Qualitätsphilosophie von TAGUCHI finden überwiegend unvollständig faktorielle Versuchspläne ihre Anwendung /90, 91/.
- Methode nach SHAININ: Der Einsatz der Methode nach SHAININ erfolgt zur Optimierung laufender Fertigungsprozesse und hat deutliche Vorteile durch die einfache Anwendung. Die Durchführung dieser Methode findet Anwendung auf vollfaktorielle Versuchspläne. Durch einen Variablenvergleich werden alle Steuergrößen nach dem Maxima-Minima-Prinzip eingestellt und die Prozessergebnisse miteinander verglichen. Hierdurch werden die weniger dominanten Steuergrößen analysiert und beseitigt /90, 91/.

Es werden in der statistischen Versuchsplanung zwei Hauptgruppen der Versuchspläne gebildet. Eine Gruppe stellt die Screening-Versuchspläne für Untersuchungen, die auf das Finden und Optimieren der Hauptwirkungen in einem Prozess ausgerichtet sind. Bei Screening-Versuchen werden unvollständige faktorielle Versuchspläne verwendet, bei denen die Anzahl der Versuchspunkte so reduziert wird, dass man aus den verbleibenden Punkten des Versuchsplanes jede Faktorwirkung quantitativ ermitteln kann. Man erhält dabei aber nur diskrete Messwerte, aus denen jedoch kein komplexes mathematisches Modell für das Verhalten des Untersuchungsgegenstandes erzeugt werden kann. Die andere Gruppe bildet die Regressions-Versuchspläne, mit denen mathematische Modelle für die Wirkzusammenhänge ermittelt werden können. Für Regressions-Versuche werden so genannte D-optimale Versuchspläne genutzt. Bei den vollständigen Plänen wird für jeden zu untersuchenden Parameter in einem Versuchsplan ein Experiment durchgeführt und daraus die Faktorwirkungen und Streuungen der Parameter ermittelt. Daraus entwickelt man das mathematische Modell des Wirkzusammenhangs. Die in Abb. 5.2 dargestellten Versuchs-

pläne zeigen zentrisch den Würfel einem vom Versuchsplan abgedeckten Wertebereich mit den dazugehörigen Versuchspunkten und als Ebenen daneben oder darunter den Faktorwirkungsbereich bei einem konstanten und zwei variierten Parametern /60/.



**Abb. 5.2:** Kennzeichen der Versuchspläne /60/

Dem Versuchsplan und der Prozessoptimierung liegt ein Modellgedanke zugrunde. Man spricht von einem empirischen mathematisch-statistischen Modell oder Antwortflächen-Modell (Response Surface Model). Diese Modelle sollen das Verhalten eines Prozesses zum Zweck seiner Beschreibung möglichst realistisch abbilden. Man verwendet hierzu eine mehrparametrische Funktion und eine statistische Verteilung, welche sowohl die Abhängigkeit der Zielgrößen eines Prozesses oder Experiments von den kontrollierbaren Einflussgrößen als auch der Größe von zufälligen Fehlern beschreiben soll. Im Allgemeinen verwendet man Modelle, welche lineare Koeffizienten haben, die im Anschluss nach der Versuchsdurchführung bei der Versuchsauswertung angepasst werden. Obwohl sie in den Faktoren quadratisch (oder kubisch) sein können, spricht man wegen der linear unabhängigen Koeffizienten von „linearen Modellen“ /93/.

Mathematisch lassen sich die Modelle durch folgende allgemeine Regressionsgleichung, hier beispielhaft für zwei Faktoren, beschreiben /94/:

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + \dots + \text{Fehleranteil} ,$$

mit  $b_0$  als Konstante,

$b_1x_1$  und  $b_2x_2$  als lineare Anteile,

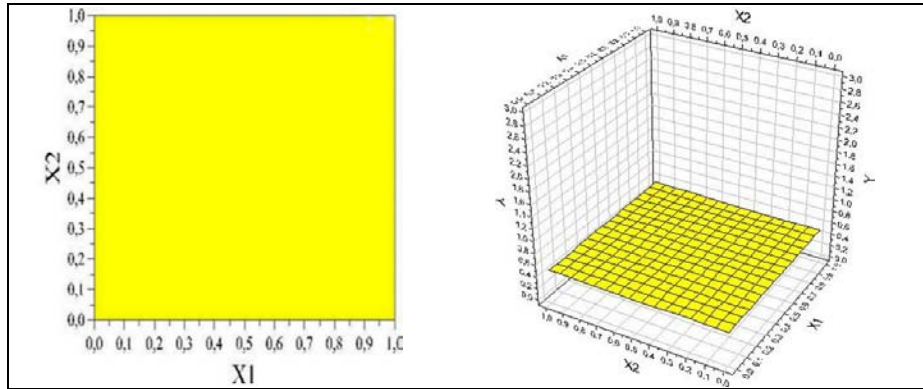
$b_{12}x_1x_2$  als Wechselwirkungsanteil und

$b_{11}x_1^2$  und  $b_{22}x_2^2$  als nichtlineare Anteile.

Mit folgenden Grundmodellen lassen sich die Terme der Regressionsgleichungen visualisieren /93/:

- Konstante Modelle:

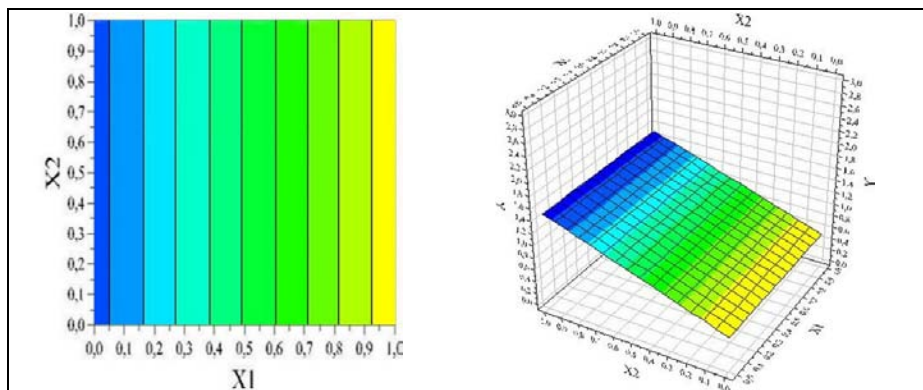
Mit konstanten Modellen lassen sich Mittelwerte einer Zielgröße abbilden. Sie stellen geometrisch gesehen eine konstante Größe dar (vergl. Abb. 5.3).



**Abb. 5.3:** Visuelle Darstellung konstanter Modelle modifiziert nach /94/

- Lineare Modelle:

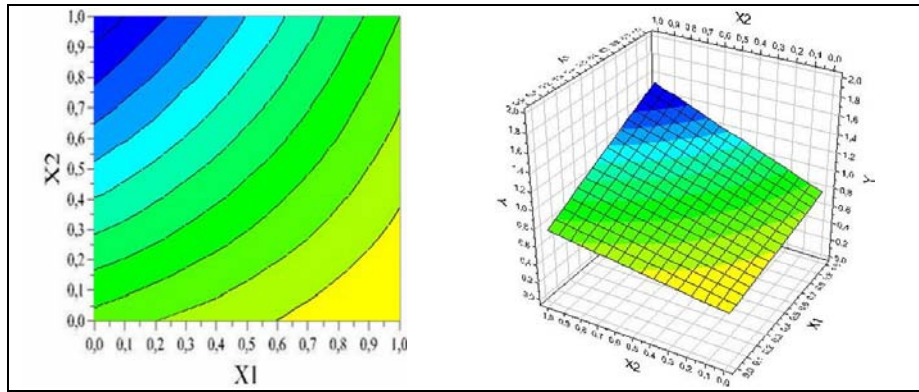
Das lineare Modell ist eine ebene Fläche im Raum. Es ist sehr einfach in seinem Aufbau und stellt die Faktoreffekte dar. Im geometrischen Sinne wird die Steigung ermittelt (vergl. Abb. 5.4).



**Abb. 5.4:** Visuelle Darstellung linearer Modelle modifiziert nach /94/

- Wechselwirkungs-Modelle:

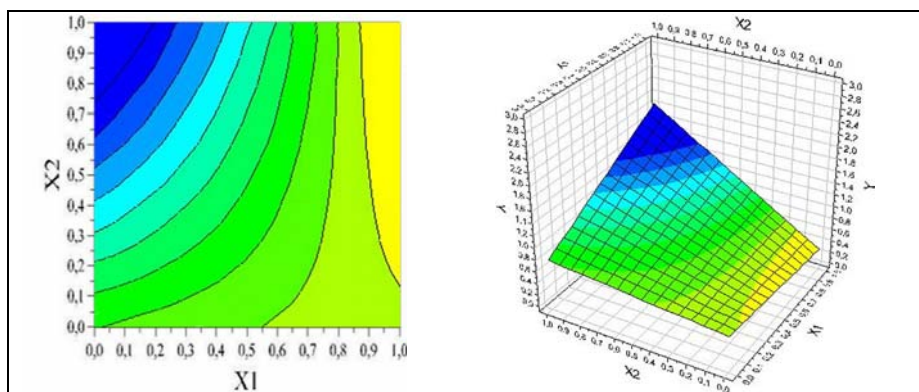
Das Wechselwirkungs-Modell (auch Interaktionsmodell) stellt sich als einfach gekrümmte Fläche im Raum dar. Es werden Abhängigkeiten der Faktoren untereinander berücksichtigt, Wechselwirkungen ermittelt und bilineare Koeffizienten berücksichtigt. Geometrisch betrachtet können Änderungen der Steigung ermittelt werden (vergl. Abb. 5.5).



**Abb. 5.5:** Visuelle Darstellung von Wechselwirkungs-Modellen modifiziert nach /94/

○ Nichtlineare Modelle:

Das nichtlineare Modell stellt sich als parabolisch gekrümmte Fläche im Raum dar und ermittelt quadratische Zusammenhänge. Die Abhängigkeit der Zielgrößen von den Einflussfaktoren ist nichtlinear und wird durch quadratische Terme beschrieben (vergl. Abb. 5.6).



**Abb. 5.6:** Visuelle Darstellung nichtlinearer Modelle modifiziert nach /94/

Nachdem die experimentellen Versuchsreihen durchgeführt sind, erfolgt die Auswertung mithilfe der mathematischen Verfahren der Statistik. Hiermit können Aussagen über die Streuung der experimentellen Versuchsergebnisse getroffen werden. Zudem wird die Qualität des Versuchsplans mathematisch hinterfragt sowie jede Faktorveränderung mit Wirkung auf die experimentellen Versuchsergebnisse analysiert. Gängige Auswertungsmethoden sind insbesondere die nachfolgend aufgeführten statistischen Verfahren /90, 92/:

○ Mittelwertanalyse (analysis of means = ANOM)

Das ANOM-Verfahren dient dazu, die Optimierungsrichtung für die einzelnen Steuergrößen festzulegen. Dargestellt werden die durchschnittlichen Faktorwirkungen mit ihren Einstellungen in Bezug auf die zu optimierende Zielfunktion. Aus der Auftragung kann auch ein Rückschluss auf die Bedeutung eines Faktors bezüglich seiner Wirkung gezogen werden. Hier signalisiert eine große Spannweite folglich eine starke Wirkung. Grundlage der mathematischen Ermittlung bietet die Mittelwertbildung mit

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i .$$

Die Varianz, als Streuungsmaß (Schätzwert) der experimentellen Versuchsergebnisse um ihren Mittelwert, errechnet sich durch

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 .$$

○ Varianzanalyse (analysis of variances = ANOVA)

Das ANOVA-Verfahren ist ein aussagefähiges Auswerteverfahren, welches eine detaillierte Faktoranalyse bis zur prozentualen Wirkung jedes Faktors auf die Zielfunktion gestattet. Der Kern des ANOVA-Verfahrens besteht in der Varianzzerlegung, wodurch eine Beurteilung der Faktoren erfolgen kann.

○ Effektenanalyse

Sie untersucht den Einfluss der verwendeten Faktoren (Einflussgrößen) auf die experimentellen Versuchsergebnisse (Zielgrößen). Hierdurch erfahren die Faktoren eine Bewertung und unterliegen weiteren Optimierungsschritten.

○ Regressionsanalyse

Die Berechnung der (multiplen linearen) Regressionsgeraden erfolgt nach der am weitesten verbreiteten Form durch die Methode der kleinsten Quadrate. Die Abweichung der experimentellen Versuchsergebnisse wird analysiert und liefert eine Aussage über die Qualität des Modells. Mittels der Regression wird eine „Punktwolke“ von Daten so ausgeglichen, bis alle Punkte eine minimale Summe der Abstandsquadrate zwischen den Beobachtungswerten  $y_i$  und den Regressionswerten  $\hat{y}_i$  erreichen:

$$SQ = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \rightarrow \text{MINIMUM!}$$

Die Form einer quadratischen Regressionsgleichung für drei Faktoren ist nachstehend dargestellt:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + b_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + b_{13} \cdot x_1 \cdot x_3 + b_{23} \cdot x_2 \cdot x_3 \\ + b_{11} \cdot x_1^2 + b_{22} \cdot x_2^2 + b_{33} \cdot x_3^2$$

○ Residuenanalyse

Hierbei wird das Residuum  $e_i$  aus der Differenz der experimentellen Versuchsergebnisse  $y_i$  und den errechneten Regressionswerten  $\hat{y}_i$  gebildet mit

$$e_i = y_i - \hat{y}_i.$$

Kleine Residuen deuten auf eine hohe Anpassungsfähigkeit des Modells hin.

Für die Beurteilung der Modellgüte wird das Bestimmtheitsmaß herangezogen. Es berechnet sich, für die am weitesten verbreiteten linearen Modelle mit

$$B = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}.$$

Das Bestimmtheitsmaß erreicht Größen von  $0 \leq B \leq 100$  [%] und soll nach ORTH /93/ mindesten 80% aufweisen.

## 5.2 Bekannte technische Einsatzgebiete der statistischen Versuchsplanung

In den deutschsprachigen Basis-Literurstellen der statistischen Versuchsplanung sind die Werke von KLEPPMANN /88/ und SCHEFFLER /92/ zu nennen. Schwerpunkterweiterungen der Methoden nach TAGUCHI und SHAININ sind in der Arbeit von KLEIN /90/ mit aufgezeigten praxisnahen Bezügen dokumentiert. Zusammenfassende Grundlagen der statistischen Versuchsplanung werden von GUNDLACH /94/ für die einzelnen Methoden, Verfahren und Versuchspläne aufgezeigt und deren konzeptionelle Vorgehensweisen dargestellt. In diesen Werken werden praxisorientiert die Möglichkeiten der Qualitätssicherung zur besseren Ausschöpfung der produkt- und prozessbezogenen Ressourcen zusammengefasst.

Die technischen Einsatzmöglichkeiten der statistischen Versuchsplanung finden häufig Anwendung in den Bereichen der Chemie-Verfahrenstechnik, wo Faktoranalysen zur Optimierung eines chemischen Prozesses zum Einsatz kommen /94/.

In der Produktentwicklung und in der Produktion sowie bei der Optimierung von Herstellungsverfahren können Schwerpunktuntersuchungen unter Anwendung der statistischen

Versuchsplanung aufgeführt werden. Ansätze zur Übertragbarkeit und Anwendbarkeit der statistischen Versuchsplanung für die experimentellen Lebensdauerversuche können auch in den Einsatzgebieten bestimmter Herstellungsverfahren abgeleitet werden. Untersuchungen im Rahmen eines Forschungsprojektes von GUNDLACH und KLEIN /95/ nennen Projekte und zeigen deren technische Einsatzmöglichkeiten im Maschinenbau. Aus dem umfassenden Anwendungsspektrum seien schwerpunktmäßig die Untersuchungen aus der Papierindustrie, der Verbrennungs- und Elektromotorenindustrie sowie Komponentenuntersuchungen aus dem Automobilbereich mit Optimierungsansätzen von Fertigungsverfahren hervorzuheben. In den Einsatzgebieten der statistischen Versuchsplanung findet die Optimierung von Fertigungsverfahren häufig Anwendung. Hierbei sind u.a. Untersuchungen zur Optimierung von allgemeinen Fertigungsabläufen /97, 98/, Tiefziehprozessen /99-103/, Spritzgießverfahren /104-107/ und Fließlochformen /96/ unter Einsatz der statistischen Versuchsplanung zu benennen, welche aber keinen Anspruch auf Vollständigkeit darstellen sollen.

Explizite Beispiele zur Methodenanwendung mittels der statistischen Versuchsplanung konnten für experimentelle Lebensdauerversuche nicht ermittelt werden. Hier bietet sich eine Synergie für die experimentelle Bauteilprüfung an, mittels der statistischen Versuchsplanung Untersuchungsreihen auszulegen und statistisch zu bewerten. Ansätze zur Übertragbarkeit der statistischen Versuchsplanung für die Planung und Durchführung experimenteller Lebensdauerversuche können auch in den Einsatzgebieten bestimmter Fertigungsverfahren abgeleitet werden und zur Umsetzung für experimentelle Lebensdaueruntersuchungen herangezogen werden.

### **5.3 Analysemöglichkeiten von DoE bei experimentellen Lebensdauerversuchen**

Forscher, Entwickler, Technologen und Konstrukteure stellen in vielen wissenschaftlichen und technischen Bereichen Experimente an, um mit Hilfe von Messungen, Beobachtungen und Berechnungen Informationen über den Untersuchungsgegenstand zu erhalten. Die Effektivität des Experimentierens und die Qualität der Ergebnisse können durch mathematisch-statistische Methoden wesentlich gesteigert werden /92/. Die Anwendung der statistischen Versuchsplanung erfolgt in den technischen Einsatzgebieten des Maschinenbaus schwerpunktmäßig für die Produkt- und Prozessoptimierung. Durch die hohe Kombinatorik der Einstellmöglichkeiten ergeben sich hier unter der Voraussetzung von gut abgestimmten Systemkonzepten, mit der Ermittlung günstiger Einstellwerte und nach Festlegung zulässiger Streuungen optimale Parameterkombinationen /90/.

Der Einsatz und die Anwendbarkeit der statistischen Versuchsplanung für die Planung und Durchführung experimenteller Ermüdungsversuche zur qualitativen und quantitativen Beurteilung nichtlinearer Schädigungsabläufe stellen hohe Anforderungen an die Reproduzierbarkeit der Experimente. Für den angestrebten Einsatz der statistischen Versuchsplanung bei experimentellen Lebensdauerversuchen muss erreicht werden, dass die auftretenden Versuchsstreuungen möglichst klein zu halten sind. Dies hängt entscheidend von den Einfluss-, Stör- und Steuergrößen ab. Zur Analyse und Einstellung dieser Größen wird hier die statistische Versuchsmethodik als Werkzeug ihre Verwendung finden.

Mit dem Informationsgehalt der Treffsicherheitsanalysen (*Kapitel 4*) ist man in der Lage alle regelbaren Einflussgrößen bei experimentellen Ermüdungsversuchen herauszuarbeiten. Aus den Einflussgrößen werden wichtige Faktoren analysiert und in mögliche Faktorstufenwerte beschrieben. In der folgenden *Tabelle 5.1* sind für mehrstufige experimentelle Lebensdauerversuche die relevanten Faktoren zusammengestellt.

|          | relevante Faktoren   | mögliche Faktorstufen |          |              |      |      |
|----------|--|-----------------------|----------|--------------|------|------|
| <b>A</b> | Belastungs- bzw. Beanspruchungsfolge (qualitatives Merkmal)                  | High-low              | Low-high |              |      |      |
| <b>B</b> | Anzahl der Belastungs- bzw. Beanspruchungsstufen $m$ (quantitatives Merkmal) | 2                     | 3        | 4            | 5    | 6    |
| <b>C</b> | Vorschädigung $\sum D_{m-1}$ (quantitatives Merkmal)                         | 0,4                   | 0,5      | 0,6          | 0,7  | 0,8  |
| <b>D</b> | Mittellastschwankungen (qualitatives Merkmal)                                | $R = -1$              | $R = 0$  | $R = \infty$ |      |      |
| <b>E</b> | Größe der Amplitudendifferenz (quantitatives Merkmal)                        | 0,20                  | 0,35     | 0,50         | 0,65 | 0,80 |

**Tabelle 5.1:** Faktoren mit möglichen Stufenwerten für exp. mehrstufige Ermüdungsversuche

Die Anwendung und Integration der relevanten Faktoren in einen statistischen Versuchsplan wird entscheidend von der Anzahl der Einzelversuche abhängig sein.

Nach der voran stehenden Tabelle sind die relevanten Faktoren für mehrstufige experimentelle Lebensdauerversuche benannt und die möglichen Stufenwerte als qualitative



oder quantitative Merkmale dargestellt. Hierbei ist Faktor A, die Belastungs- bzw. Beanspruchungsfolge (High-low oder Low-high-Lastfolge), das entscheidend Kriterium (Einflussgröße) zur Beurteilung des Reihenfolgeeffektes für Kollektivbeanspruchungen. Die Anzahl der Belastungs- bzw. Beanspruchungsstufen (Faktor B) wurde bereits in der Treffsicherheitsanalyse (*Kapitel 4*) als signifikanter Einfluss des Reihenfolgeeffektes diskutiert. Der Faktor C, die Vorschädigung  $\sum D_{m-1}$ , für m-stufige Kollektivbeanspruchungen, wird zur Beurteilung der Vorschädigung in der jeweiligen Akkumulationsvorschrift, ebenfalls analysiert. Hierbei werden die Schädigungseinflüsse linearer bzw. nichtlinearer Akkumulationstheorien im Vergleich mit den experimentellen Versuchsergebnissen beurteilt werden können. Der Einfluss von Mittellastschwankungen (Faktor D), durch z.B. veränderliche Mittelspannungen  $\sigma_m$  oder Mitteldehnungen  $\varepsilon_m$ , wird in der Analyse mit zu berücksichtigen sein. Darüber hinaus kann die Beanspruchungs-Amplitudendifferenz als Faktor E analysiert werden. Durch die Größe der Amplitudendifferenz aufeinander folgender Beanspruchungsstufen sind ebenfalls Reihenfolgeeffekte zu erwarten.

Neben den regelbaren Einflussgrößen (Faktoren) werden die statistisch geplanten Experimente von Stör- und Steuergrößen abhängig sein. In der *Tabelle 12.3 (Anhang Seite A 10)* sind die Steuergrößen dokumentiert und die erforderlichen Optimierungsmaßnahmen aufgeführt. Hiernach ist die Beanspruchung die den Bauteilen auferlegt werden mit äußerster Genauigkeit in Form, Art und Größe konstant zu halten. Darüber hinaus ist die Maßhaltigkeit und Oberflächengüte der Probenform sowie die Werkstoffhomogenität sicherzustellen. Die Kennfunktion der Beanspruchbarkeit (Wöhlerlinie) ist für jede Untersuchungsreihe experimentell zu ermitteln um ein großes Streuungspotenzial minimieren zu können.

Anschließend erfolgt die Definition der Zielgrößen. In *Tabelle 5.2* sind mögliche Zielgrößen erfasst und deren mathematisch Beschreibung dargestellt.

| Zielgrößen   | Mathematische Größe   |
|--|---|
| experimentelle <u>Gesamtschädigung</u>                                       | Experimentelle Schadenssumme $D_{\text{Exp.}}$ bei Bauteilversagen.   |
| <u>Gesamtschädigungsabweichung</u>   | $\Delta D = \left( \frac{D_{\text{Exp.}}}{D_{\text{Theo.}}} \right) - 1 = \left( \frac{D_{\text{Exp.}}}{1} \right) - 1$ Abweichung der experimentellen Schadenssumme $D_{\text{Exp.}}$ bei Bauteilversagen gegenüber der theoretischen Schadenssumme nach der Definition mit $D_{\text{Theo.}} = 1$ . |
| <u>zyklische Schwingspielverhältnis</u><br>der letzten Beanspruchungsstufe m | $C_m = D_{\text{Theo.}} - \sum D_{m-1} = 1 - \sum D_{m-1}$ Subtraktion der Vorschädigung gegenüber der theoretischen Schadenssumme $D_{\text{Theo.}} = 1$ (Definition für Bauteilversagen).   |

**Tabelle 5.2:** Zielgrößen für exp. mehrstufige Ermüdungsversuche

Die Ermittlung der theoretischen Schadenssummen bzw. theoretischen zyklischen Schwingspiele basiert auf der Grundlage der Schadensakkumulation nach MINER-Original und berücksichtigen die lineare Akkumulation. Hierdurch lassen sich die möglichen Abweichungen zur theoretischen Schadenssumme  $D_{\text{Theo.}} = 1$  mathematisch übersichtlich erfassen.

## 6 Experimentelle mehrstufige Lebensdaueruntersuchungen mittels statistischer Versuchsplanung

Die Ausführungen der Treffsicherheitsanalysen in *Kapitel 4* deuten bereits darauf hin, dass die nichtlinearen Schadensakkumulationshypothesen den Reihenfolgeeffekt besser berücksichtigen als die linearen Hypothesen. Hierzu sind bereits qualitative Einflüsse des Reihenfolgeeffektes benannt worden. Für die systematische Analyse des Reihenfolgeeffektes mittels der statistischen Versuchsplanung werden die signifikanten Einfluss- und Zielgrößen quantitativ bestimmt (vergl. *Kapitel 5*).

Die experimentellen Lebensdaueruntersuchungen wurden mit Prüfeinrichtungen des Technikums für Leichtbau-Konstruktion an der Universität Kassel durchgeführt. Hier standen universelle Portalprüfmaschinen zur Verfügung, welche adaptiv mit den erforderlichen servohydraulischen Zylindern ausgerüstet wurden. Mit einer integrierten digitalen Regelung war es möglich, definierte Beanspruchungen in Form von z.B. Kraft, Weg oder Dehnung als Regelgröße aufzubringen. Grundlage der experimentellen Versuche waren mehrstufige kollektivbeanspruchte Untersuchungsreihen, welche mittels der statistischen Versuchsplanung ausgelegt und analysiert wurden. Aufgabe der anstehenden mehrstufigen Lebensdaueruntersuchungen war es, basierend auf einem breit angelegten Untersuchungsspektrum, die Reihenfolgeeffekte für unterschiedliche experimentelle Wechselfestigkeitsversuche /54, 56-57, 60-61/ qualitativ und quantitativ zu beschreiben. Für die experimentellen Untersuchungsreihen wurden separate statistische Versuchspläne mit dem Programm *Modde 7.0* /86, 87/ erstellt. Mithilfe der Anwendersoftware wurden in den Untersuchungsreihen mittels statistischer Versuchspläne die relevanten Effekte, Wechselwirkungen und Nichtlinearitäten analysiert und statistisch belegt. Für die statistische Absicherung der Analyseergebnisse wurde, wie in technischen Bereichen angewendet /108/, ein 95%-Vertrauensniveau definiert und für die Analysen in der Anwendersoftware *Modde 7.0* festgelegt.

Ein Vorteil des Softwareeinsatzes lag in den vielfältigen Auswertungsfunktionen des Programmsystems. Dabei konnten zum einen Aussagen über die Treffsicherheit des Versuchsplans ermittelt werden, zum anderen die wirkenden Einflussparameter der Schadensakkumulation in den experimentellen Untersuchungsreihen qualitativ und quantitativ beurteilt werden. Hierbei hatte die Ergebnisstreueung einen entscheidenden Einfluss auf die Güte der Modelle. Pflicht ward es bei den experimentellen Untersuchungen, die analysierten Steuergrößen (vergl. *Kapitel 5.3*) optimiert zum Einsatz zu bringen.

## 6.1 Zug-Druck-Wechselfestigkeitsuntersuchungen an taillierten Flachproben

Als Analysebasis für die experimentellen Ermüdungsfestigkeitsuntersuchungen mittels integrierter statistischer Versuchsplanung wurden axialbeanspruchte Flachproben untersucht. Hierfür wurden als Werkstoffe der Vergütungsstahl C45v und die Aluminium-Knetlegierung AlCu4Mg1 verwendet. Die Untersuchungen an den taillierten Flachproben wurden mit einem Axial-Extensometer dehnungsgeregelt durchgeführt. Es sind zwei identische Versuchspläne rechnergestützt im Programmsystem *Modde* erstellt worden, die zur Analyse herangezogen wurden.

### 6.1.1 Proben- und Beanspruchungswahl

Die Auswahl der Werkstoffe unterlag anwendungs- und verfügbarkeitsorientierten Kriterien. Der Stahl C45v<sup>1</sup> (Werkstoffbezeichnung 1.0503) und die Aluminium-Knetlegierung AlCu4Mg1<sup>2</sup> (Kurzname EN AW-2024) finden in der Praxis ein weites Anwendungsspektrum. Die Festigkeitskennwerte der verwendeten Materialien sind nach FKM /N5/ in der *Tabelle 12.4 (Anhang Seite A 11)* dargestellt. Die chemischen Werkstoffzusammensetzungen wurden analysiert und sind in der *Tabelle 12.5 (Anhang Seite A 11)* aufgeführt.

Bei der Entwicklung der Probengeometrie kann ein relativ steiler Radiusauslauf von der Messlänge in die Schulter ein entscheidender Nachteil sein. In Anlehnung an die FKM-Empfehlung /83/ wurde der Übergang von den Einspannenden in die Messlänge durch eine Aneinanderreihung von zunehmenden Radien gefertigt. So wurde durch den großen Anfangsradius die Anrisslage innerhalb der Messlänge begünstigt. Bei der Gestaltung der Proben wurde der Übergang von der äußeren Breite eine Radienfolge von  $R_1 = 60 \text{ mm}$  auf  $R_2 = 30 \text{ mm}$  gewählt (vergl. *Abb. 6.1*).

Die Beanspruchung der Probekörper erfolgte in Dehnungsregelung unter axialer Zug-Druck-Wechselbeanspruchung bei konstanter Mittellast ( $\epsilon_m = 0$ ). Für die Beanspruchungsart wurde die Dehnungsregelung gewählt, um mögliche Ergebnisstreuungen zu beeinflussen und zu reduzieren. Die Dehnungsregelung erfolgte durch ein Axial-Extensometer. Hierdurch wurden die Beanspruchungssignale digital in Form der Totaldehnungen den Probekörpern auferlegt.

---

<sup>1</sup> Anm.: Vergütungsstahl; Behandlungszustand: vergütet

<sup>2</sup> Anm.: Anlieferungszustand: stranggepresst;  
Werkstoffzustand: lösungsgeglüht, kaltumgeformt und kaltausgelagert

---

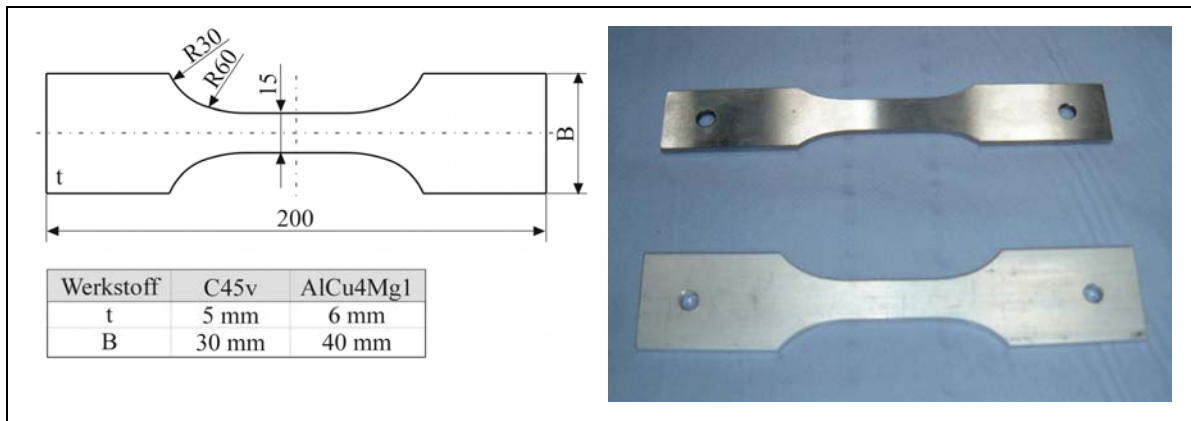


Abb. 6.1: Probengeometrie und Abbildung exemplarischer Probekörper

### 6.1.2 Versuchsaufbau und Versuchsbeschreibung

Die Untersuchungsreihen an dehnungsgeregelten Flachproben wurden auf einer 100-kN-Portalprüfmaschine, im Technikum für Leichtbau-Konstruktion durchgeführt (vergl. Abb. 6.2).

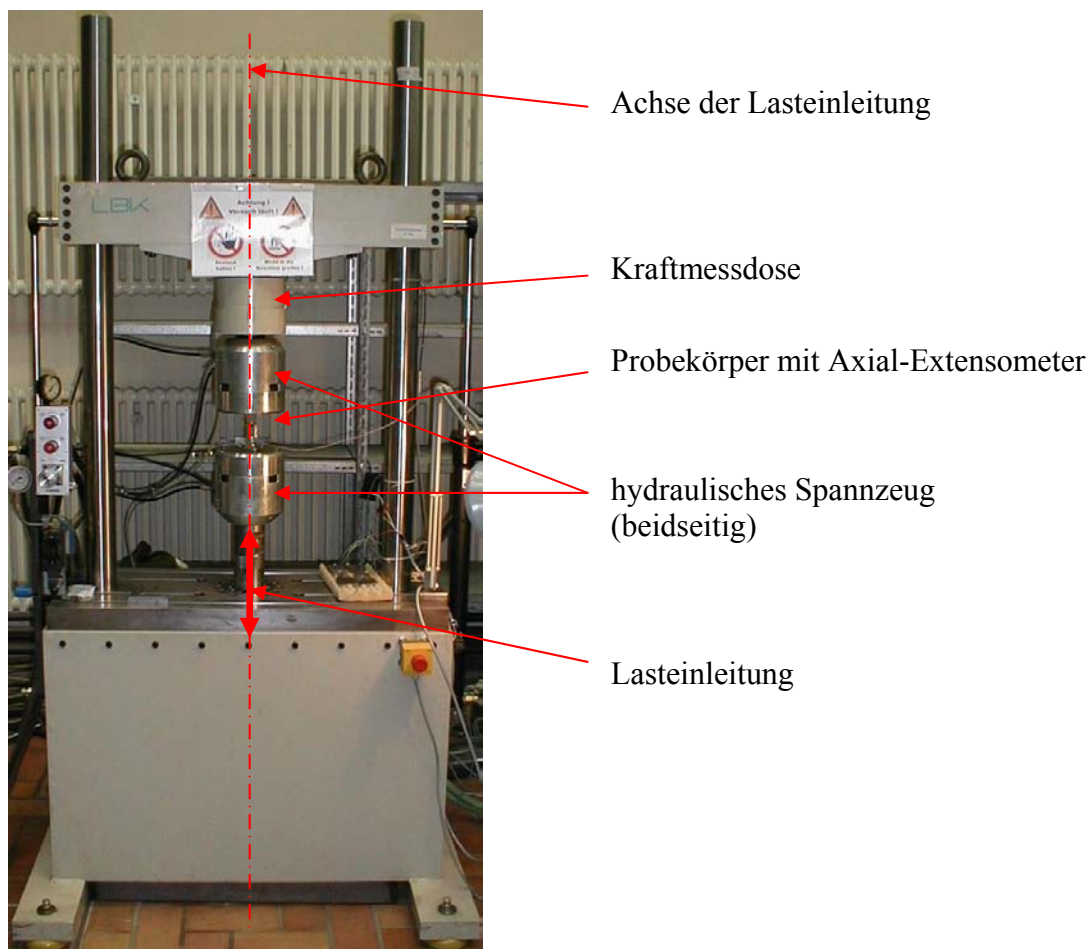


Abb. 6.2: Portalprüfmaschine mit eingespanntem Probekörper

Ein hydraulisches Spannzeug in der Lasteinleitungsachse fixierten die Enden der Probekörper momentenfrei und ermöglichten einen raschen Austausch der Prüflinge. In der Lasteinleitungsachse befanden sich weiterhin die Kraftmessdose (oben) und der servohydraulische Prüfzylinder (unten). Mit einem applizierten Axial-Extensometer wurden die geforderten Dehnungssignale ( $\epsilon_a$ ) digital geregelt und mit sehr hoher Genauigkeit nachgebildet. Die Signale der Kraft- ( $F$ ) und Wegverläufe ( $s$ ) wurden für die Ermittlung des Versagenskriteriums herangezogen. Schon bei geringen Änderungen eines der Größen wurde durch Kraft- oder Wegüberschreitung der Versuch gestoppt. Zur expliziten Auswertung der Signalgrößen wurde die Standardabweichung des Kraft- oder Wegsignals als Versagenskriterium herangezogen und bei einer Überschreitung von  $\pm 10\%$  ein Bauteilversagen dokumentiert.

Die Kennzeichnung der Beanspruchbarkeit wurde mittels experimenteller Wöhlerlinien dokumentiert. Hierdurch sind, gegenüber analytischen oder genormten Wöhlerlinien, geringere Streuungen der Versuchsergebnisse zu erwarten. In der folgenden *Tabelle 6.1* sind die Kennwerte der Bauteil-Wöhlerlinien unter Berücksichtigung einer 50%-Wahrscheinlichkeit zusammengefasst. Die Neigung  $k$  wurde auf Basis der experimentellen Einstufenversuche im Zeitfestigkeitsgebiet bestimmt. Hingegen erfolgte die Ermittlung der Kennwerte im Bereich der Dauerfestigkeit in Anlehnung an die definierte Dauerfestigkeits-Lastspielzahl der FKM-Richtlinie /N5/ mit  $N_D = 1.000.000$  Lastwechseln.

| Kennwerte der Bauteil-Wöhlerlinien  | C45v      | AlCu4Mg1  |
|---|-----------|-----------|
| Neigung $k$   | 4,1       | 6,1       |
| Dauerfestigkeitsamplitude $\epsilon_D$ [%]<br>(Berechnung mit $N_D$ aus FKM-Richtlinie) | 0,11      | 0,17      |
| Dauerfestigkeits-Lastspielzahl $N_D$ [LW]<br>(Empfehlung gemäß FKM-Richtlinie)          | 1.000.000 | 1.000.000 |

**Tabelle 6.1:** Ermittelte Kennwerte der Wöhlerversuche ( $R = -1$ )

In *Abb. 12.11* und *Abb. 12.12* (Anhang Seite A 12) sind die Zeitfestigkeitsbereiche der experimentell ermittelten Bauteil-Wöhlerlinien für den Vergütungsstahl C45v sowie für die Aluminium-Knetlegierung AlCu4Mg1 dargestellt.

### 6.1.3 Versuchsplanung der experimentellen Untersuchungsreihen

Die mehrstufigen Ermüdungsversuche werden mittels statistischer Versuchsplanung integriert im Programmsystem *Modde* ausgewertet. Die Analyse der Einflussgrößen für experimentelle Ermüdungsversuche wurde in *Kapitel 5.3* dokumentiert. Hieraus wurden die Belastungsfolge, die Belastungsstufen sowie die Vorschädigung als dominante Einflussgrößen ermittelt und als Faktoren für die folgenden Untersuchungsreihen definiert. Zur Analyse des globalen Reihenfolgeeffektes wurden die qualitativen Faktorstufen High-low und Low-high als Belastungsfolgen festgelegt. Für die Ermittlung möglicher Beanspruchungsstufen wurde der Zeitfestigkeitsbereich der jeweiligen Wöhlerlinie symmetrisch unterteilt. Die Größe der Vorschädigung bis zur letzten Beanspruchungsstufe wurde als zweiter Faktor mit den Faktorstufen  $\Sigma D_{m-1} = 0,5 / 0,625 / 0,75$  in die Versuchsplanung integriert. Die Anzahl der Beanspruchungsstufen wurde als dritter Faktor für zwei-, drei- und vierstufige Beanspruchungen (mit  $m = 2, 4$  und  $6$  Faktorstufen) festgelegt.

Anschließend erfolgte die Definition der Zielgrößen. Aus den analysierten Zielgrößen (*Kapitel 5.3*) wurde hier nur die experimentelle Gesamtschädigung  $D_{Exp.}$  ausgewählt. Die Gesamtschädigung wurde jeweils direkt nach dem experimentellen Versuch infolge der ermittelten Lastwechselzahl linear nach MINER-Original berechnet und in das Arbeitsblatt des Versuchsplans eingetragen. Die Gesamtschädigung, ausgedrückt mit der experimentellen Schadenssumme  $D_{Exp.}$ , bietet hierfür eine direkte Beurteilung der Reihenfolgeeffekte durch Abweichungen zur theoretischen Schadenssumme  $D_{Theo.} = 1$ .

Es galt nun, für drei Faktoren einen Versuchsplan zu erstellen, mit welchem nichtlineare Schädigungsverläufe analysiert werden konnten. Die Möglichkeit, einen D-optimalen Versuchsplan mit quadratischem Schädigungsmodell zu verwenden, wurde durch die integrierte Versuchsführung mit der Anwendersoftware *Modde* bekräftigt. Die anschließende Ausarbeitung und Prüfung des Versuchsplans verlief integriert im Programmsystem *Modde*. Nach Eingabe der Faktoren, Faktorstufen und Zielgröße erfolgte die Wahl des Versuchsplans sowie eine programmgestützte Beurteilung der Effizienz. Empfohlen wurde, drei zusätzliche Kontrollversuche mit in das Arbeitsblatt eines D-optimalen Versuchsplans aufzunehmen. Eine Bestätigung fand dieser Versuchsplan durch das Programm *Modde* mit der Ausweisung der größten Güte. Somit wurden insgesamt 19 Versuche je Werkstoff durchgeführt. Die statistischen Analysen erfolgten in einem 95-%-Vertrauensniveau.

#### 6.1.4 Statistische Analyse der experimentellen Versuchsergebnisse

Die experimentelle Versuchsdurchführung erfolgte in axialer Dehnungsregelung mittels eines Axial-Extensometers. Nach Abschluss jedes Experiments wurde jeweils die Gesamtschädigung  $D_{\text{Exp.}}$  (Zielgröße) in den Arbeitsblättern (worksheets) dokumentiert. Im *Anhang* auf Seite *A 13* sind in *Tabelle 12.6* und *Tabelle 12.7* die Arbeitsblätter des Programmsystems *Modde* mit den experimentellen Ergebnissen für beide Werkstoffe dokumentiert.

In den Arbeitsblättern ist zu erkennen, dass besonders in den Untersuchungsreihen mit dem Vergütungsstahl C45v ein sehr frühes Bauteilversagen auftritt. Bereits in der vorletzten Beanspruchungsstufe bei überwiegend High-low-Belastungsfolgen versagen die Bauteilproben. Aber auch für die Aluminiumversuchsreihen kann dies festgestellt werden. Ursachen können bei der linearen Auslegung der Lastwechselzahlen (nach MINER-Original) zu vermuten sein. Fehler bei der experimentellen Ermittlung der Wöhlerlinie konnten nicht ausgeschlossen werden, widersprachen aber den ermittelten großen Schadenssummen  $D_{\text{Exp.}} > 1$  unter Low-high-Belastungsfolgen.

Eine Varianzanalyse zur Beurteilung der Güte des Modells erfolgte nun im Programmsystem *Modde*. Die Varianzanalyse ergab, dass lediglich für die Stahlversuchsreihen das Modell zur Beurteilung der Daten statistisch abgesichert verwendet werden kann. Zur Kennzeichnung der Modellgüte wurde hier ein hohes Bestimmtheitsmaß mit  $B_{\text{St.}} = 0,9188$  ermittelt. In der Versuchsauswertung wurden die Versuche 4, 12 und 16 nicht mit einbezogen, da es sich nach der grafischen Auftragung um Ausreißer handelt. Die Ergebnisse der Residuenanalyse wurden in ein Wahrscheinlichkeitsdiagramm eingetragen, wodurch eine einfache Beurteilung der Normalverteilung möglich war. Da die Residuen nun annähernd auf einer Geraden liegen, sind für die Versuchsreihen mit dem Stahlwerkstoff C45v keine großen Modellschwächen festgestellt worden (vergl. *Abb. 12.13* im *Anhang* Seite *A 14*). Somit standen 16 Versuche für die Auswertung der Untersuchungsreihe mit den Stahlwerkstoff C45v zur Verfügung.

Für die Untersuchung der Aluminiumproben (AlCu4Mg1) wurde hingegen ein geringes Bestimmtheitsmaß mit lediglich  $B_{\text{Al.}} = 0,5635$  ermittelt. Die Analyseergebnisse der Aluminiumprobekörper konnten daher nicht als statistisch abgesichert belegt werden. Die Ergebnisse der Residuenanalyse für die Aluminiumprobekörper sind in *Abb. 12.14* im *Anhang* auf Seite *A 14* im Normalverteilungsplot dargestellt. In die Versuchsauswertung wurde der Versuch 01 nicht mit einbezogen, da es sich um einen Durchläufer handelt. Somit standen 18 Versuche für die Auswertung zur Verfügung.



Die Darstellung der Zielgrößen gegenüber den Vorhersagen (Observed vs. Predicted) zeigt ebenfalls eine gute Identifikation von potenziellen Ausreißern. Die *Abb. 12.15* und *Abb. 12.16* (*Anhang Seite A 15*) zeigen die Auftragung der experimentellen gegenüber den berechneten Versuchswerten. Die Punktabweichungen der Geraden (Idealverlauf) zeigen geringe Abweichungen für die Stahl- und größere Streuungen für die Aluminiumprobekörper AlCu4Mg1.

Anschließend erfolgte die Untersuchung der Parametereinflüsse mittels der Effektenanalyse. Die Ergebnisse sind im *Anhang Seite A 16* in *Abb. 12.17* und *Abb. 12.18* aufgetragen. Die Höhe des Effektes war hierbei ein entscheidendes Kriterium für den Wirkeinfluss auf die Zielgröße unter Berücksichtigung des zugehörigen Konfidenzintervalls. Eine ausführliche Darstellung aller relevanten Effekte wurde für beide Werkstoffe in der folgenden *Tabelle 6.2* aufgelistet. Die größten Effekte und kleine Konfidenzintervalle sind darin hervorgehoben.

| Effekt   | Stahlproben C45v |                        | Aluminiumproben AlCu4Mg1 |                        |
|--|------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|
|  | Effektgröße      | Konfidenzintervall [±] | Effektgröße              | Konfidenzintervall [±] |
| Belastungsfolge (Low-high), (High-low negativ)   | <b>0,2827</b>    | <b>0,2390</b>          | <b>0,2848</b>            | <b>0,2315</b>          |
| Vorschädigung                                    | <b>0,6319</b>    | <b>0,2929</b>          | 0,0101                   | 0,2764                 |
| Beanspruchungsstufe                              | 0,1637           | 0,3029                 | 0,0279                   | 0,2900                 |
| Belastungsfolge (Low-high) * Vorschädigung       | 0,5833           | <b>0,2791</b>          | 0,0443                   | 0,2829                 |
| Belastungsfolge (Low-high) * Beanspruchungsstufe | 0,3289           | <b>0,3093</b>          | 0,0554                   | 0,2900                 |
| Vorschädigung * Beanspruchungsstufe              | -0,0814          | 0,4306                 | -0,1693                  | 0,3715                 |
| Vorschädigung * Vorschädigung                    | <b>-0,2867</b>   | 0,4801                 | <b>-0,1333</b>           | 0,5166                 |
| Beanspruchungsstufe * Beanspruchungsstufe        | 0,1644           | 0,4586                 | -0,2299                  | 0,4735                 |

**Tabelle 6.2:** Ermittelte Effektgrößen und Konfidenzintervalle

Der dominante Reihenfolgeeffekt der Belastungsfolge konnte für beide Versuchsreihen ermittelt werden. Für beide Versuchsreihen wurde der Effekt mit einem Betrag von 0,28 in relativer Abweichung zur theoretischen Gesamtschädigung (Schadenssumme)  $D_{\text{Theo.}} = 1$  ermittelt. Hierbei sind beide Konfidenzintervalle kleiner als die Effektgrößen und weisen somit eine Signifikanz für den Effekt Belastungsfolge aus. Die Wirkung für High-low-Belastungsfolgen erreichte deutlich kleinere und für Low-high-Belastungsfolgen deutlich größere Gesamtschädigungswerte.

Der Faktor Vorschädigung erreichte nur bei Stahlversuchen die größte Effektenwirkung von 0,63 in relativer Abweichung zur Gesamtschädigung mit einem geringen Konfidenzintervall. Es konnte eine quadratische Abhängigkeit des Effektes Vorschädigung für beide Versuchsreihen tendenziell ermittelt werden. Die Signifikanz wird hier durch die großen Konfidenzintervalle nicht aufgezeigt. Für die Versuchsreihen der Stahlprobekörper wurden Wechselwirkungen der Belastungsfolge jeweils in Abhängigkeit der Vorschädigung und Belastungsstufe sichtbar. Diese konnten in der anschließenden detaillierten Wechselwirkungsanalyse nicht bekräftigt werden. Hierbei wurden uneinheitliche Analyseergebnisse für die Untersuchungsreihen festgestellt und keine weiteren signifikanten Effekte ermittelt. Durch die großen Konfidenzintervalle können die Analysen der Wechselwirkungseffekte nur in ihrer Tendenz aufgezeigt werden.

Die abschließende Regressionsanalyse ermittelte eine funktionale Beziehung zwischen den Faktoren  $x_i$  und der Zielgröße  $\hat{y}$ :

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + b_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + b_{13} \cdot x_1 \cdot x_3 + b_{23} \cdot x_2 \cdot x_3 + b_{11} \cdot x_1^2 + b_{22} \cdot x_2^2 + b_{33} \cdot x_3^2$$

Die quadratische Regressionsgleichung mit drei Faktoren zeigte für die Werkstoffe C45v und AlCu4Mg1 nach der Koeffizientenbelegung geringe Übereinstimmungen. In der folgenden *Tabelle 6.3* sind die ermittelten Koeffizienten der Anwendersoftware *Modde* aufgelistet.

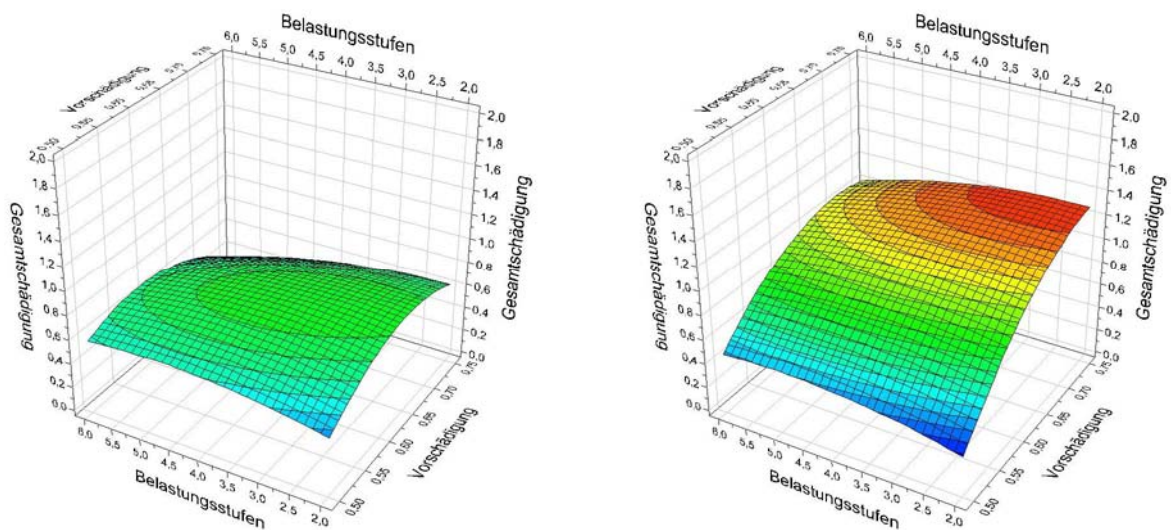
| Koeffizient | Stahlproben<br>C45v          |                              | Aluminiumproben<br>AlCu4Mg1  |                              |
|-------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
|             | High-low-<br>Belastungsfolge | Low-high-<br>Belastungsfolge | High-low-<br>Belastungsfolge | Low-high-<br>Belastungsfolge |
| $b_0$       | 0,7905                       | 0,7905                       | 1,0005                       | 1,0005                       |
| $b_1$       | -0,1413                      | 0,1413                       | -0,1424                      | 0,1424                       |
| $b_2$       | 0,0819                       | 0,0819                       | 0,0139                       | 0,0139                       |
| $b_3$       | 0,3159                       | 0,3159                       | 0,0050                       | 0,0050                       |
| $b_{12}$    | -0,1644                      | 0,1644                       | -0,0277                      | 0,0277                       |
| $b_{13}$    | -0,2917                      | 0,2917                       | -0,0222                      | 0,0222                       |
| $b_{23}$    | -0,0407                      | -0,0407                      | -0,0847                      | -0,0847                      |
| $b_{11}$    | 0,0000                       | 0,0000                       | 0,0000                       | 0,0000                       |
| $b_{22}$    | 0,0822                       | 0,0822                       | -0,1150                      | -0,1150                      |
| $b_{33}$    | -0,1434                      | -0,1434                      | -0,0667                      | -0,0667                      |

**Tabelle 6.3:** Ermittelte Koeffizienten der Regressionsgleichung

### 6.1.5 Erkenntnisgewinn der Wechselfestigkeitsuntersuchungen an taillierten Flachproben

Die Wechselfestigkeitsuntersuchungen an taillierten Flachproben wurden nach einem D-optimalen Versuchsplan durchgeführt und statistisch in einem 95-%-Vertrauensniveau ausgewertet. Die statistische Modellanalyse ergab eine hohe Effizienz und gute Reproduzierbarkeit des statistischen Versuchsplans nur für die Versuchsreihe mit Stahlprobekörpern. Die Analyse der Modellgüte ergab für die Aluminiumprobekörper hingegen ein geringes Bestimmtheitsmaß. Dennoch weisen beide Prognosemodelle eine deutliche Abweichung gegenüber der theoretischen Schadenssumme  $D_{\text{Theo.}} = 1$  auf. Der Reihenfolgeeffekt des Faktors Belastungsfolge zeigten eindeutige, qualitative und quantitative Tendenzen für die Faktorstufen High-low und Low-high. Die aufgezeigten Effekte sind teilweise mit hohen Streuungen verbunden, welche sich in großen Konfidenzintervallen und besonders für die Aluminiumversuchsreihe in einem geringen Bestimmtheitsmaß widerspiegeln.

Die abschließende grafische Auftragung der Höhenliniendiagramme (3-D-Plots) lieferte eine verständliche Darstellung der analysierten Zahlenwerte. Die Effekte der High-low- und Low-high-Belastungsfolge wurden in ihrer Größe deutlich sichtbar. Dabei lagen die Gesamtschädigungswerte für High-low-Versuche tendenziell unter  $D = 1$  und für Low-high-Versuche über  $D = 1$ . Die nichtlinearen Komponenten der Faktoren Vorschädigung und Belastungsstufe waren tendenziell sichtbar aber nicht signifikant. Die Diagrammen sind für die Versuchsreihen des Stahl- und Aluminiumwerkstoffs getrennt für High-low- und Low-high-Versuche in *Abb. 6.3* und *Abb. 6.4* aufgetragen worden.



**Abb. 6.3:** 3-D-Plots links für High-low- und rechts für Low-high-Versuche (C45v)

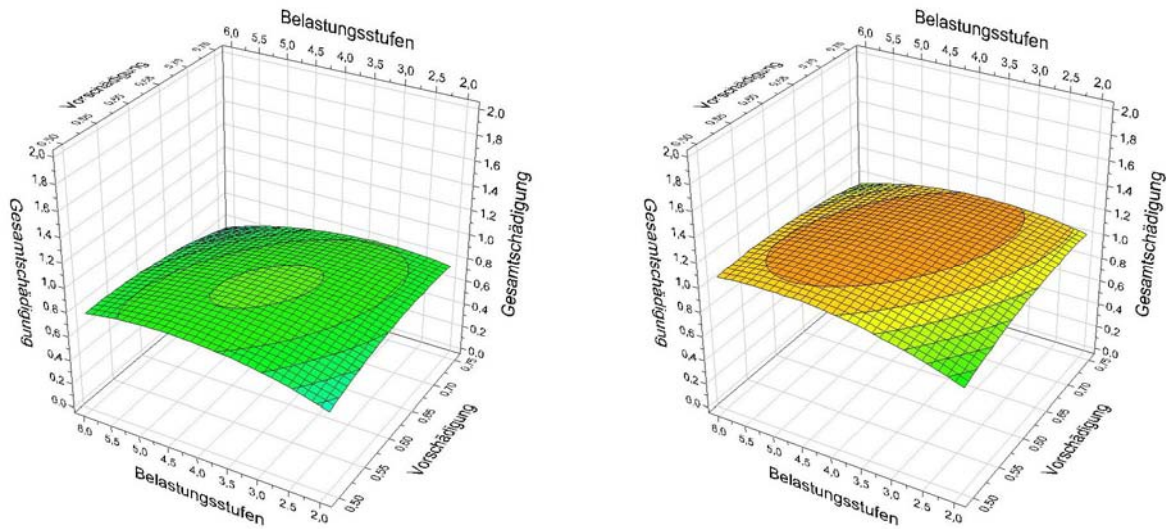


Abb. 6.4: 3-D-Plots links für High-low- und rechts für Low-high-Versuche (AlCu4Mg1)

## 6.2 Zug-Druck-Wechselfestigkeitsuntersuchungen an Rundproben

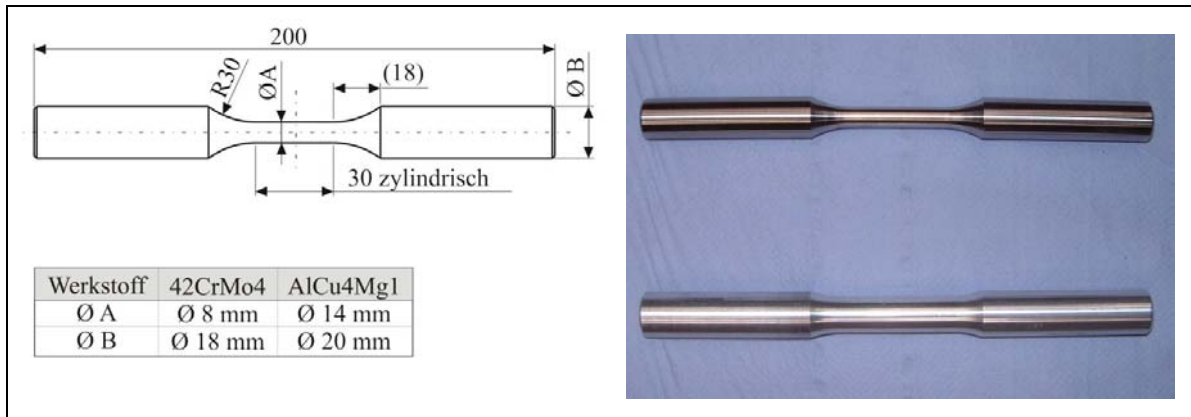
Die bisher durchgeführten Untersuchungen basierten auf Versuchen unter axialer Zug-Druck-Beanspruchung für Flachproben. Eine Erweiterung für Rundproben wurde an dieser Stelle in den Untersuchungsreihen berücksichtigt. Hierdurch wurde angestrebt, die Streuungen der Zielgröße zu minimieren und die Vertrauensbereiche der Analyseergebnisse zu erhöhen. Wiederum wurde je ein gleicher Versuchsplan für Stahl- und Aluminiumrundproben gewählt. Es wurde an der bewerten Beanspruchungsregelung der Dehnungssignale festgehalten und die Rundproben sind ebenfalls durch ein Axial-Extensometer dehnungsgeregelt beaufschlagt worden.

### 6.2.1 Proben- und Beanspruchungswahl

Für diese experimentellen Untersuchungsreihen wurden mehrstufige Ermüdungsversuche an axial dehnungsgeregelten Rundproben unter Zug-Druck-Beanspruchung bei konstanter Mittellast ( $\epsilon_m = 0$ ) durchgeführt. Die Geometrie der Probekörper wurde in Anlehnung an /83/ ausgeführt. Für den Stahl 42CrMo4<sup>3</sup> (Werkstoffbezeichnung 1.7225) und für die Aluminium-Knetlegierung AlCu4Mg1<sup>4</sup> (Kurzname EN AW-2024) wurden die Rundproben ausgeführt. Die Ausführung der Probekörper ist in Abb. 6.5 ersichtlich.

<sup>3</sup> Anm.: Vergütungsstahl; Behandlungszustand: vergütet

<sup>4</sup> Anm.: Anlieferungszustand: stranggepresst;  
Werkstoffzustand: lösungsgeglüht, kaltumgeformt und kaltausgelagert



**Abb. 6.5:** Probengeometrie und Abbildung exemplarischer Probekörper

Die Festigkeitskennwerte der verwendeten Materialien sind nach FKM /N5/ in der *Tabelle 12.8 (Anhang Seite A 17)* dargestellt und die chemische Werkstoffzusammensetzung anhand der durchgeführten Werkstoffanalyse in der *Tabelle 12.9 (Anhang Seite A 17)* aufgeführt.

#### 6.2.2 Versuchsaufbau und Versuchsbeschreibung



Die anstehenden Ermüdungsversuche wurden im Technikum für Leichtbau-Konstruktion auf einer 100-kN-Portalprüfmaschine durchgeführt (vergl. *Kapitel 6.1*). Ein hydraulisches Spannzeug, adaptiert für Rundproben, ermöglichte einen raschen Austausch der Prüflinge. Der applizierte Axial-Extensometer wurde mit den geforderten Dehnungssignalen ( $\epsilon_a$ ) digital geregelt (vergl. *Abb. 6.6*). Die gewünschten Belastungsverläufe konnten in Form und Größe mit sehr hoher Genauigkeit nachgebildet werden. Die Messgrößen Kraft (F) und Weg (s) wurden für die Ermittlung des Versagenskriteriums ( $\pm 10$  % Änderung der Standardabweichung bei Kraft- oder Wegüberschreitung) herangezogen.

**Abb. 6.6:** Eingespannter Probekörper mit Axial-Extensometer

Die Ermüdungsversuche basierten auf experimentell ermittelten Bauteil-Wöhlerlinien unter Berücksichtigung einer 50-%-Wahrscheinlichkeit zur Kennzeichnung der Beanspruchbarkeit im Zeitfestigkeitsbereich. Für beide Probewerkstoffe sind mit den dargestellten Rundproben einstufige Schwingfestigkeitsversuche an unterschiedlichen Beanspruchungshorizonten in Zeitfestigkeitsbereich der Wöhlerlinie durchgeführt worden. Dabei wurde die Mitteldehnung mit  $\varepsilon_m = 0$  ( $R = -1$ ) konstant gehalten. Die experimentell ermittelten Bauteil-Wöhlerlinien sind für den Vergütungsstahl 42CrMo4 und für die Aluminium-Knetlegierung AlCu4Mg1 in Abb. 12.19 und Abb. 12.20 (Anhang Seite A 18) dargestellt. Die Kennwerte der experimentellen Wöhlerlinien lassen sich in der folgenden Tabelle 6.4 zusammenfassen. Die Neigung  $k$  der jeweiligen Bauteil-Wöhlerlinien wurde auf Basis der experimentellen Wöhler-Versuche bestimmt. Die Ermittlung der Wöhlerlinien-Kennwerte im Bereich der Dauerfestigkeitsamplituden erfolgte wiederum in Anlehnung an die definierte Dauerfestigkeits-Lastspielzahl der FKM-Richtlinie /N5/ mit  $N_D = 1.000.000$  Lastwechseln.

| Kennwerte der Bauteil-Wöhlerlinien   | 42CrMo4   | AlCu4Mg1  |
|--|-----------|-----------|
| Neigung $k$  | 5,60      | 7,13      |
| Dauerfestigkeitsamplitude $\varepsilon_D$ [%]<br>(Berechnung mit $N_D$ aus FKM-Richtlinie) | 0,22      | 0,21      |
| Dauerfestigkeits-Lastspielzahl $N_D$ [LW]<br>(Empfehlung gemäß FKM-Richtlinie)             | 1.000.000 | 1.000.000 |

**Tabelle 6.4:** Ermittelte Kennwerte der Wöhlerversuche ( $R = -1$ )

### 6.2.3 Versuchsplanung der experimentellen Untersuchungsreihen

Aus der Gesamtheit der analysierten Einflussgrößen für experimentelle Ermüdungsversuche (Kapitel 5.3) wurden wiederum die Einflussfaktoren die Belastungsfolge, die Anzahl der Beanspruchungsstufen sowie die Vorschädigung definiert. Aus der Vielzahl der Einflussgrößen wiesen diese drei Faktoren höchste Relevanz bezüglich der Problemstellung auf. Hierbei wurden zur Analyse des globalen Reihenfolgeeffektes die qualitativen Faktorstufen High-low (H-L) und Low-high (L-H) als Belastungsfolgen gewählt. Die Größen der Beanspruchungsstufen wurden hierbei über die experimentell ermittelten Zeitfestigkeitsbereiche nach der FKM-Empfehlung zwischen etwa  $10^4$  bis  $10^6$  Lastwechseln gegenüber der jeweiligen Wöhlerlinie symmetrisch aufgeteilt. Die Anzahl der Beanspruchungsstufen wurde als weiterer Faktor für zwei-, drei- und vierstufige Beanspruchungen (mit  $m = 2, 3$  und  $4$



Faktorstufen) festgelegt sowie die Größe der Vorschädigung bis zur letzten Beanspruchungsstufe als dritter Faktor mit den Faktorstufen  $\Sigma D_{m-1} = 0,5 / 0,6 / 0,7$  in die Versuchsplanung integriert.

Als quantitative Zielgröße wurde die experimentelle Gesamtschädigung  $D_{Exp.}$  wiederum festgelegt. Sie ist eine indirekte Zielgröße und wurde nach der Experimentdurchführung infolge der ermittelten Lastwechselzahl linear berechnet (MINER-Original) und in das Arbeitsblatt des Versuchsplans aufgenommen.

Aus der Anzahl der definierten Einflussfaktoren ging hervor, dass für drei Faktoren ein Versuchsplan zu erstellen war, mit dem ein nichtlineares Schädigungsverhalten analysiert werden konnte. Die weitere Ausarbeitung des D-optimalen Versuchsplanes verlief integriert im Programmsystem *Modde* mit den Hinzunahmen von zwei Zentralpunkten zur Streuungs- bzw. Nichtlinearitäts-Analyse. Eine weitere Steigerung der Effizienz erreichte der Versuchsplan durch zwei zusätzliche Kontrollversuche, welche mit im Arbeitsblatt mit aufgenommen wurden. Bestätigung fand dieser Versuchsplan durch das Programm *Modde* mit der Ausweisung der größten Güte. Somit wurden insgesamt 20 Versuche je Werkstoff notwendig, welche in einer zufälligen Versuchsreihenfolge aufgestellt worden sind.

#### 6.2.4 Statistische Analyse der experimentellen Versuchsergebnisse

Alle Versuche wurden in Dehnungsregelung mittels eines Axial-Extensometers durchgeführt. Dabei wurde jeweils die Gesamtschädigung  $D_{Exp.}$  (Zielgröße) in Einzelversuchen experimentell ermittelt und in den Arbeitsblättern (worksheets) dokumentiert. In *Tabelle 12.10* und *Tabelle 12.11 (Anhang Seite A 19)* sind die Arbeitsblätter des Programmsystems *Modde* mit den experimentellen Ergebnissen für beide Werkstoffe abgebildet. Alle statistischen Analysen unterliegen einem 95-%-Vertrauensniveau.

Im Programmsystem *Modde* erfolgte eine Varianzanalyse zur Beurteilung der Güte des Modells. Die Varianzanalyse ergab, dass das Modell zur Beurteilung der Daten verwendet werden konnte. Es konnten keine Modellschwächen für beide Versuchsreihen festgestellt werden. Zur Kennzeichnung der Modellgüte wurden hohe Bestimmtheitsmaße für die Untersuchung der Stahlproben (42CrMo4) mit  $B_{St.} = 0,9685$  und für die Untersuchung der Aluminiumproben (AlCu4Mg1) mit  $B_{Al.} = 0,9038$  ermittelt.

Um experimentelle Ausreißer feststellen zu können, wurden mithilfe des Programmsystems *Modde* Residuenanalysen durchgeführt. Hierfür wurden die Residuen in ein Wahrschein-

---

lichkeitsdiagramm eingetragen, mit denen eine einfache Beurteilung der Normalverteilung möglich war. Hier mussten die Residuen annähernd auf einer Geraden liegen. Infolgedessen wurden zwei Experimente für die Analysen des Werkstoffs 42CrMo4 (Nr. 17, Nr. 18) und ein Versuch (Nr. 17) für die Analysen des Werkstoffs AlCu4Mg1 aus dem jeweiligen Arbeitsblatt herausgenommen. Damit lagen alle Werte im Wahrscheinlichkeitsnetz annähernd auf einer Geraden mit geringen Residuen. In der *Abb. 12.21* und *Abb. 12.22* (*Anhang Seite A 20*) sind die bereinigten Normalverteilungsplots der Residuen für beide Werkstoffe abgebildet. Die Modellanpassung wurde bereits in den Arbeitsblättern in *Tabelle 12.10* und *Tabelle 12.11* (*Anhang Seite A 19*) dokumentiert.

Darüber hinaus zeigte die Darstellung der Zielgrößen (Einzelexperimente) gegenüber den Vorhersagen (Observed vs. Predicted) eine gute Identifikation von potenziellen Ausreißern. Die *Abb. 12.23* und *Abb. 12.24* (*Anhang Seite A 21*) dokumentieren die Auftragung der experimentellen gegenüber den berechneten Versuchswerten. Die Punktabweichungen der Geraden (Idealverlauf) zeigen geringe Abweichungen. Somit waren nur kleine Residuen vorhanden.

Die durchgeführte Effektenanalyse ermöglichte die Quantifizierung der Parametereinflüsse und konnte die signifikanten Haupt-, Wechselwirkungs- und Nichtlinearitätseffekte bestimmen. Hierfür wurden die drei Einzeleffekte der Belastungsfolge, der Vorschädigung sowie der Anzahl der Beanspruchungsstufen separat analysiert (vergl. *Abb. 12.25* bis *Abb. 12.27* im *Anhang Seite A 22*). In den Effektenanalysen wurde die funktionelle Abhängigkeit des quantitativen Faktors der Belastungsfolge durch die Höhe des Effektes sehr deutlich. Für High-low-Belastungsfolgen lagen die Schadenssummen bei beiden Werkstoffen deutlich unter dem theoretischen Wert bei ca.  $D = 0,76-0,81$ . Für Low-high-Belastungsfolgen lagen sie deutlich darüber bei ca.  $D = 1,16-1,35$ . Für den Faktor Vorschädigung ergaben sich für beide Untersuchungsreihen nichtlineare Zusammenhänge sowie für den Faktor Beanspruchungsstufen uneinheitliche Tendenzen und nur geringe Effekte.

Eine Übersicht der Effektenabhängigkeit gegenüber der Gesamtschädigung (Schadenssumme  $D$ ) zeigten die Effektenplots in *Abb. 12.28* und *Abb. 12.29* (*Anhang Seite A 23*). Die Auftragung in den Abbildungen erfolgte beispielhaft für die Faktorstufe Low-high gegenüber der Gesamtschädigung. In gegenläufiger Tendenz muss die Faktorstufe High-low berücksichtigt werden. Von großer Bedeutung für beide Werkstoffe waren hierbei die analysierten kleinen Konfidenzintervalle der Haupteffekte Belastungsfolge hervorzuheben, welche die Belastungsfolge als signifikanten Effekt kennzeichnen. Zu erwähnen ist ebenfalls



der Effekt der quadratischen Vorschädigung, welcher eine nichtlineare funktionelle Beziehung aufzeigt und den zweitgrößten Effekt ausweisen konnte. Leider lagen hier und bei allen folgenden Effekten die Konfidenzintervalle deutlich über den Analysebereichen und werden somit nicht als signifikante Effektgrößen ausgewiesen.

Der Faktoreffekt wurde aus der Differenz der Mittelwerte der Zielgrößen bei hoher und tiefer Einstellung des entsprechenden Faktors ermittelt. Die Quantifizierung der analysierten Effektgrößen erfolgte in Abhängigkeit zur Zielgröße, welche den Wert  $D_{\text{Theo.}} = 1$  annimmt. Die größten Effekte wurden durch den Faktor Belastungsfolge mit Beträgen von ca. 0,41 bei Stahlproben und ca. 0,54 bei Aluminiumproben mit sehr geringen Konfidenzintervallen festgestellt. Die Vorzeichenrichtungen wurden jeweils negativ bei High-low-Belastungsfolgen. Der Effekt der quadratischen Vorschädigung erreichte eine Größe von ca. -0,19 bei Stahl- und ca. -0,24 bei Aluminiumproben. Diese Effektgröße zeigte für beide Untersuchungsreihen die zweitgrößte Effektwirkung. Es konnte eine quadratische Abhängigkeit dieses Effektes nur in der Tendenz aufgezeigt werden, welcher durch große Konfidenzintervalle jedoch nicht statistisch abgesichert belegt werden konnte. Eine ausführliche Darstellung aller relevanten Effekte wurde für beide Werkstoffe in der folgenden *Tabelle 6.5* aufgelistet. Hierin sind die größten Effekte und kleine Konfidenzintervalle hervorgehoben.

| Effekt   | Stahlproben C45v |                        | Aluminiumproben AlCu4Mg1 |                        |
|--|------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|
|  | Effektgröße      | Konfidenzintervall [±] | Effektgröße              | Konfidenzintervall [±] |
| Belastungsfolge (Low-High), (High-low negativ)   | <b>0,4056</b>    | <b>0,0648</b>          | <b>0,5406</b>            | <b>0,1373</b>          |
| Vorschädigung                                    | 0,0375           | 0,0671                 | 0,0952                   | 0,1541                 |
| Beanspruchungsstufe                              | 0,0644           | 0,0760                 | -0,1321                  | 0,1687                 |
| Belastungsfolge (Low-High) * Vorschädigung       | -0,0832          | <b>0,0671</b>          | -0,0158                  | 0,1541                 |
| Belastungsfolge (Low-High) * Beanspruchungsstufe | 0,0471           | 0,0760                 | -0,0721                  | 0,1687                 |
| Vorschädigung * Beanspruchungsstufe              | -0,0290          | 0,0717                 | 0,1368                   | 0,1647                 |
| Vorschädigung * Vorschädigung                    | <b>-0,1866</b>   | 0,2246                 | <b>-0,2429</b>           | 0,3960                 |
| Beanspruchungsstufe * Beanspruchungsstufe        | -0,0138          | 0,2084                 | 0,0599                   | 0,3814                 |

**Tabelle 6.5:** Ermittelte Effektgrößen und Konfidenzintervalle

Die anschließende Analyse der Faktor-Wechselwirkungen ergab zudem keine signifikanten Effektgrößen.

Für eine quadratische Regression konnten anhand der Grundgleichung ein parabolisches Verhalten im Zusammenhang mit Wechselwirkungen abgebildet werden. Die durchgeführte Regressionsanalyse ermittelte eine funktionale Beziehung zwischen den Faktoren  $x_i$  und der Zielgröße  $\hat{y}$  nach

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + b_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + b_{13} \cdot x_1 \cdot x_3 + b_{23} \cdot x_2 \cdot x_3 + b_{11} \cdot x_1^2 + b_{22} \cdot x_2^2 + b_{33} \cdot x_3^2.$$

Die abschließende Analyse der quadratischen Regressionsgleichung mit drei Faktoren zeigte für die Werkstoffe 42CrMo4 und AlCu4Mg1 nach der Koeffizientenermittlung deutliche Übereinstimmungen der analysierten Koeffizientengrößen. In der folgenden *Tabelle 6.6* sind die mittels der Anwendersoftware *Modde* analysierten Koeffizienten aufgelistet.

| Koeffizient | Stahlproben<br>42CrMo4       |                              | Aluminiumproben<br>AlCu4Mg1  |                              |
|-------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
|             | High-low-<br>Belastungsfolge | Low-high-<br>Belastungsfolge | High-low-<br>Belastungsfolge | Low-high-<br>Belastungsfolge |
| $b_0$       | 0,9595                       | 0,9595                       | 1,0794                       | 1,0794                       |
| $b_1$       | -0,2028                      | 0,2028                       | -0,2703                      | 0,2703                       |
| $b_2$       | 0,0188                       | 0,0188                       | 0,0476                       | 0,0476                       |
| $b_3$       | 0,0322                       | 0,0322                       | -0,0661                      | -0,0661                      |
| $b_{12}$    | 0,0416                       | -0,0416                      | 0,0079                       | -0,0079                      |
| $b_{13}$    | -0,0236                      | 0,0236                       | 0,0361                       | -0,0361                      |
| $b_{23}$    | -0,0145                      | -0,0145                      | 0,0684                       | 0,0684                       |
| $b_{11}$    | 0,0000                       | 0,0000                       | 0,0000                       | 0,0000                       |
| $b_{22}$    | -0,0933                      | -0,0933                      | -0,1214                      | -0,1214                      |
| $b_{33}$    | -0,0069                      | -0,0069                      | 0,0299                       | 0,0299                       |

**Tabelle 6.6:** Ermittelte Koeffizienten der Regressionsgleichung

#### 6.2.5 Erkenntnisgewinn der Zug-Druck-Wechselbelastungsuntersuchungen an Rundproben

Die statistisch geplanten und analysierten Wechselbelastungsuntersuchungen an Rundproben konnten mit einem D-optimalen Versuchsplan umgesetzt werden. Die statistischen Modellanalysen, in einem 95-%-Vertrauensniveau ergaben eine hohe Effizienz und gute Reproduzierbarkeit des statistischen Versuchsplans und der quadratischen Regression. Die Prognosemodelle konnten deutliche Abweichungen gegenüber der theoretischen (linearen) Schadenssumme  $D_{\text{Theo.}} = 1$  feststellen und ein nichtlineares Schädigungsverhalten aufzeigen. Die abschließende grafische Auftragung der Höhenliniendiagramme (3-D-Plots) liefert eine verständliche Darstellung der analysierten Zahlenwerte. Hier wurde die Zielgröße

(Gesamtschädigung) in Abhängigkeit zu ihren Faktoren gegenübergestellt. Sehr deutlich waren hierin die Effekte der High-low- und Low-high-Belastungsfolgen zu erkennen. Die quantitativen Abweichungsbeträge (Effekte) lagen für Stahlproben bei ca. 0,41 und für Aluminiumproben bei ca. 0,54, relativ zur Schadenssumme  $D = 1$ . Dabei lagen Gesamtschädigungswerte für High-low-Versuche deutlich unter  $D = 1$  und für Low-high-Versuche über  $D = 1$ . Die nichtlineare Tendenz der Vorschädigung wurde ebenso deutlich durch die konvexe Krümmung sichtbar. Die Diagramme wurden nach ihrem Werkstoff und separiert für High-low- und Low-high-Versuche in Abb. 6.7 und Abb. 6.8 aufgetragen.

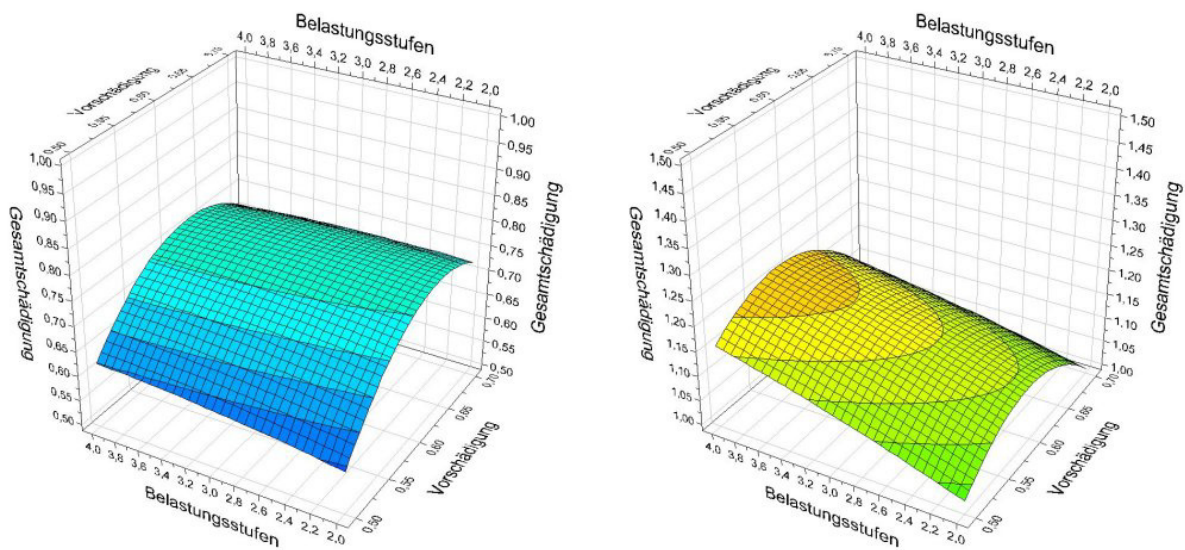


Abb. 6.7: 3-D-Plots links für High-low- und rechts für Low-high-Versuche (42CrMo4)

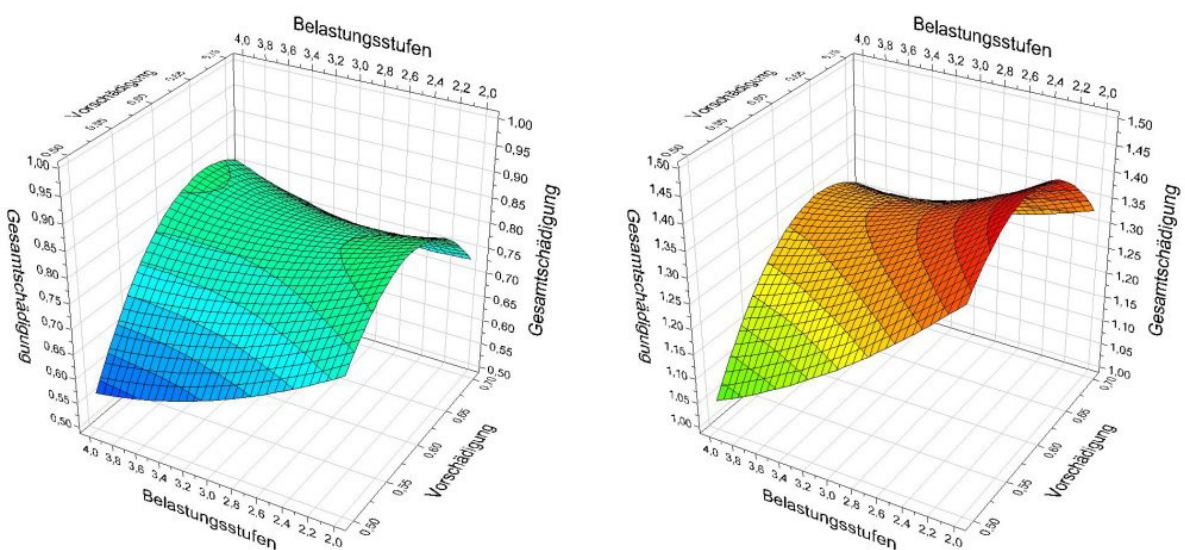


Abb. 6.8: 3-D-Plots links für High-low- und rechts für Low-high-Versuche (AlCu4Mg1)

Anhand der 3-D-Plots konnten die Ergebnisse der durchgeführten Bauteil-Untersuchungen der Werkstoffe 42CrMo4 und AlCu4Mg1 zusammengefasst werden. Aus den Effekten der Belastungsfolge wurden die Reihenfolgeeffekte bei High-Low- und Low-High-Versuchen bestätigt. Abschließend ist neben den Haupteffekten der High-low- bzw. Low-high-Belastungsfolgen besonders die nichtlineare Tendenz des Effektes Vorschädigung herauszustellen, welcher durch einen quadratischen Term beschrieben wurde aber durch die großen Konfidenzintervalle keine Signifikanz ausweist.

### **6.3 Zentrische Biegeweichselfestigkeitsuntersuchungen an gekerbten Flachproben**

Das experimentelle Untersuchungsspektrum der bisher durchgeführten Versuche beinhalteten dehnungsgeregelte Experimente an axialbeanspruchten Probekörpern. Es war wichtig, die Untersuchungsreihen hinsichtlich der Grundbeanspruchungsart zu erweitern. Daher wurden die experimentellen Analysen an dieser Stelle für Biegeproben erweitert. Aufgabe war es in dieser Untersuchungsreihe, an einer kontrollierten dehnungsgeregelten Beanspruchungsform festzuhalten, um das Maß an Streuungen zu minimieren. Die Regelung der Beanspruchung (Dehnungsregelung) erfolgte durch einen applizierten Dehnungsmessstreifen (DMS) unter konstanter Mitteldehnung  $\varepsilon_m = 0$ . Als Probenwerkstoff wurde der Vergütungsstahl C45v verwendet.

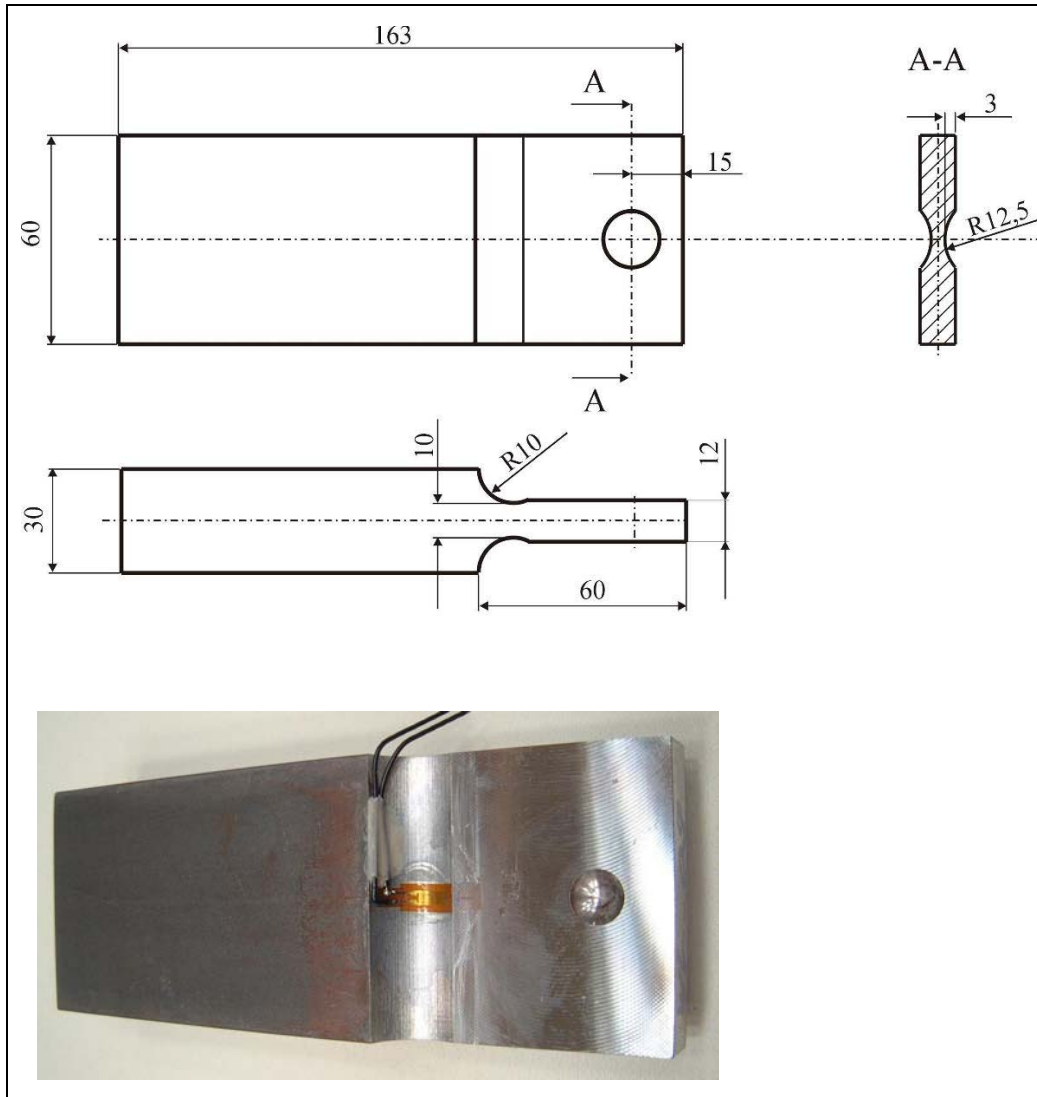
#### *6.3.1 Proben- und Beanspruchungswahl*

Die Möglichkeit, eine standardisierte Probengeometrie aus dem FKM-Abschlussbericht /83/ zu verwenden, ergab keine zufrieden stellenden Ergebnisse. Auf Basis der Untersuchungen von LEONTARIS /64/ wurde mittels Optimierung der Einspanngeometrie und des Kraftangriffspunktes eine einfache Probengeometrie erarbeitet. Bei der Probe handelt es sich um eine relativ einfache rechteckige Flachbiegeprobe, die in zwei Dicken gestuft und mit einem Übergangsradius zwischen den Stufen versehen wurde. Der große beidseitige Kerbradius  $R = 10 \text{ mm}$  definierte den Analysequerschnitt. Die Ausarbeitung der beidseitigen Kerbradien erfolgte mit hoher Maßgenauigkeit und Oberflächengüte. Der große Kerbradius  $R = 10 \text{ mm}$  ermöglichte es zudem, eine reproduzierbare DMS-Applikation sicherzustellen. Analytische FEM-Untersuchungen /61/ und experimentelle Vorversuche /60/ optimierten und bestätigten diese ausgearbeitete Probengeometrie für die Verwendung dehnungsgeregelter Biegeversuche. Die Probengeometrie wurde in dem Vergütungsstahl C45v<sup>5</sup>

---

<sup>5</sup> Anm.: Vergütungsstahl; Behandlungszustand: vergütet

(Werkstoffbezeichnung 1.0503) ausgeführt unter Berücksichtigung von anwendungs- und verfügbarkeitsorientierten Kriterien. In *Abb. 6.9* sind die Probengeometrie und ein Probekörper mit DMS dargestellt.



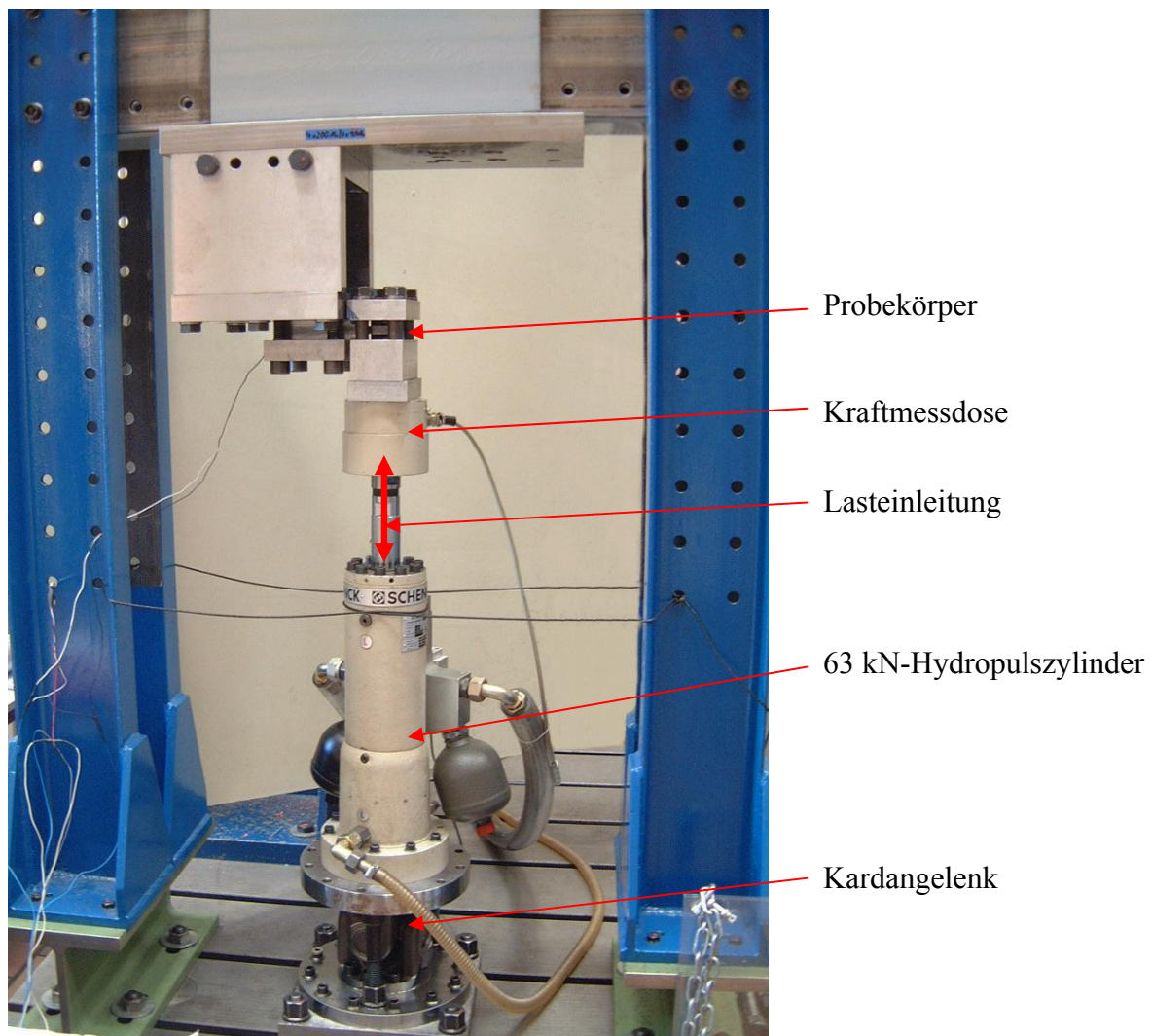
**Abb. 6.9:** Probengeometrie und exemplarischer Probekörper mit DMS

Die Festigkeitskennwerte des verwendeten Materials ist nach FKM /N5/ in der *Tabelle 12.12* (*Anhang Seite A 24*) dargestellt und die chemische Werkstoffzusammensetzung anhand der durchgeführten Werkstoffanalyse in der *Tabelle 12.13* (*Anhang Seite A 24*) aufgeführt. Die Analyse der Werkstoffzusammensetzung belegte die Chargenkonstanz.



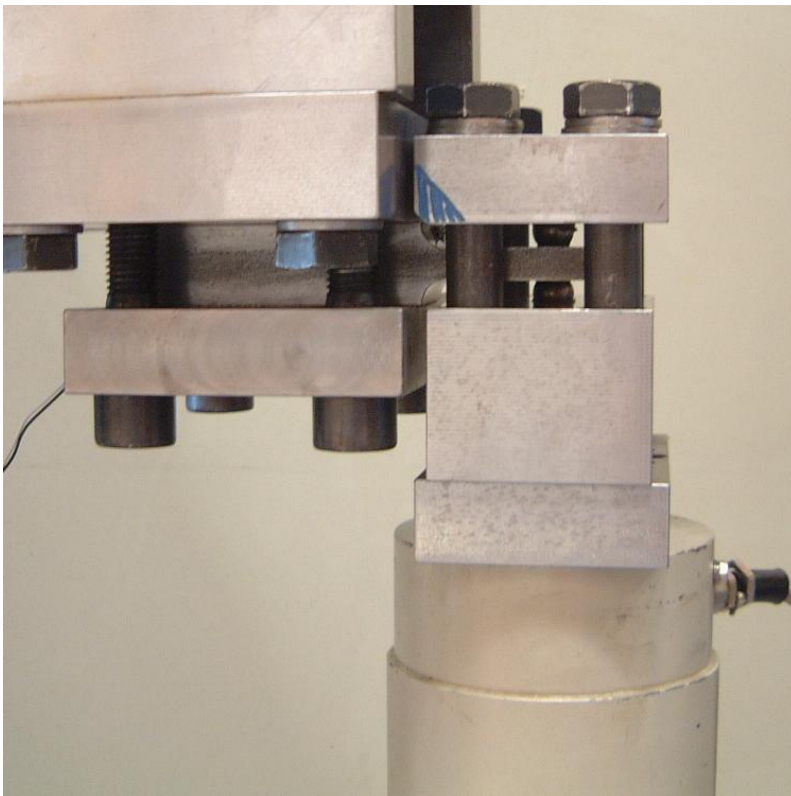
### 6.3.2 Versuchsaufbau und Versuchsbeschreibung

Die anstehenden Ermüdungsversuche wurden im Technikum für Leichtbau-Konstruktion auf einem adaptiven Sonderprüfstand für Biegefestigkeitsuntersuchungen durchgeführt. Der Universalprüfstand basiert auf einem bereits vorhandenen Prüfportal, welcher für die Probenanbindung an der Quertraverse adaptiv erweitert wurde. Die Spannvorrichtung ermöglichte es, diese Probeform zentrisch und exzentrisch (Untersuchungsreihen in *Kapitel 6.4*) zu belasten. Die einseitige Fixierung der Probekörper wurde durch eine massive Aufspannplatte realisiert, die keine Freiheitsgrade gegenüber den Probekörpern zugelassen hat. Die Einleitung der Biegebeanspruchung erfolgte über eine Spannvorrichtung mittels zwei gehärteter Kugeln, die die Lasteinleitung momentenfrei übertragen hat (vergl. *Abb. 6.10*).



**Abb. 6.10:** Sonderprüfstand

Der Sonderprüfstand bestand aus einem servohydraulischen 63-kN-Hydropulszylinder mit Kardangelagerung an der Fußplatte. Die Lasteinleitung wurde mit einer Kraftmessdose adaptiert. Während der Versuche wurden das Wegsignal des Prüfzylinders und das Kraftsignal der Kraftmessdose aufgezeichnet. Die Messgrößen der Kraft ( $F$ ) wurden bei den Biegeweichselfestigkeitsuntersuchungen für die Ermittlung des Versagenskriteriums, mit  $\pm 10\%$  Änderung der Kraftspanne, herangezogen. Der fixierte Probekörper (vergl. Abb. 6.11) wurde über eine beidseitige Kugeleinspannung in der Lasteinleitungsebene mit der Prüfkraft beaufschlagt.



**Abb. 6.11:** *Eingespannter Probekörper*

Die applizierten Dehnmessstreifen wurden mit den geforderten Dehnungssignalen ( $\epsilon_a$ ) digital geregelt. Die gewünschten Belastungsverläufe konnten mit einer sehr hohen Genauigkeit über die gesamte Untersuchung nachgebildet werden. Dies dokumentiert eine sehr gute Reproduzierbarkeit der DMS-Applikation und bestätigt die Güte der digitalen Regelung der servohydraulischen Prüfanlage.

Für die Untersuchungsreihe wurden experimentelle Wöhlerlinien ermittelt. Für zentrisch beanspruchte Probekörper wurden die Bauteil-Wöhlerlinie unter dem Mittellastverhältniss  $R = -1$  ermittelt. In dehnungskonstanten zyklischen Einstufenversuchen wurden die

Lastspielzahlen im Zeitfestigkeitsbereich der Wöhlerlinie dokumentiert. Die berechneten Versagens-Lastspielzahlen der Einstufenversuche sind arithmetische Mittelwerte mit einer 50-%-Wahrscheinlichkeit. Der Zeitfestigkeitsbereich der experimentellen Bauteil-Wöhlerlinie ist im *Anhang* Seite A 25 in *Abb. 12.30* dargestellt. Die analysierten Wöhlerlinien-Kennwerte sind für ein konstantes Spannungsverhältnis  $R = -1$  in *Tabelle 6.7* dargestellt worden. Die Berechnung der Dauerfestigkeitsamplituden erfolgte wiederum in Anlehnung an die definierte Dauerfestigkeits-Lastspielzahl der FKM-Richtlinie /N5/ mit  $N_D = 1.000.000$  Lastwechseln.

| Kennwerte der Bauteil-Wöhlerlinien   | C45v      |
|--|-----------|
| Neigung k  | 5,16      |
| Dauerfestigkeitsamplitude $\varepsilon_D$ [%]<br>(Berechnung mit $N_D$ aus FKM-Richtlinie) | 0,12      |
| Dauerfestigkeits-Lastspielzahl $N_D$ [LW]<br>(Empfehlung gemäß FKM-Richtlinie)             | 1.000.000 |

**Tabelle 6.7:** Ermittelte Kennwerte der Wöhlerversuche ( $R = -1$ )

### 6.3.3 Versuchsplanung der experimentellen Untersuchungsreihen

In dieser Untersuchungsreihe wurden zentrische Biegedehnungsversuche unter konstanter Mitteldehnung  $\varepsilon_m = 0$  durchgeführt. Die Auswahl möglicher Einflussgrößen für experimentelle mehrstufige Ermüdungsversuche erfolgte in Anlehnung an *Kapitel 5.3*. Hieraus wurden die Effekte der Belastungsfolge, der Vorschädigung sowie der Belastungsstufen als dominante Faktoren definiert. Die Faktorstufen High-low und Low-high wurden als Belastungsfolgen festgelegt. Die Größe der Vorschädigung bis zur letzten Beanspruchungsstufe wurde als zweiter Faktor mit den Faktorstufen  $\sum D_{m-1} = 0,4 / 0,55 / 0,7$  in den Versuchsplan aufgenommen. Als dritter Faktor wurde die Anzahl der Belastungsstufen mit  $m = 2, 3$  und 4 Faktorstufen festgelegt.

Die experimentelle Gesamtschädigung  $D_{Exp.}$  hat sich in den vorangegangenen Untersuchungsreihen bei der Wahl der Zielgröße als bewährt erwiesen. Sie dokumentierte eine direkte Beurteilung der Reihenfolgeeffekte durch Abweichungen zur theoretischen Schadenssumme  $D_{Theo.} = 1$ . Die Gesamtschädigung (experimentelle Schadenssumme) wurde nach den jeweiligen Experimenten nach MINER-Original ermittelt und in das Arbeitsblatt des Versuchsplans eingetragen.



Die Erstellung des Versuchsplans erfolgte im Programmsystem *Modde*. Bei der Auswahl des Versuchsplans wurde wiederum auf einen D-optimalen Versuchsplan mit quadratischem Schädigungsmodell zurückgegriffen. Hier erfolgte die Eingabe der Faktoren, Faktorstufen und der Zielgröße. Der D-optimale Versuchsplan wurde mit der Programmsoftware *Modde* ausgearbeitet und vier zusätzliche Kontrollversuche mit in das Arbeitsblatt aufgenommen. Der umgesetzte Versuchsplan ist programmintegriert mit großer Effizienz beurteilt worden, in diesem insgesamt 20 experimentelle Versuche eingeplant wurden. Es standen zudem weitere sieben Probekörper zur Verfügung, welche anschließend mit variablen Faktorstufen geprüft wurden und ebenfalls in den Versuchsplan integriert werden konnten. Alle statistischen Analysen unterliegen auch hier einem 95-%-Vertrauensniveau.

#### 6.3.4 Statistische Analyse der experimentellen Versuchsergebnisse

Die geplanten Untersuchungsreihen wurden in Dehnungsregelung mittels eines applizierten Dehnungsmessstreifens (DMS) durchgeführt. Hierbei wurde jeweils die Gesamtschädigung  $D_{\text{Exp.}}$  (Zielgröße) in den Einzelversuchen experimentell ermittelt und in den Arbeitsblättern (worksheets) eingetragen. In der *Tabelle 12.14 (Anhang Seite A 25)* ist das Arbeitsblatt des Programmsystems *Modde* mit den experimentellen Ergebnissen abgebildet. Hierbei konnten für High-low- und Low-high-Belastungsfolgen deutlich größere Gesamtschädigungen  $D_{\text{i, Exp.}} > 1$  festgestellt werden.

Eine Varianzanalyse wurde zur Beurteilung der Güte des Modells durchgeführt. In der Versuchsauswertung wurden programmintegriert acht Versuche nicht mit in die Analyse einbezogen, da es sich nach der grafischen Auftragung um Ausreißer handelt. Hiernach konnte das Modell zur Beurteilung der Daten verwendet werden. Es konnten keine großen Modellschwächen festgestellt werden. Zur Kennzeichnung der Modellgüte konnte ein Bestimmtheitsmaß für die Untersuchung der zentrischen Biegeprobekörper mit  $B_{\text{St.}} = 0,8592$  ermittelt werden.

Die Ergebnisse der Residuenanalyse wurden anschließend in ein Wahrscheinlichkeitsdiagramm eingetragen. Da die Residuen nun annähernd auf einer Geraden lagen, konnten für die Versuchsreihen mit dem Vergütungsstahl C45v keine Modellschwächen aufgezeigt werden (vergl. *Abb. 12.31 im Anhang Seite A 26*). Somit standen 19 Versuche für die Analyse der zentrisch biegebeanspruchten Untersuchungsreihe mit den Stahlwerkstoff C45v zur Verfügung (vergl. *Tabelle 12.14 im Anhang Seite A 25*). Gleichfalls zeigte die

Darstellung der Zielgrößen gegenüber den Vorhersagen (Observed vs. Predicted) eine gute Identifikation von potenziellen Ausreißern. Die Abb. 12.32 (Anhang Seite A 26) dokumentiert die Auftragung der experimentellen gegenüber den berechneten Versuchswerten. Die Punktabweichungen der Geraden (Idealverlauf) zeigten leichte Abweichungen. Somit waren nur kleine Residuen vorhanden.

Anschließend wurden die Parametereinflüsse mittels der Effektenanalyse bestimmt. Die Ergebnisse sind im Anhang Seite A 27 in Abb. 12.33 aufgetragen. Die Analyse dieser Untersuchungsreihen zeigen in der Ergebnisanalyse deutliche Streuungen und große Konfidenzintervalle, besonders für die Wechselwirkungs- und Nichtlinearitätseffekte. Eine ausführliche Darstellung aller relevanten Effekte wurde für beide Werkstoffe in der folgenden Tabelle 6.8 aufgelistet. Hierin wurden die dominanten Effekte und kleine Konfidenzintervalle hervorgehoben.

| Effekte zentrischer Biegebeanspruchung         | Probenwerkstoff C45v |                        |
|--|----------------------|------------------------|
|  | Effektgröße          | Konfidenzintervall [±] |
| Belastungsfolge (Low-high), (High-low negativ) | 0,2533               | 0,1250                 |
| Belastungsstufe                                | -0,1760              | 0,1472                 |
| Vorschädigung                                  | 0,1524               | 0,1631                 |
| Belastungsfolge (Low-high) * Vorschädigung     | 0,0238               | 0,1355                 |
| Belastungsfolge (Low-high) * Belastungsstufe   | -0,1553              | 0,1366                 |
| Belastungsstufe * Vorschädigung                | -0,0573              | 0,1719                 |
| Vorschädigung * Vorschädigung                  | 0,2287               | 0,1652                 |
| Belastungsstufe * Belastungsstufe              | 0,0208               | 0,2300                 |

**Tabelle 6.8:** Ermittelte Effektgrößen und Konfidenzintervalle

Der Reihenfolgeeffekt konnte durch den Faktor Belastungsfolge als größte Effektgröße mit ca. 0,25 ermittelt werden. Ein kleines Konfidenzintervall unterstreicht die Signifikanz des Effektes. Hierbei wurde die Höhe des Effektes in relativer Abweichung zur theoretischen Gesamtschädigung  $D_{\text{Theo.}} = 1$  ermittelt. Der dominante Effekt der High-low- und Low-high-Belastungsfolge bestätigten den Reihenfolgeeffekt bei kollektivbeanspruchten Ermüdungsversuchen. Der zweitgrößte Effekt wurde für den Faktor der quadratischen Vorschädigung mit ca. 0,23 und geringem Konfidenzintervall ausgewiesen. Aber auch die Einzelfaktoren zeigten deutliche Effekte auf. Der Faktor Belastungsstufe hatte eine Effektwirkung von

ca. -0,18 und der Faktor Vorschädigung zeigte eine Effektwirkung von ca. 0,15. Die Linienplots der Einzeleffekte wurden in *Abb. 12.34* bis *Abb. 12.36* (*Anhang* Seite *A 27* und *A 28*) dargestellt. Hieraus werden die Einzeleffekte veranschaulicht sowie der nichtlineare Effektverlauf der Vorschädigung festgestellt. Der Faktor Vorschädigung zeigte bei einer Faktorstufe von ca. 0,55 ein Minimum an der Gesamtschadenssumme. Bei der vorangegangenen Untersuchungsreihe an axialbeanspruchten Probekörpern (*Kapitel 6.2*) wurden hingegen maximale Gesamtschadenssummen bei der Faktorstufe von ca. 0,6 für den nichtlinearen Faktor der Vorschädigung ermittelt.

Die abschließende Koeffizientenanalyse berücksichtigte eine quadratische Regression. Die Regressionsanalyse stellte die funktionale Beziehung zwischen den Faktoren  $x_i$  und der Zielgröße  $\hat{y}$  auf mit

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + b_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + b_{13} \cdot x_1 \cdot x_3 + b_{23} \cdot x_2 \cdot x_3 + b_{11} \cdot x_1^2 + b_{22} \cdot x_2^2 + b_{33} \cdot x_3^2.$$

Die Analyse der Regressionsgleichung wurde integriert im Programmsystem *Modde* durchgeführt. Es wurden folgende Koeffizienten für zentrisch beanspruchte Biegewechsel-  
festigkeitsuntersuchungen ermittelt:

| Koeffizient | Probenwerkstoff C45v     |                          |
|-------------|--------------------------|--------------------------|
|             | High-low-Belastungsfolge | Low-high-Belastungsfolge |
| $b_0$       | 0,6936                   | 0,6936                   |
| $b_1$       | -0,1266                  | 0,1266                   |
| $b_2$       | -0,0880                  | -0,0880                  |
| $b_3$       | 0,0762                   | 0,0762                   |
| $b_{12}$    | 0,0776                   | -0,0776                  |
| $b_{13}$    | -0,0119                  | 0,0119                   |
| $b_{23}$    | -0,0286                  | -0,0286                  |
| $b_{11}$    | 0,0000                   | 0,0000                   |
| $b_{22}$    | 0,0104                   | 0,0104                   |
| $b_{33}$    | 0,1144                   | 0,1144                   |

**Tabelle 6.9:** Ermittelte Koeffizienten der Regressionsgleichung

### 6.3.5 Erkenntnisgewinn der zentrischen Biegewechselfestigkeitsuntersuchungen

Die analysierten Wechselfestigkeitsuntersuchungen an zentrischen Biegeproben wurden mit einem D-optimalen Versuchsplan umgesetzt. Die statistischen Modellanalysen ergaben eine gute Effizienz und Reproduzierbarkeit des statistischen Versuchsplans für eine quadratische Regression. Die Prognosemodelle, mit einem 95-%-Vertrauensniveau, konnten deutliche Abweichungen gegenüber der theoretischen (linearen) Schadenssumme  $D_{\text{Theo.}} = 1$  feststellen und ein nichtlineares Schädigungsverhalten mit den Effekten der High-low- und Low-high-Belastungsfolgen aufzeigen.

Die Auftragung der Höhenliniendiagramme (3-D-Plots) verdeutlichte die analysierten Zahlenwerte. Hier wurde die Zielgröße (Gesamtschädigung) in Abhängigkeit zu ihren Faktoren gegenübergestellt. Sehr deutlich wurden hier die Effekte der High-low- und Low-high-Belastungsfolgen hervorgehoben. Dabei liegen Gesamtschädigungswerte für High-low-Versuche deutlich unter  $D = 1$  und für Low-high-Versuche tendenziell über  $D = 1$ . Aus den Effekten der Belastungsfolge konnten die Reihenfolgeeffekte bei High-low- und Low-high-Versuchen bestätigt werden. Abschließend wird besonders der nichtlineare Effekt der Vorschädigung herauszustellen sein, welcher durch einen quadratischen Term beschrieben werden konnte. Die linearen Effekte der Belastungsstufe sowie der Vorschädigung wurden ebenso deutlich sichtbar. Die Diagramme wurden getrennt für High-low- und Low-high-Versuche in Abb. 6.12 dargestellt.

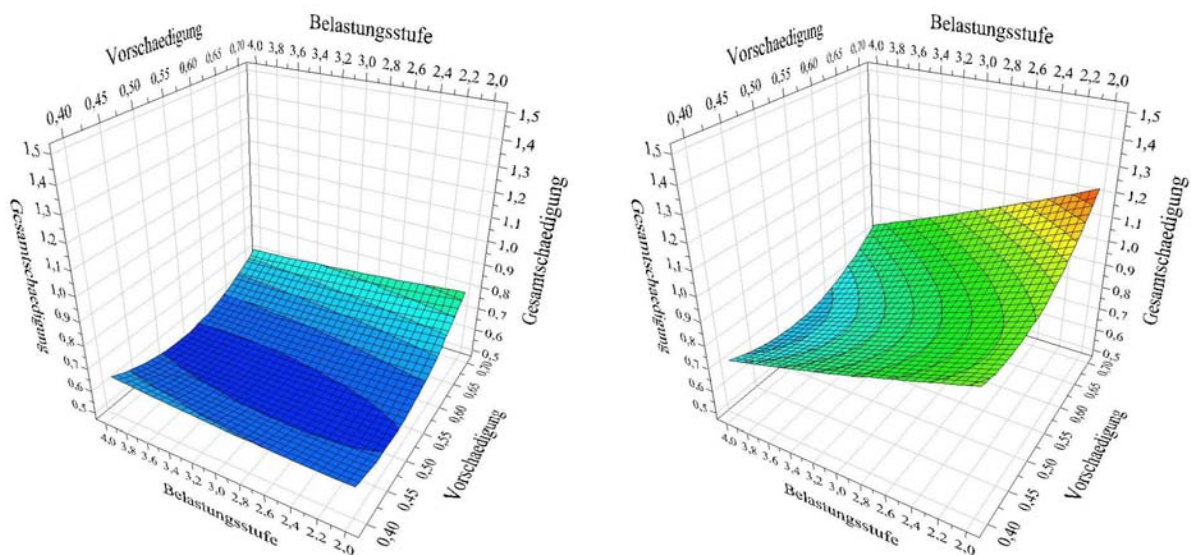


Abb. 6.12: 3-D-Plots links für High-low- und rechts für Low-high-Versuche (C45v)

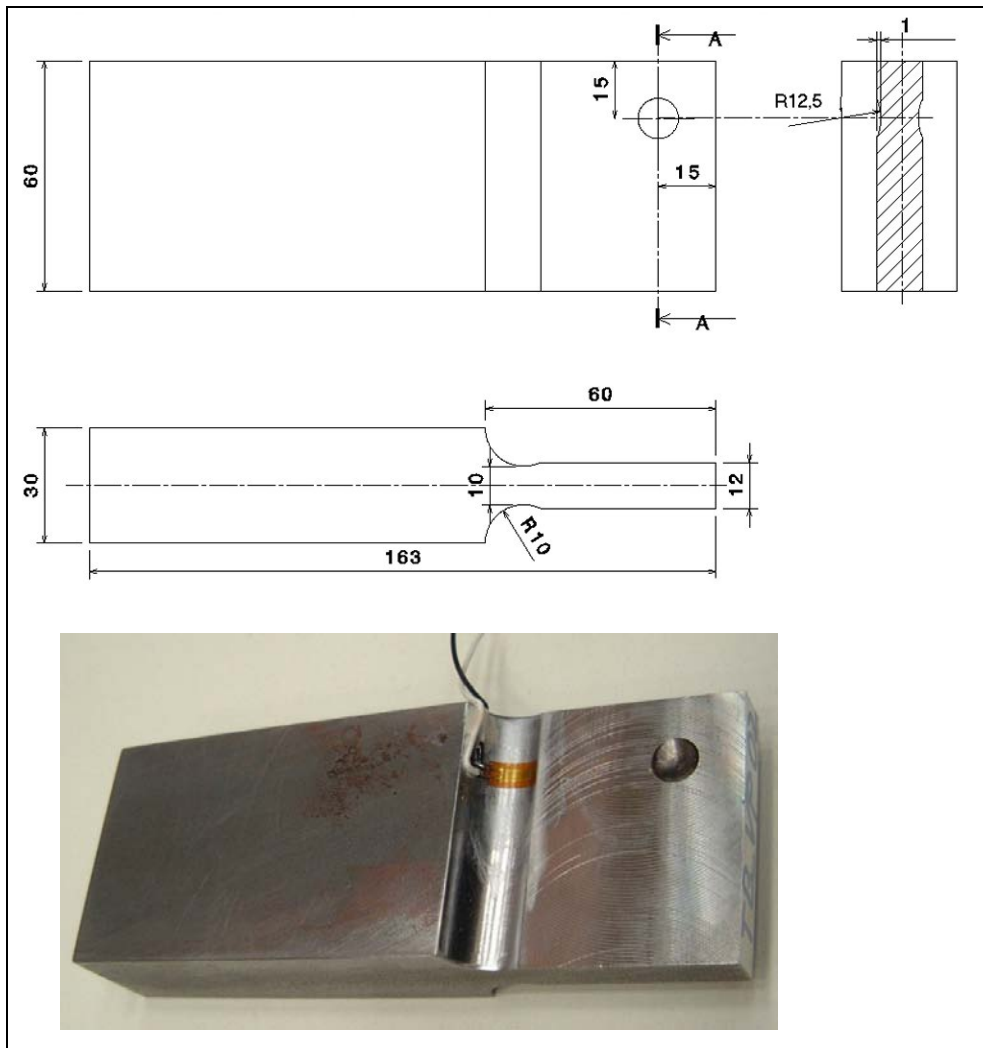
#### **6.4 Exzentrische Biegewechselfestigkeitsuntersuchungen an gekerbten Flachproben**

Die abschließenden experimentellen Ermüdungsversuche wurden nochmals an den bekannten biegedehnungsgeregelten Probekörpern durchgeführt. Das Untersuchungsspektrum konnte gegenüber der vorangegangenen Untersuchung auf exzentrische Biegebeanspruchung erweitert werden. Darüber hinaus wurde die Mitteldehnung ( $\varepsilon_m$ ) variiert mit  $R = 0$  und  $R = -1$ . Die Probekörper konnten die Dehnungsbeanspruchung wiederum durch einen applizierten DMS erfahren.

##### *6.4.1 Proben- und Beanspruchungswahl*

Die erweiterten Biegedehnungsversuche der anstehenden Untersuchungsreihe wurden bei definiert wechselnder Mittellast mit konstanten Signalverläufen unter Biegeschwellbeanspruchung mit  $R = 0$  und unter Biegewechselbeanspruchung mit  $R = -1$  durchgeführt. Hierdurch konnte der Mittellastschwankung (*vergl. Kapitel 5.3*) als Einflussgröße Berücksichtigung zukommen. Diese Erweiterung verursachte einen gesteigerten Versuchsaufwand zur experimentellen Ermittlung der Beanspruchbarkeitskennwerte mit je einer Wöhlerlinie im Zeitfestigkeitsbereich bei  $R = 0$  und  $R = -1$ . Eine nochmalige Erweiterung für drei Mitteldehnungsbereiche, für z.B.  $R = \infty$  oder  $R = -0,5$ , hätte an dieser Stelle den experimentellen Versuchsaufwand überschritten.

Die Biegeprobekörper waren mit den geometrischen Grundabmaßen der vorangegangenen Biegewechselfestigkeitsuntersuchungen nahezu identisch. Sie wurden wiederum in Anlehnung an /64, 83/ mit Vergütungsstahl C45v (Werkstoffbezeichnung 1.0503) ausgeführt. An den Probekörpern wurde eine Verschiebung des DMS-Applikationsbereichs in Richtung der Lasteinleitungssachse vorgenommen. Die Biegeproben konnten nun mit Biege- und überlagerter Torsionsbeanspruchung beaufschlagt werden. Die Applikation der Dehnmessstreifen (DMS) erfolgte exakt in der Lasteinleitungsebene, mittig im Quadrantenpunkt des Radius  $R = 10$  mm. Die DMS wurde jeweils mit den geforderten Dehnungssignalen ( $\varepsilon_a$ ) digital geregelt. Die Probekörper sind in *Abb. 6.13* ersichtlich.



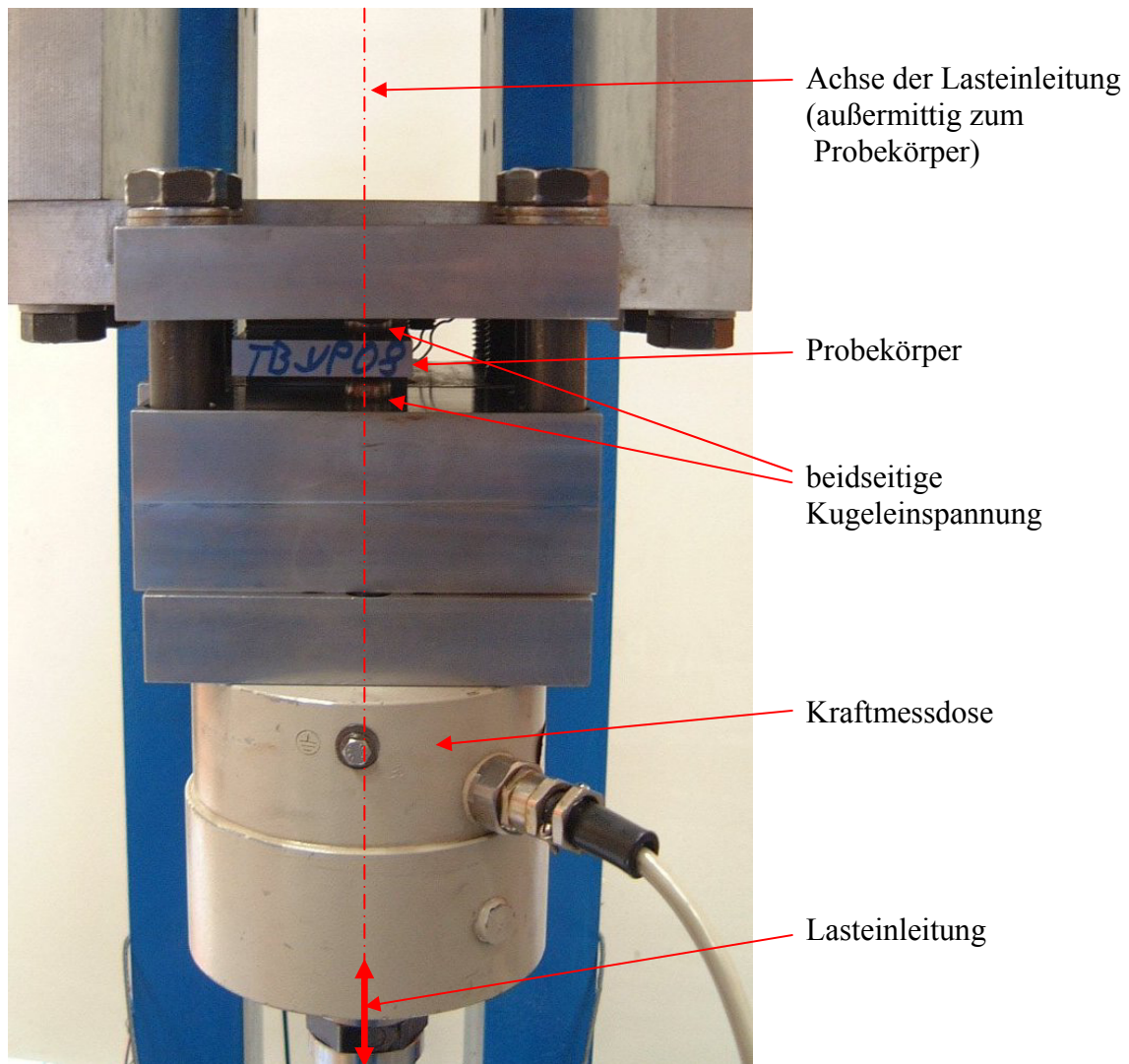
**Abb. 6.13:** Probengeometrie und exemplarischer Probekörper mit DMS

Bei der Materialwahl wurde der chargengleiche Probenwerkstoff der vorangegangenen Biegewechselsefestigkeitsuntersuchung (*Kapitel 6.3*) verwendet. Die Festigkeitskennwerte des Vergütungsstahls sind nach FKM /N5/ in der *Tabelle 12.12* (*Anhang Seite A 24*) dargestellt und die chemische Werkstoffzusammensetzung anhand der durchgeführten Werkstoffanalyse in der *Tabelle 12.13* (*Anhang Seite A 24*) aufgeführt.

#### 6.4.2 Versuchsaufbau und Versuchsbeschreibung

Die anstehenden Ermüdungsversuche wurden im Technikum für Leichtbau-Konstruktion wiederum auf dem adaptiven Sonderprüfstand für Biegefestigkeitsuntersuchungen durchgeführt (vergl. *Kapitel 6.3.2*). Die Festeinspannung der Probekörper und die drehmomentfreie Lasteinleitung waren mit der vorangegangenen zentrischen Biegewechselsefestigkeitsuntersuchung annähernd identisch. Zur außermittigen Lasteinleitung wurde der

Probekörper seitlich verschoben und fixiert. Somit konnte die beidseitige Kugeleinspannung in der Lasteinleitungsebene die Prüfkraft momentenfrei einleiten (vergl. Abb. 6.14).



**Abb. 6.14:** Eingespannter Probekörper im Sonderprüfstand (Seitenansicht)

Der jeweilig applizierte Dehnmessstreifen konnte in digitaler Regelung die geforderten Dehnungssignale ( $\epsilon_a$ ) aufbringen. Die gewünschten Belastungsverläufe wurden wiederum mit sehr hoher Genauigkeit nachgebildet. Die Messgrößen der Kraft ( $F$ ) und des Weges ( $s$ ) wurden ebenfalls kontrolliert. Für die Ermittlung des Versagenskriteriums konnte wiederum, wie für die zentrischen Biegegewchselfestigkeitsuntersuchungen, eine  $\pm 10\%$  Änderung der Kraftspanne herangezogen werden.

Mit den exzentrisch beanspruchten Probekörpern wurde für die experimentellen Biegewechselversuche jeweils eine Bauteil-Wöhlerlinie unter den Mittellastverhältnissen  $R = 0$



und  $R = -1$  ermittelt. Um in den geplanten Untersuchungen die Belastungsfolge und die Mittellast variieren zu können, wurden gleiche Amplitudengrößen für die Wechsel- ( $R = -1$ ) und die Schwellbeanspruchung ( $R = 0$ ) festgelegt. Bei Schwellbeanspruchung wird durch das Spannungsverhältnis  $R = 0$  die Amplitudengröße gleich der Größe der Mitteldehnung ( $\varepsilon_a = \varepsilon_m$ ). Für Wechselbeanspruchung ( $R = -1$ ) wird die Mitteldehnung  $\varepsilon_m = 0$ . In den Wöhlerversuchen konnten für beide Spannungsverhältnisse  $R$  einheitliche Amplitudengrößen ermittelt werden,  $\varepsilon_a = 0,13 \%$  und  $0,22 \%$ . Die Zeitfestigkeitsbereiche der experimentellen Bauteil-Wöhlerlinien sind im *Anhang* Seite *A 29* in *Abb. 12.37* dargestellt. Deutlich sind hier die unterschiedlichen Neigungen  $k$  der Bauteil-Wöhlerlinien zu erkennen. Die ermittelten Wöhlerlinien-Kennwerte sind für beide Spannungsverhältnisse  $R$  in der *Tabelle 6.10* dargestellt. Die Berechnung der Dauerfestigkeitsamplituden erfolgte wiederum in Anlehnung an die definierte Dauerfestigkeits-Lastspielzahl der FKM-Richtlinie /N5/ mit  $N_D = 1.000.000$  Lastwechseln.

| Kennwerte der Bauteil-Wöhlerlinien mit C45v  | $R = -1$  | $R = 0$   |
|--|-----------|-----------|
| Neigung $k$  | 4,27      | 6,22      |
| Dauerfestigkeitsamplitude $\varepsilon_D$ [%]<br>(Berechnung mit $N_D$ aus FKM-Richtlinie) | 0,10      | 0,11      |
| Dauerfestigkeits-Lastspielzahl $N_D$ [LW]<br>(Empfehlung gemäß FKM-Richtlinie)             | 1.000.000 | 1.000.000 |

**Tabelle 6.10:** Ermittelte Kennwerte der Wöhlerversuche

#### 6.4.3 Versuchsplanung der experimentellen Untersuchungsreihen

Die Biegedehnungsversuche exzentrisch beanspruchter Probekörper wurden in mehrstufigen Ermüdungsversuchen mittels integrierter Versuchsplanung im Programmsystem *Modde* durchgeführt. Aus den Einflussgrößen der experimentellen Ermüdungsversuche (*Kapitel 5.3*) wurden für die folgende Untersuchungsreihe die Belastungsfolge, die Vorschädigung sowie der Mittellastschwankung als dominante Faktoren bestimmt. Zur Ermittlung des Reihenfolgeeffektes wurden die qualitativen Faktorstufen High-low und Low-high als Belastungsfolgen festgelegt. Die Größe der Vorschädigung bis zur letzten Beanspruchungsstufe wurde als zweiter Faktor bestimmt. Für diese Untersuchungsreihe wurden ausschließlich zweistufige Kollektivbeanspruchungen ( $m = 2$ ) durchgeführt, daher beziffern die quantitativen Faktorstufen  $\Sigma D_{m-1} = 0,4 / 0,55 / 0,7$  die Vorschädigung der ersten



Belastungsstufe. Die Berücksichtigung der Mittellastschwankung wurde in dieser Untersuchung als qualitative Größe gewählt, da eine quantitative Faktorbelegung weitere experimentelle Untersuchungen an Wöhlerlinien zur Folge haben würde. Die Belegung der Faktorstufen zur Untersuchung der Mittellastschwankungen verlief integriert im Programmsystem *Modde*. Eine direkte Übertragung der Mittellastschwankungen durch einen Faktor mit den Faktorstufen schwellend ( $R = 0$ ) und wechselnd ( $R = -1$ ) war nicht in einen Versuchsplan zu integrieren. Durch die Möglichkeit, beide Laststufen getrennt (je mit den Faktorstufen schwellend und wechselnd) zu belegen, wurde die Mittellastschwankung im Versuchsplan umgesetzt. Somit wurden drei qualitative und ein quantitativer Faktor in den Versuchsplan eingearbeitet.

Als Zielgröße wurde wiederum die experimentelle Gesamtschädigung  $D_{\text{Exp.}}$  ausgewählt. Sie wurde direkt nach dem experimentellen Versuch infolge der ermittelten Lastwechselzahl linear nach MINER-Original berechnet und in das Arbeitsblatt des Versuchsplans eingetragen. Hierdurch erfolgte eine direkte Beurteilung der Reihenfolgeeffekte durch Abweichungen zur theoretischen Schadenssumme  $D_{\text{Theo.}} = 1$ .

Bei der integrierten Versuchsführung mit der Anwendersoftware *Modde* wurde wiederum ein D-optimaler Versuchsplan mit quadratischem Schädigungsmodell verwendet. Vorschläge zur Einbringung von vier zusätzlichen Kontrollversuchen in den D-optimalen Versuchsplan wurden im Arbeitsblatt umgesetzt. Eine Bestätigung fand dieser Versuchsplan durch die Ausweisung der größten Effizienz. Somit wurden insgesamt 23 Versuche durchgeführt.

#### 6.4.4 Statistische Analyse der experimentellen Versuchsergebnisse

Alle Versuche wurden in Dehnungsregelung mittels eines applizierten DMS durchgeführt. In Einzelversuchen wurde je die Gesamtschädigung  $D_{\text{Exp.}}$  (Zielgröße) experimentell ermittelt und im Arbeitsblatt (worksheets) dokumentiert. In *Tabelle 12.15 (Anhang Seite A 29)* ist das Arbeitsblatt des Programmsystems *Modde* mit den experimentellen Ergebnissen abgebildet. Alle statistischen Analysen unterliegen wiederum einem 95-%-Vertrauensniveau. Hierin konnten wiederum für High-low- und Low-high-Belastungsfolgen deutlich größere Gesamtschädigungen festgestellt werden. Dies war eine gegenläufige Tendenz zu der vorangegangenen Untersuchungsreihe für zentrische Biegebeanspruchung (*Kapitel 6.3*).

Die Ermittlung der Modellgüte zur Beurteilung der Daten erfolgte in der anschließenden Varianzanalyse. Hierbei konnten keine Modellschwächen festgestellt werden. Zur Kennzeichnung der Modellgüte wurde ein Bestimmtheitsmaß für diese Untersuchungsreihe mit  $B_{St} = 0,8965$  ermittelt.

Experimentelle Ausreißer konnten mithilfe des Programmsystems *Modde* durch die integrierte Residuenanalyse ermittelt werden. Hierfür wurden die Residuen in ein Wahrscheinlichkeitsdiagramm eingetragen. Die Residuen müssen hierbei alle annähernd auf einer Geraden liegen. Infolgedessen wurden drei Experimente aus dem Arbeitsblatt herausgenommen (vergl. *Tabelle 12.15* im *Anhang* Seite *A 29*). Damit lagen alle Werte im Wahrscheinlichkeitsnetz annähernd auf einer Geraden mit geringen Residuen. In der *Abb. 12.38* (*Anhang* Seite *A 30*) sind die bereinigten Normalverteilungsplots der Residuen abgebildet.

Die Darstellung der experimentellen Zielgrößen gegenüber den Vorhersagen (Observed vs. Predicted) bietet wiederum eine gute Identifikation von potenziellen Ausreißern. Die *Abb. 12.39* (*Anhang* Seite *A 30*) zeigt die Auftragung der experimentellen gegenüber den berechneten Versuchswerten. Die Punktabweichungen der Geraden (Idealverlauf) zeigten geringe Residuen.

Zur Bestimmung der signifikanten Haupt-, Wechselwirkungs- und Nichtlinearitätseffekte wurden die Effektenanalysen durchgeführt. Eine Übersicht der Effektenabhängigkeit gegenüber der Gesamtschädigung (Schadenssumme  $D$ ) gab der Effektenplot in *Abb. 12.40* (*Anhang* Seite *A 31*) wieder. Die Quantifizierung der analysierten Effektgrößen erfolgte in Abhängigkeit zur Zielgröße, welche den Wert  $D_{Theo.} = 1$  annimmt.

In der Effektenanalyse wurde die funktionelle Abhängigkeit des quantitativen Faktors der Belastungsfolge für diese Untersuchungsreihe entgegen den vorangegangenen Untersuchungen nicht deutlich sichtbar. Die Belastungsfolge zeigte eine Effektgröße von lediglich ca. 0,13 auf, mit einem großen ausgewiesenen Konfidenzintervall, welches keine Signifikanz für den Faktor Belastungsfolge aufzeigt.

Der Faktor der quadratischen Vorschädigung zeigte die größte Effektenwirkung mit einem Wert von ca. 0,53. Der quadratische Schädigungseinfluss des Faktors Vorschädigung ist ebenfalls im Effektenplot der *Abb. 12.41* im *Anhang* Seite *A 31* deutlich aufgezeigt. Maximale Abweichungen zur Gesamtschadenssummen bei einer Faktorstufe von ca. 0,55 konnten für diesen nichtlinearen Faktor ermittelt werden. Leider kann hieraus nur eingeschränkt die Signifikanz des Faktors Vorschädigung entnommen werden, da die

Konfidenzintervalle der Vorschädigung und der quadratischen Vorschädigung große Werte aufzeigten. Eine ausführliche Darstellung aller relevanten Effekte wird für beide Werkstoffe in der folgenden *Tabelle 6.11* aufgelistet. Hierin sind die dominanten Effekte und kleine Konfidenzintervalle hervorgehoben.

| Effekte exzentrischer Biegebeanspruchung       | Probenwerkstoff C45v |                        |
|--|----------------------|------------------------|
|  | Effektgröße          | Konfidenzintervall [±] |
| Belastungsfolge (Low-high), (High-low negativ) | <b>0,1258</b>        | 0,1394                 |
| Vorschädigung                                  | -0,0517              | 0,1394                 |
| Stufe 1 (schwell), (wechsel negativ)           | <b>0,2977</b>        | <b>0,1343</b>          |
| Stufe 2 (schwell), (wechsel negativ)           | -0,0973              | 0,1292                 |
| Vorschädigung * Vorschädigung                  | <b>0,5270</b>        | <b>0,4764</b>          |
| Belastungsfolge (Low-high) * Stufe 1 (schwell) | <b>-0,1973</b>       | <b>0,1343</b>          |
| Belastungsfolge (Low-high) * Stufe 2 (schwell) | 0,0527               | 0,1292                 |
| Belastungsfolge (Low-high) * Vorschädigung     | 0,0083               | 0,1394                 |
| Stufe 1 (schwell) * Vorschädigung              | <b>-0,1954</b>       | <b>0,1464</b>          |
| Stufe 2 (schwell) * Vorschädigung              | -0,1142              | 0,1394                 |
| Stufe 1 (schwell) * Stufe 2 (schwell)          | 0,0796               | 0,1464                 |

**Tabelle 6.11:** Ermittelte Effektgrößen und Konfidenzintervalle

Der zweitgrößten Effekte wird durch die Schwellbeanspruchung in der ersten Belastungsstufe (Stufe1, schwell) mit einer Effektwirkung von ca. 0,3 hervorgerufen. Auch für die Wechselwirkung dieses Faktors in Kombination mit dem Faktor Belastungsfolge und dem Faktor Vorschädigung zeigen je mit ca. 0,2 eine Effektwirkung auf. Das geringe Konfidenzintervall bekräftigt die Signifikanz des Faktors Schwellbeanspruchung in der ersten Belastungsstufe (Stufe1, schwell), auch in Wechselwirkung, für diese Untersuchungsreihe für die Effektenanalyse. Leider konnte die Signifikanz für den Faktor Schwellbeanspruchung in der ersten Belastungsstufe (Stufe1, schwell) in der durchgeführten Wechselwirkungsanalyse nicht bekräftigt werden.

Für die folgende Regression kann anhand der Grundgleichung ein quadratisches Verhalten im Zusammenhang mit Wechselwirkungen abgebildet werden. Die durchgeführte Regressionsanalyse ermittelte eine funktionale Beziehung zwischen den Faktoren  $x_i$  und der Zielgröße  $\hat{y}$ . Eine Regressionsgleichung für vier Faktoren fand hierfür Anwendung:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + b_4 \cdot x_4 + b_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + b_{13} \cdot x_1 \cdot x_3 + b_{14} \cdot x_1 \cdot x_4 + b_{23} \cdot x_2 \cdot x_3 + b_{24} \cdot x_2 \cdot x_4 + b_{34} \cdot x_3 \cdot x_4 + b_{11} \cdot x_1^2 + b_{22} \cdot x_2^2 + b_{33} \cdot x_3^2 + b_{44} \cdot x_4^2.$$

Die abschließende Analyse der quadratischen Regressionsgleichung mit vier Faktoren zeigte für den Vergütungsstahl C45v nach der Koeffizientenermittlung eine gute Übereinstimmung mit den analysierten Koeffizientengrößen. In der folgenden *Tabelle 6.12* sind die mittels der Anwendersoftware *Modde* analysierten Koeffizienten aufgelistet.

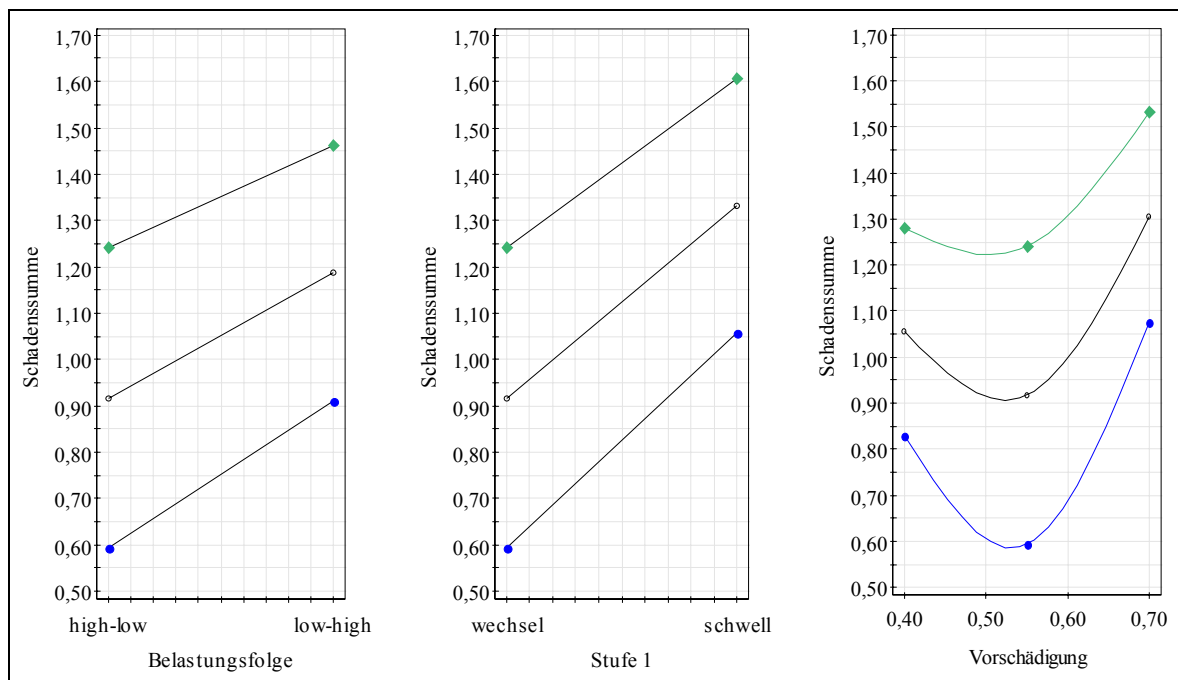
| Koeffizient | Probenwerkstoff C45v     |                   |                   |                   |                          |                   |                   |                   |
|-------------|--------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
|             | High-low-Belastungsfolge |                   |                   |                   | Low-high-Belastungsfolge |                   |                   |                   |
|             | Stufe 1 (wechsel)        |                   | Stufe 1 (schwell) |                   | Stufe 1 (wechsel)        |                   | Stufe 1 (schwell) |                   |
|             | Stufe 2 (wechsel)        | Stufe 2 (schwell) | Stufe 2 (wechsel) | Stufe 2 (schwell) | Stufe 2 (wechsel)        | Stufe 2 (schwell) | Stufe 2 (wechsel) | Stufe 2 (schwell) |
| b0          | 1,1119                   | 1,1119            | 1,1119            | 1,1119            | 1,1119                   | 1,1119            | 1,1119            | 1,1119            |
| b1          | -0,0629                  | -0,0629           | 0,0629            | 0,0629            | -0,0629                  | -0,0629           | 0,0629            | 0,0629            |
| b2          | -0,1488                  | -0,1488           | 0,1488            | 0,1488            | -0,1488                  | -0,1488           | 0,1488            | 0,1488            |
| b3          | 0,0487                   | -0,0487           | 0,0487            | -0,0487           | 0,0487                   | -0,0487           | 0,0487            | -0,0487           |
| b12         | -0,0987                  | -0,0987           | 0,0987            | 0,0987            | 0,0987                   | 0,0987            | -0,0987           | -0,0987           |
| b13         | 0,0263                   | -0,0263           | 0,0263            | -0,0263           | -0,0263                  | 0,0263            | -0,0263           | 0,0263            |
| b14         | -0,0042                  | -0,0042           | -0,0042           | -0,0042           | 0,0042                   | 0,0042            | 0,0042            | 0,0042            |
| b23         | 0,0398                   | -0,0398           | -0,0398           | 0,0398            | 0,0398                   | -0,0398           | -0,0398           | 0,0398            |
| b24         | 0,0977                   | 0,0977            | -0,0977           | -0,0977           | 0,0977                   | 0,0977            | -0,0977           | -0,0977           |
| b34         | 0,0571                   | -0,0571           | 0,0571            | -0,0571           | 0,0571                   | -0,0571           | 0,0571            | -0,0571           |
| b11         | 0,0000                   | 0,0000            | 0,0000            | 0,0000            | 0,0000                   | 0,0000            | 0,0000            | 0,0000            |
| b22         | 0,0000                   | 0,0000            | 0,0000            | 0,0000            | 0,0000                   | 0,0000            | 0,0000            | 0,0000            |
| b33         | 0,0000                   | 0,0000            | 0,0000            | 0,0000            | 0,0000                   | 0,0000            | 0,0000            | 0,0000            |
| b44         | 0,2635                   | 0,2635            | 0,2635            | 0,2635            | 0,2635                   | 0,2635            | 0,2635            | 0,2635            |

**Tabelle 6.12:** Ermittelte Koeffizienten der Regressionsgleichung

#### 6.4.5 Erkenntnisgewinn der exzentrischen Biegeweichselfestigkeitsuntersuchungen

Die analysierten Biegeweichselfestigkeitsuntersuchungen an exzentrisch beanspruchten Flachproben konnten mit einem D-optimalen Versuchsplan umgesetzt werden. Die statistischen Modellanalysen, mit einem 95-%-Vertrauensniveau, ergaben eine hohe Effizienz des statistischen Versuchsplans. Die Prognosemodelle konnten hierbei nur geringe Abweichungen gegenüber der theoretischen Schadenssumme  $D_{\text{Theo.}} = 1$  für den Faktor der Belastungsfolge feststellen. Es lag nach der durchgeführten Effektanalyse ein geringer Reihenfolgeeffekt der Beanspruchungsfolge vor. Lediglich die Tendenz des Reihenfolgeeffektes konnte, für diese Untersuchungsreihe, durch die Ausweisung großer Konfidenz-

intervalle aufgezeigt werden. In der Effektanalyse wurde bei Variation der Mittelspannung in der ersten Beanspruchungsstufe eine Abhängigkeit für Wechsel- und Schwellbeanspruchung tendenziell aufgezeigt. Deutlich konnte wiederum eine nichtlineare Tendenz des Faktors Vorschädigung ermittelt werden, welcher durch die wirkenden Versuchsstreuungen mit der Ausweisung eines großen Konfidenzintervalls leider nicht belegt werden konnte. Die abschließende grafische Auftragung zeigt die zweidimensionalen Linienplots bestehend aus den Effektdarstellungen gegenüber der Gesamtschädigung in Abhängigkeit der Faktoren Belastungsfolge, Vorschädigung und Mittelspannungsänderung der ersten Beanspruchungsstufe. In Abb. 6.15 sind die dominanten Effekte zusammenfassend dargestellt. Die Darstellungen der Linienplotgrafiken wurden mit den Voreinstellungen einer High-low-Belastungsfolge, einer Vorschädigung von 0,55 und mit Wechselbeanspruchung analysiert.



**Abb. 6.15:** Beispielhafte Linienplots der Effekte (C45v)

Die Linienplots wurden mit den oberen und unteren Vorhersagebereichen (Max-Min-Bereiche) aufgetragen. Sehr deutlich sind wiederum die Effekte der High-low- und Low-high-Belastungsfolgen zu erkennen. Dabei lagen Gesamtschädigungswerte für High-low-Versuche tendenziell unter  $D = 1$  und für Low-high-Versuche über  $D = 1$ . Zudem wurde die Variation der Mittelspannung in der ersten Beanspruchungsstufe sichtbar, wonach die Schwellbeanspruchung in der ersten Laststufe deutlich größere Gesamtschädigungen hervorgerufen hat. Der nichtlineare Effekt der Vorschädigung wurde ebenso durch die deutliche Krümmung der Linienplots sichtbar.

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

Am Ende jeder Entwicklungsphase steht zumeist der experimentelle Nachweis. Dies hat häufig zur Folge, dass mögliche Defekte erst zum relativ späten Zeitpunkt aufgezeigt werden und notwendige Umkonstruktionen stets mit hohem Aufwand und Kosten verbunden sind /84/. Die Lebensdauerberechnung zyklisch beanspruchter Bauteile erfolgt im Entwicklungsprozess überwiegend mit der linearen Schadensakkumulation nach MINER. Die notwendige Platzierung einer treffsicheren Schadensakkumulationsvorschrift, u.a. in Software-Integration, gewinnt somit immer mehr an Bedeutung. Hierbei werden Bauteile für eine theoretische Schadenssumme  $D_{\text{Theo.}} = 1$  ausgelegt. Die grundlegende Bemessung statisch oder dynamisch belasteter Bauteile erfolgt nach dem Stand der Technik, definiert in der FKM-Richtlinie /N5/, durch den mathematischen Abgleich zwischen der auftretenden Beanspruchung gegenüber der möglichen Beanspruchbarkeit. Hierbei wird die Ermittlung der Ermüdungsfestigkeit nach FKM durch lineare Akkumulation von Teilschädigungen vorgegeben.

Der Kernbereich dieser Arbeit befasst sich mit der Analyse der Summationstheorien unter linearer und nichtlinearer Schadensakkumulation. Dabei konzentrieren sich die Analysen und experimentellen Untersuchungen auf dynamische mehrstufige Kollektivbeanspruchungen. Die vorliegende Ausarbeitung dokumentiert die qualitativen und quantitativen Einflussgrößen des nichtlinearen Schädigungsverhaltens zur Lebensdauerbemessung und analysiert schwerpunktmäßig die nichtlinearen Reihenfolgeeffekte.

Durch die mathematische Gegenüberstellung von Beanspruchung (Amplitudenkollektiv) und Beanspruchbarkeit (Wöhlerlinie) mittels Schadensakkumulationshypothesen kann ein Bauteil schwingfest bemessen werden. Die Teileinflüsse aus Beanspruchung, Beanspruchbarkeit und Schädigungsrechnung (Schadensakkumulationshypothese) bestimmen die rechnerische Treffsicherheit bei der Lebensdauerberechnung. Die durchgeführten Treffsicherheitsanalysen beziehen sich auf konstante experimentelle Kenndaten der Beanspruchung und Beanspruchbarkeit. Für die Treffsicherheitsanalyse wurden drei lineare und vier nichtlineare Theorien zur quantitativen Beurteilung herangezogen. Die dokumentierte Treffsicherheitsanalyse wurde mit insgesamt 792 experimentellen Ermüdungsversuchen durchgeführt. Es wurden 2-stufige (668 Versuche) und 3- bis m-stufige (124 Versuche) Ermüdungsversuchen untersucht. Die Auswertung erfolgte separat für zweistufige High-low- (444 Versuche) und

Low-high-Belastungsfolgen (224 Versuche). Die berechneten Schadenssummen wurden in statistischen Analysen den experimentellen Versuchsergebnissen gegenübergestellt und grafisch als Häufigkeitsverteilung dokumentiert.

Die Analyseergebnisse zeigen deutliche Vorteile der nichtlinearen Schadensakkumulationshypothesen gegenüber den linearen Hypothesen hinsichtlich Treffsicherheit und dokumentierter Streuung. Der Erkenntnisgewinn der Treffsicherheitsanalysen ist besonders deutlich für die zweistufigen Versuchsreihen ausgefallen. Hier zeigen die nichtlinearen Schadensakkumulationshypothesen deutliche Vorteile gegenüber den linearen Hypothesen. Durch die Berücksichtigung von Schädigungsparametern kann der nichtlineare Schädigungszuwachs unter Berücksichtigung der Vorschädigung und der Reihenfolgeeffekte in den Schadenssummen aufgenommen werden. Die höchsten Treffsicherheiten zeigen hierbei die nichtlinearen Theorien nach MANSON und MANSON-Modifiziert. Die hohen Treffsicherheiten der nichtlinearen Schädigungshypothesen zeigen qualitative Erkenntnisse mit einem hohen Nichtlinearitätsgrad, welche den Reihenfolgeeffekt aufzeigen.

Mittels der statistischen Versuchsplanung erfolgte anschließend die versuchstechnische Ermittlung von dominanten Einflussfaktoren und deren Streuungen. In den Schwerpunktuntersuchungen der experimentellen Versuchsreihen konnte die Identifikation der dominanten qualitativen und quantitativen Einflussgrößen des nichtlinearen Schädigungsvorgangs erfolgen. Für die experimentellen Untersuchungsreihen an axialdehnungsgeregelten Probestäben und an dehnungsgeregelten Biegeproben wurden sechs statistische Versuchspläne aufgestellt. Die axialbeanspruchten Probekörper wurden als Flachproben und Rundproben mit jeweils Stahl- und Aluminiumwerkstoff ausgeführt. Für die biegebeanspruchten Probekörper, welche zentrisch und exzentrisch beaufschlagt wurden, kam ein Vergütungsstahl zum Einsatz.

In den Versuchsreihen wurden die Faktoren der Belastungsfolge, Belastungsstufe, Vorschädigung und die Mittellastschwankung als dominante Einflussgrößen herausgearbeitet und analysiert. Die Untersuchungen wurden programmgestützt mit einem D-optimalen Versuchsplan strukturiert und statistisch, mit einem 95-%-Vertrauensniveau, ausgewertet.

Die Analysen der Mittelwerte (ANOM) sowie die Analyse der Varianzen (ANOVA) ergaben eine hohe Effizienz und gute Reproduzierbarkeit des jeweiligen statistischen Versuchsplans

mit hohen Bestimmtheitsmaßen. Die Analysen der Residuen dokumentieren zudem die jeweilige gute Modellqualität und weisen keine Modellschwächen auf.

Die anschließende Effektanalyse quantifiziert die einzelnen Parameter. Der Reihenfolgeeffekt des Faktors Belastungsfolge zeigt eindeutige, qualitative und quantitative Tendenzen für die Faktorstufen High-low und Low-high. In den Untersuchungsreihen wird die größte Effektwirkung durch die Belastungsfolge mit einem Betrag von 0,13-0,54 in relativer Abweichung zur theoretischen Gesamtschädigung  $D_{\text{Theo.}} = 1$  ermittelt. Der Faktor Vorschädigung erreicht in quadratischer Abhängigkeit ebenfalls deutliche Tendenzen in der Effektwirkung. Die nichtlineare Abhängigkeit dieses Effekts kann bei nahezu allen Untersuchungsreihen festgestellt werden. Mögliche Wechselwirkungen der analysierten Effekte konnten aufgrund großer Konfidenzintervalle statistisch nicht belegt werden.

In den abschließenden Regressionsanalysen wurden die funktionalen Beziehungen in einem empirischen Modell zwischen den Faktoren und der Zielgröße ermittelt. Die jeweilige Regressionsgleichung bildet das mathematische Modell ab.

Die Ergebnisse der analytischen und experimentellen Untersuchungsreihen belegen durch die analysierten linearen und quadratischen Effekte eine deutlich größere Treffsicherheit für die nichtlinearen Schadensakkumulationsmodelle. Die Aussagekraft hinsichtlich der Treffsicherheit zwischen theoretischen und experimentellen Untersuchungsergebnissen ist somit entscheidend von der Art der mathematischen Akkumulationsvorschrift abhängig.

Hiermit wurde das Ziel, die Einflussgrößen der Schadensakkumulation qualitativ und quantitativ zu analysieren, erreicht. Mithilfe der statistischen Versuchsplanung konnten neben den qualitativen Wirkgrößen auch quantitative Effektgrößen bestimmt werden. Die nichtlinearen Reihenfolgeeffekte unter Kollektivbeanspruchung werden hierdurch statistisch analysiert sowie qualitativ und quantitativ bewertet.

Um die Synergien der statistischen Versuchsauswertung und den experimentellen mehrstufigen Schwingfestigkeitsuntersuchungen, insbesondere im Hinblick auf die Beurteilung von nichtlinearen und quadratischen Effekten der Faktoren Belastungsstufe und Vorschädigung mit Wirkung auf die Gesamtschädigung feststellen zu können, benötigt es weiterführende Untersuchungen.



Die Anwendbarkeit für regellose (stochastische) Lastfälle kann hiermit nicht berücksichtigt werden. Hier besteht weiterer Optimierungsbedarf, nach Möglichkeit unter Einbeziehung nichtlinearer Schadensakkumulationshypothesen. Da die bisher bekannten linearen Schädigungshypothesen alle einen ungenügenden Schädigungsfunktionsverlauf zeigen, welche den experimentellen Ergebnissen der Treffsicherheitsanalysen und Untersuchungsreihen nicht entsprechen, ist es wichtig, den Ansatz der nichtlinearen Schädigungstheorien weiter zu verfolgen, zu optimieren und zu bekräftigen.

## 8 Abbildungsverzeichnis

|  |    |
|--|----|
| <i>Abb. 2.1: Kenngrößen des Zugversuchs modifiziert nach /9/</i> .....   | 6  |
| <i>Abb. 2.2: Kenngrößen der dynamischen Beanspruchung modifiziert nach /N38/</i> .....                                       | 8  |
| <i>Abb. 2.3: Gestuftes Beanspruchungskollektiv</i> .....   | 15 |
| <i>Abb. 2.4: Idealisierter Verlauf der Spannungs-Wöhlerkurve mit Festigkeitsbereichen /1/</i> ..                             | 17 |
| <i>Abb. 2.5: Verlauf der Dehnungs-Wöhlerkurve im Übergang zur Kurzzeitfestigkeit /1/</i> .....                               | 20 |
| <i>Abb. 2.6: Übersicht der Lebensdauerberechnung modifiziert nach FKM /N5/</i> .....   | 22 |
| <i>Abb. 2.7: Normierte Bauteil-Wöhlerlinien für Normalspannungen nach FKM /N5/</i> .....                                     | 24 |
| <i>Abb. 2.8: Normierte Bauteil-Wöhlerlinien für Schubspannungen nach FKM /N5/</i> .....                                      | 25 |
| <i>Abb. 3.1: Lebensdauerabschätzung mittels Schadensakkumulation</i> .....   | 29 |
| <i>Abb. 3.2: Schematische Darstellung der linearen Schadensakkumulation /6/</i> .....  | 30 |
| <i>Abb. 3.3: Lineare Modifikationen der MINER-Hypothese /6/</i> .....  | 32 |
| <i>Abb. 3.4: Beispielhafter Berechnungsablauf des FWK-Konzepts modifiziert nach /77/</i> .....                               | 34 |
| <i>Abb. 3.5: Schematische Darstellung der linearen und nichtlinearen Schädigungsverläufe<br/>modifiziert nach /34/</i> ..... | 38 |
| <i>Abb. 4.1: Beispielhafte Schädigungsverläufe und experimentelle Versuchsergebnisse</i> .....                               | 48 |
| <i>Abb. 4.2: Gesamtübersicht aller Häufigkeitsverteilungen</i> .....   | 55 |
| <i>Abb. 4.3: Gesamtübersicht der hypothetischen Schadenssummen und Streuungen</i> .....                                      | 55 |
| <i>Abb. 4.4: Schadenssummen und Streuungen für 2-stufige High-low-Versuche</i> .....   | 60 |
| <i>Abb. 4.5: Schadenssummen und Streuungen für 2-stufige Low-high-Versuche</i> .....   | 60 |
| <i>Abb. 5.1: Wirkfluss-Diagramm der statistischen Versuchsplanung /90/</i> .....   | 65 |
| <i>Abb. 5.2: Kennzeichen der Versuchspläne /60/</i> .....  | 68 |
| <i>Abb. 5.3: Visuelle Darstellung konstanter Modelle modifiziert nach /94/</i> .....   | 69 |
| <i>Abb. 5.4: Visuelle Darstellung linearer Modelle modifiziert nach /94/</i> .....   | 69 |
| <i>Abb. 5.5: Visuelle Darstellung von Wechselwirkungs-Modellen modifiziert nach /94/</i> .....                               | 70 |
| <i>Abb. 5.6: Visuelle Darstellung nichtlinearer Modelle modifiziert nach /94/</i> .....                                      | 70 |
| <i>Abb. 6.1: Probengeometrie und Abbildung exemplarischer Probekörper</i> .....  | 79 |
| <i>Abb. 6.2: Portalprüfmaschine mit eingespanntem Probekörper</i> .....  | 79 |
| <i>Abb. 6.3: 3-D-Plots links für High-low- und rechts für Low-high-Versuche (C45v)</i> .....                                 | 85 |
| <i>Abb. 6.4: 3-D-Plots links für High-low- und rechts für Low-high-Versuche (AlCu4Mg1)</i> ...                               | 86 |
| <i>Abb. 6.5: Probengeometrie und Abbildung exemplarischer Probekörper</i> .....  | 87 |
| <i>Abb. 6.6: Eingespannter Probekörper mit Axial-Extensometer</i> .....  | 87 |
| <i>Abb. 6.7: 3-D-Plots links für High-low- und rechts für Low-high-Versuche (42CrMo4)</i> ....                               | 93 |

---

|   |     |
|---|-----|
| <b>Abb. 6.8:</b> 3-D-Plots links für High-low- und rechts für Low-high-Versuche (AlCu4Mg1)... | 93  |
| <b>Abb. 6.9:</b> Probengeometrie und exemplarischer Probekörper mit DMS.....                  | 95  |
| <b>Abb. 6.10:</b> Sonderprüfstand .....   | 96  |
| <b>Abb. 6.11:</b> Eingespannter Probekörper .....   | 97  |
| <b>Abb. 6.12:</b> 3-D-Plots links für High-low- und rechts für Low-high-Versuche (C45v).....  | 102 |
| <b>Abb. 6.13:</b> Probengeometrie und exemplarischer Probekörper mit DMS.....                 | 104 |
| <b>Abb. 6.14:</b> Eingespannter Probekörper im Sonderprüfstand (Seitenansicht).....           | 105 |
| <b>Abb. 6.15:</b> Beispielhafte Linienplots der Effekte (C45v).....                           | 111 |

## 9 Tabellenverzeichnis

|  |     |
|--|-----|
| <b>Tabelle 4.1:</b> Statistischer Hypothesenvergleich 3- bis m-stufiger Ermüdungsversuche.....       | 58  |
| <b>Tabelle 4.2:</b> Statistischer Hypothesenvergleich 2-stufiger Ermüdungsversuche .....             | 58  |
| <b>Tabelle 5.1:</b> Faktoren mit möglichen Stufenwerten für exp. mehrstufige Ermüdungsversuche ..... | 74  |
| <b>Tabelle 5.2:</b> Zielgrößen für exp. mehrstufige Ermüdungsversuche .....                          | 76  |
| <b>Tabelle 6.1:</b> Ermittelte Kennwerte der Wöhlerversuche.....                                     | 80  |
| <b>Tabelle 6.2:</b> Ermittelte Effektgrößen.....   | 83  |
| <b>Tabelle 6.3:</b> Ermittelte Koeffizienten der Regressionsgleichung.....                           | 84  |
| <b>Tabelle 6.4:</b> Ermittelte Kennwerte der Wöhlerversuche.....                                     | 88  |
| <b>Tabelle 6.5:</b> Ermittelte Effektgrößen.....   | 91  |
| <b>Tabelle 6.6:</b> Ermittelte Koeffizienten der Regressionsgleichung.....                           | 92  |
| <b>Tabelle 6.7:</b> Ermittelte Kennwerte der Wöhlerversuche.....                                     | 98  |
| <b>Tabelle 6.8:</b> Ermittelte Effektgrößen.....   | 100 |
| <b>Tabelle 6.9:</b> Ermittelte Koeffizienten der Regressionsgleichung.....                           | 101 |
| <b>Tabelle 6.10:</b> Ermittelte Kennwerte der Wöhlerversuche.....                                    | 106 |
| <b>Tabelle 6.11:</b> Ermittelte Effektgrößen.....  | 109 |
| <b>Tabelle 6.12:</b> Ermittelte Koeffizienten der Regressionsgleichung.....                          | 110 |

## 10 Nomenklatur/Formelzeichen

| Formelzeichen              | Benennung  | Einheit         |
|----------------------------|--|-----------------|
| $a$                        | Neigungsfaktor   | -               |
| $a_{BK}$                   | zyklischer Auslastungsgrad   | -               |
| $A_0$                      | Ausgangsquerschnitt  | mm <sup>2</sup> |
| $b$                        | Neigungsexponent   | -               |
| $b$                        | Schwingfestigkeitsexponent   | -               |
| $b_0, b_1, b_{12}, b_{11}$ | Regressionskoeffizienten   | -               |
| $b_i$                      | linearer Koeffizienten   | -               |
| $b_{ij}$                   | Wechselwirkungskoeffizient   | -               |
| $b_{ii}$                   | quadratischer Koeffizient  | -               |
| $B$                        | Bestimmtheitsmaß   | -               |
| $c$                        | zyklischer Duktilitätsexponent                                     | -               |
| $C_i$                      | zyklisches Schwingspielverhältnis der i-ten Stufe (Teilschädigung) | -               |
| $C_m$                      | zyklisches Schwingspielverhältnis der letzten Beanspruchungsstufe  | -               |
| $D$                        | Schadenssumme  | -               |
| $D_0$                      | Schadenssumme für ungeschädigtes Material                          | -               |
| $D_i$                      | Teilschädigung der Stufe i   | -               |
| $D_{i,Hyp.}$               | Teilschädigung der Stufe i (hypothetische Schadenssumme)           | -               |
| $D_{m-1}$                  | Schadenssumme der vorletzten Beanspruchungsstufe                   | -               |
| $D_{Exp.}$                 | experimentelle Schadenssumme                                       | -               |
| $D_{Fehler}$               | arithmetischer Abweichungsfehler                                   | %               |
| $D_{Hyp.}$                 | hypothetische Schadenssumme  | -               |
| $D_M$                      | Schadenssumme nach MINER (linear)                                  | -               |
| $D_{Theo.}$                | theoretische Schadenssumme   | -               |
| $D_I$                      | Teilschädigung der Kollektivgruppe I                               | -               |
| $D_{II}$                   | Teilschädigung der Kollektivgruppe II                              | -               |
| $\bar{D}_{Hyp.}$           | arithmetischer Mittelwert (hypothetische Schadenssumme)            | -               |
| $\Delta D$                 | Schädigungszuwachs, Gesamtschädigungsabweichung                    | -               |
| $e_i$                      | Residuum   | -               |
| $E$                        | Elastizitätsmodul (E-Modul)  | MPa             |
| $f$                        | Frequenz   | Hz              |
| $F$                        | Kraft  | N               |

|                          |   |    |
|--------------------------|---|----|
| $\overline{G}_\sigma(d)$ | bezogenes Spannungsgefälle (Nennspannung, Normalspannung)       | -  |
| $\overline{G}_\tau(d)$   | bezogenes Spannungsgefälle (Nennspannung, Schubspannung)        | -  |
| $\overline{G}_\sigma$    | bezogenes Spannungsgefälle (örtliche Normalspannung)            | -  |
| $\overline{G}_\tau$      | bezogenes Spannungsgefälle (örtliche Schubspannung)             | -  |
| $H_{(D)}$                | relative Klassenhäufigkeit der Schadenssummen                   | %  |
| $H_{(D,Hyp.)}$           | relative Klassenhäufigkeit der hypothetischen Schadenssummen    | %  |
| $H_{\ddot{u}}$           | Überschreitungshäufigkeit                                       | -  |
| $I$                      | Intervall   | -  |
| $j_D$                    | Grundsicherheitsfaktor  | -  |
| $k$                      | Wöhlerlinienneigung (Bauteil-Wöhlerlinie)                       | -  |
| $k_{\sigma,I}$           | Wöhlerlinienneigung im Zeitfestigkeitsbereich (Normalspannung)  | -  |
| $k_{\sigma,II}$          | Wöhlerlinienneigung im Dauerfestigkeitsbereich (Normalspannung) | -  |
| $k_{\tau,I}$             | Wöhlerlinienneigung im Zeitfestigkeitsbereich (Schubspannung)   | -  |
| $k_{\tau,II}$            | Wöhlerlinienneigung im Dauerfestigkeitsbereich (Schubspannung)  | -  |
| $k^*$                    | modifizierte Wöhlerlinienneigung im Dauerfestigkeitsbereich     | -  |
| $K_f$                    | Kerbwirkungszahl  | -  |
| $K_t$                    | Formzahl  | -  |
| $L$                      | Länge   | mm |
| $L_0$                    | Ausgangslänge   | mm |
| $\Delta L$               | Längenänderung  | mm |
| $m$                      | Anzahl der Belastungs-/Beanspruchungsstufen                     | -  |
| $m$                      | Neigung der Rissfortschritts-Wöhlerlinie                        | -  |
| $M$                      | Einflussgröße   | -  |
| $n$                      | Anzahl der Versuche   | LW |
| $n$                      | Schwingspielzahl (aufgebrachte Zyklenzahl)                      | LW |
| $n_i$                    | Schwingspielzahl der i-ten Stufe                                | LW |
| $n_m$                    | Schwingspielzahl der letzten Stufe                              | LW |
| $N$                      | Lastspielzahl   | LW |
| $N_{fi}$                 | Versagens-Lastspielzahl der i-ten Stufe                         | LW |
| $N_{fm}$                 | Versagens-Lastspielzahl der letzten Stufe                       | LW |
| $N_{fi,FWK}$             | herabgesetzte Lastspielzahl (FWK-Konzept)                       | LW |
| $N_{fi,red}$             | herabgesetzte ertragbare Lastspielzahl (Restlebensdauer)        | LW |
| $N_i$                    | Lastspielzahl der i-ten Stufe                                   | LW |

---

|                  |  |     |
|------------------|--|-----|
| $N_A$            | Lastspielzahl unter Kollektiv A, relative MINER-Regel  | LW  |
| $N_B$            | Lastspielzahl unter Kollektiv B, relative MINER-Regel  | LW  |
| $N_B$            | Lastspielzahl (bis Bruch), Dehnungs-Wöhlerkurve        | LW  |
| $N_D$            | Dauerfestigkeitslastspielzahl (Dauerfestigkeit)        | LW  |
| $N_{D,I}$        | Dauerfestigkeitslastspielzahl (1. Knickpunkt nach FKM) | LW  |
| $N_{D,II}$       | Dauerfestigkeitslastspielzahl (2. Knickpunkt nach FKM) | LW  |
| $p$              | Schädigungsexponent nach MANSON                        | -   |
| $P_A$            | Ausfallwahrscheinlichkeit                              | %   |
| $P_{\bar{U}}$    | Überlebenswahrscheinlichkeit                           | %   |
| $R$              | Radius   | mm  |
| $R$              | Spannungsverhältnis                                    | -   |
| $R_e$            | Streckgrenze   | MPa |
| $R_m$            | Zugfestigkeit  | MPa |
| $R_{p0,2}$       | Dehngrenze bei 0,2 % Dehnung                           | MPa |
| $s$              | Weg  | mm  |
| $s$              | Standardabweichung                                     | -   |
| $s^2$            | Varianz  | -   |
| $s_{(D,Exp.=1)}$ | Streuung (größte Hypothesenabweichung)                 | -   |
| $s_{(D,Hyp.)}$   | Streuung (analysierte Hypothese)                       | -   |
| $S$              | Spannung (Nennspannung)                                | MPa |
| $S_a$            | Normalspannung (Lastamplitude)                         | MPa |
| $S_{ai}$         | Ausschlagsspannung der i-ten Stufe                     | MPa |
| $S_{a,max}$      | Normalspannung (Lastamplitude), Kollektivhöchstwert    | MPa |
| $S_m$            | Mittellast   | MPa |
| $S_{mi}$         | Mittellast der i-ten Stufe                             | MPa |
| $S_w$            | Werkstoff-Wechselspannungsfestigkeit (Normalspannung)  | MPa |
| $S_{WK}$         | Bauteil-Wechselspannungsfestigkeit (Normalspannung)    | MPa |
| $S_{AK}$         | Bauteil-Dauerfestigkeit (Normalspannung)               | MPa |
| $S_D$            | Dauerfestigkeitsamplitude                              | MPa |
| $S_D^*$          | herabgesetzte Dauerfestigkeitsamplitude                | MPa |
| $S_{max}$        | maximale Spannung des Spannungskollektivs              | MPa |
| $\hat{S}_{BK}$   | Bauteil-Betriebsfestigkeit (Normalspannung)            | MPa |
| $t$              | Zeit   | s   |
| $T$              | Schubspannung (Nennspannung)                           | MPa |

|                           |   |     |
|---------------------------|---|-----|
| $T_a$                     | Schubspannung (Lastamplitude)                                 | MPa |
| $T_w$                     | Werkstoff-Wechselfestigkeit (Schubspannung)                   | MPa |
| $T_{AK}$                  | Bauteil-Dauerfestigkeit (Schubspannung)                       | MPa |
| $T_{WK}$                  | Bauteil-Wechselfestigkeit (Schubspannung)                     | MPa |
| $\hat{T}_{BK}$            | Bauteil-Betriebsfestigkeit (Schubspannung)                    | MPa |
| $W_{D,red.}$              | plastische Verformungsenergie bei reduzierter Ermüdungsgrenze | J   |
| $W_i$                     | plastische Verformungsenergie der Stufe i                     | J   |
| $x$                       | Störgröße   | -   |
| $x_1, x_2, x_{12}, x_1^2$ | Faktoren  | -   |
| $x_i$                     | linearer Faktor   | -   |
| $x_{ij}$                  | Wechselwirkungsfaktor   | -   |
| $x_i^2$                   | quadratischer Faktor  | -   |
| $y$                       | Wirkung (Qualitätsmerkmal)                                    | -   |
| $y_i$                     | Messwert, Beobachtungswert                                    | -   |
| $\hat{y}$                 | Regressionswert, Zielgröße                                    | -   |
| $\hat{y}_i$               | Regressionswert   | -   |
| $\bar{y}$                 | Mittelwert  | -   |
| $z$                       | Steuergröße   | -   |
| $\alpha$                  | Winkel  | °   |
| $\chi$                    | Schädigungs- bzw. Werkstoffparameter/-exponent                | -   |
| $\chi_i$                  | Schädigungs- bzw. Werkstoffexponent der Stufe i               | -   |
| $\chi_{m-1}$              | Schädigungs- bzw. Werkstoffexponent der vorletzten Stufe      | -   |
| $\chi_{(\sigma_i)}$       | Beanspruchungskonzentrationsfaktor (Schädigungsexponent)      | -   |
| $\varepsilon$             | Dehnung   | -   |
| $\varepsilon_a$           | Ausschlagsdehnung   | -   |
| $\varepsilon_{el}$        | elastische Dehnung  | -   |
| $\varepsilon_{ges}$       | ertragbare Dehnung  | -   |
| $\varepsilon_m$           | Mitteldehnung   | -   |
| $\varepsilon_{pl}$        | plastische Dehnung  | -   |
| $\varepsilon_v$           | Vergleichsdehnung   | -   |
| $\varepsilon'_f$          | zyklischer Duktilitätskoeffizient                             | -   |
| $\varepsilon_D$           | Dauerfestigkeit (Dehnung)                                     | -   |

---



---

|                           |  |     |
|---------------------------|--|-----|
| $\varepsilon_1$           | Dehnungskomponente der ersten Hauptdehnungsrichtung    | -   |
| $\varepsilon_2$           | Dehnungskomponente der zweiten Hauptdehnungsrichtung   | -   |
| $\varepsilon_3$           | Dehnungskomponente der dritten Hauptdehnungsrichtung   | -   |
| $\Delta\varepsilon$       | Dehnungsschwingweite                                   | -   |
| $\Delta\varepsilon_{el}$  | elastische Dehnungsschwingweite                        | -   |
| $\Delta\varepsilon_{ges}$ | ertragbare Dehnungsschwingweite                        | -   |
| $\Delta\varepsilon_{pl}$  | plastische Dehnungsschwingweite                        | -   |
| $\sigma$                  | Normalspannung (örtliche Spannung)                     | MPa |
| $\sigma_a$                | Normalspannung (Spannungsamplitude)                    | MPa |
| $2\sigma_a$               | Schwingbreite  | MPa |
| $\sigma_{ai}$             | Spannungsamplitude der i-ten Laststufe                 | MPa |
| $\sigma_{el}$             | elastische Spannung                                    | MPa |
| $\sigma_i$                | Normalspannung der i-ten Laststufe                     | MPa |
| $\sigma_{pl}$             | plastische Spannung                                    | MPa |
| $\sigma_m$                | Mittelspannung   | MPa |
| $\sigma_{mi}$             | Mittelspannung der i-ten Laststufe                     | MPa |
| $\sigma_o$                | Oberspannung   | MPa |
| $\sigma_{sch}$            | Werkstoff-Schwellfestigkeit (örtliche Normalspannung)  | MPa |
| $\sigma_u$                | Unterspannung  | MPa |
| $\sigma_v$                | Vergleichsspannung                                     | MPa |
| $\sigma_w$                | Werkstoff-Wechselfestigkeit (örtliche Normalspannung)  | MPa |
| $\sigma_{zul}$            | zulässige (ertragbare) Normalspannung                  | MPa |
| $\sigma'_f$               | Schwingfestigkeitskoeffizient                          | -   |
| $\sigma_D$                | Dauerfestigkeit (Spannung)                             | MPa |
| $\sigma_{AK}$             | Bauteil-Dauerfestigkeit (örtliche Normalspannung)      | MPa |
| $\sigma_{WK}$             | Bauteil-Wechselfestigkeit (örtliche Normalspannung)    | MPa |
| $\sigma_1$                | Spannungskomponente der ersten Hauptspannungsrichtung  | MPa |
| $\sigma_2$                | Spannungskomponente der zweiten Hauptspannungsrichtung | MPa |
| $\sigma_3$                | Spannungskomponente der dritten Hauptspannungsrichtung | MPa |
| $\Delta\sigma$            | Spannungsschwingweite                                  | MPa |
| $\hat{\sigma}_{BK}$       | Bauteil-Betriebsfestigkeit (örtliche Normalspannung)   | MPa |
| $\tau$                    | Schubspannung (örtliche Spannung)                      | MPa |

---

|                   |   |     |
|-------------------|---|-----|
| $\tau_a$          | Schubspannung (Spannungsamplitude)                            | MPa |
| $\tau_{\max}$     | (maximale) Schubspannung                                      | MPa |
| $\tau_w$          | Werkstoff-Wechselspannungsfestigkeit (örtliche Schubspannung) | MPa |
| $\tau_{AK}$       | Bauteil-Dauerfestigkeit (örtliche Schubspannung)              | MPa |
| $\tau_{WK}$       | Bauteil-Wechselspannungsfestigkeit (örtliche Schubspannung)   | MPa |
| $\hat{\tau}_{BK}$ | Bauteil-Betriebsfestigkeit (örtliche Schubspannung)           | MPa |

## 11 Quellenverzeichnis

### 11.1 Literaturverzeichnis

- /1/ Klein, B.: Leichtbau-Konstruktion, Berechnungsgrundlagen und Gestaltung, Vieweg-Verlag, Wiesbaden, 2005
- /2/ Cottin, D.; Puls, E.: Angewandte Betriebsfestigkeit, 2. erweiterte Auflage, Hanser-Verlag, München-Wien, 1992
- /3/ Haibach, E.: Betriebsfestigkeit - Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung Düsseldorf: VDI-Verlag, 1989 u. 2002 (1. u. 2. Aufl.)
- /4/ Radaaj, D.: Ermüdungsfestigkeit - Grundlagen für Leichtbau, Maschinen- und Stahlbau, Berlin, Springer -erlag, 2003
- /5/ Beiz, W.: Taschenbuch für Maschinenbau, 20. neu bearbeitete und erweiterte Auflage, Berlin, Springer-Verlag, 2001
- /6/ Buxbaum, O.: Betriebsfestigkeit - sichere und wirtschaftliche Bemessung schwinggefährdeter Bauteile, 2. Auflage, Düsseldorf, Verlag Stahleisen mbH, 1992
- /7/ Zammert, W.U.: Betriebsfestigkeitsrechnung, Vieweg-Verlag, Braunschweig, 1985
- /8/ Schott, G.: Werkstoffermüdungs-Ermüdungsfestigkeit, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Stuttgart, 1997
- /9/ Beitz, W.; Grute, K.-H.: Dubbel, Taschenbuch des Maschinenbaus, 19. Auflage, Springer-Verlag, Heidelberg, 1997
- /10/ Martens, A.; Guth, M.: Denkschrift zur Eröffnung, Das königliche Materialprüfungsamt der technischen Hochschule Berlin, Verlag Julius Springer, Berlin, 1904
- /11/ Weick, M.: Untersuchung und Modellierung der Lebensdauer unter nicht-proportionaler mehrachsiger Wechselbeanspruchung, Dissertation, Universität Karlsruhe, 1995
- /12/ Berger, C.; Zenner, H.: Bauteillebensdauer Nachweiskonzepte, Moderne Verfahren und Anwendungen in der Praxis, DVM-Bericht 800, Deutscher Verband für Materialforschung und Prüfung e.V., Fulda, 1997
- /13/ Buxbaum, O.: Sichere und wirtschaftliche Konstruktionen durch betriebsfeste Bemessungen Wirtschaftsraum Darmstadt Heute, Wirtschafts-Journal, 1985
- /14/ Klein, B.: Lebensdauer und Zuverlässigkeit von Maschinen- und Fahrzeugkomponenten, Veranstaltungsgebundene Lehrunterlage, Universität Kassel, Fachbereich Maschinenbau, Fachgebiet für Leichtbau-Konstruktion, Kassel, 2003

- /15/ Naubereit, H.; Weihert, J.: Einführung in die Ermüdungsfestigkeit, Carl Hanser-Verlag, München-Wien, 1999
- /16/ Buxbaum, O.; Oppermann, H.; Köhler, H-G; Schütz, D; Boller, C; Heuler, P; Seeger, T.: Vergleich der Lebensdauervorhersage nach dem Kerbgrundkonzept und dem Nennspannungskonzept, LBF-Bericht FB-169, Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit, Darmstadt, 1983
- /17/ Weinreich, M.; Schneider, W.; Kaliske, M: Ermüdungssicherheit geschweißter schlanker stählerner Schalentragwerke, Leipzig Ann. Civ. Eng. Rep. 10 (2005), S. 251-264
- /18/ Haibach, Erwin: Modifizierte lineare Schadensakkumulationshypothese zur Berücksichtigung des Dauerfestigkeitsabfalls mit fortschreitender Schädigung, Techn. Mitteilungen Nr. TM 50/70, Lab. für Betriebsfestigkeit, Darmstadt, 1970
- /19/ Gudehus, H.; Zenner, H.: Leitfaden für eine Betriebsrechnung, 3. Auflage, Verlag Stahleisen mbH, Düsseldorf, 1995
- /20/ Schütz, W.; Thrainer, L.; Hück, M.: Berechnung von Wöhlerlinien für Bauteile aus Stahl, Stahlguß und Grauguß -Synthetische Wöhlerlinien-, VBFeh - Bericht ABF Nr. 11, Düsseldorf, 1983
- /21/ Schütz, W.; Zenner, H.: Schadensakkumulations-Hypothesen zur Lebensdauervorhersage bei schwingender Beanspruchung, Teil 1 - Ein kritischer Überblick, Zeitschrift für Werkstofftechnik 4, Nr. 1, S. 25-33; u. Nr. 2, S. 97-102, 1973
- /22/ Harre, W.: Schadensakkumulations-Hypothesen und ihre Überprüfung an AlZnMg1F, Aluminium 50, Nr. 12, S. 790-796, 1974
- /23/ Schütz, W.: Problematik der Lebensdauervorhersage für schwingend beanspruchte Bauteile (1-3), Aluminium 61, 1985
- /24/ Ehl, O.; Janista, E.; Weber, Ch.: Software zur Unterstützung der Betriebsfestigkeitsanalyse, Symposium-Einzelberichte: Simulation in der Produkt- und Prozessentwicklung, Bremen, Seite 61-66, 2003
- /25/ Bommel, van P.: Lebensdauervorhersage anhand der Prüfung definiert vorgeschädigter, dynamisch hochbelasteter Bauteile, Dissertation, Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, Aachen, 2001
- /26/ Hänel, B.; Wirthgen, G.: Festigkeitsnachweis, Vorhaben Nr. 154, Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile, Abschlussbericht, Forschungshefte des Forschungskuratoriums Maschinenbau e. V., Heft 183, 1994
- /27/ N.N.: VDI-Berichte 1227: Festigkeitsberechnung metallischer Bauteile: Empfehlungen für Konstrukteure und Entwicklungsingenieure, Tagung Fulda, 18. und 19. September 1995, Hrsg.: VDI-Gesellschaft Entwicklung, Konstruktion, Vertrieb, Düsseldorf, VDI-Verlag, 1995

- 
- /28/ N.N.: VDI-Berichte 1442: Festigkeitsberechnung metallischer Bauteile, Tagung Fulda, 22. und 23. September 1998, Hrsg.: VDI-Gesellschaft Entwicklung Konstruktion Vertrieb, Düsseldorf: VDI-Verlag, 1998
  - /29/ N.N.: VDI-Berichte 1689: Festigkeitsberechnung metallischer Bauteile, Empfehlungen für Entwicklungsingenieure und Konstrukteure, Tagung Fulda 5. und 6. Juni 2002, Hrsg.: VDI-Gesellschaft Entwicklung Konstruktion Vertrieb, Düsseldorf: VDI-Verlag, 2002
  - /30/ Corten, H. T.; Dolan, T. J.: Cumulative fatigue damage Proceed, Of the Int. Conference on fatigue of Metals, Inst. of Mech. Engineers, London, S 235-245, 1956
  - /31/ Palmgren, A.: Die Lebensdauer von Kugellagern, VDI-Zeitschrift 69, S. 339-341, 1924
  - /32/ Langer, B. F.: Fatigue failure from stress cycles of varying amplitude, Trans. ASME, J. Appl. Mech. 59, p. 160-162, 1937
  - /33/ Miner, M. A.: Cumulative damage in fatigue, Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics 12, p. 159-164, 1945
  - /34/ Hashin, Z.; Laird, C.: Cumulative damage under two level cycling, Fatigue of Engineering Materials and Structures, Vol. 2., p. 345-350, 1980
  - /35/ Hashin, Z.; Rotem, A.: A cumulative damage theory of fatigue failure, Materials Science and Engineering 34, p. 147-160, 1978
  - /36/ Kujawski D.; Ellyin F.: A cumulative damage theory for fatigue crack initiation and propagation, International Journal of Fatigue, Vol. 6, No. 2, p. 83-88, 1984
  - /37/ Manson, S. S.; Frenche, J. C.; Ensing, C. R.: Application of a double linear damage rule to cumulative fatigue, Fatigue Crack Propagation, ASTM STP 415, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, p. 384-412, 1967
  - /38/ Manson, S. S.; Halford, G. R.: Practical implementation of the double linear damage rule on damage curve approach for treating cumulative fatigue damage, International Journal of Fracture, Vol. 17, No. 2, p. 169-192, 1981
  - /39/ Marko, S. M.; Starkey, W. L.: A concept of fatigue damage, Trans. ASME 76, p. 627-632, 1954
  - /40/ Schijve, J.: The Accumulation of Fatigue Damage in Aircraft Materials and Structures, National Aerospace Laboratory NLR, AGARDograph No. 157, 1972
  - /41/ Srivatsavan, P.; Subramanyan, S.: A cumulative damage rule based on successive reduction in fatigue limit, Journal of Engineering Materials and Technology, ASME, p. 212-214, 1987
  - /42/ Subramanyan, S.: A cumulative damage rule based on the knee point of the S-N curve, Journal of Engineering Materials and Technology, ASME, p. 315-321, 1976
-

- /43/ Schijve, J.: The Accumulation of Fatigue Damage in Aircraft Materials and Structures, National Aerospace Laboratory NLR, AGARDograph No. 157, 1972
- /44/ Schott, G.: Folge-Wöhler-Kurven, Materialprüfung 41, Carl Hanser-Verlag, München, S. 355 – 407, 1999
- /45/ Zenner, H.; Liu, J.: Vorschlag zur Verbesserung der Lebensdauerabschätzung nach dem Nennspannungskonzept, Konstruktion 44, S. 9-17, 1992
- /46/ Huang, Y.: Neues Verfahren zur Schadensakkumulation, Hebezeuge und Fördertechnik, Verlag Technik Band 40, Heft 4, 2000
- /47/ Kujawski, D.; Ellyin, F.: On the concept of cumulative fatigue damage, International Journal of Fracture, Vol. 37, No. 2, p. 263-278, 1988
- /48/ Golos, K.; Ellyin, F.: Generalization of cumulative damage criterion to multilevel cycling loading, Theoretical and Applied Fracture Mechanics 7, p. 169-176, 1987
- /49/ Henry, D. L.: A theory of Fatigue-Damage Accumulation in Steel, Trans. ASME 77, p. 913-918, 1955
- /50/ Ellyin, F.; Fakinlede, C. O. A.: Probabilistic crack growth by nonlinear damage accumulation, International Journal of Fracture 36, p. 137-149, 1988
- /51/ Siemon, A.: Literarische und experimentelle Untersuchungen zur Treffsicherheit nichtlinearer Schadensakkumulationshypothesen, Diplomarbeit II, Fachbereich Maschinenbau, Fachgebiet Leichtbau-Konstruktion, Universität Kassel, 1994
- /52/ Schweinsberg, J.: Analyse und Treffsicherheit nichtlinearer Lebensdauer-Berechnungsverfahren, Studienarbeit, Fachbereich Maschinenbau, Fachgebiet Leichtbaukonstruktion, Universität Kassel, 1997
- /53/ Schweinsberg, J.: Entwicklung einer Software zur Vorhersage der Bauteillebensdauer nach dem Nennspannungskonzept und dem örtlichen Konzept, Diplomarbeit 1, Fachbereich Maschinenbau, Fachgebiet Leichtbaukonstruktion, Universität Kassel, 1998
- /54/ Kühnel, M.: Experimentelle Ermüdungsfestigkeitsuntersuchungen zum nichtlinearen Schädigungsverhalten mittels der statistischen Versuchsplanung, Diplomarbeit 1, Fachbereich Maschinenbau, Fachgebiet Leichtbaukonstruktion, Universität Kassel, 2002
- /55/ Heesch, R.: Analytische Untersuchungen zu Einsatzgebieten der statistischen Versuchsplanung in den Schwerpunktbereichen Werkstoff- und Bauteilprüfung, Studienarbeit, Fachbereich Maschinenbau, Fachgebiet Leichtbaukonstruktion, Universität Kassel, 2004
- /56/ Ehrlich, H.: Auslegung und Durchführung experimenteller mehrstufiger Festigkeitsuntersuchungen zum nichtlinearen Schädigungsverhalten mittels statistischer Versuchsplanung, Diplomarbeit 1, Fachbereich Maschinenbau, Fachgebiet Leichtbaukonstruktion, Universität Kassel, 2004

- /57/ Wagner, W.: Auslegung und Durchführung experimenteller mehrstufiger Festigkeitsuntersuchungen an axialbeanspruchten Rundproben zum nichtlinearen Schädigungsverhalten mittels statistischer Versuchsplanung, Diplomarbeit 1, Fachbereich Maschinenbau, Fachgebiet Leichtbaukonstruktion, Universität Kassel, 2004
- /58/ Löb, B.: Analyse und experimentelle Untersuchungen zum Schädigungsverhalten in dynamischen Einstufenversuchen, Studienarbeit, Fachbereich Maschinenbau, Fachgebiet Leichtbaukonstruktion, Universität Kassel, 2005
- /59/ Heesch, R.: Analytische Treffsicherheitsanalyse zur Schadensakkumulation für mehrstufige experimentelle Ermüdungsversuche zwischen dem Nennspannungskonzept und dem örtlichen Konzept, Diplomarbeit 1, Fachbereich Maschinenbau, Fachgebiet Leichtbaukonstruktion, Universität Kassel, 2005
- /60/ Brüggemann, T.: Planung, Durchführung und Auswertung experimenteller mehrstufiger Lebensdaueruntersuchungen an zentrisch biegebeanspruchten Flachproben zum nichtlinearen Schädigungsverhalten mittels der statistischen Versuchsplanung, Diplomarbeit 1, Fachbereich Maschinenbau, Fachgebiet Leichtbaukonstruktion, Universität Kassel, 2005
- /61/ Schmerse, S.: Planung, Durchführung und Auswertung experimenteller mehrstufiger Lebensdaueruntersuchungen an zentrisch biegebeanspruchten Flachproben zum nichtlinearen Schädigungsverhalten mittels der statistischen Versuchsplanung, Diplomarbeit 1, Fachbereich Maschinenbau, Fachgebiet Leichtbaukonstruktion, Universität Kassel, 2005
- /62/ Jeber-Arab, M.: Untersuchungen zum nichtlinearen Schädigungsverhalten im Einstufenversuch mittels experimenteller Ermüdungsversuche, Studienarbeit, Fachbereich Maschinenbau, Fachgebiet Leichtbaukonstruktion, Universität Kassel, 2006
- /63/ Klein, B.; Leontaris, G.; Siemon, A.: Lebensdauerberechnung mit nichtlinearen Akkumulationsgesetzen für zyklische Belastung, Automobiltechnische Zeitschrift 97, Nr. 10, Seite 672-678, 1995
- /64/ Leontaris, G.: Ein Konzept zur Lebensdauervorhersage auf der Basis von Material- und Belastungsnichtlinearitäten, Dissertation, Fachbereich Maschinenbau, Fachgebiet Leichtbau-Konstruktion, Universität - Gesamthochschule Kassel, 1995
- /65/ Kenawi, M. M. S.: 16. ZAM, Budapest, ISSN 0139-1615, 1979
- /66/ Bernard-Connolly, M.; Bui-Quoc, T.; Biron, A.: Multilevel strain controlled fatigue on a type 304 stainless steel, ASME Journal of Engineering Materials and Technology, Vol. 105, p. 188-194, 1983
- /67/ Yip, M.-C.; Jen, Y.-M.: Notch effect on two-level cumulative low cycle fatigue life under different biaxial loading mode sequences, Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, Vol. 18, No. 11, p. 1323-1332, 1995

- /68/ Zamrik, S. Y.; Bilir, O. G.: Analysis of Biaxial-fatigue Damage at Elevated Temperatures, Experimental Mechanics, p. 373-379, 1976
- /69/ Hua, C. T.; Socie, D. F.: Fatigue damage in 1045 steel under variable amplitude biaxial loading, Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, Vol. 8, No. 2, p. 101-114, 1985
- /70/ Gassmann, H.: Schädigung und Schadensakkumulation aus hochfestem Stahl, Dissertation, TH Stuttgart, 1966
- /71/ Gnilke, W.: Lebensdauerberechnung der Maschinenelemente, Berlin: VEB-Verlag Technik, 1980
- /72/ Schott, G.: Verfahren zur Verbesserung der Lebensdauervorhersage bei Mehrstufen- bzw. Kollektivbelastung, Masch. Bautechnik 25, 1976
- /73/ Repermund, K.: Probalistischer Betriebsfestigkeitsnachweis unter Berücksichtigung eines progressiven Dauerfestigkeitsabfalls mit zunehmender Schädigung, Dissertation, Hochschule der Bundeswehr, München, 1984
- /74/ Schott, G.: Lebensdauerberechnung auf der Grundlage von Ermüdungsfunktionen, Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 19, S. 67-73, 1988
- /75/ Schott, G.: Einflüsse von Reihenfolge und Teilfolgeumfang der Beanspruchung auf die mit Ermüdungsfunktionen berechnete Lebensdauer, Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 20, S. 187-195, 1989
- /76/ Schott, G.: Lebensdauerberechnung bei veränderlicher Mittelspannung nach dem Folge-Wöhler-Kurven-Konzept, Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 23, S. 39-47, 1992
- /77/ Schott, G.: Lebensdauerberechnung mit experimentell ermittelten oder hypothetischen Ermüdungsfunktionen, Konstruktion 42, S. 325-330, 1990
- /78/ Schütz, W.: Lebensdauervorhersage schwingend beanspruchter Bauteile, Der Maschinenschaden 57, Heft 6, S. 221 – 230, 1983
- /79/ Schott, G.: Konzepte zur Berechnung der Ermüdungslebensdauer, Konstruktion 7/8, S. 63-67, 2001
- /80/ Jung, T.; Gudehus, H.: Vergleich von Programmsystemen zur Lebensdauerberechnung, Stahl und Eisen 118, Seite 89-92, 1998
- /81/ Miller, K. J.; Zachariah, K. P.: Cumulative damage laws for fatigue crack initiation and stage I propagation, Journal of Strain Analysis 12, p. 262-270, 1977
- /82/ Walcher, J.; Gray, D.; Manson, S. S.: Aspect of Cumulative Fatigue Damage Analysis of Cold End Rotating Structures, AIAA Paper, p. 79-119, 1979
- /83/ Zenner, H., Buschermöhle, H.: Vereinheitlichung von Proben für Schwingversuche, Abschlußbericht 198, VDMA Heft-Nr. 217, 1996



- /84/ Störzel K.; Bruder T.: Rechnerischer Verfahren zur Betriebsfestigkeitsanalyse, Symposium-Einzelberichte: Simulation in der Produkt- und Prozessentwicklung, Bremen, Seite 55-60, 2003.
  - /85/ Berg A.: Beitrag zur Klärung des Einflusses ausgewählter Belastungsgrößen auf die Lebensdauer schwingend beanspruchter Bauteile, Dissertation, TU-Dresden, 1988
  - /86/ N.N.: *Modde* online tutorial, *Modde V. 7.0*, Umesoft GmbH, 2003
  - /87/ Orth, A.: *Modde*-Kurzhandbuch und Versuchsplanungsglossar, Erklärungen und Übersetzungen der in der Versuchsplanungs-Software *Modde 5.0* verwendeten Begriffe, Umesoft GmbH, 2002
  - /88/ Kleppmann, W.: Taschenbuch Versuchsplanung, Produkte und Prozesse optimieren, Carl Hanser-Verlag, München, 2003
  - /89/ Retersen, H.: Grundlagen der Statik und der statistischen Versuchsplanung, Bd. 2: Grundlagen der deskriptiven und mathematischen Statistik, Landsberg/Lech, economed, 1991
  - /90/ Klein, B.: Versuchsplanung-DoE, Einführung in die Taguchi/Shainin-Methodik, Oldenburg Wissenschaftsverlag GmbH, München, 2004
  - /91/ Kleppmann, W.: Statistische Versuchsplanung - Klassisch, Taguchi oder Shainin?, Qualitätstechnik 37, Carl Hanser-Verlag, S. 89-92, München, 1992
  - /92/ Scheffler, E.: Statistische Versuchsplanung und –auswertung, Eine Einführung für Praktiker. 3., neu überarbeitete und erweiterte Auflage von „Einführung in der statistischen Versuchsplanung“, Dt. Verlag für Grundindustrie, Stuttgart, 1997
  - /93/ Orth, A.: Leitfaden Modellunterstützte Versuchsplanung und Prozessoptimierung, Frankfurt, 2001
  - /94/ Gundlach, C.: Entwicklung eines ganzheitlichen Vorgehensmodells zur problemorientierten Anwendung der statistischen Versuchsplanung, Dissertation, Kassel, Kassel University Press GmbH, 2004
  - /95/ Gundlach, C.; Klein, B.: Abschlußbericht Forschungsprojekt: Untersuchung zur technologischen und wirtschaftlichen Effizienz einer systematisierten Versuchsplanungsmethodik in der Produktentwicklung, Gefördert durch die Stiftung Industrieforschung (Köln), Universität Kassel, Kassel, 2001
  - /96/ Gies, C.: Evaluation der Prozesseinflussgrößen beim Fließlochformen mittels DoE, Dissertation, Kassel, Kassel University Press GmbH, 2006
  - /97/ Gimpel, B.: Qualitätsgerechte Optimierung von Fertigungsprozessen, Dissertation, RWTH Aachen, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1991
  - /98/ Bremer, J.: Beschleunigte Evolutionsstrategie zur Optimierung von Fertigungsprozessen, Dissertation, TU Berlin, Berlin, 1998
-

- /99/ Bauer, D.; Krebs, R.: Anwendung der Taguchi-Methode bei der Auslegung von Tiefziehprozessen, Qualität und Zuverlässigkeit 35, Heft 12, S. 1368 – 1374, 1994
- /100/ Krebs, R.: Optimieren von Tiefziehbedingungen mit Methoden der statistischen Versuchsplanung, Dissertation, Universität Gesamthochschule Siegen, Siegen, 1996
- /101/ Browne, M. T.; Hillery, M. T.: “Optimising the variables when deep-drawing C.R.1 cups”, Journal of Materials Processing Technology 136, p. 64-71, 2003
- /102/ Colgan, M.: „Deep drawing process: analysis and experiment“, Journal of Materials Processing Technology 132, p. 35-41, 2003
- /103/ Lee, S. W.: “Study on forming parameters of the metal bellows”, Journal of Materials Processing Technology 130, p. 47-53, 2002
- /104/ Bartel, W.: Versuchsplanung, Grundlage für die Prozessregelung, Anwendung beim Spritzgießen von Thermoplasten, Qualität und Zuverlässigkeit 35, Heft 2, S. 99 – 102, 1990
- /105/ Bourdon, R.; Ehrenstein, G. W.: Prozessrobustheit beim Spritzgießen optimieren, Qualität und Zuverlässigkeit 38, Heft 2, S. 98–104, 1993
- /106/ Schnerr-Häselbarth, O.: Automatisierung der Online-Qualitätsüberwachung beim Kunststoffspritzgießen, Dissertation, RWTH Aachen, Aachen, Verlag-Mainz, 2000
- /107/ Du, Y.-H.: Multiobjektorientierte Prozessoptimierung beim Spritzgießen mit Hilfe der Taguchi-Methode und Fuzzy-Gruppenanalyse, Berichte aus der Fertigung, Dissertation, Universität Paderborn, Shaker-Verlag, Aachen, 2000
- /108/ Petersen, H.: Grundlagen der Statistik und der statistischen Versuchsplanung, Bd. 1: Grundlagen der deskriptiven und mathematischen Statistik, Landsberg/Lech, ecomed 1991

## 11.2 Verzeichnis der Normen, Richtlinien und Vorschriften

- /N1/ FKM-Richtlinie: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenteile – Abschlußbericht und Richtlinie. Forschungsheft 183-1, des Forschungskuratoriums Maschinenbau e.V., VDMA-Verlag, Frankfurt, (1. Auflage) 1994
- /N2/ FKM-Richtlinie: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenteile – Abschlußbericht und Richtlinie. Forschungsheft 183-2, des Forschungskuratoriums Maschinenbau e.V., VDMA-Verlag, Frankfurt, (2. Auflage) 1995
- /N3/ FKM-Richtlinie: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenteile – Abschlußbericht und Richtlinie, Autoren: H. Zenner, B. Hänel, E. Haibach, T. Seeger, G. Wirthgen, Forschungskuratoriums Maschinenbau e.V., VDMA-Verlag, Frankfurt, (3. Auflage) 1998
- /N4/ FKM-Richtlinie: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile aus Stahl, Eisenguss- und Aluminiumwerkstoffen, Autoren: H. Zenner, B. Hänel, E. Haibach, T. Seeger, G. Wirthgen, 4. erw. Auflage, Forschungskuratorium Maschinenbau e.V., Frankfurt am Main, VDMA-Verlag, 2002
- /N5/ FKM-Richtlinie 183-2: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile aus Stahl, Eisenguss- und Aluminiumwerkstoffen, Autoren: C. Wegerdt, W. Hanel, B. Hänel, G. Wirthgen, H. Zenner, T. Seeger, 5. Auflage, Forschungskuratorium Maschinenbau e.V., Frankfurt am Main, VDMA-Verlag, 2003
- /N6/ TGL 19330: Schwingfestigkeit. Begriffe und Zeichen, Ausgabe 08/1978, Verlag für Standardisierung, Leipzig, 1978
- /N7/ TGL 19333: Schwingfestigkeit. Zeitfestigkeit von Achsen und Wellen, Berechnung; Ausgabe 05/1979, Verlag für Standardisierung, Leipzig, 1979
- /N8/ TGL 19335: Gestaltfestigkeit metallischer Werkstoffe, Begriffe, Technische Forderungen, Ausgabe 11/1964, Verlag für Standardisierung, Leipzig, 1964
- /N9/ TGL 19336: Ermüdungsfestigkeit, Planung und Auswertung von Ermüdungsfestigkeitsversuchen, Ausgabe 12/1983, Verlag für Standardisierung, Leipzig, 1983
- /N10/ TGL 19337: Ermüdungsfestigkeit, Zeit- und Dauerfestigkeit von Augenstäben, Ausgabe 12/1982, Verlag für Standardisierung, Leipzig, 1982
- /N11/ TGL 19338: Ermüdungsfestigkeit, Ermittlung der Dauerfestigkeit, Beschleunigte Prüfung, Ausgabe 10/1989, Verlag für Standardisierung, Leipzig, 1989
- /N12/ TGL 19340: Ermüdungsfestigkeit, Dauerfestigkeit der Maschinenbauteile (Blatt 1-5); Ausgabe 03/1983, Verlag für Standardisierung, Leipzig, 1983

- /N13/ TGL 19341/1: Festigkeitsnachweis für Bauteile aus Eisengußwerkstoffen, Berechnung (Blatt 1); Ausgabe 02/1988, Verlag für Standardisierung, Leipzig, 1988
- /N14/ TGL 19341/2: Festigkeitsnachweise für Bauteile aus Eisengußwerkstoffen, Werkstoff-Festigkeitskennwerte, (Blatt 2); Ausgabe 02/1988, Verlag für Standardisierung, Leipzig, 1988
- /N15/ TGL 19350: Ermüdungsfestigkeit, Betriebsfestigkeit der Maschinenbauteile, Berechnung, Ausgabe 02/1986, Verlag für Standardisierung, Leipzig, 1986
- /N16/ TGL 19355: Ermüdungsfestigkeit, Ermüdungsprüfung von Bauteilen im Labor, Ausgabe 09/1985, Verlag für Standardisierung, Leipzig, 1985
- /N17/ VDI-Richtlinie 2226 –zurückgezogen–: Empfehlungen für die Festigkeitsberechnung metallischer Bauteile, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1965
- /N18/ Hobbacher, A.: Empfehlungen zur Schwingfestigkeit geschweißter Verbindungen und Bauteile, IIW-Dokument XIII-1539-96 / XV-845-96, DVS-Verlag, Düsseldorf, 1997
- /N19/ FKM-Richtlinie: Bruchmechanischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile, Autoren: C. Berger, J.G. Blauel, L. Hodulak, B. Pyttel, I. Varfolomeyev, 3. Auflage, Forschungskuratorium Maschinenbau e.V., Frankfurt am Main, VDMA-Verlag, 2006
- /N20/ VDI 2230 (Blatt 1): Systematische Berechnung hochbeanspruchter Schraubenverbindungen, Zylindrische Einschraubenverbindungen, VDI-Richtlinie, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2003
- /N21/ DIN 734: Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen, Teil 1: Einführung, Grundlagen, Teil 2: Formzahlen und Kerbwirkungszahlen, Teil 3: Werkstoff-Festigkeitswerte, Teil 4: Anwendungsbeispiele; Ausgabe 03/1998, Beuth-Verlag GmbH, Berlin, 2000
- /N22/ DIN 3990: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern - Teil 6: Betriebsfestigkeitsrechnung, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 1994
- /N23/ ISO 6336: Tragfähigkeitsberechnung von gerad- und schrägverzahnten Stirnrädern - Teil 6: Betriebsfestigkeitsrechnung, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 2006
- /N24/ DIN 3991: Tragfähigkeitsberechnung von Kegelrädern ohne Achsversetzung, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 1988
- /N25/ DIN 3996 (Entwurf): Tragfähigkeitsberechnung von Zylinder-Schneckengetrieben, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 2005

- /N26/ DIN 5466: Tragfähigkeitsberechnung von Zahn- und Keilwellenverbindungen, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 2000
- /N27/ VDI 3822 (Blatt 1): Schadensanalyse, Grundlagen, Begriffe, Definitionen, Ablauf einer Schadensanalyse, VDI-Richtlinie, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2004
- /N28/ FKM-Abschlußbericht: Vereinheitlichung von Proben für Schwingversuchen, Autoren: Zenner H., Buschermöhle H., Heft 217, Frankfurt, 1996
- /N29/ DIN 45667: Klassiervverfahren für das Erfassen regelloser Schwingungen, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 1969
- /N30/ DIN EN 10002-1: Metallische Werkstoffe – Zugversuch;  
Teil 1: Prüfverfahren bei Raumtemperatur; Ausgabe: 2001;  
Teil 3 (Beiblatt): Kalibrierung der Kraftmessgeräte für die Prüfung von Prüfmaschinen mit einachsiger Beanspruchung, Hinweise zur Anwendung, Ausgabe 1994;  
Teil 4: Prüfung von Längenänderungs-Messeinrichtungen für die Prüfung mit einachsiger Beanspruchung, Ausgabe:1995;  
Teil 5: Prüfverfahren bei erhöhter Temperatur; Ausgabe: 1992;  
Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin
- /N31/ FKM-Richtlinie 284: Statischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile auf der Grundlage örtlicher Grenzdehnungen, Abschlußbericht, Forschungskuratoriums Maschinenbau e.V., Frankfurt am Main, VDMA-Verlag, 2004
- /N32/ DIN 50125: Prüfung metallischer Werkstoffe – Zugproben, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 2004
- /N33/ DIN 50148: Zugproben für Druckguss aus Nichteisenmetallen, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 1975
- /N34/ DIN 50106: Prüfung metallischer Werkstoffe; Druckversuch, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 1978
- /N35/ DIN EN 10291: Metallische Werkstoffe, Einachsiger Zeitstandversuch unter Zugbeanspruchung, Prüfverfahren, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 2001
- /N36/ DIN 53504: Bestimmung von Reißfestigkeit, Zugfestigkeit, Reißdehnung und Spannungswerten im Zugversuch; Prüfung von Kautschuk und Elastomeren; Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 1994
- /N37/ DIN EN 910: Zerstörende Prüfung von Schweißnähten an metallischen Werkstoffen – Biegeprüfungen, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 1996
-

- /N38/ DIN 50100: Werkstoffprüfung; Dauerschwingversuch, Begriffe, Zeichen, Durchführung, Auswertung, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 1978
- /N39/ DIN EN ISO 7438: Metallische Werkstoffe, Biegeversuch, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 2005
- /N40/ DIN 50142: Prüfung metallischer Werkstoffe; Flachbiegeschwingversuch, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 1982
- /N41/ DIN 50113: Prüfung metallischer Werkstoffe; Umlaufbiegeversuch, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 1982
- /N42/ DIN 53442: Prüfung von Kunststoffen; Dauerschwingversuch im Biegebereich an flachen Probekörpern, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 1990
- /N43/ DIN 65586 (Norm-Entwurf): Luft- und Raumfahrt - Faserverstärkte Kunststoffe - Schwingfestigkeitsverhalten von Faserverbundwerkstoffen im Einstufenversuch, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 1994
- /N44/ ISO 1099: Metallische Werkstoffe, Dauerschwingversuch, Axialer kraft geregelter Versuch, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 2006
- /N45/ ISO 1143: Metalle; Ermüdungsversuch mit Biegebeanspruchung am umlaufenden Stab, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 1975
- /N46/ ISO 1352: Stahl, Ermüdungsversuch mit Verdrehbeanspruchung, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 1977
- /N47/ ISO 12106: Metallische Werkstoffe - Schwingfestigkeitsprüfung – Dehnungsgeregeltes Verfahren bei Axialbeanspruchung, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 2003
- /N48/ ISO 12107: Metallische Werkstoffe - Schwingfestigkeitsprüfung - Statistische Planung und Auswertung; Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 2003
- /N49/ ISO 12108: Metallische Werkstoffe - Schwingfestigkeitsprüfung - Verfahren zur Bestimmung des Ermüdungsrisswachstums, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 2002
- /N50/ ISO/DIS 14345 (E): Schwingfestigkeitsprüfung von geschweißten Bauteilen, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 2000

- /N51/ DIN EN ISO 14324: Widerstandspunktschweißen - Zerstörende Prüfung von Schweißungen - Schwingungsfestigkeitsprüfung von Punktschweißverbindungen, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 2003
- /N52/ ENV 1993-1-1 (Eurocode 3): Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten, Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln für den Hochbau, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, 2002
- /N53/ DIN V ENV 1999-2 (Eurocode 9): Bemessung und Konstruktion von Aluminiumbauten - Teil 2: Ermüdungsanfällige Tragwerke, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, 2001
- /N54/ DIN 18800: Stahlbauten, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, 1990
- /N55/ AD Merkblatt S1: Vereinfachte Berechnung auf Wechselbeanspruchung, AD-Regelwerk, Carl Heymanns-Verlag KG, Köln, 1998
- /N56/ AD Merkblatt S2: Berechnung auf Wechselbeanspruchung, AD-Regelwerk, Carl Heymanns-Verlag KG, Köln, 1998
- /N57/ DIN 50141: Prüfung metallischer Werkstoffe, Scherversuch, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 1982
- /N58/ DIN EN 895: Zerstörende Prüfung von Schweißverbindungen an metallischen Werkstoffen, Querkzugversuch, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 1995
- /N59/ DIN 53284: Prüfung von Metallklebstoffen und Metallklebungen; Zeitstandversuch an einschnittig überlappten Klebungen, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, 1979
- /N60/ DIN 54461: Strukturklebstoffe, Prüfung von Klebverbindungen, Biegeschälversuch, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, 2005
- /N61/ DIN 54455: Prüfung von Metallklebstoffen und Metallklebungen; Torsionsscher-Versuch, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, 1984
- /N62/ DIN 54452: Prüfung von Metallklebstoffen und Metallklebungen; Druckscher-Versuch, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, 1981
- /N63/ DIN 53290: Prüfung von Kernverbunden; Begriffe, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, 1982
- /N64/ DIN 53291: Prüfung von Kernverbunden; Druckversuch senkrecht zur Deckschichtebene, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, 1982
-

- /N65/ DIN 53292: Prüfung von Kernverbunden; Zugversuch senkrecht zur Deckschichtebene, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, 1982
- /N66/ DIN 53293: Prüfung von Kernverbunden; Biegeversuch, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, 1982
- /N67/ DIN 53294: Prüfung von Kernverbunden; Schubversuch, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, 1982
- /N68/ DIN 53295: Prüfung von Kernverbunden; Trommel-Schälversuch, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, 1982
- /N69/ DIN-Taschenbuch 19: Materialprüfnormen für metallische Werkstoffe 1, Mechanisch-technologische Prüfverfahren (erzeugnisformunabhängig), Prüfmaschinen, Bescheinigungen, 15. Auflage, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 2006
- /N70/ DIN-Taschenbuch 56: Materialprüfnormen für metallische Werkstoffe 2, Zerstörungsfreie Prüfungen; Volumenverfahren, Durchstrahlungsprüfung, Ultraschallprüfung, 7. Auflage, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 2006
- /N71/ DIN-Taschenbuch 205: Materialprüfnormen für metallische Werkstoffe 3, Mechanisch-technologische Prüfverfahren (erzeugnisformabhängig); Schweißverbindungen, Metallklebungen, 5. Auflage, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 2006
- /N72/ DIN-Taschenbuch 370: Materialprüfnormen für metallische Werkstoffe 4, Zerstörungsfreie Prüfung; Allgemeine Regeln, Oberflächenverfahren und andere Verfahren, Metallklebungen, 1. Auflage, Herausgeber: Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag GmbH, Berlin, Ausgabe: 2006



## 12. Anhang

### 12.1 Anhang der Treffsicherheitsanalysen

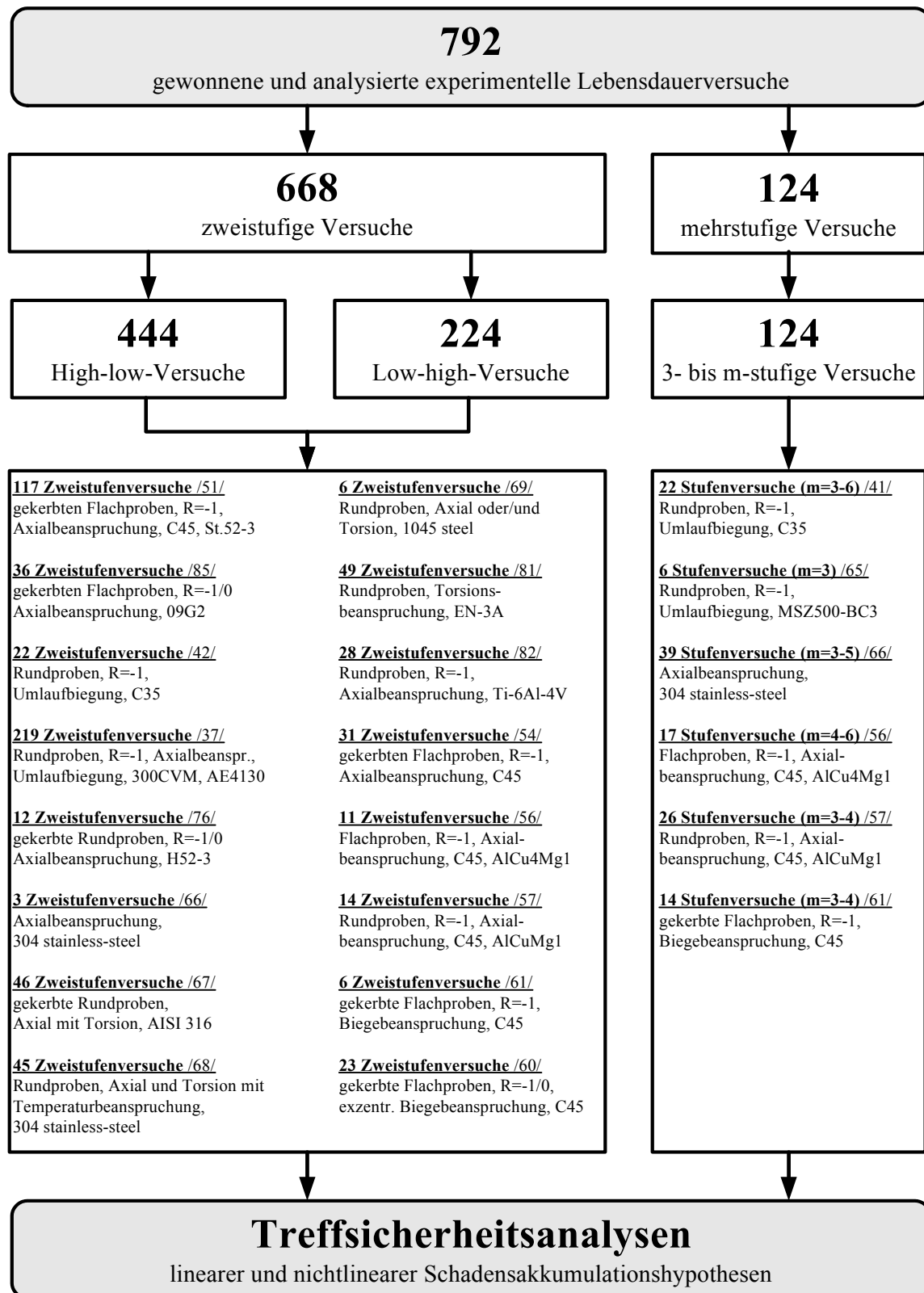


Abb. 12.1: Aufstellung aller herangezogenen experimentellen Lebensdauerversuche

|  | Anwendung der <u>linearen</u> Schadensakkumulationshypothesen |  |        |
|--|---|--|--------|
|  | MINER-Original  | MINER-Modifikation<br>(ZENNER und LIU) | SCHOTT |
| Anzahl ausgewerteter Ermüdungsversuche | 792   | 556                                    | 556    |
| 2-stufige Versuche (m = 2)             | 668   | 472                                    | 472    |
| High-low-Versuche (m = 2)              | 444   | 315                                    | 315    |
| Low-high-Versuche (m = 2)              | 224   | 157                                    | 157    |
| 3- bis m-stufige Versuche              | 124   | 84                                     | 84     |

|  | Anwendung der <u>nichtlinearen</u> Schadensakkumulationshypothesen |        |        |                    |
|--|--|--------|--------|--------------------|
|  | SUBRAMANYAN  | HASHIN | MANSON | MANSON-Modifiziert |
| Anzahl ausgewerteter Ermüdungsversuche | 399  | 399    | 792    | 792                |
| 2-stufige Versuche (m = 2)             | 322  | 322    | 668    | 668                |
| High-low-Versuche (m = 2)              | 203  | 203    | 444    | 444                |
| Low-high-Versuche (m = 2)              | 119  | 119    | 224    | 224                |
| 3- bis m-stufige Versuche              | 77   | 77     | 124    | 124                |

Tabelle 12.1: Übersicht der angewandten experimentellen Ermüdungsversuche

|  | MINER-Original | MINER-Mod.<br>(ZENNER-LIU) | SCHOTT<br>(linear) | SUBRAMANYAN<br>(nichtlinear) | HASHIN<br>(nichtlinear) | MANSON<br>(nichtlinear) | MANSON-<br>Modifiziert |
|--|----------------|----------------------------|--------------------|------------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|
| Anzahl ausgewerteter Ermüdungsversuche     | 792            | 556                        | 556                | 399                          | 399                     | 792                     | 792                    |
| Schadenssumme $D_{Hyp.}$                   | 0,958          | 1,305                      | 1,114              | 1,024                        | 1,028                   | 1,033                   | 0,939                  |
| Streuung $s$ ( $D_{Hyp.}$ )                | 0,325          | 0,601                      | 0,768              | 0,303                        | 0,286                   | 0,272                   | 0,271                  |
| Streuung $s$ ( $D_{Exp=1}$ )               | 0,327          | 0,674                      | 0,777              | 0,304                        | 0,287                   | 0,274                   | 0,278                  |
| Wahrscheinlichkeit $0,9 \leq D \leq 1,1$   | 24,37%         | 26,44%                     | 39,57%             | 37,09%                       | 38,35%                  | 44,32%                  | 41,41%                 |
| Wahrscheinlichkeit $0,5 \leq D \leq 1,5$   | 88,38%         | 76,08%                     | 84,53%             | 89,22%                       | 90,98%                  | 92,93%                  | 93,69%                 |
| Wahrscheinlichkeit $D < 0,5$ und $D > 1,5$ | 11,62%         | 23,92%                     | 15,47%             | 10,78%                       | 9,02%                   | 7,07%                   | 6,31%                  |

Tabelle 12.2: Statistischer Hypothesenvergleich aller ausgewerteter Ermüdungsversuche

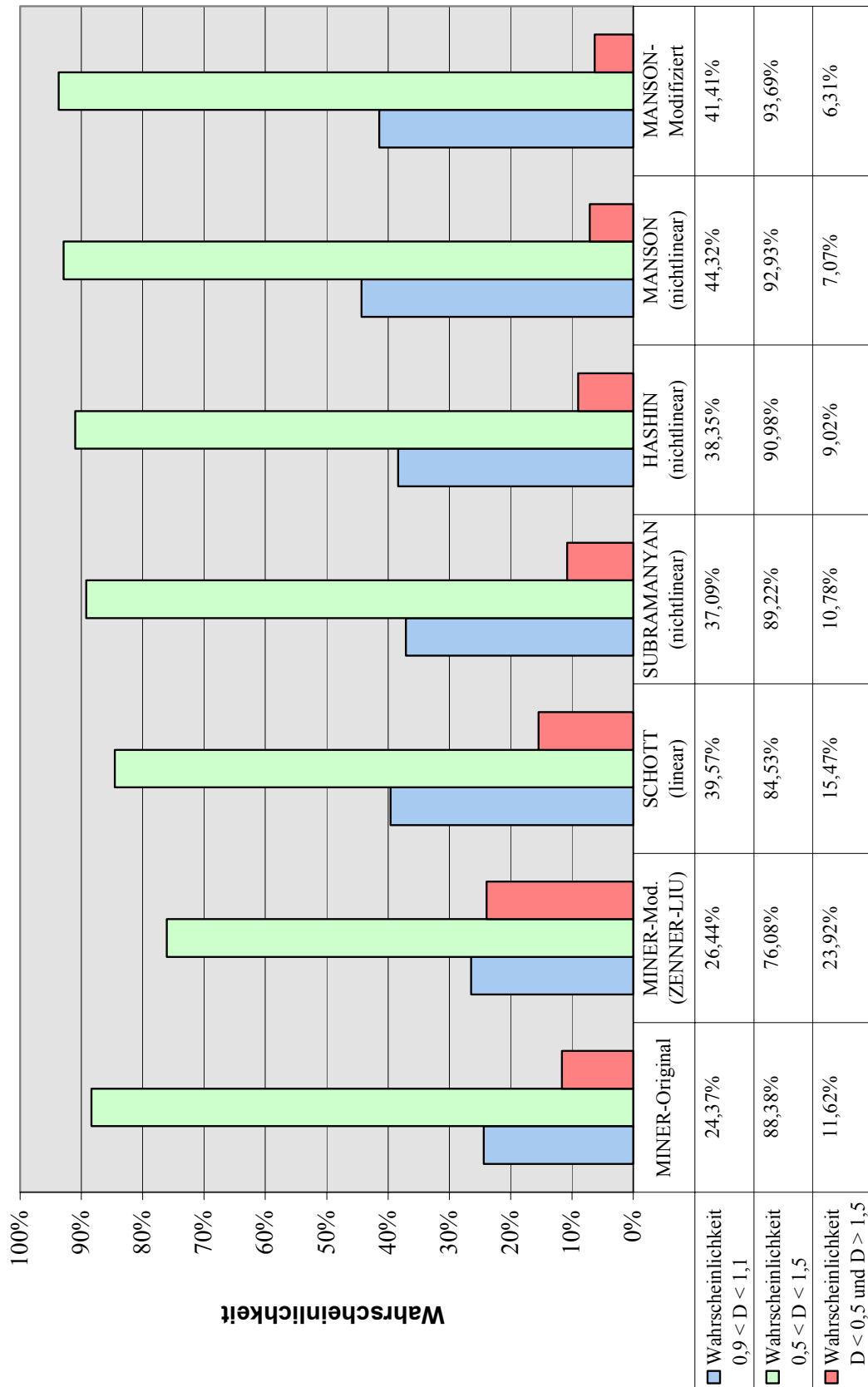
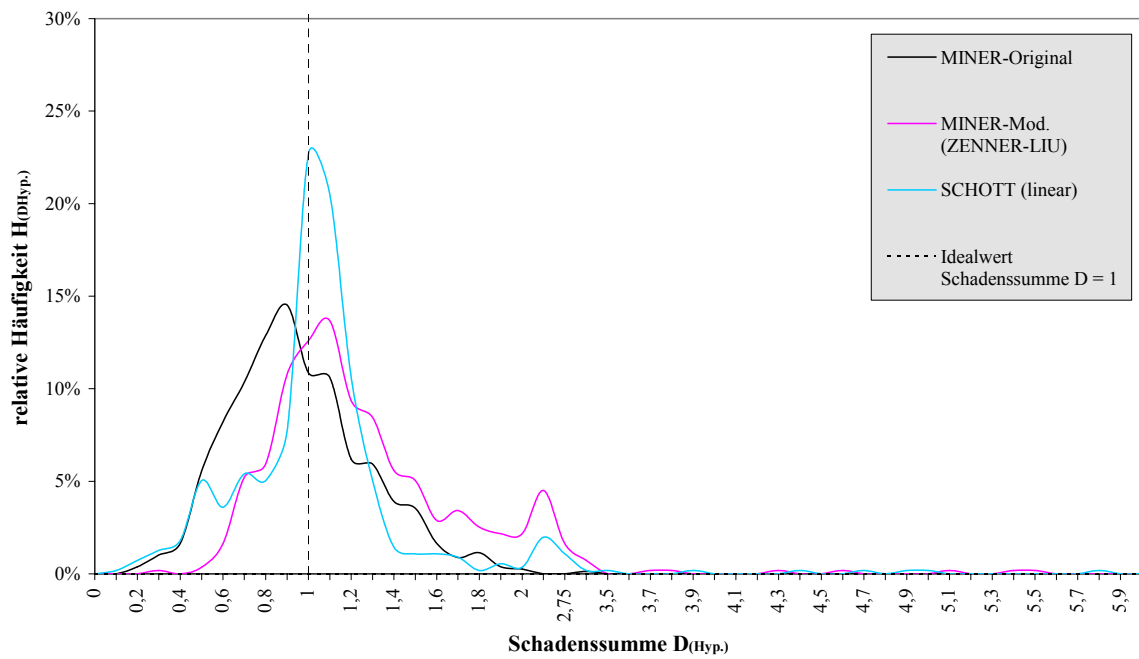
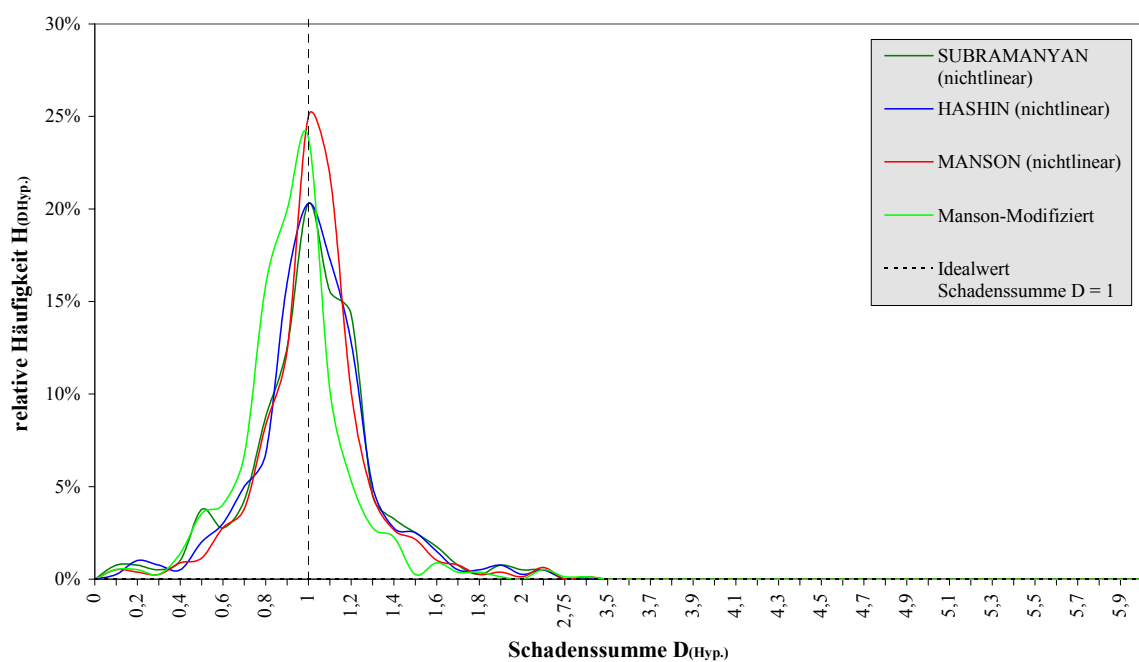


Abb. 12.2: Wahrscheinlichkeiten definierter Schadenssummenbereiche aller Versuche



**Abb. 12.3:** Häufigkeitsverteilungen linearer Schadensakkumulationshypothesen



**Abb. 12.4:** Häufigkeitsverteilungen nichtlinearer Schadensakkumulationshypothesen

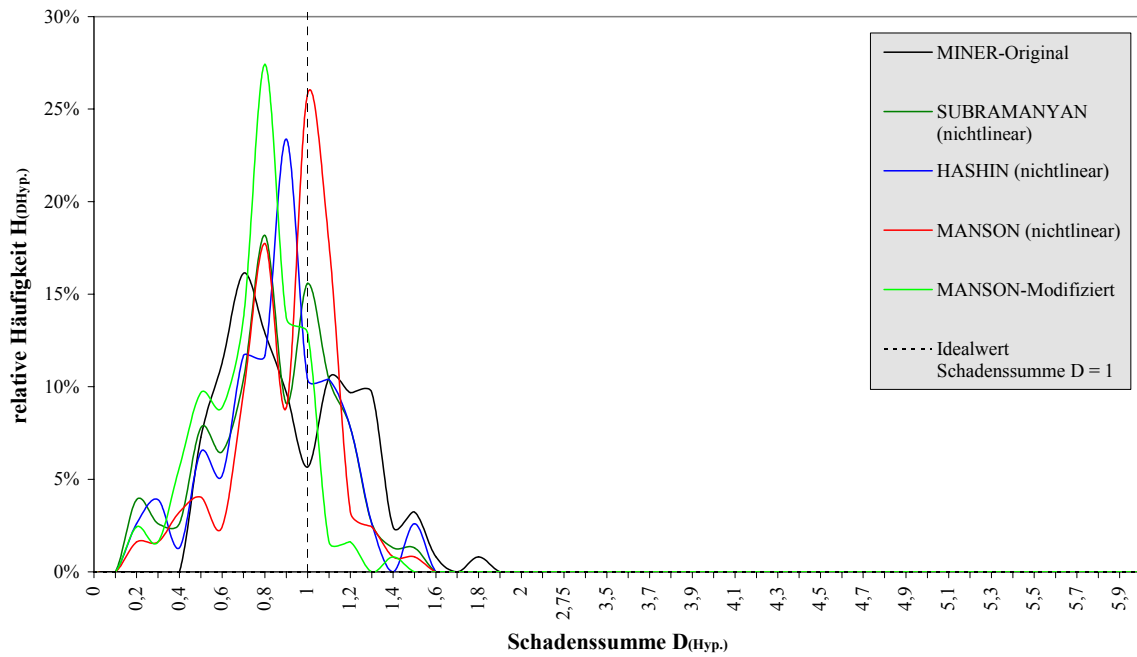


Abb. 12.5: Häufigkeitsverteilungen ausgewählter Hypothesen für 3- bis  $m$ -stufige Versuche

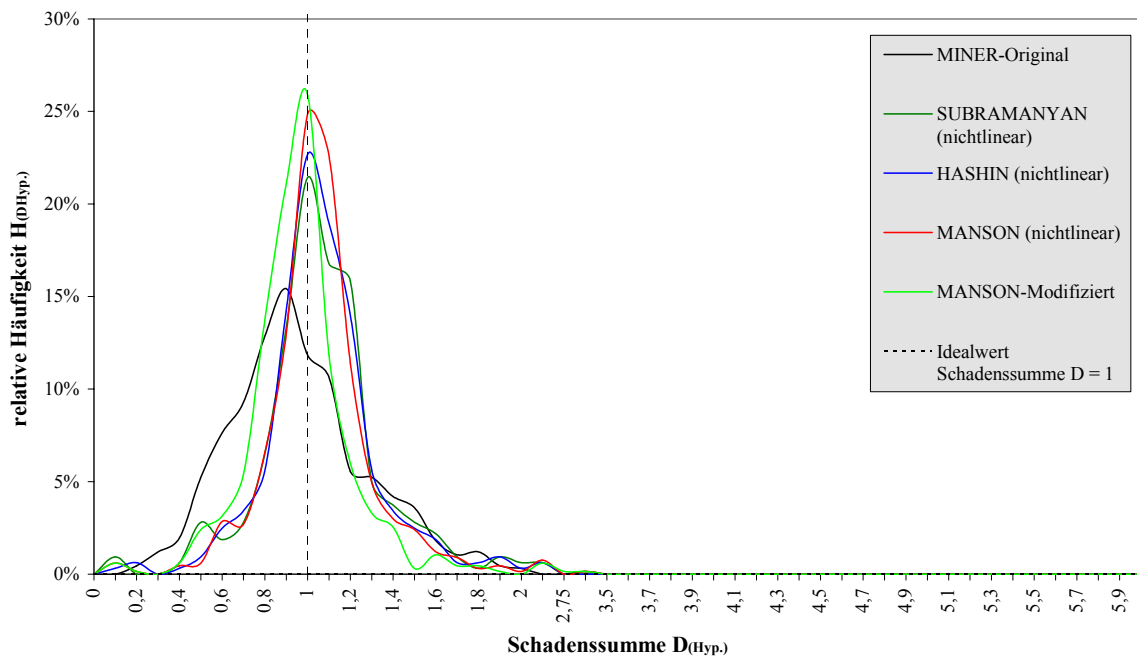
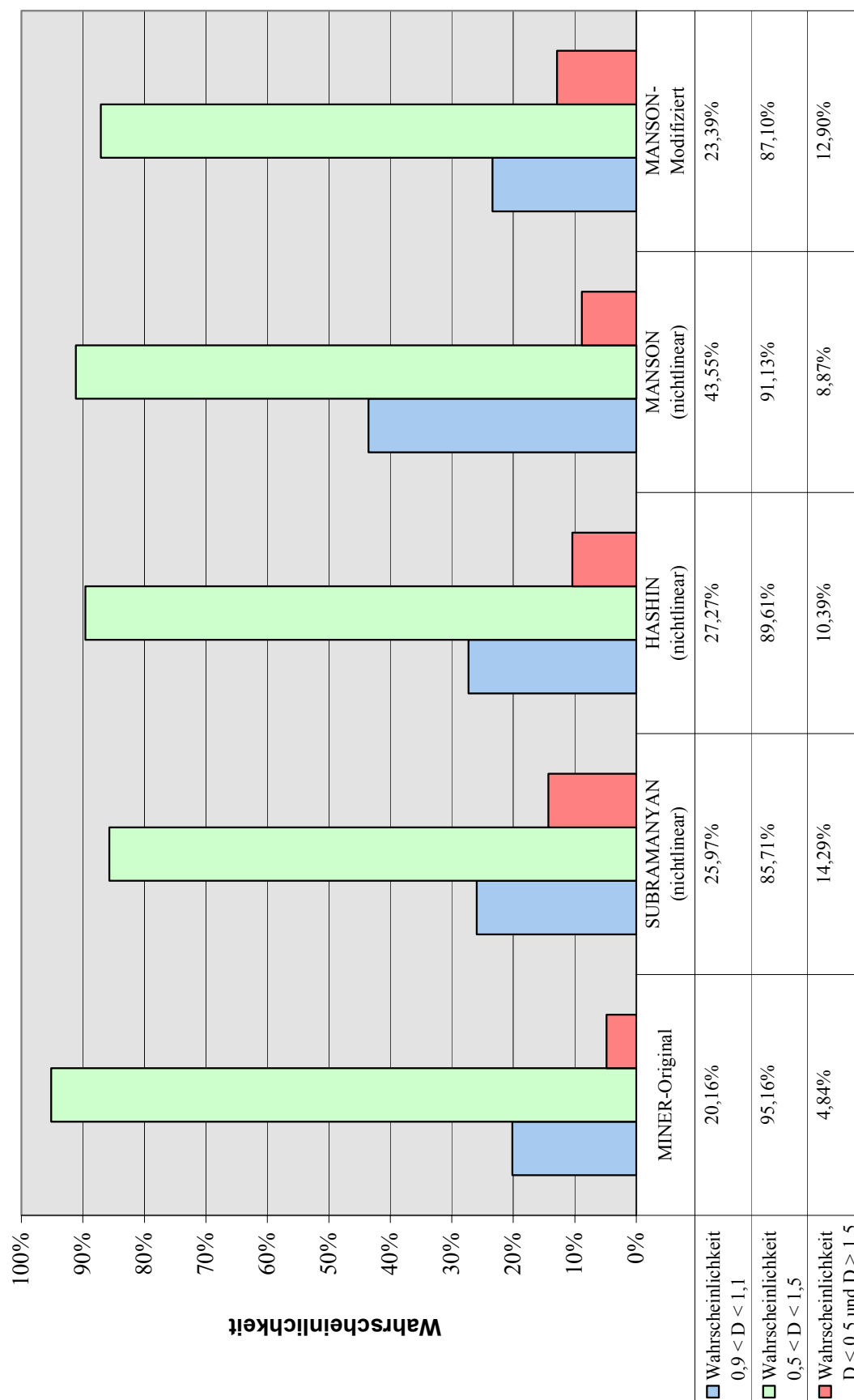
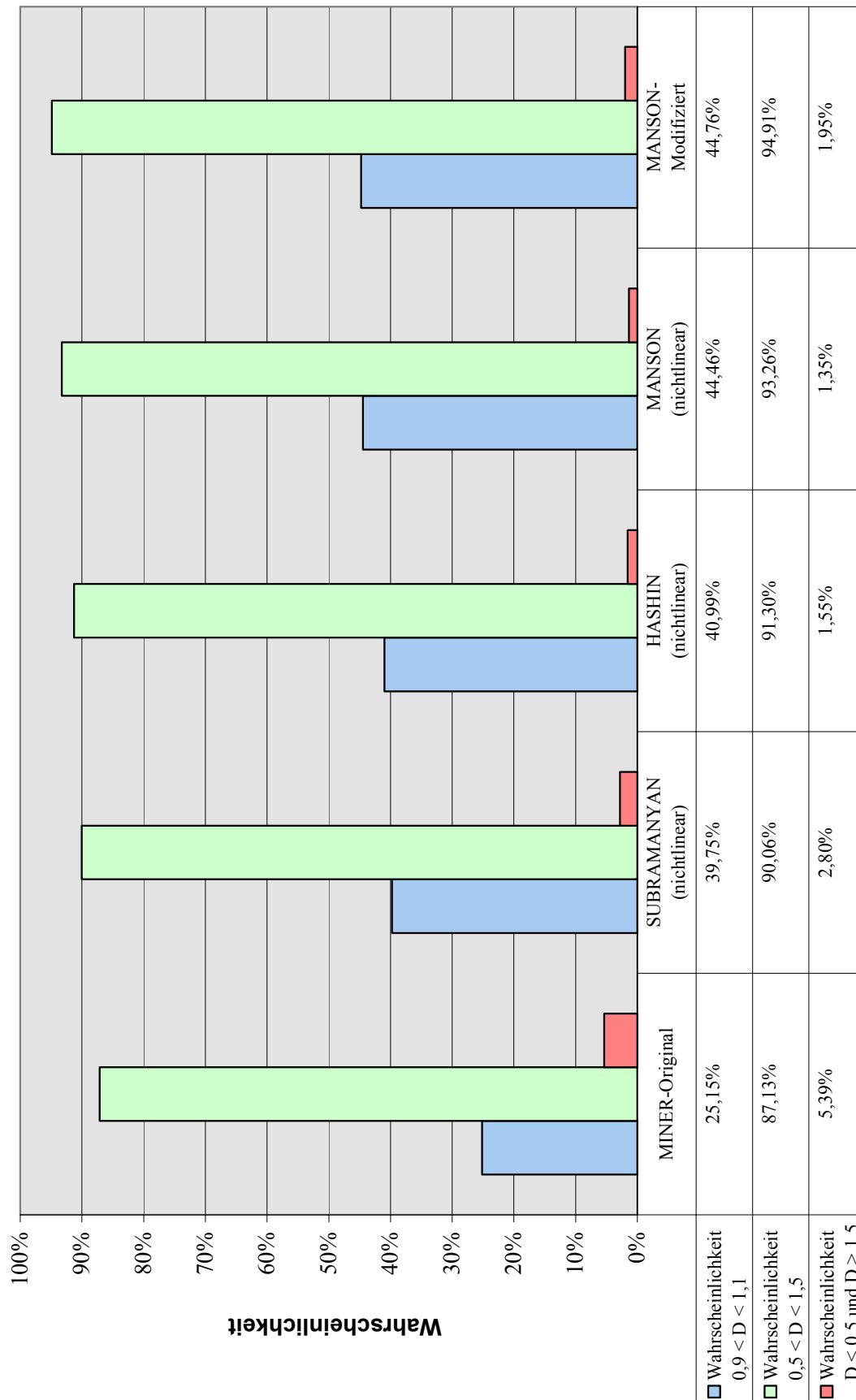


Abb. 12.6: Häufigkeitsverteilungen ausgewählter Hypothesen für 2-stufige Versuche



**Abb. 12.7:** Wahrscheinlichkeiten der Schadenssummen für 3- bis m-stufige Versuche



**Abb. 12.8:** Wahrscheinlichkeiten der Schadenssummen für 2-stufige Versuche



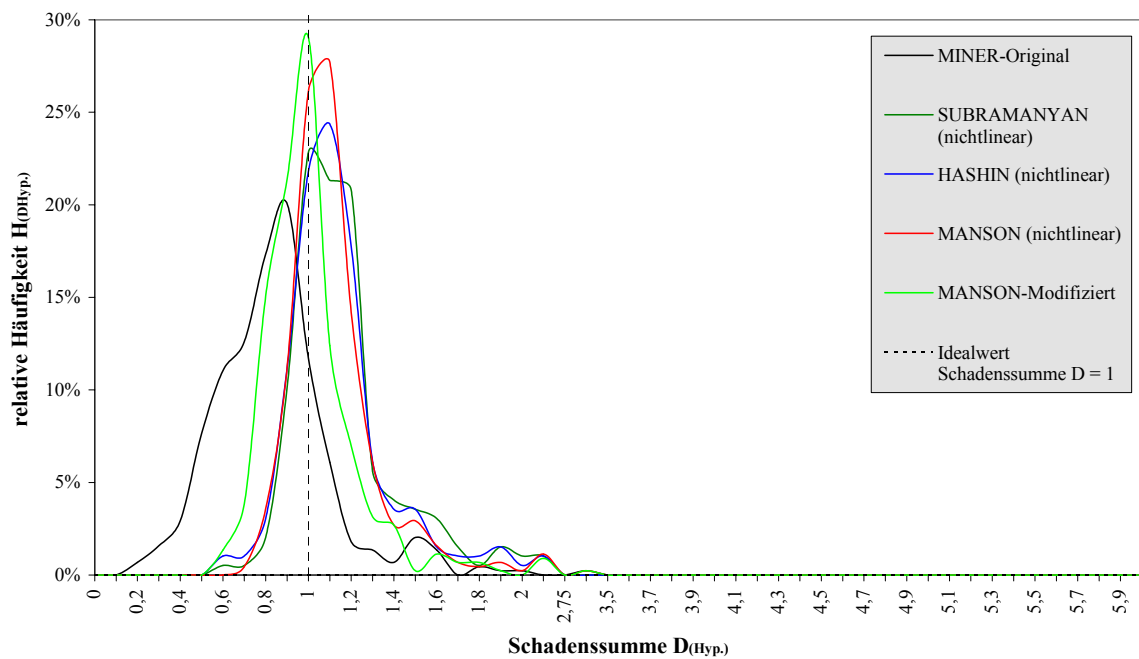


Abb. 12.9: Häufigkeitsverteilungen für 2-stufige High-low-Versuche

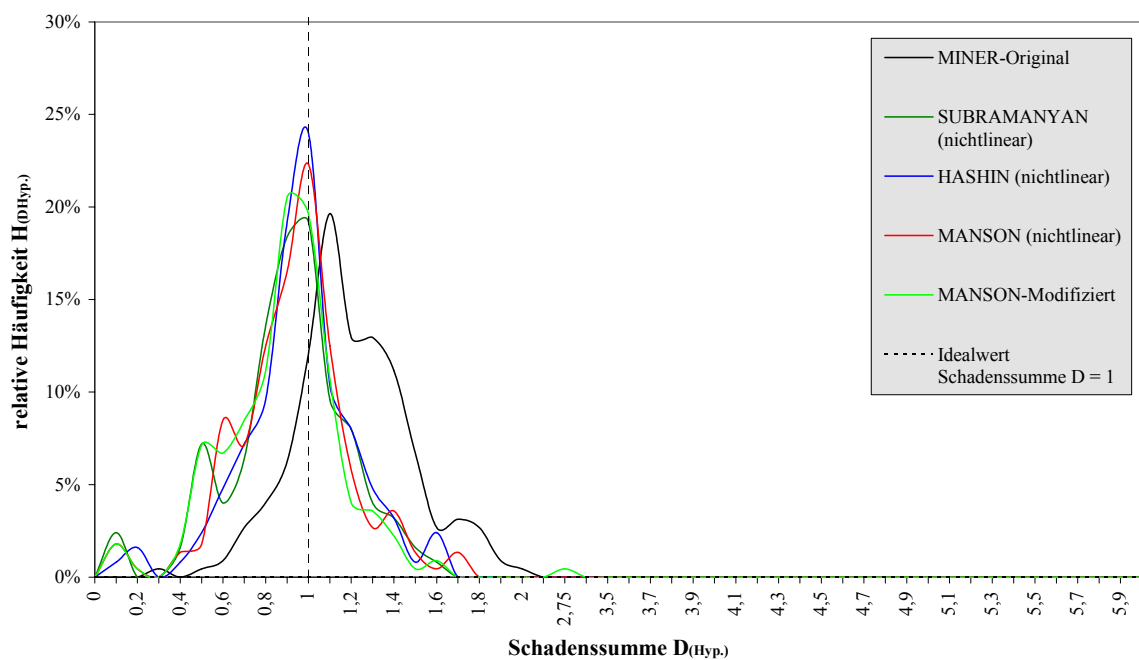


Abb. 12.10: Häufigkeitsverteilungen für 2-stufige Low-high-Versuche

## 12.2 Anhang der mehrstufigen Lebensdaueruntersuchungen

| Steuergrößen                                     | Wirkung   | Optimierungsmaßnahmen   |
|--|---|---|
| Belastungs- bzw. Beanspruchungsform              | Versuche können nach der Belastung in Kraft- oder Wegregelung durchgeführt werden sowie nach der Beanspruchung spannungs- oder dehnungsgeregelt durchgeführt werden. Ein Wechsel der Belastungs- und Beanspruchungsformen bewirkt große Versuchsstreuungen. | konstante dehnungsgeregelte Versuche planen um Streuungen zu minimieren   |
| Amplitudenform                                   | unterschiedliche Schädigungswirkung bei Durchmischung von z.B. Sinus-, Dreieck- und Rechteck-Beanspruchungsfunktionen   | konstante Sinusbeanspruchung  |
| Grundbeanspruchungsart                           | Zug-Druck-Axialbeanspruchung, Biege- bzw. Torsionsbeanspruchung verursachen unterschiedliche Schädigungswirkungen.  | Wahl einer konstanten Beanspruchungsart bzw. einer definierten Kombination  |
| Mittellast bzw. Mittelspannung                   | Mittelspannungsveränderungen haben eine direkte Wirkung auf die Versuchsergebnisse.   | konstante Mittelspannung $\sigma_m = \text{konst.}$ oder Mitteldehnung $\varepsilon_m = \text{konst.}$ bzw. konstantes Spannungsverhältnis $R = \text{konst.}$ wählen |
| Probenform                                       | Streuung der Versuchsergebnisse   | Konstanz bei der Fertigung durch hohe Oberflächen- und Bearbeitungsgüte sowie Konstanz der Maßhaltigkeit  |
| Werkstoffwahl                                    | Streuung der Versuchsergebnisse   | Konstanz durch Chargengleichheit mit Werkstoffanalyse   |
| Kennfunktion der Beanspruchbarkeit (Wöhlerlinie) | Ermittlung ist streuungsbehaftet, besonders im Bereich des Dauerfestigkeits-Knickpunktes  | experimentelle Bestimmung einer Wöhlerlinie ist zu bevorzugen   |
| Beanspruchungsfrequenz                           | Streuung der Versuchsergebnisse bei hohen Frequenzschwankungen  | Wahl eines konstanten Frequenzbereiches mit $f = 1\text{-}15 \text{ Hz}$  |
| Temperatur                                       | Streuung der Versuchsergebnisse bei hohen Temperaturschwankungen  | konstante Prüfbedingungen unter Raumtemperatur mit $\Delta t = \pm 5 \text{ °C}$  |

**Tabelle 12.3:** Steuergrößen und Optimierungsmaßnahmen für exp. Ermüdungsversuche

| <b>Festigkeitswerte</b>                              | <b>C45v</b> | <b>AlCu4Mg1</b> |
|--|-------------|-----------------|
| Zugfestigkeit $R_m$ [MPa]                            | 700         | 425             |
| Streckgrenze $R_e$ [MPa]                             | 490         | 290             |
| Zug-Druck-Wechselfestigkeit $\sigma_{w, zd}$ [MPa]   | 315         | 130             |
| Zug-Druck-Schwellfestigkeit $\sigma_{Sch, zd}$ [MPa] | 275         | 90              |
| Biege-Wechselfestigkeit $\sigma_{w, b}$ [MPa]        | 345         | 145             |
| Schub-Wechselfestigkeit $\tau_{w, s}$ [MPa]          | 180         | 75              |
| Torsions-Wechselfestigkeit $\tau_{w, t}$ [MPa]       | 205         | 90              |

**Tabelle 12.4:** Materialkennwerte nach FKM (Untersuchung Kapitel 6.1)

| <b>C45v</b>                       |                  | <b>AlCu4Mg1</b>                   |                  |
|-----------------------------------|------------------|-----------------------------------|------------------|
| <b>Bestandteile der Legierung</b> | <b>Menge [%]</b> | <b>Bestandteile der Legierung</b> | <b>Menge [%]</b> |
| C                                 | 0,436            | Si                                | 0,59             |
| Si                                | 0,199            | Fe                                | 0,343            |
| Mn                                | 0,661            | Cu                                | 2,72             |
| P                                 | 0,0112           | Mn                                | 0,733            |
| S                                 | 0,0222           | Mg                                | 0,724            |
| Ni                                | 0,0623           | Cr                                | 0,0299           |
| Fe                                | Restbetrag       | Zn                                | 0,13             |
|                                   |                  | Ti                                | 0,0265           |
|                                   |                  | Al                                | Restbetrag       |

**Tabelle 12.5:** Analysierte Werkstoffzusammensetzung (Untersuchung Kapitel 6.1)

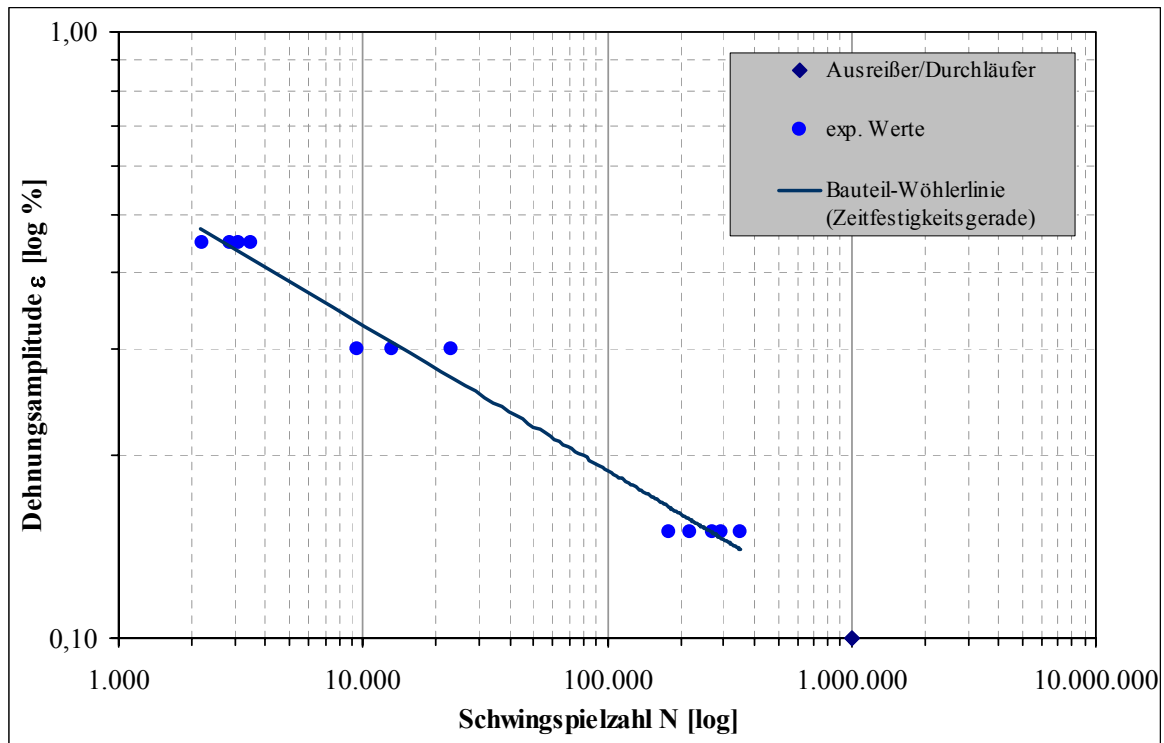


Abb. 12.11: Exp. ermittelte Bauteil-Wöhlerlinie für C45v unter  $R = -1$  (Kapitel 6.1)

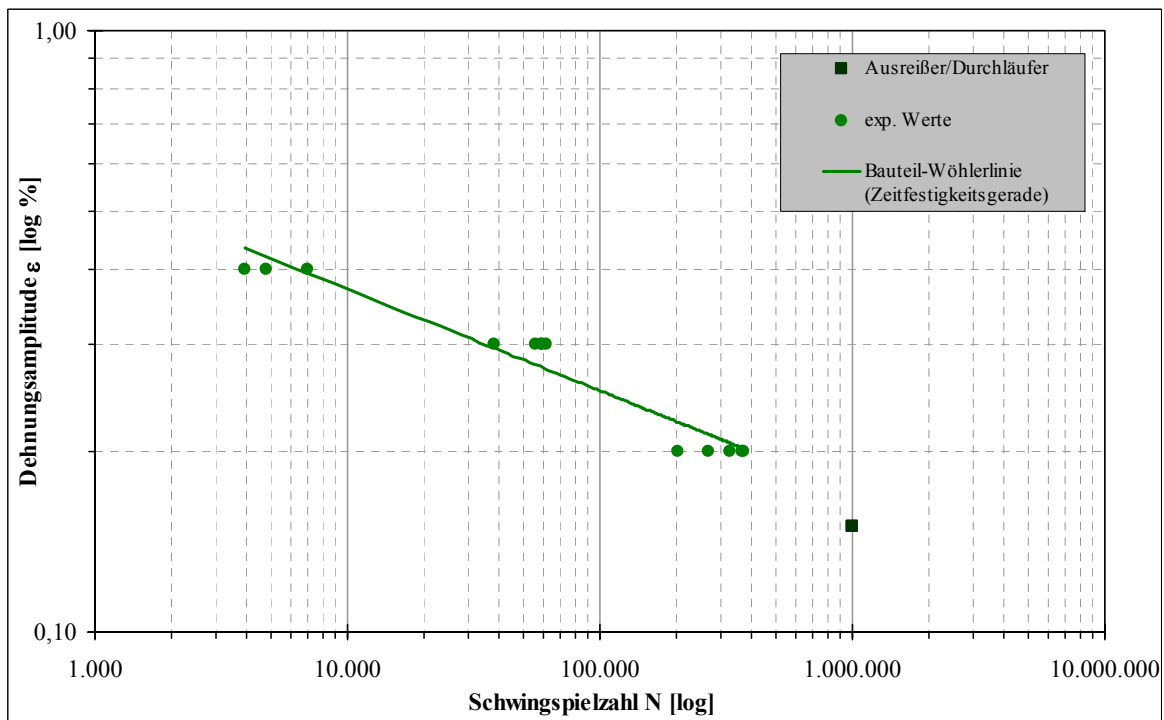


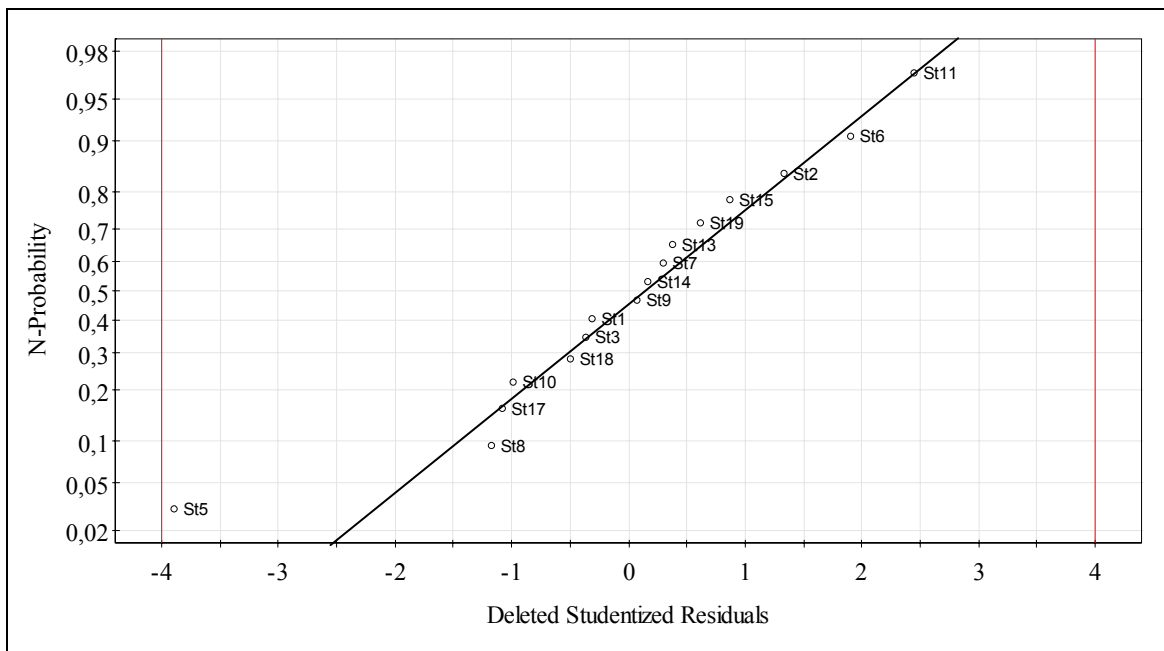
Abb. 12.12: Exp. ermittelte Bauteil-Wöhlerlinie für AlCu4Mg1 unter  $R = -1$  (Kapitel 6.1)

| Worksheet |        |          |           |           |                 |                  |               |                  |
|-----------|--------|----------|-----------|-----------|-----------------|------------------|---------------|------------------|
|           | 1      | 2        | 3         | 4         | 5               | 6                | 7             | 8                |
| 1         | Exp No | Exp Name | Run Order | Incl/Excl | Belastungsfolge | Belastungsstufen | Vorschädigung | Gesamtschädigung |
| 2         | 1      | St1      | 18        | Incl      | high-low        | 2                | 0,5           | 0,58             |
| 3         | 2      | St2      | 10        | Incl      | high-low        | 6                | 0,5           | 0,65             |
| 4         | 3      | St3      | 4         | Incl      | high-low        | 4                | 0,5           | 0,43             |
| 5         | 4      | St4      | 6         | Excl      | low-high        | 2                | 0,5           | 0,41             |
| 6         | 5      | St5      | 2         | Incl      | low-high        | 6                | 0,5           | 0,34             |
| 7         | 6      | St6      | 13        | Incl      | low-high        | 4                | 0,5           | 0,34             |
| 8         | 7      | St7      | 11        | Incl      | high-low        | 2                | 0,625         | 0,85             |
| 9         | 8      | St8      | 3         | Incl      | high-low        | 6                | 0,625         | 0,5              |
| 10        | 9      | St9      | 9         | Incl      | high-low        | 4                | 0,625         | 0,66             |
| 11        | 10     | St10     | 16        | Incl      | low-high        | 2                | 0,625         | 0,67             |
| 12        | 11     | St11     | 15        | Incl      | low-high        | 6                | 0,625         | 1,46             |
| 13        | 12     | St12     | 12        | Excl      | high-low        | 2                | 0,75          | 0,51             |
| 14        | 13     | St13     | 5         | Incl      | high-low        | 6                | 0,75          | 0,52             |
| 15        | 14     | St14     | 7         | Incl      | high-low        | 4                | 0,75          | 0,55             |
| 16        | 15     | St15     | 14        | Incl      | low-high        | 2                | 0,75          | 1,36             |
| 17        | 16     | St16     | 17        | Excl      | low-high        | 6                | 0,75          | 0,48             |
| 18        | 17     | St17     | 1         | Incl      | low-high        | 4                | 0,75          | 1,24             |
| 19        | 18     | St18     | 19        | Incl      | low-high        | 4                | 0,75          | 1,32             |
| 20        | 19     | St19     | 8         | Incl      | low-high        | 4                | 0,75          | 1,49             |

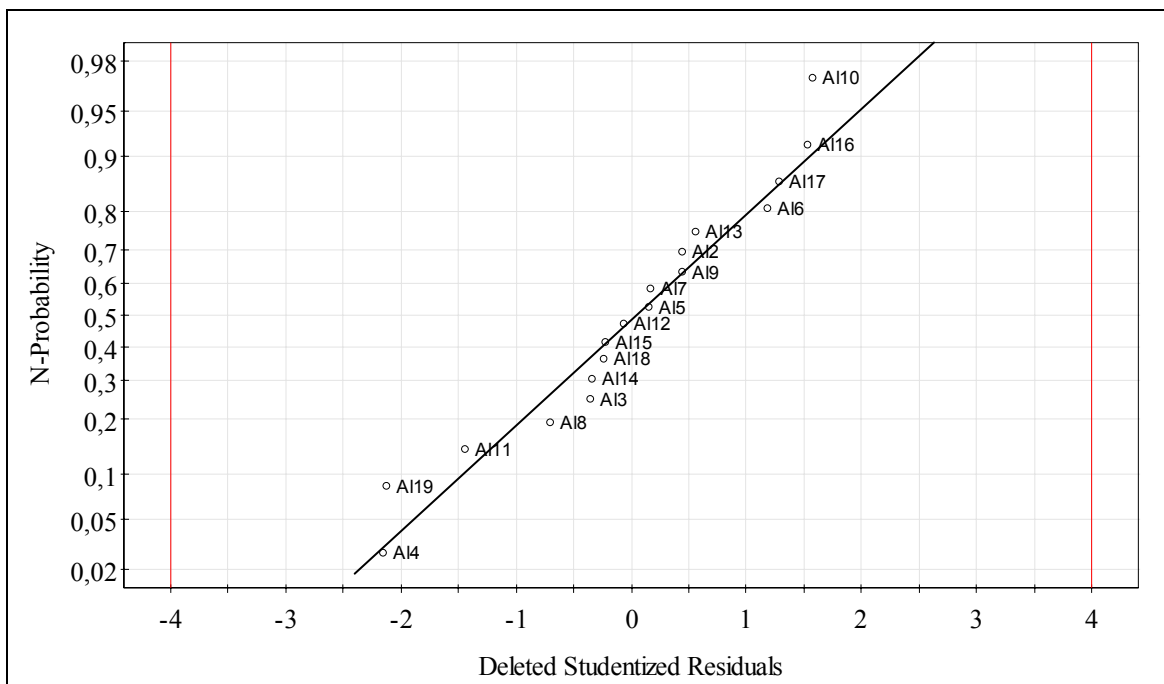
Tabelle 12.6: Arbeitsblatt (Modde-worksheet) für C45v (Untersuchung Kapitel 6.1)

| Worksheet |        |          |           |           |                 |                  |               |                  |
|-----------|--------|----------|-----------|-----------|-----------------|------------------|---------------|------------------|
|           | 1      | 2        | 3         | 4         | 5               | 6                | 7             | 8                |
| 1         | Exp No | Exp Name | Run Order | Incl/Excl | Belastungsfolge | Belastungsstufen | Vorschädigung | Gesamtschädigung |
| 2         | 1      | AI1      | 18        | Excl      | high-low        | 2                | 0,5           | 1,53             |
| 3         | 2      | AI2      | 10        | Incl      | high-low        | 6                | 0,5           | 0,82             |
| 4         | 3      | AI3      | 4         | Incl      | high-low        | 4                | 0,5           | 0,76             |
| 5         | 4      | AI4      | 6         | Incl      | low-high        | 2                | 0,5           | 0,61             |
| 6         | 5      | AI5      | 2         | Incl      | low-high        | 6                | 0,5           | 1,08             |
| 7         | 6      | AI6      | 13        | Incl      | low-high        | 4                | 0,5           | 1,22             |
| 8         | 7      | AI7      | 11        | Incl      | high-low        | 2                | 0,625         | 0,78             |
| 9         | 8      | AI8      | 3         | Incl      | high-low        | 6                | 0,625         | 0,62             |
| 10        | 9      | AI9      | 9         | Incl      | high-low        | 4                | 0,625         | 0,93             |
| 11        | 10     | AI10     | 16        | Incl      | low-high        | 2                | 0,625         | 1,2              |
| 12        | 11     | AI11     | 15        | Incl      | low-high        | 6                | 0,625         | 0,87             |
| 13        | 12     | AI12     | 12        | Incl      | high-low        | 2                | 0,75          | 0,75             |
| 14        | 13     | AI13     | 5         | Incl      | high-low        | 6                | 0,75          | 0,63             |
| 15        | 14     | AI14     | 7         | Incl      | high-low        | 4                | 0,75          | 0,72             |
| 16        | 15     | AI15     | 14        | Incl      | low-high        | 2                | 0,75          | 1                |
| 17        | 16     | AI16     | 17        | Incl      | low-high        | 6                | 0,75          | 1,11             |
| 18        | 17     | AI17     | 1         | Incl      | low-high        | 4                | 0,75          | 1,32             |
| 19        | 18     | AI18     | 19        | Incl      | low-high        | 4                | 0,75          | 1,06             |
| 20        | 19     | AI19     | 8         | Incl      | low-high        | 4                | 0,75          | 0,79             |

Tabelle 12.7: Arbeitsblatt (Modde-worksheet) für AlCu4Mg1 (Untersuchung Kapitel 6.1)



**Abb. 12.13:** Normalverteilungsplot der Residuen für C45v (Kapitel 6.1)



**Abb. 12.14:** Normalverteilungsplot der Residuen für AlCu4Mg1 (Kapitel 6.1)

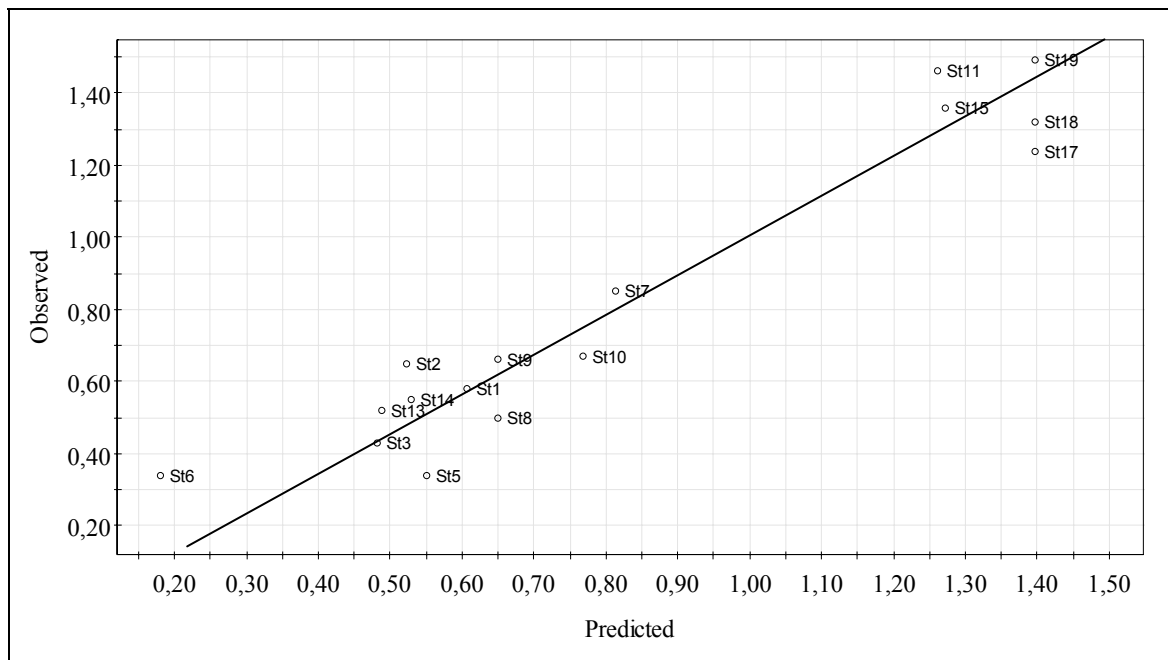


Abb. 12.15: Exp. Zielgrößen gegenüber den Vorhersagen für C45v (Kapitel 6.1)

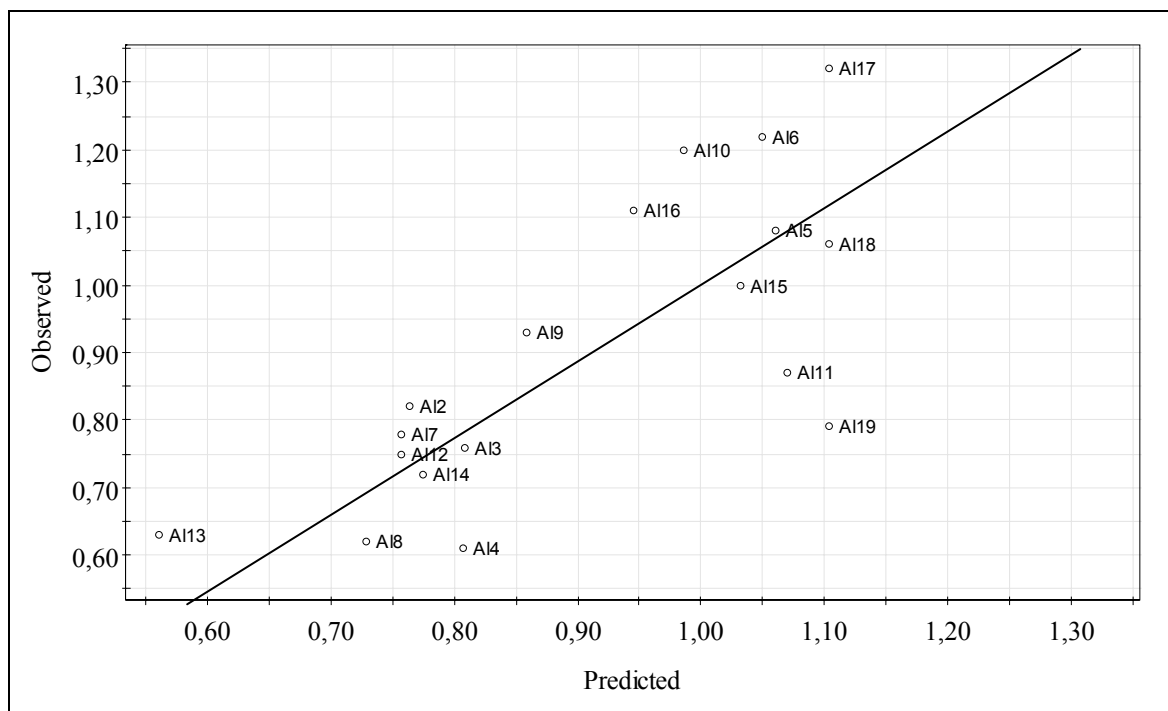
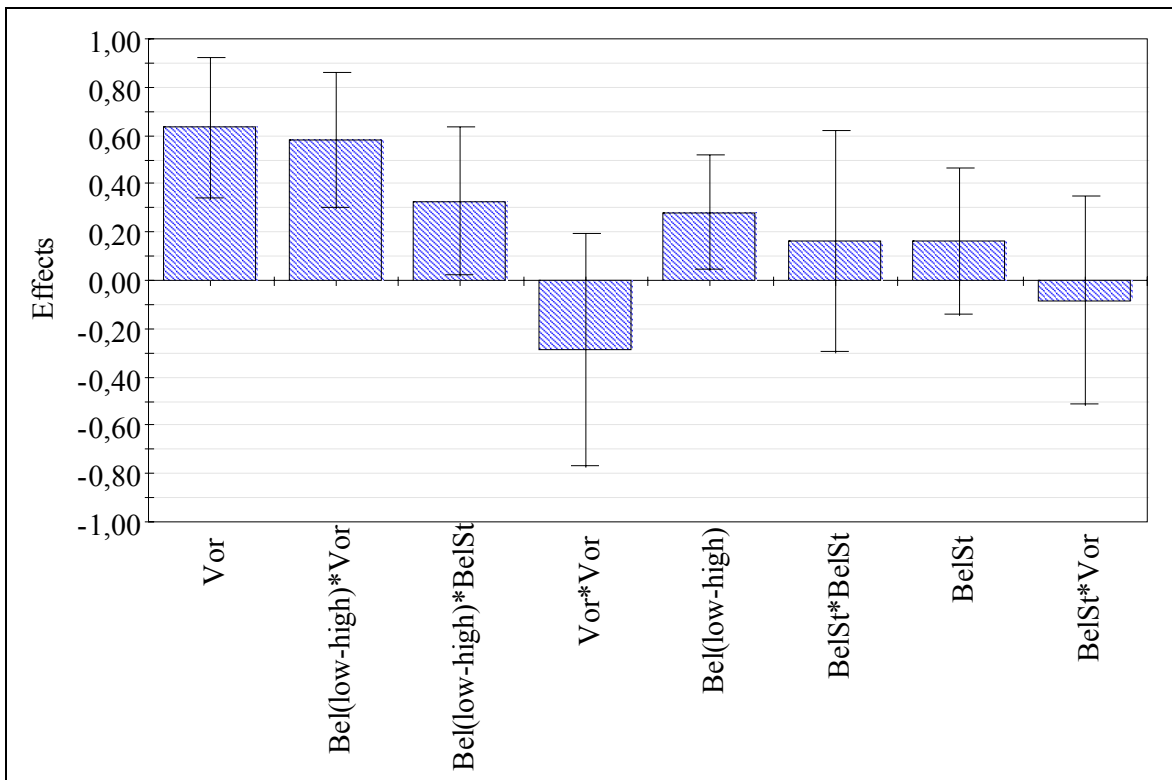
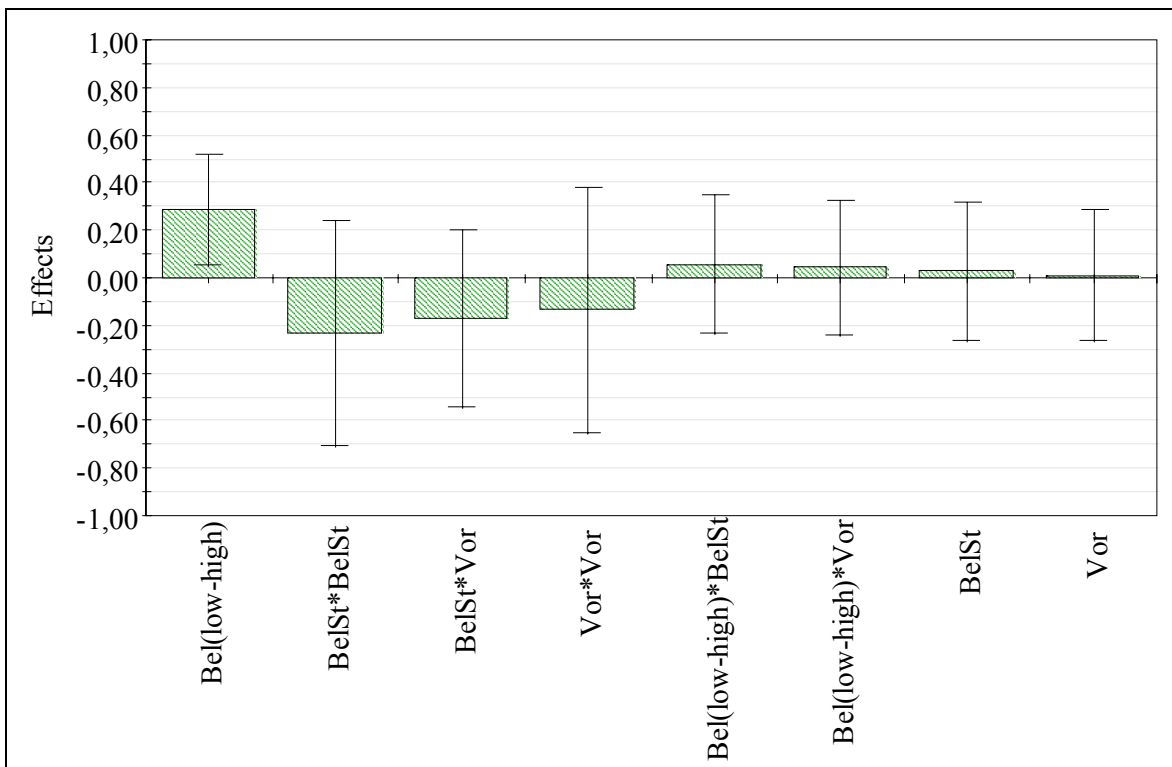


Abb. 12.16: Exp. Zielgrößen gegenüber den Vorhersagen für AlCu4Mg1 (Kapitel 6.1)



**Abb. 12.17:** Ergebnisse der Effektenanalyse mit Konfidenzintervallen für C45v (Kapitel 6.1)



**Abb. 12.18:** Ergebnisse der Effektenanalyse mit Konfidenzintervallen für AlCu4Mg1 (Kapitel 6.1)



| <b>Festigkeitswerte</b>                             | <b>42CrMo4</b> | <b>AlCu4Mg1</b> |
|---|----------------|-----------------|
| Zugfestigkeit $R_m$ [MPa]                           | 1100           | 425             |
| Streckgrenze $R_e$ [MPa]                            | 900            | 290             |
| Zug-Druck-Wechselfestigkeit $\sigma_{w,zd}$ [MPa]   | 495            | 130             |
| Zug-Druck-Schwellfestigkeit $\sigma_{Sch,zd}$ [MPa] | 385            | 90              |
| Biege-Wechselfestigkeit $\sigma_{w,b}$ [MPa]        | 525            | 145             |
| Schub-Wechselfestigkeit $\tau_{w,s}$ [MPa]          | 285            | 75              |
| Torsions-Wechselfestigkeit $\tau_{w,t}$ [MPa]       | 315            | 90              |

**Tabelle 12.8:** Materialkennwerte nach FKM (Untersuchung Kapitel 6.2)

| <b>42CrMo4</b>                    |                  | <b>AlCu4Mg1</b>                   |                  |
|-----------------------------------|------------------|-----------------------------------|------------------|
| <b>Bestandteile der Legierung</b> | <b>Menge [%]</b> | <b>Bestandteile der Legierung</b> | <b>Menge [%]</b> |
| C                                 | 0,379            | Si                                | 0,332            |
| Si                                | 0,278            | Fe                                | 0,302            |
| Mn                                | 0,714            | Cu                                | 2,42             |
| Cr                                | 0,969            | Mn                                | 0,549            |
| Mo                                | 0,120            | Mg                                | 0,624            |
| Ni                                | 0,130            | Zn                                | 0,081            |
| Fe                                | 97,04            | Al                                | 95,61            |

**Tabelle 12.9:** Analytierte Werkstoffzusammensetzung (Untersuchung Kapitel 6.2)

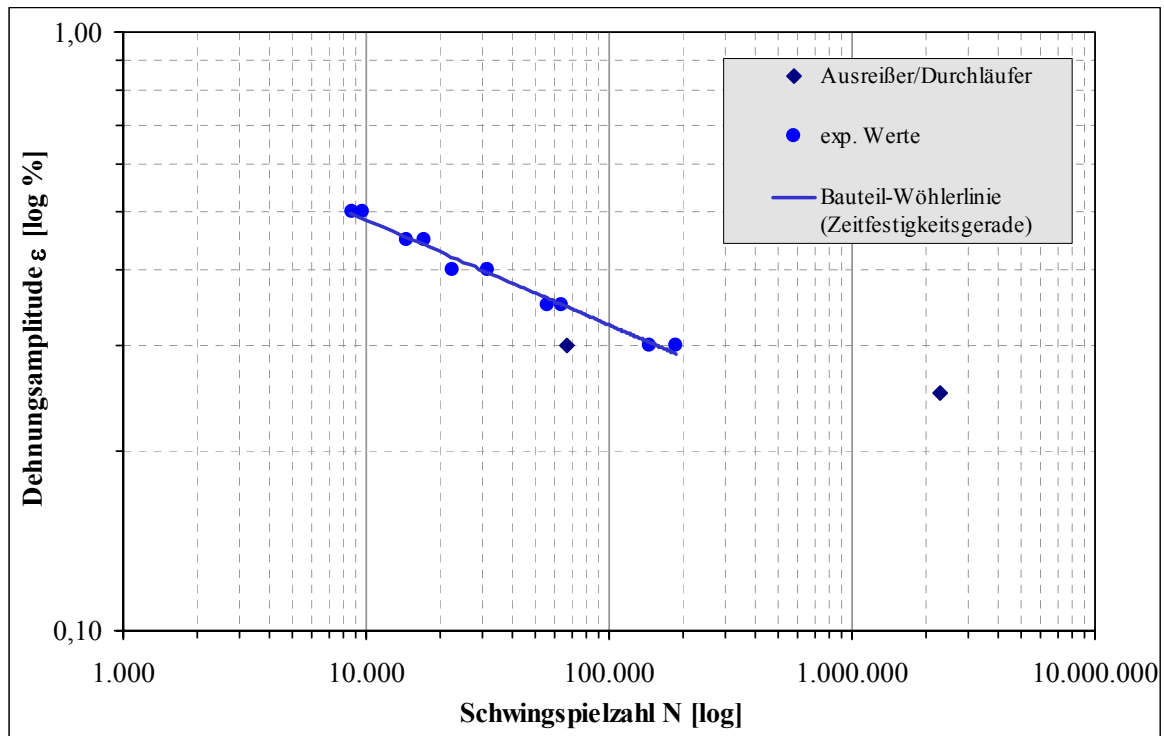


Abb. 12.19: Exp. ermittelte Bauteil-Wöhlerlinie für 42CrMo4 unter  $R = -1$  (Kapitel 6.2)

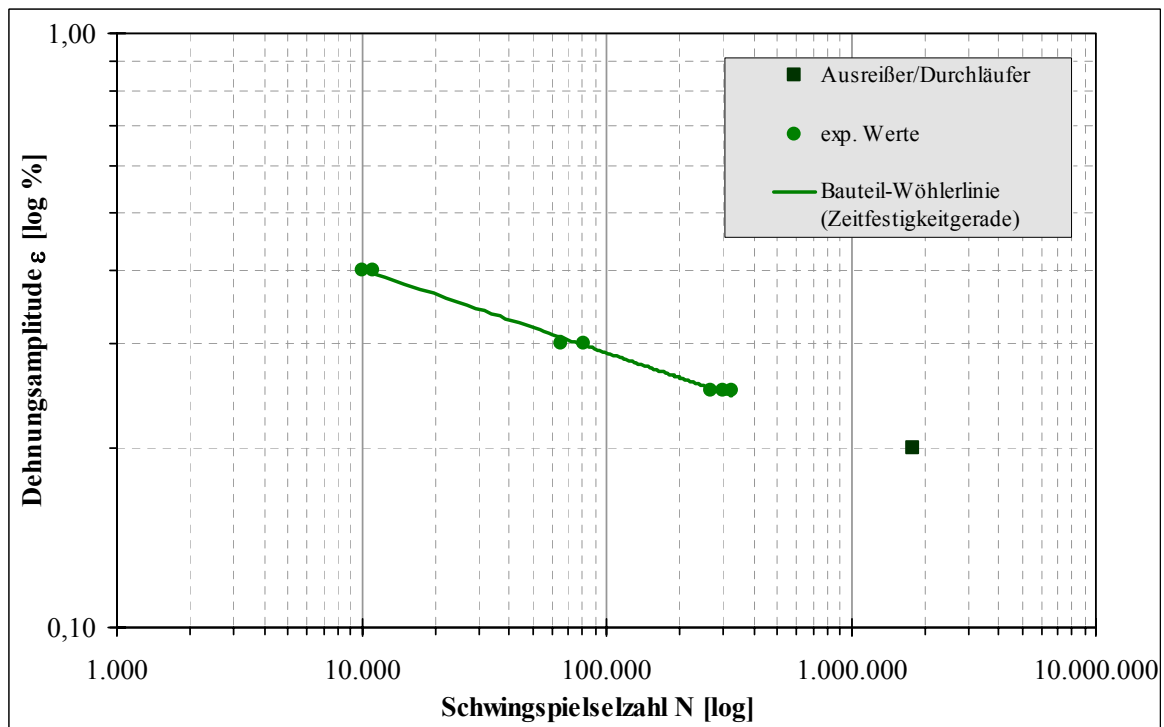


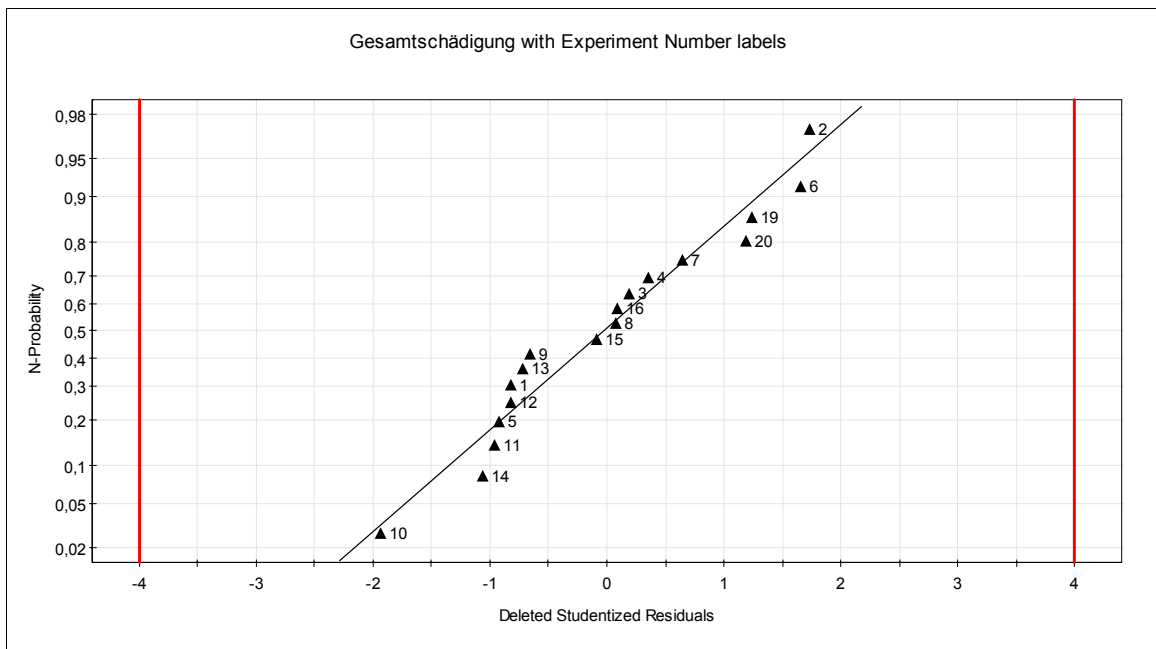
Abb. 12.20: Exp. ermittelte Bauteil-Wöhlerlinie für AlCu4Mg1 unter  $R = -1$  (Kapitel 6.2)

| Worksheet |        |          |           |           |                 |               |                  |                  |
|-----------|--------|----------|-----------|-----------|-----------------|---------------|------------------|------------------|
|           | 1      | 2        | 3         | 4         | 5               | 6             | 7                | 8                |
| 1         | Exp No | Exp Name | Run Order | Incl/Excl | Belastungsfolge | Vorschädigung | Belastungsstufen | Gesamtschädigung |
| 2         | 1      | N1       | 12        | Incl      | high-low        | 0,5           | 2                | 0,539            |
| 3         | 2      | N2       | 3         | Incl      | high-low        | 0,5           | 2                | 0,637            |
| 4         | 3      | N3       | 9         | Incl      | high-low        | 0,7           | 2                | 0,731            |
| 5         | 4      | N4       | 17        | Incl      | high-low        | 0,7           | 2                | 0,738            |
| 6         | 5      | N5       | 7         | Incl      | high-low        | 0,5           | 4                | 0,581            |
| 7         | 6      | N6       | 5         | Incl      | high-low        | 0,5           | 4                | 0,681            |
| 8         | 7      | N7       | 13        | Incl      | high-low        | 0,7           | 4                | 0,738            |
| 9         | 8      | N8       | 2         | Incl      | high-low        | 0,7           | 4                | 0,714            |
| 10        | 9      | N9       | 8         | Incl      | high-low        | 0,6           | 3                | 0,726            |
| 11        | 10     | N10      | 20        | Incl      | high-low        | 0,6           | 3                | 0,68             |
| 12        | 11     | N11      | 15        | Incl      | low-high        | 0,5           | 2                | 0,986            |
| 13        | 12     | N12      | 1         | Incl      | low-high        | 0,7           | 2                | 0,973            |
| 14        | 13     | N13      | 10        | Incl      | low-high        | 0,5           | 4                | 1,133            |
| 15        | 14     | N14      | 18        | Incl      | low-high        | 0,7           | 4                | 1,049            |
| 16        | 15     | N15      | 14        | Incl      | low-high        | 0,5           | 3                | 1,089            |
| 17        | 16     | N16      | 19        | Incl      | low-high        | 0,7           | 3                | 1,049            |
| 18        | 17     | N17      | 16        | Excl      | low-high        | 0,6           | 2                | 1,434            |
| 19        | 18     | N18      | 11        | Excl      | low-high        | 0,6           | 4                | 0,942            |
| 20        | 19     | N19      | 4         | Incl      | low-high        | 0,6           | 3                | 1,217            |
| 21        | 20     | N20      | 6         | Incl      | low-high        | 0,6           | 3                | 1,215            |

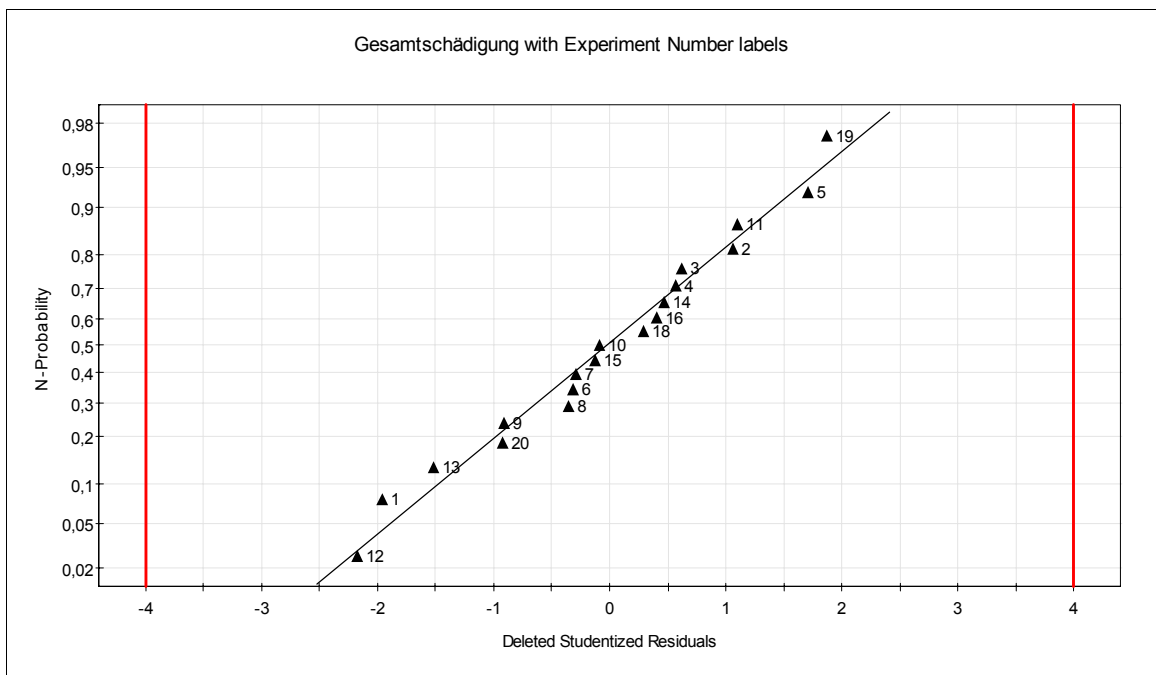
Tabelle 12.10: Arbeitsblatt (Modde-worksheet) für 42CrMo4 (Untersuchung Kapitel 6.2)

| Worksheet |        |          |           |           |                 |               |                  |                  |
|-----------|--------|----------|-----------|-----------|-----------------|---------------|------------------|------------------|
|           | 1      | 2        | 3         | 4         | 5               | 6             | 7                | 8                |
| 1         | Exp No | Exp Name | Run Order | Incl/Excl | Belastungsfolge | Vorschädigung | Belastungsstufen | Gesamtschädigung |
| 2         | 1      | N1       | 12        | Incl      | high-low        | 0,5           | 2                | 0,596            |
| 3         | 2      | N2       | 3         | Incl      | high-low        | 0,5           | 2                | 0,861            |
| 4         | 3      | N3       | 9         | Incl      | high-low        | 0,7           | 2                | 0,796            |
| 5         | 4      | N4       | 17        | Incl      | high-low        | 0,7           | 2                | 0,791            |
| 6         | 5      | N5       | 7         | Incl      | high-low        | 0,5           | 4                | 0,713            |
| 7         | 6      | N6       | 5         | Incl      | high-low        | 0,5           | 4                | 0,532            |
| 8         | 7      | N7       | 13        | Incl      | high-low        | 0,7           | 4                | 0,783            |
| 9         | 8      | N8       | 2         | Incl      | high-low        | 0,7           | 4                | 0,776            |
| 10        | 9      | N9       | 8         | Incl      | high-low        | 0,6           | 3                | 0,712            |
| 11        | 10     | N10      | 20        | Incl      | high-low        | 0,6           | 3                | 0,799            |
| 12        | 11     | N11      | 15        | Incl      | low-high        | 0,5           | 2                | 1,465            |
| 13        | 12     | N12      | 1         | Incl      | low-high        | 0,7           | 2                | 1,202            |
| 14        | 13     | N13      | 10        | Incl      | low-high        | 0,5           | 4                | 0,93             |
| 15        | 14     | N14      | 18        | Incl      | low-high        | 0,7           | 4                | 1,304            |
| 16        | 15     | N15      | 14        | Incl      | low-high        | 0,5           | 3                | 1,177            |
| 17        | 16     | N16      | 19        | Incl      | low-high        | 0,7           | 3                | 1,304            |
| 18        | 17     | N17      | 16        | Excl      | low-high        | 0,6           | 2                | 0,859            |
| 19        | 18     | N18      | 11        | Incl      | low-high        | 0,6           | 4                | 1,302            |
| 20        | 19     | N19      | 4         | Incl      | low-high        | 0,6           | 3                | 1,535            |
| 21        | 20     | N20      | 6         | Incl      | low-high        | 0,6           | 3                | 1,247            |

Tabelle 12.11: Arbeitsblatt (Modde-worksheet) für AlCu4Mg1 (Untersuchung Kapitel 6.2)



**Abb. 12.21:** Normalverteilungsplot der Residuen für 42CrMo4 (Kapitel 6.2)



**Abb. 12.22:** Normalverteilungsplot der Residuen für AlCu4Mg1 (Kapitel 6.2)

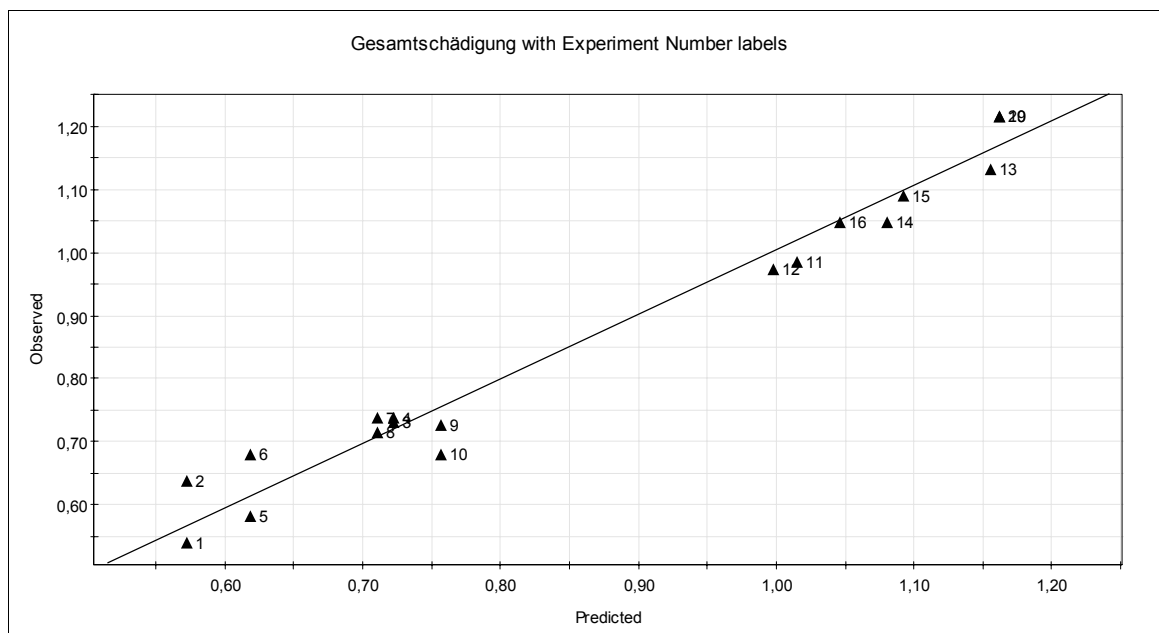


Abb. 12.23: Exp. Zielgrößen gegenüber den Vorhersagen für 42CrMo4 (Kapitel 6.2)

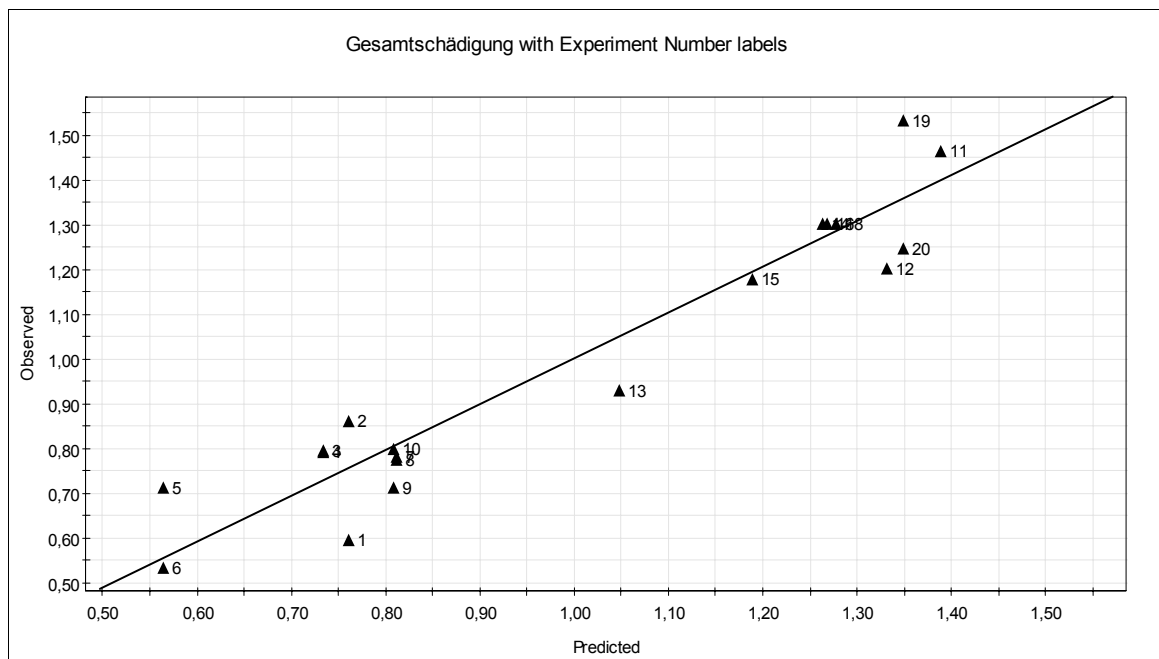


Abb. 12.24: Exp. Zielgrößen gegenüber den Vorhersagen für AlCu4Mg1 (Kapitel 6.2)

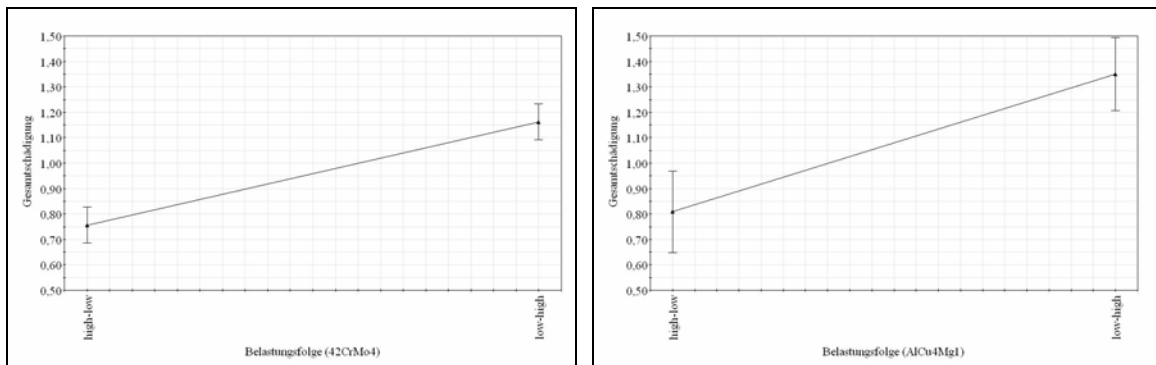


Abb. 12.25: Effektanalyse der Belastungsfolge für 42CrMo4 und AlCu4Mg1 (Kapitel 6.2)

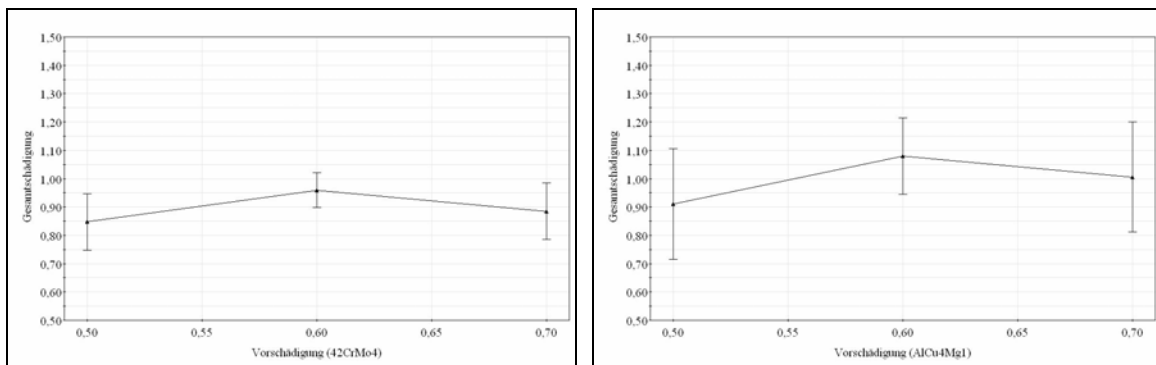


Abb. 12.26: Effektanalyse der Vorschädigung für 42CrMo4 und AlCu4Mg1 (Kapitel 6.2)

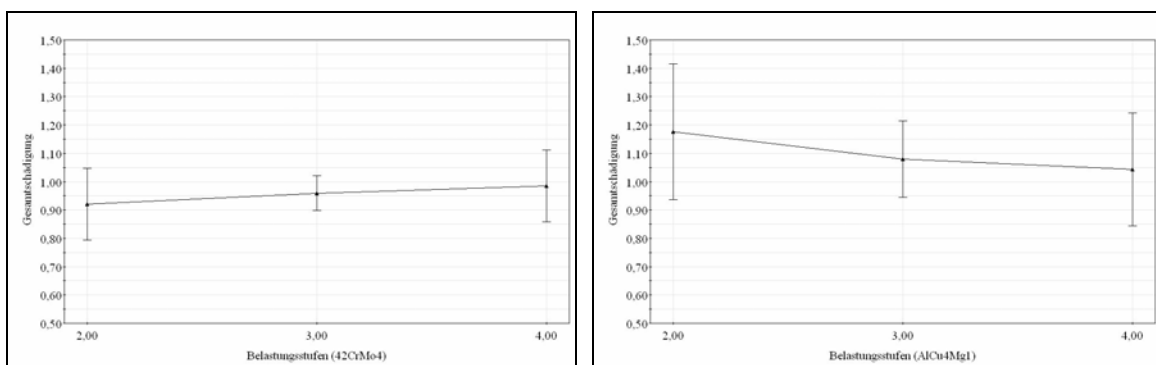
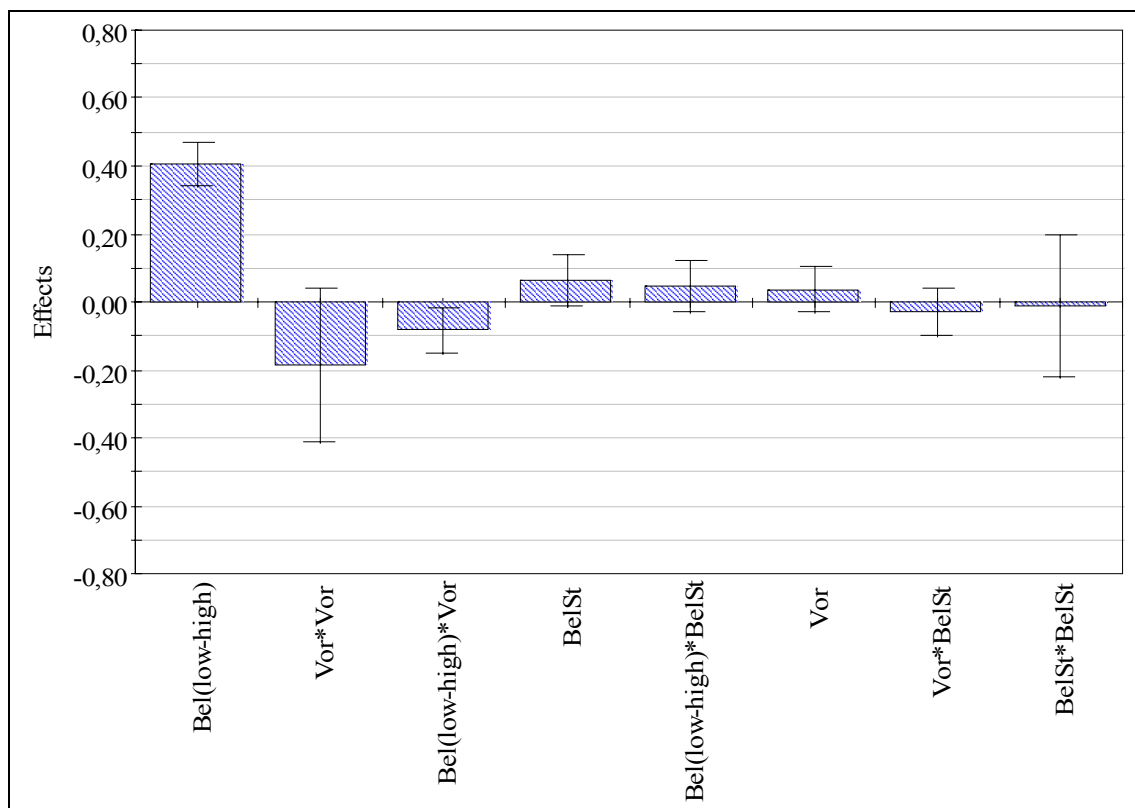
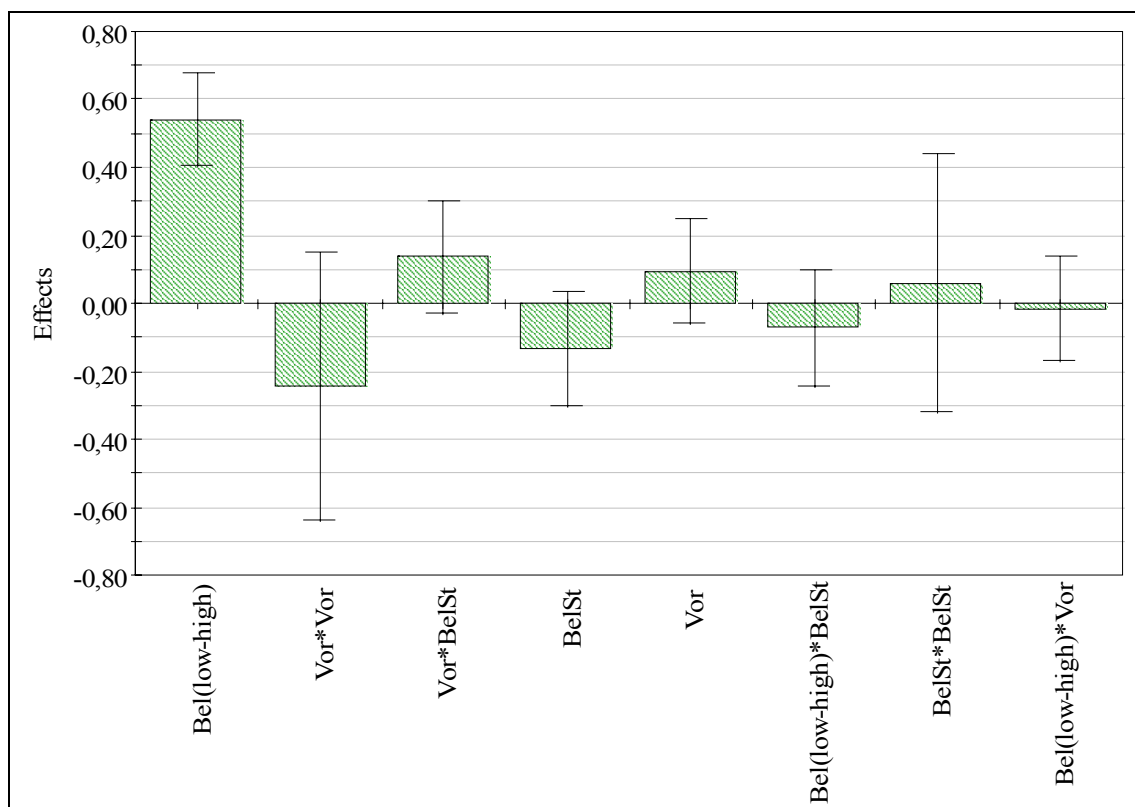


Abb. 12.27: Effektanalyse der Belastungsstufen für 42CrMo4 und AlCu4Mg1 (Kapitel 6.2)



**Abb. 12.28:** Ergebnisse der Effektenanalyse mit Konfidenzintervallen für 42CrMo4 (Kapitel 6.2)



**Abb. 12.29:** Ergebnisse der Effektenanalyse mit Konfidenzintervallen für AlCu4Mg1 (Kapitel 6.2)

| <b>Festigkeitswerte</b>                              | <b>C45v</b> |
|--|-------------|
| Zugfestigkeit $R_m$ [MPa]                            | 700         |
| Streckgrenze $R_e$ [MPa]                             | 490         |
| Zug-Druck-Wechselfestigkeit $\sigma_{w, zd}$ [MPa]   | 315         |
| Zug-Druck-Schwellfestigkeit $\sigma_{Sch, zd}$ [MPa] | 275         |
| Biege-Wechselfestigkeit $\sigma_{w, b}$ [MPa]        | 345         |
| Schub-Wechselfestigkeit $\tau_{w, s}$ [MPa]          | 180         |
| Torsions-Wechselfestigkeit $\tau_{w, t}$ [MPa]       | 205         |

**Tabelle 12.12:** Materialkennwerte nach FKM  
(Untersuchung Kapitel 6.3 und Kapitel 6.4)

| <b>C45v</b>                       |                  |
|-----------------------------------|------------------|
| <b>Bestandteile der Legierung</b> | <b>Menge [%]</b> |
| C                                 | 0,412            |
| Si                                | 0,211            |
| Mn                                | 0,621            |
| Cu                                | 0,36             |
| Al                                | 0,00392          |
| Cr                                | 0,11             |
| Ni                                | 0,15             |
| V                                 | 0,002            |
| Nb                                | 0,0032           |
| Ce                                | 0,57             |
| Fe                                | 97,54688         |

**Tabelle 12.13:** Analysierte Werkstoffzusammensetzung  
(Untersuchung Kapitel 6.3 und Kapitel 6.4)

---



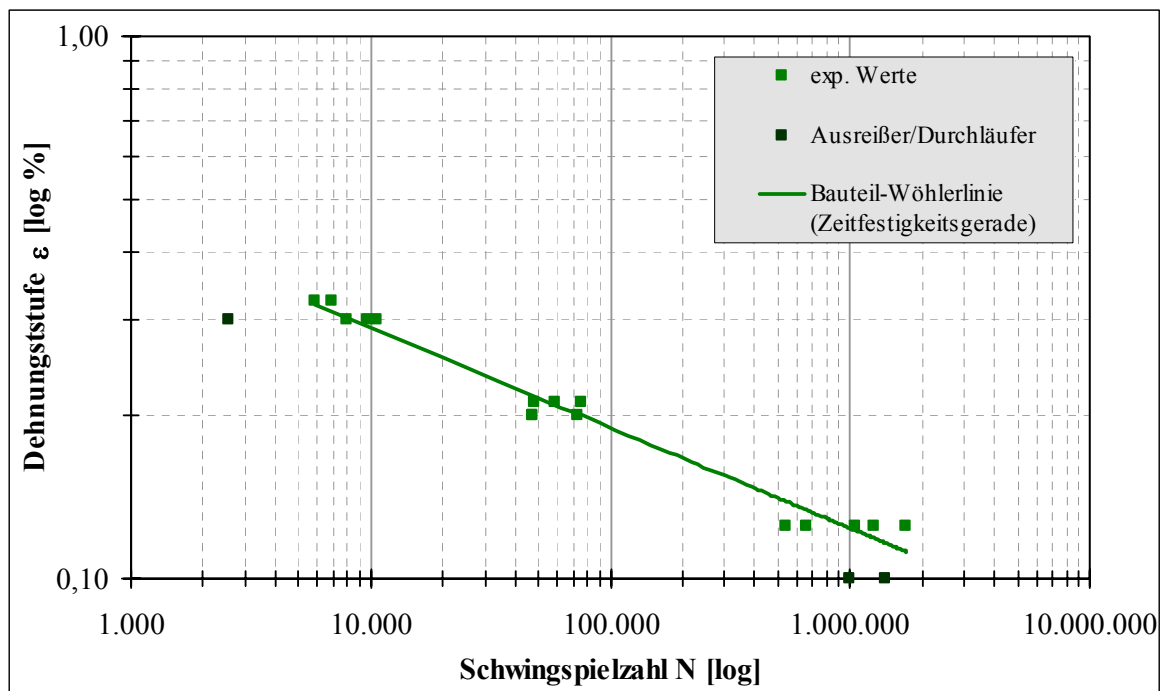
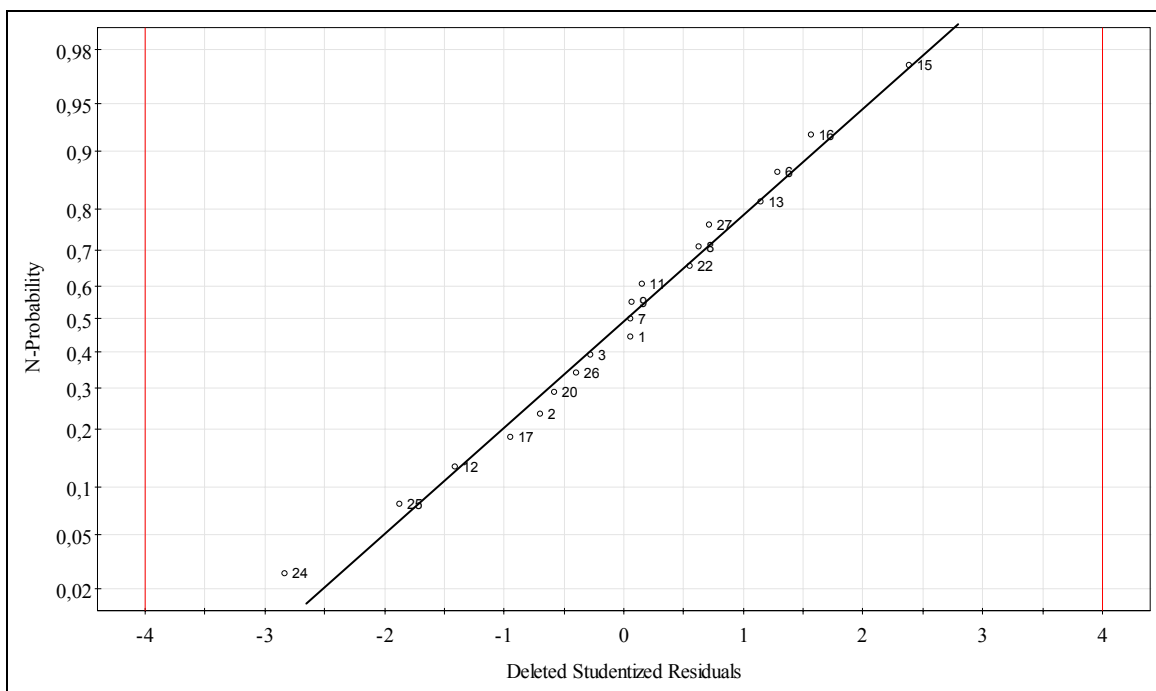


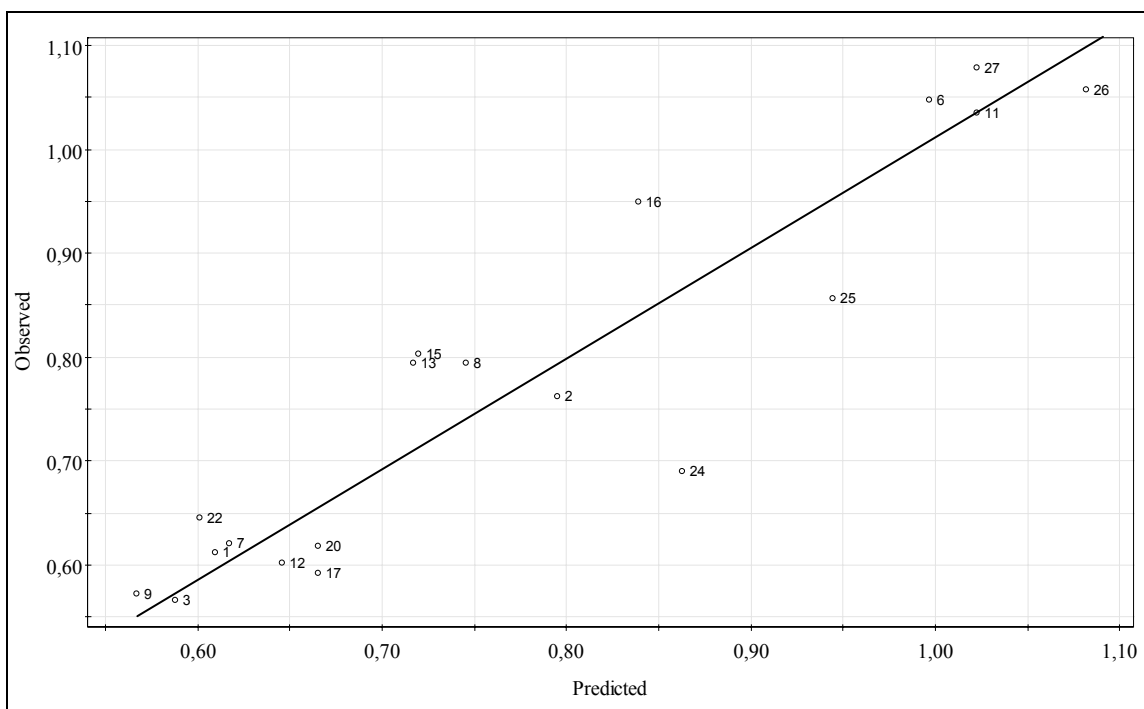
Abb. 12.30: Exp. ermittelte Bauteil-Wöhlerlinie für C45v unter  $R = -1$  (Kapitel 6.3)

|    | 1      | 2        | 3         | 4         | 5               | 6               | 7              | 8                 |
|----|--------|----------|-----------|-----------|-----------------|-----------------|----------------|-------------------|
| 1  | Exp No | Exp Name | Run Order | Incl/Excl | Belastungsfolge | Belastungsstufe | Vorschaedigung | Gesamtschaedigung |
| 2  | 1      | N1       | 4         | Incl      | high-low        | 2               | 0,4            | 0,612             |
| 3  | 2      | N2       | 15        | Incl      | high-low        | 2               | 0,7            | 0,762             |
| 4  | 3      | N3       | 10        | Incl      | high-low        | 2               | 0,55           | 0,566             |
| 5  | 4      | N4       | 14        | Excl      | low-high        | 2               | 0,4            | 1,064             |
| 6  | 5      | N5       | 16        | Excl      | low-high        | 2               | 0,7            | 1,792             |
| 7  | 6      | N6       | 7         | Incl      | low-high        | 2               | 0,55           | 1,048             |
| 8  | 7      | N7       | 9         | Incl      | high-low        | 3               | 0,4            | 0,621             |
| 9  | 8      | N8       | 2         | Incl      | high-low        | 3               | 0,7            | 0,795             |
| 10 | 9      | N9       | 11        | Incl      | high-low        | 3               | 0,55           | 0,572             |
| 11 | 10     | N10      | 13        | Excl      | low-high        | 3               | 0,4            | 0,629             |
| 12 | 11     | N11      | 17        | Incl      | low-high        | 3               | 0,7            | 1,035             |
| 13 | 12     | N12      | 20        | Incl      | high-low        | 4               | 0,4            | 0,603             |
| 14 | 13     | N13      | 12        | Incl      | high-low        | 4               | 0,7            | 0,795             |
| 15 | 14     | N14      | 6         | Excl      | high-low        | 4               | 0,55           | 0,867             |
| 16 | 15     | N15      | 3         | Incl      | low-high        | 4               | 0,4            | 0,803             |
| 17 | 16     | N16      | 18        | Incl      | low-high        | 4               | 0,7            | 0,95              |
| 18 | 17     | N17      | 5         | Incl      | low-high        | 4               | 0,55           | 0,592             |
| 19 | 18     | N18      | 8         | Excl      | low-high        | 4               | 0,55           | 0,704             |
| 20 | 19     | N19      | 19        | Excl      | low-high        | 4               | 0,55           | 0,662             |
| 21 | 20     | N20      | 1         | Incl      | low-high        | 4               | 0,55           | 0,619             |
| 22 | 21     | N21      | 21        | Excl      | high-low        | 3               | 0,6            | 0,807             |
| 23 | 22     | N22      | 22        | Incl      | high-low        | 3               | 0,6            | 0,646             |
| 24 | 23     | N23      | 23        | Excl      | high-low        | 2               | 0,35           | 0,914             |
| 25 | 24     | N24      | 24        | Incl      | low-high        | 3               | 0,6            | 0,69              |
| 26 | 25     | N25      | 25        | Incl      | high-low        | 4               | 0,8            | 0,857             |
| 27 | 26     | N26      | 26        | Incl      | low-high        | 4               | 0,8            | 1,058             |
| 28 | 27     | N27      | 27        | Incl      | low-high        | 3               | 0,7            | 1,079             |

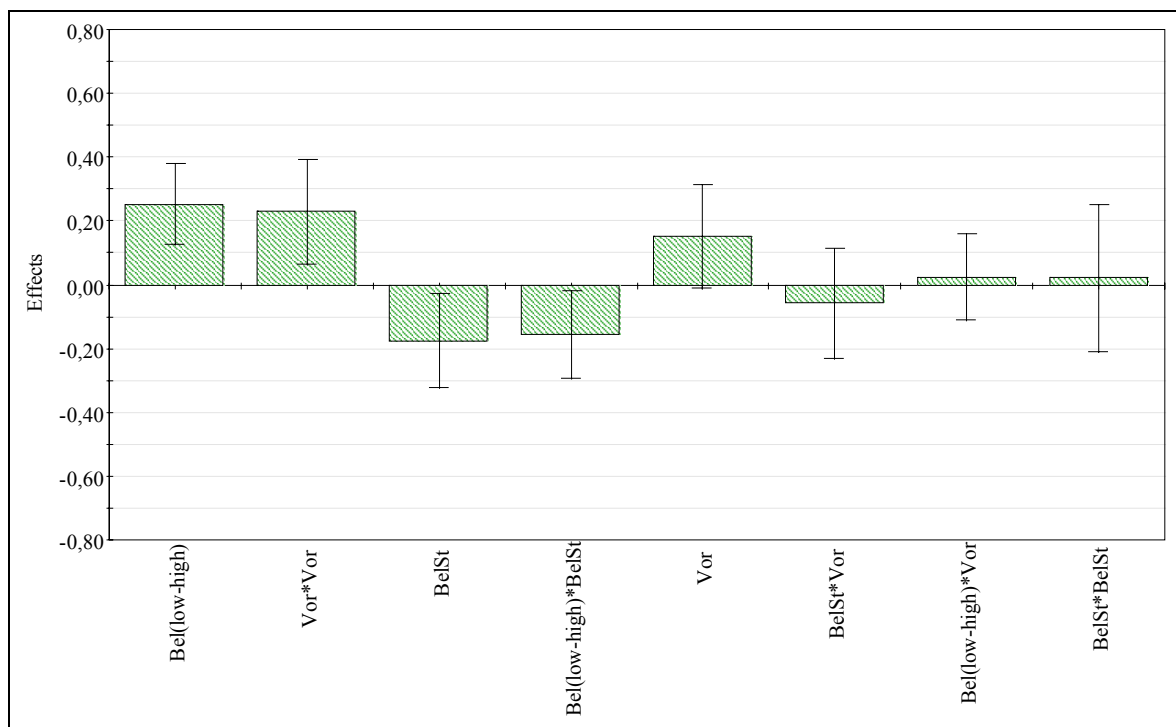
Tabelle 12.14: Arbeitsblatt (Modde-worksheet) für C45v (Untersuchung Kapitel 6.3)



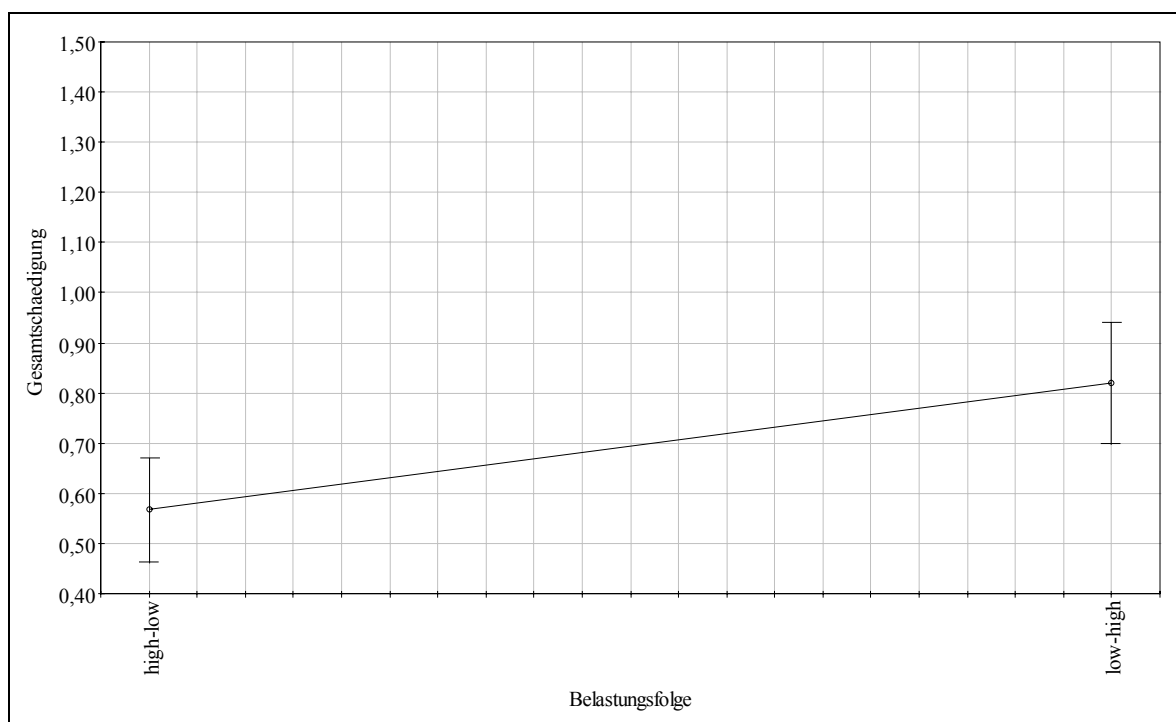
**Abb. 12.31:** Normalverteilungsplot der Residuen für C45v (Kapitel 6.3)



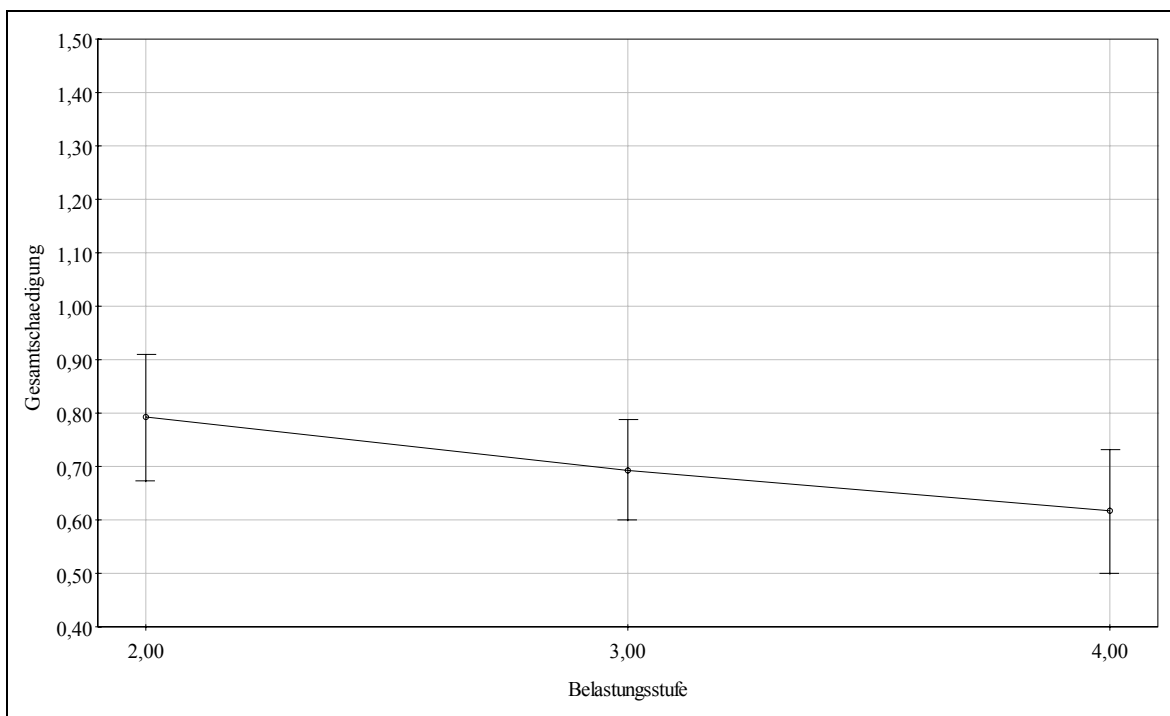
**Abb. 12.32:** Exp. Zielgrößen gegenüber den Vorhersagen für C45v (Kapitel 6.3)



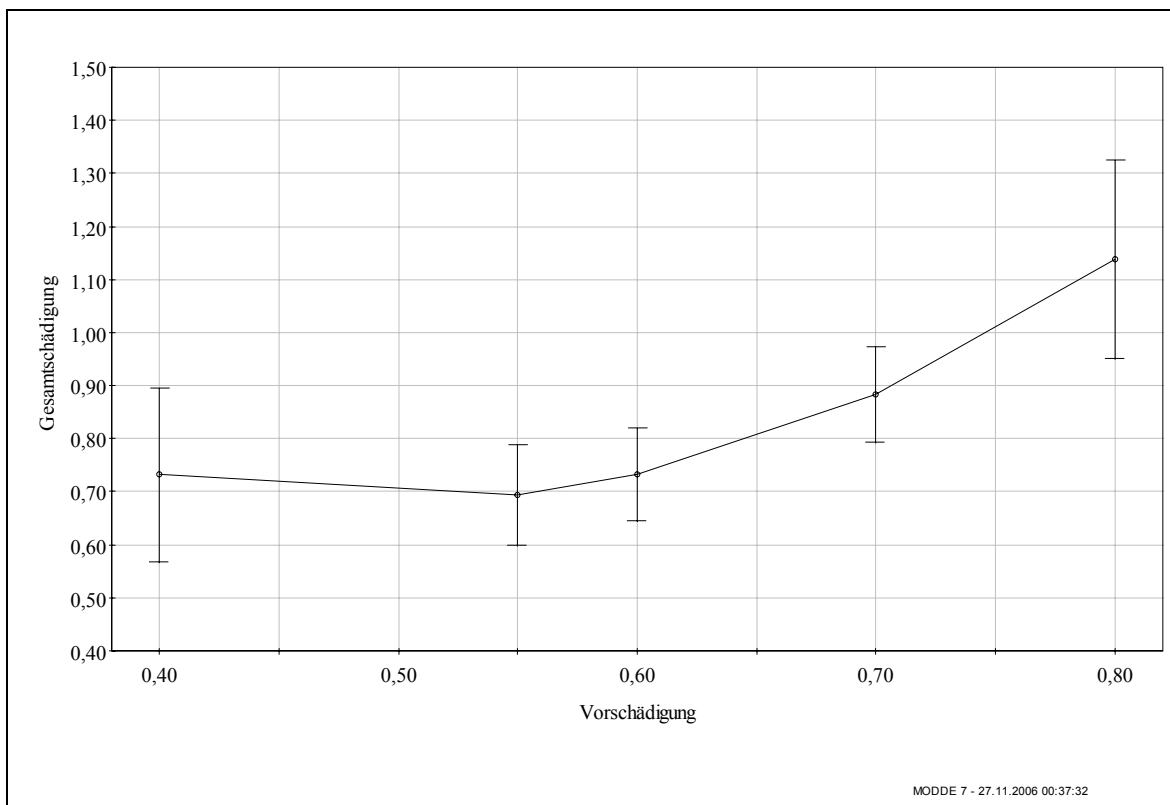
**Abb. 12.33:** Ergebnisse der Effektenanalyse mit Konfidenzintervallen für C45v (Kapitel 6.3)



**Abb. 12.34:** Effektanalyse der Belastungsfolge für C45v (Kapitel 6.3)



**Abb. 12.35:** Effektanalyse der Belastungsstufen für C45v (Kapitel 6.3)



**Abb. 12.36:** Effektanalyse der Vorschädigung für C45v (Kapitel 6.3)

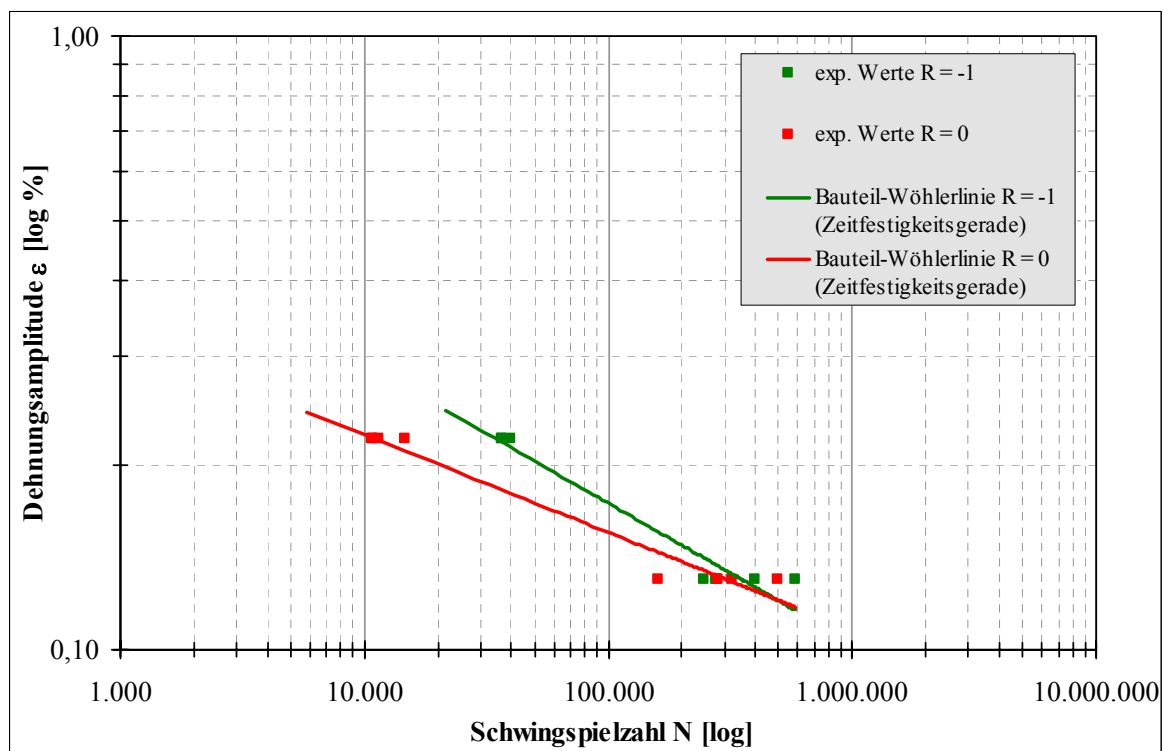
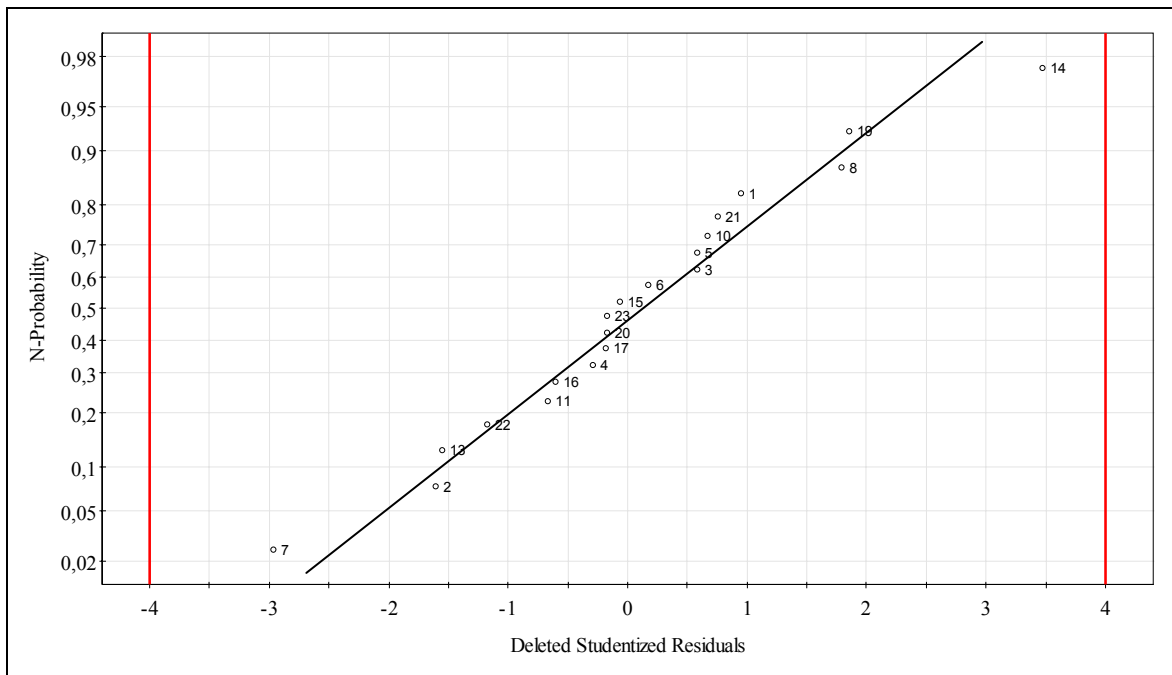


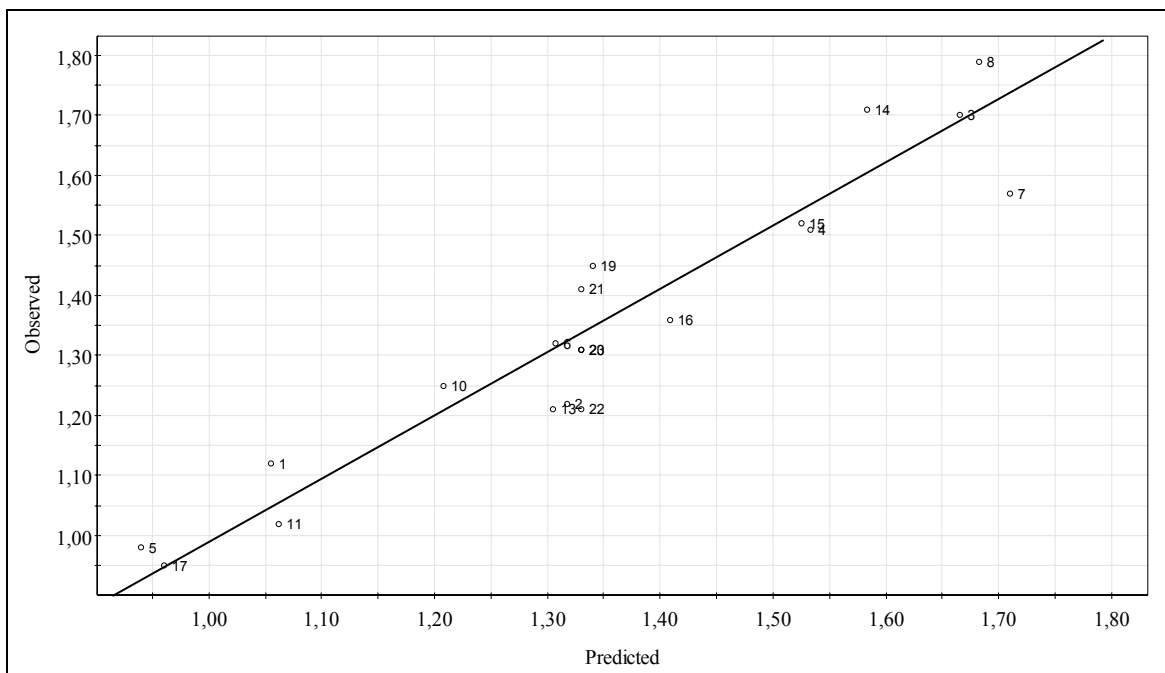
Abb. 12.37: Exp. ermittelte Bauteil-Wöhlerlinien für C45v (Kapitel 6.4)

| Worksheet |        |          |           |           |                 |         |         |               |               |
|-----------|--------|----------|-----------|-----------|-----------------|---------|---------|---------------|---------------|
|           | 1      | 2        | 3         | 4         | 5               | 6       | 7       | 8             | 9             |
|           | Exp No | Exp Name | Run Order | Incl/Excl | Belastungsfolge | Stufe 1 | Stufe 2 | Vorschädigung | Schadenssumme |
| 2         | 2      | N2       | 8         | Incl      | low-high        | wechsel | wechsel | 0,4           | 1,22          |
| 3         | 4      | N4       | 18        | Incl      | low-high        | schwell | wechsel | 0,4           | 1,51          |
| 4         | 6      | N6       | 1         | Incl      | low-high        | wechsel | schwell | 0,4           | 1,32          |
| 5         | 8      | N8       | 2         | Incl      | low-high        | schwell | schwell | 0,4           | 1,79          |
| 6         | 10     | N10      | 11        | Incl      | low-high        | schwell | wechsel | 0,55          | 1,25          |
| 7         | 11     | N11      | 5         | Incl      | low-high        | wechsel | schwell | 0,55          | 1,02          |
| 8         | 14     | N14      | 14        | Incl      | low-high        | wechsel | wechsel | 0,7           | 1,71          |
| 9         | 16     | N16      | 15        | Incl      | low-high        | schwell | wechsel | 0,7           | 1,36          |
| 10        | 18     | N18      | 6         | Excl      | low-high        | wechsel | schwell | 0,7           | 2,11          |
| 11        | 20     | N20      | 20        | Incl      | low-high        | schwell | schwell | 0,7           | 1,31          |
| 12        | 21     | N21      | 13        | Incl      | low-high        | schwell | schwell | 0,7           | 1,41          |
| 13        | 22     | N22      | 19        | Incl      | low-high        | schwell | schwell | 0,7           | 1,21          |
| 14        | 23     | N23      | 12        | Incl      | low-high        | schwell | schwell | 0,7           | 1,31          |
| 15        | 1      | N1       | 23        | Incl      | high-low        | wechsel | wechsel | 0,4           | 1,12          |
| 16        | 3      | N3       | 17        | Incl      | high-low        | schwell | wechsel | 0,4           | 1,7           |
| 17        | 5      | N5       | 7         | Incl      | high-low        | wechsel | schwell | 0,4           | 0,98          |
| 18        | 7      | N7       | 9         | Incl      | high-low        | schwell | schwell | 0,4           | 1,57          |
| 19        | 9      | N9       | 3         | Excl      | high-low        | wechsel | wechsel | 0,55          | 1,55          |
| 20        | 12     | N12      | 21        | Excl      | high-low        | schwell | schwell | 0,55          | 3,34          |
| 21        | 13     | N13      | 10        | Incl      | high-low        | wechsel | wechsel | 0,7           | 1,21          |
| 22        | 15     | N15      | 16        | Incl      | high-low        | schwell | wechsel | 0,7           | 1,52          |
| 23        | 17     | N17      | 4         | Incl      | high-low        | wechsel | schwell | 0,7           | 0,95          |
| 24        | 19     | N19      | 22        | Incl      | high-low        | schwell | schwell | 0,7           | 1,45          |

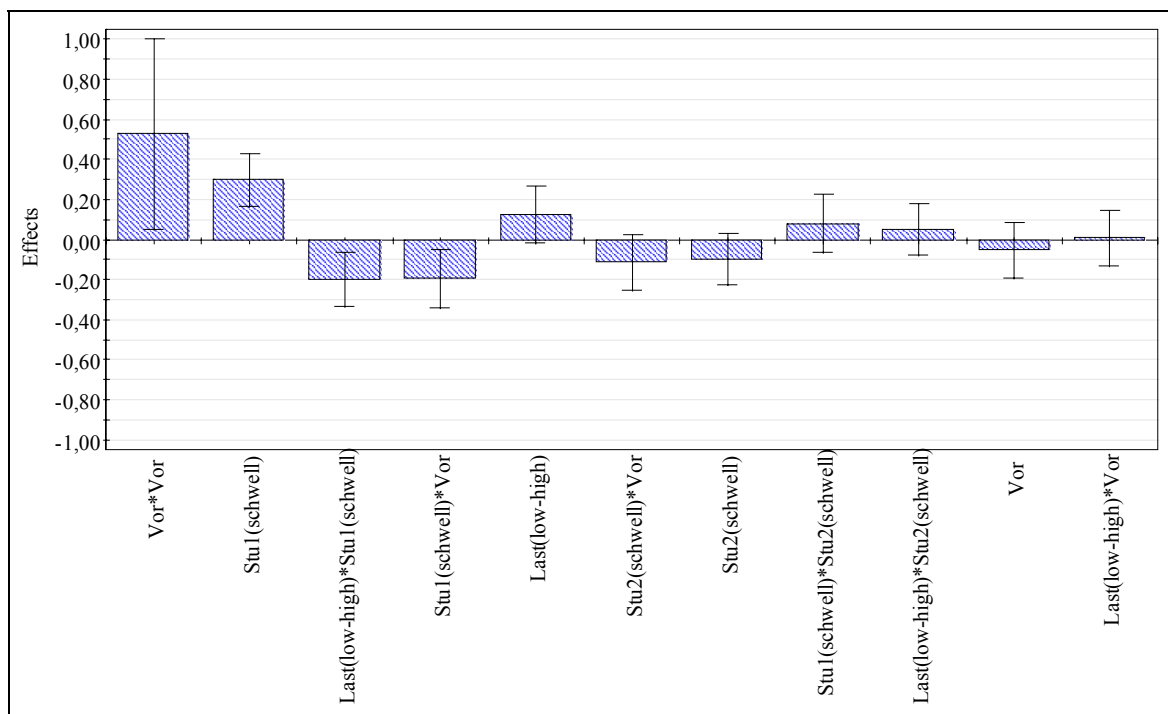
Tabelle 12.15: Arbeitsblatt (Modde-worksheet) für C45v (Untersuchung Kapitel 6.4)



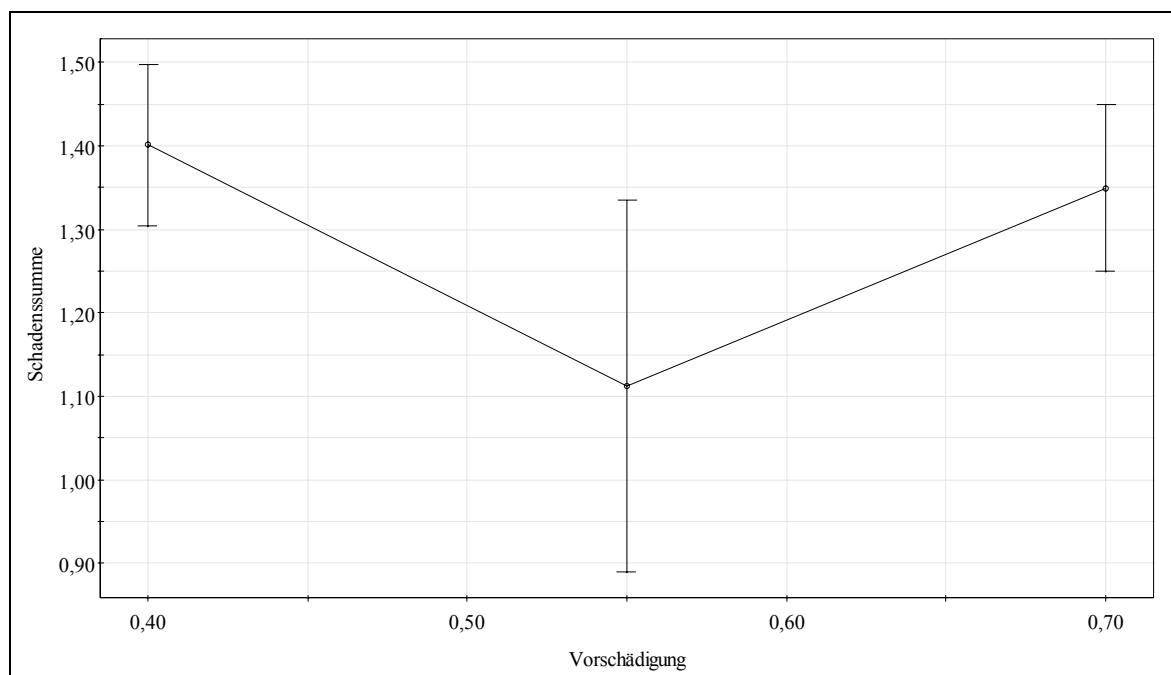
**Abb. 12.38:** Normalverteilungsplot der Residuen für C45v (Kapitel 6.4)



**Abb. 12.39:** Exp. Zielgrößen gegenüber den Vorhersagen für C45v (Kapitel 6.4)



**Abb. 12.40:** Ergebnisse der Effektenanalyse mit Konfidenzintervallen für C45v (Kapitel 6.4)



**Abb. 12.41:** Haupteffektanalyse der Vorschädigung für C45v (Kapitel 6.4)