

Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau
Structural Materials and Engineering Series

Heft 9
No. 9

**Rissbildung und Zugtragverhalten
von mit Stabstahl und Fasern bewehrtem
Ultrahochfesten Beton (UHPC)**

Torsten Leutbecher

Diese Arbeit entstand am Fachgebiet Massivbau als eine vom Fachbereich Bauingenieurwesen der Universität Kassel genehmigte Dissertation

Erster Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Ekkehard Fehling
Zweiter Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Nguyen Viet Tue
Dritter Gutachter: Prof. Dr. sc. techn. Aurelio Muttoni

Tag der mündlichen Prüfung: 28. November 2007

Bibliografische Information Der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar

Zugl.: Kassel, Univ., Diss. 2007
ISBN 978-3-89958-374-8
URN urn:nbn:de:0002-3749

© 2008, kassel university press GmbH, Kassel
www.upress.uni-kassel.de

Herausgeber

Prof. Dr.-Ing. habil. M. Schmidt
Universität Kassel
Fachbereich Bauingenieurwesen
Fachgebiet Werkstoffe des Bauwesens
Mönchebergstr. 7
34125 Kassel
Tel. +49 (561) 804 2601
Fax +49 (561) 804 2662
baustk@uni-kassel.de
www.uni-kassel.de/fb14/baustoffkunde

Prof. Dr.-Ing. E. Fehling
Universität Kassel
Fachbereich Bauingenieurwesen
Fachgebiet Massivbau
Mönchebergstr. 7
34125 Kassel
Tel. +49 (561) 804 2656
Fax +49 (561) 804 2803
bauing.massivbau@uni-kassel.de
www.uni-kassel.de/fb14/massivbau

Druck und Verarbeitung: Unidruckerei der Universität Kassel
Printed in Germany

Vorwort der Herausgeber

Die herausragenden Eigenschaften von Ultrahochleistungsbeton (Ultra High Performance Concrete, UHPC) erlauben es zum einen, sehr dauerhafte Konstruktionen zu realisieren und zum anderen, leichte und besonders filigrane Betontragwerke in der Praxis umzusetzen. Bei Beanspruchung auf Zug ist es in vielen Fällen sinnvoll, die durch die Faserzugabe bewirkte Tragfähigkeit durch stabförmige Bewehrung noch weiter zu verbessern. Das Vorspannen von Ultrahochleistungsbeton eröffnet weitere Möglichkeiten, da infolge der hohen Druckfestigkeit große Vorspannkräfte ermöglicht werden, so dass eine sehr hohe nutzbare Zugtragfähigkeit zur Verfügung gestellt werden kann.

Die Kombination von Bewehrung aus Fasern und Stabstahl erlaubt es, bei relativ geringem Fasereinsatz ein sehr gutes Verhalten im Gebrauchszustand sowie im Hinblick auf die Tragfähigkeit zu erreichen. Es kann damit eine hervorragende Rissverteilung und Rissbreitenbegrenzung erreicht werden, wodurch besonders gute Dauerhaftigkeitseigenschaften selbst bei ungünstigen Umweltbedingungen garantiert werden können.

In der vorliegenden Arbeit wird ein konsistentes mechanisches Modell zur Berechnung des Verformungsverhaltens, der Rissbreiten und Rissabstände sowie der Tragfähigkeit für UHPC-Zugglieder mit kombinierter Stab- und Faserbewehrung entwickelt und durch Versuche abgesichert. Die bisher bekannten Theorien der Rissbildung im Stahl- und Spannbeton sowie für Faserbeton werden zur Berücksichtigung des bei UHPC besonders ausgeprägten Schwindens zugeschärft und miteinander verknüpft.

Damit stehen die erforderlichen Grundlagen zur Optimierung der Wahl von Stab- und Faserbewehrung zur Verfügung. Es wird gezeigt, dass verfestigendes Bauteilverhalten auch dann erreicht wird, wenn der allein mit Fasern bewehrte Beton nach Rissbildung selbst nur entfestigendes Verhalten aufweist. Hochleistungs-Zugglieder aus UHPC können somit zielsicher mit relativ geringen Faserbewehrungsgraden (unter 1 Vol.-%) hergestellt werden.

Aus ökologischer Sicht ist dies besonders vorteilhaft, weil damit der hohe Energie- und Ressourceneinsatz, der zur Herstellung dünner hochfester Stahlfasern erforderlich ist, begrenzt werden kann. Zugleich ist damit auch ein entscheidender ökonomischer Vorteil gegeben. Die Herausgeber sehen in der vorliegenden Arbeit einen wichtigen Beitrag zur Entwicklung nachhaltigen Bauens mit Ultrahochleistungsbeton.

Kassel, im Januar 2008

Die Herausgeber

Vorwort des Verfassers

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter von Herrn Professor Dr.-Ing. Ekkehard Fehling am Fachgebiet Massivbau des Fachbereichs Bauingenieurwesen der Universität Kassel.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Professor Dr.-Ing. Ekkehard Fehling, der mir eine weitgehend selbständige Durchführung meiner Promotionsarbeit ermöglichte und durch zahlreiche Denkanstöße und wertvolle Hinweise sowie seine stete Diskussionsbereitschaft maßgeblich zu deren Gelingen beitrug.

Ebenso bedanke ich mich bei Herrn Professor Dr.-Ing. Nguyen Viet Tue und Herrn Professor Dr. sc. techn. Aurelio Muttoni für die Übernahme der Korreferate sowie bei Herrn Professor Dr.-Ing. habil. Michael Schmidt und Herrn Professor Dr.-Ing. Werner Seim für ihr Mitwirken in der Prüfungskommission.

Die Durchführung der umfangreichen experimentellen Arbeiten wäre ohne die Hilfe des Laborpersonals sowie zahlreicher studentischer Mitarbeiter und Diplomanden nicht möglich gewesen. Besonderer Dank für ihre Unterstützung gebührt in diesem Zusammenhang Herrn Klaus Trost, Herrn Dipl.-Ing. Beniamino Faion, Herrn Dr.-Ing. Thomas Hahn, Herrn Jürgen Utech, Herrn Burkhard Deiß, Frau Dipl.-Ing. Jenny Thiemicke, Herrn Dipl.-Ing. Gerhard Wolf, Herrn Dipl.-Ing. Alexander Kavelin, Herrn Dipl.-Ing. Alexander Konradi und Herrn Dipl.-Ing. Christof Rothenbusch. Herrn Dr.-Ing. Günter Schuler von der Krupp Sigma-Stahl GmbH danke ich für die großzügige materielle Unterstützung der experimentellen Forschungsarbeiten.

Bei meinen Kollegen am Fachgebiet Massivbau, Herrn Dr.-Ing. Friedrich-Karl Röder, Frau Ute Müller, Herrn Dipl.-Ing. Jochen Stürz, Frau Dipl.-Ing. Simone Stürwald, Herrn Dr.-Ing. Khaled Riad und Herrn Dr.-Ing. Mahmoud Nejati bedanke ich mich für das kollegiale Arbeitsklima und ihre stete Hilfsbereitschaft.

Der Geschäftsführung des Ingenieurbüros für Bauwesen Fehling + Jungmann GmbH danke ich für ihr Entgegenkommen in der Schlussphase meiner Promotionsarbeit.

Ein besonderer Dank gilt schließlich meinen Eltern, die mich auf meinem bisherigen Lebensweg stets unterstützt haben.

Kassel, im Dezember 2007

Torsten Leutbecher

Kurzfassung

Ultrahochfester Beton (UHPC) ist ein sehr gefügedichter zementgebundener Werkstoff, der sich nicht nur durch eine hohe Druckfestigkeit, sondern auch durch einen hohen Widerstand gegen jede Form physikalischen oder chemischen Angriffs auszeichnet.

Duktiles Nachbruchverhalten bei Druckversagen wird meist durch die Zugabe dünner kurzer Fasern erreicht. In Kombination mit konventioneller Betonstahl- oder Spannbewehrung ermöglicht UHPC die Ausführung sehr schlanker, weitgespannter Konstruktionen und eröffnet zugleich neue Anwendungsgebiete, wie zum Beispiel die flächenhafte Beschichtung von Brückendecks.

Durch das Zusammenwirken kontinuierlicher Bewehrungselemente und diskontinuierlich verteilter kurzer Fasern ergeben sich unter Zugbeanspruchung Unterschiede gegenüber dem bekannten Stahl- und Spannbeton. In der vorliegenden Arbeit wird hierzu ein Modell entwickelt und durch eine umfangreiche Versuchsreihe abgesichert. Ausgangspunkt sind experimentelle und theoretische Untersuchungen zum Verbundverhalten von Stabstählen in einer UHPC-Matrix und zum Einfluss einer Faserzugabe auf das Reiß- und Zugtragverhalten von UHPC.

Die Modellbildung für UHPC-Zuglemente mit gemischter Bewehrung aus Stabstahl und Fasern erfolgt auf der Grundlage der Vorgänge am diskreten Riss, die daher sehr ausführlich behandelt werden. Für den elastischen Verformungsbereich der Stabbewehrung (Gebrauchslastbereich) kann damit das Last-Verformungs-Verhalten für kombiniert bewehrte Bauteile mechanisch konsistent unter Berücksichtigung des bei UHPC bedeutsamen hohen Schwindmaßes abgebildet werden. Für die praktische Anwendung wird durch Vereinfachungen ein Näherungsverfahren abgeleitet.

Sowohl die theoretischen als auch die experimentellen Untersuchungen bestätigen, dass der faserbewehrte UHPC bei Kombination mit kontinuierlichen Bewehrungselementen selbst kein verfestigendes Verhalten aufweisen muss, um insgesamt verfestigendes Verhalten und damit eine verteilte Rissbildung mit sehr kleinen Rissbreiten und Rissabständen zu erzielen. Diese Beobachtungen können mit Hilfe der bisher zur Verfügung stehenden Modelle, die im Wesentlichen eine Superposition isoliert ermittelter Spannungs-Dehnungs-Beziehungen des Faserbetons und des reinen Stahls vorsehen, nicht nachvollzogen werden.

Wie die eigenen Untersuchungen zeigen, kann durch ausreichend dimensionierte Stabstahlbewehrung zielgerichtet und ohne unwirtschaftlich hohe Fasergehalte ein gutmütiges Verhalten von UHPC auf Zug erreicht werden. Die sichere Begrenzung der Rissbreiten auf deutlich unter 0,1 mm gewährleistet zugleich die Dauerhaftigkeit auch bei ungünstigen Umgebungsbedingungen.

Durch die Minimierung des Material- und Energieeinsatzes und die zu erwartende lange Nutzungsdauer lassen sich so im Sinne der Nachhaltigkeit optimierte Bauteile realisieren.

Abstract

Ultra high performance concrete (UHPC) is a very densely structured cementitious material, which is not only characterised by a high compressive strength but also by a high resistance against every kind of physical and chemical attack.

A ductile post-failure behaviour under compression is mostly achieved by adding thin short fibres. In combination with conventional bar reinforcement or prestressing steel, UHPC enables to build slender, long-span structures and offers the opportunity for new application fields, i. e. coating of bridge decks by reinforced UHPC layers.

Due to the interaction of continuous reinforcement elements and discontinuously distributed short fibres under tensile loading differences compared to common reinforced concrete and prestressed concrete can be observed. Concerning this, within the scope of this thesis a model is developed and confirmed by an extensive test series. The work is based on experimental and theoretical investigations on the bond behaviour of reinforcing bars embedded in an UHPC-matrix and on the influence of fibre addition on the cracking and tensile behaviour of UHPC.

The modelling of UHPC tensile members with a combination of reinforcing bars and fibres is based on the consideration of discrete cracks. Therefore, the essential mechanical relationships are treated in detail. For the elastic range of the reinforcing steel (serviceability range) the load-deformation-behaviour of structural elements with combined reinforcement can be described consistently considering the shrinkage strain that is significant for UHPC. For practical use, an approximation procedure is derived by introducing some simplifications.

Both the theoretical and the experimental investigations confirm, that in combination with bar reinforcement the fibre reinforced UHPC itself does not need to show a hardening behaviour to achieve an overall hardening behaviour and to enable a distributed crack formation with small crack widths and crack spacings. Model ideas available so far, which primarily suggest a superposition of the stress-strain-relationship of fibre concrete and of plain steel, both determined separately, are not able to reproduce this observation.

According to the own investigations, with sufficient bar reinforcement, a reliable tensile behaviour of UHPC can be achieved purposefully without uneconomically high fibre contents. At the same time, the secure limitation of crack width significantly below 0.1 mm guarantees durability even under unfavourable environmental conditions.

Because of the minimised demand of material and energy and on account of the expected high service life within the meaning of sustainability optimised structures can be realised.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort der Herausgeber	III
Vorwort des Verfassers.....	V
Kurzfassung – Abstract	VII
Begriffe	XIII
Formelzeichen.....	XVII
1 Einführung	1
1.1 Problemstellung	1
1.2 Ziele und Arbeitsprogramm.....	2
2 Ultrahochfester Beton	3
2.1 Allgemeines	3
2.2 Festbetoneigenschaften.....	4
2.3 Verwendete UHPC-Mischung.....	6
3 Verhalten von stabstahlbewehrtem Beton unter Zugbeanspruchung	7
3.1 Bewehrung.....	7
3.1.1 Betonstahl	7
3.1.2 Spannstahl.....	8
3.2 Last-Verformungs-Verhalten eines Stahlbetonzugstabs.....	9
3.3 Verbund zwischen Stabstahl und Betonmatrix.....	10
3.3.1 Verbundarten	10
3.3.2 Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung	12
3.3.3 Verbundverhalten von UHPC.....	13
3.3.3.1 Versuche von <i>Weiß</i>	13
3.3.3.2 Versuche von <i>Aarup</i> et al.	15
3.3.3.3 Versuche von <i>Greiner</i>	16
3.3.3.4 Versuche von <i>Jungwirth</i>	17
3.3.3.5 Eigene Versuche	18
3.3.3.6 Zusammenfassung	22
3.4 Rissmechanische Zusammenhänge	22
3.4.1 Allgemeines	22
3.4.2 Ungerissener Zustand (Zustand I)	23
3.4.3 Einzelrissbildung	24
3.4.4 Rissbreiten und Rissabstände bei abgeschlossener Rissbildung	28
3.4.5 Bestimmung der mittleren Verbundspannung und der mittleren Dehnungen	31
3.4.5.1 Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes	31
3.4.5.2 Verbundgesetz	32
3.4.5.3 Mittlere Verbundspannung τ_{sm}	35
3.4.5.4 Völligkeitsbeiwert α_b zur Berechnung der mittleren Dehnungen	37

3.5	Steifigkeit eines Stahlbetonzugstabs.....	38
3.5.1	Verteilungsdichte der Rissabstände	38
3.5.2	Mittlere Spannungs-Dehnungs-Beziehung eines Stahlbetonzugstabs.....	39
3.6	Einfluss einer Vorspannung auf die Rissbildung und das Last-Verformungs-Verhalten.....	43
3.7	Kombination kontinuierlicher Bewehrungselemente mit unterschiedlichen Verbundeigenschaften	46
4	Verhalten von faserbewehrtem Beton unter Zugbeanspruchung.....	49
4.1	Faserarten und Faserwerkstoffe	49
4.2	Wirkungsweise einer Faserbewehrung bei Zugbeanspruchung	52
4.2.1	Allgemeines	52
4.2.2	Bruchmechanische Betrachtungen.....	52
4.2.2.1	Rissmodelle der nichtlinearen Bruchmechanik	53
4.2.2.2	Bruchmechanische Kenngrößen von UHPC	55
4.2.2.3	Einfluss der Fasern auf das Reißverhalten von Beton	56
4.3	Verbund zwischen Faser und Matrix	58
4.3.1	Verbundverhalten einer glatten Faser.....	58
4.3.2	Experimentelle Bestimmung der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung der Einzelfaser	60
4.3.3	Verbundgesetze.....	62
4.4	Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung der Einzelfaser.....	63
4.4.1	Faseraktivierung	63
4.4.2	Faserauszug.....	70
4.5	Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung des Faserbetons	73
4.5.1	Parallele Fasern.....	73
4.5.2	Einfluss der Faserorientierung.....	79
4.5.2.1	Allgemeines	79
4.5.2.2	Faserorientierungsbeiwert.....	79
4.5.2.3	Faserwirksamkeit	84
4.5.3	Mitwirkung der Betonmatrix vor und nach der Rissbildung	88
4.5.4	Eigene Versuche an faserbewehrtem Feinkorn-UHPC	94
4.5.4.1	Überblick über die durchgeführten Versuche.....	94
4.5.4.2	Diskussion der Ergebnisse und Vergleich mit mechanischem Modell	96
4.5.4.3	Zusammenfassung	108
4.6	Mehrfachrissansätze	109
4.6.1	Allgemeines	109
4.6.2	ACK-Theorie von <i>Aveston</i> et al.....	109
4.6.3	Energieansatz von <i>Tjiptobroto</i> und <i>Hansen</i>	111
4.6.4	Mechanisches Modell von <i>Kullaa</i>	114
4.6.5	Mechanisches Modell von <i>Jungwirth</i>	115
4.6.6	Eigener Vorschlag zur näherungsweisen Berücksichtigung der Auswirkungen der Mehrfachrissbildung	117

5	Verhalten von mit Stabstahl und Fasern bewehrtem Beton unter Zugbeanspruchung	123
5.1	Bisheriger Kenntnisstand	123
5.1.1	Untersuchungen von <i>Pfyl</i> und <i>Marti</i> an normalfestem Beton	123
5.1.2	Untersuchungen am <i>Research and Development Centre of North Jutland</i> (NUC) an CRC	124
5.1.3	Untersuchungen von <i>Habel</i> an CEMTEC _{multiscale} [®]	125
5.1.4	Untersuchungen von <i>Jungwirth</i> und <i>Muttoni</i> an CERACEM [®]	127
5.1.5	Untersuchungen von <i>Shionaga</i> und <i>Walraven</i>	128
5.1.6	Rechenmodell nach DAfStb-Richtlinienentwurf „Stahlfaserbeton“ bzw. DBV-Merkblatt „Stahlfaserbeton“	129
5.2	Eigenes Rechenmodell	131
5.2.1	Rissspannung eines UHPC-Zugstabs mit gemischter Bewehrung	132
5.2.2	Gleichgewicht der Kräfte und Verträglichkeit der Verformungen am Einzelriss	133
5.2.3	Abgeschlossene Einzelrissbildung	138
5.2.4	Sukzessive Risteilung	141
5.2.4.1	Phase 1 der sukzessiven Risteilung	141
5.2.4.2	Phase 2 der sukzessiven Risteilung	145
5.3	Rechnerische Ermittlung des Last-Verformungs-Verhaltens und der Rissbreiten von Zuelementen mit gemischter Bewehrung aus Stabstahl und Fasern	146
5.3.1	Allgemeines	146
5.3.2	Modellbildung	147
5.3.3	Programmgesteuerte Durchführung der Berechnung	149
6	Eigene Versuche an UHPC-Zugkörpern mit gemischter Bewehrung aus Stabstahl und Stahlfasern	155
6.1	Versuchsprogramm	155
6.2	Versuchskörper	156
6.3	Versuchsdurchführung	157
6.4	Versuchsergebnisse	159
6.4.1	Schwindverkürzung	159
6.4.2	Last-Verformungs-Verhalten der UHPC-Zugkörper	162
6.4.2.1	Versuchskörper mit 17 mm langen Fasern	162
6.4.2.2	Versuchskörper mit 9 mm langen Fasern	173
6.4.2.3	Versuchskörper mit 17 mm langen Fasern und Querbewehrung	176
6.4.2.4	Faserfreie Versuchskörper	177
6.4.2.5	Zusammenfassung	179
6.4.3	Rissabstände und Rissbreiten der UHPC-Zugkörper	179
6.4.3.1	Versuchskörper mit 17 mm langen Fasern	179
6.4.3.2	Versuchskörper mit 9 mm langen Fasern	190
6.4.3.3	Versuchskörper mit 17 mm langen Fasern und Querbewehrung	195
6.4.3.4	Zusammenfassung	199

7	Praxisgerechtes Verfahren zur Begrenzung der Rissbreite von mit Stabstahl und Fasern bewehrtem UHPC	201
7.1	Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung des Faserbetons	201
7.2	Näherungsweise Ermittlung der ideellen Rissspannung des Faserbetons	203
7.3	Ermittlung der zusätzlichen Stabstahlbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite (Nachweiskonzept)	205
7.3.1	Einzelriss	205
7.3.2	Abgeschlossene Einzelrissbildung und sukzessive Risteilung	207
7.3.3	Abgeschlossenes Rissbild (bzw. Phase 2 der sukzessiven Risteilung)	209
7.4	Anwendungsbeispiele	210
7.4.1	Beispiel 1: Begrenzung der Rissbreite einer dünnen UHPC-Deckschicht für Zwangbeanspruchung	210
7.4.2	Beispiel 2: Begrenzung der Rissbreite eines UHPC-Zugstabs für Lastbeanspruchung	214
7.4.3	Vergleich mit „genauer“ Berechnung	218
7.5	Kriterien für die Faserauswahl	218
8	Tragfähigkeit und Duktilität von mit Stabstahl und Fasern bewehrtem UHPC	221
8.1	Allgemeines	221
8.2	Bewehrungsstahl mit ausgeprägter Streckgrenze	222
8.3	Bewehrungsstahl ohne ausgeprägte Streckgrenze	223
8.4	Modellierung des Tragverhaltens	225
9	Zusammenfassung und Ausblick	227
9.1	Zusammenfassung und Erkenntnisse	227
9.2	Offene Fragen und weiterer Forschungsbedarf	233
Literatur		235

Begriffe

Abgeschlossene Einzelrissbildung (Abgeschlossene Rissbildung)

Ein Dehnungsunterschied zwischen Bewehrung und Beton ist überall vorhanden vorhanden.

Ablösung (Debonding)

Rissbildung in der Kontaktzone zwischen Faser und Matrix, die zum Verlust des Haftverbundes führt.

Arbeitsvermögen

Die Fähigkeit, durch irreversible Verformungen Energie zu dissipieren.

Beton

Aus Zement, Zuschlägen, Wasser und gegebenenfalls Zusatzmitteln und Zusatzstoffen hergestellter Baustoff. In dieser Arbeit werden normalfeste, hochfeste und ultrahochfeste Betone unterschieden.

Bewehrung

Verstärkung des Betons durch kontinuierliche Stahleinlagen oder diskontinuierlich verteilte Fasern.

Bauteil

Aufgrund von Form oder Herstellung unterscheidbarer Bestandteil eines Tragwerks.

Baustoff

Zur Herstellung eines Tragwerks oder Bauteils eingesetzter Werkstoff.

Bemessung

Konstruktive Durchbildung eines Tragwerks unter Berücksichtigung der an die Tragfähigkeit und an die Nutzung gestellten Anforderungen.

Betondeckung

Abstand zwischen der Oberfläche eines Bewehrungsstabes und der nächstgelegenen Betonoberfläche

Biegezugfestigkeit

Unter der Annahme linear-elastischen Verhaltens aus der Biegetragfähigkeit ermittelter fiktiver Festigkeitswert.

Bruch

Vollständige oder teilweise Trennung eines ursprünglich ganzen Körpers [Gro01].

Bruchenergie

Während des Bruchs in der Bruchzone dissipierte Energie.

Compact Reinforced Composite

Hochfeste oder ultrahochfeste Betonmatrix, die gleichzeitig mit sehr hohen Fasergehalten (bis zu 6 Vol.-%) und Stabstahlbewehrungsgehalten (bis zu 20 %) verstärkt wird.

Dauerhaftigkeit

Fähigkeit des Tragwerks oder Bauteils, die Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit während der gesamten Nutzungsdauer zu gewährleisten.

Dissipation

Umwandlung von mechanischer Energie in Wärme.

Duktilität

Plastisches Verformungsvermögen aufgrund ausreichender Verformungskapazität.

Einwirkung

Summe der auf ein Tragwerk einwirkenden Kraft- (direkte Einwirkungen) und Verformungsgrößen (indirekte Einwirkungen).

Einzelriss

Ein Dehnungsunterschied zwischen Bewehrung und Beton ist nur bereichsweise vorhanden.

Entfestigung

Abnahme des Tragwiderstands mit zunehmender Verformung.

Faseraktivierung

Mobilisierung des Verbundes zwischen Faser und Matrix.

Faserauszug

Entfestigendes Verhalten der Einzelfaser oder des Faserverbundwerkstoffs im Anschluss an die Faseraktivierung, das durch das Herausziehen einer bzw. aller Fasern aus der Matrix gekennzeichnet ist.

Faserbeton

Verbundwerkstoff, bei dem der Beton durch diskontinuierlich verteilte Fasern verstärkt wird.

Faserorientierungsbeiwert

Verhältnis aller in Beanspruchungsrichtung projizierter Faserlängen zur wahren Faserlänge.

Faserwirksamkeit

Maximale Faserwirkung.

Faserwirksamkeitsbeiwert (Schädigungsbeiwert)

Beiwert, in dem vereinfachend verschiedene Effekte, wie der unterschiedliche Auszieh Widerstand geneigt zur Zugrichtung verlaufender Fasern, die Schädigung der Matrix infolge Umlenkkräfte, die gegenseitige Beeinflussung der Faser in ihrem Ausziehverhalten bei höheren Fasergehalten und die Neigung sehr schlanker Fasern zur Igelbildung zusammengefasst werden.

Faserwirkung

Von der Rissbreite abhängiger Tragwiderstand aller rissüberbrückenden Fasern eines Faserverbundwerkstoffs.

Feinkorn-UHPC

Ultrahochfester Beton mit einem Größtkorn des Zuschlags bis 1 mm.

Festigkeit

Grenzwert einer mechanische Baustoffeigenschaft.

Gebrauchstauglichkeit

Fähigkeit der Tragwerks oder Bauteils, die planmäßige Nutzung zu ermöglichen.

Gebrauchszustand

Zustand, dem das Tragwerk oder Bauteil bei planmäßiger Nutzung unterliegt.

Grenzzustand

Zustand des Tragwerks, bei dessen Überschreitung die dem Tragwerksentwurf zugrunde gelegten Bedingungen nicht mehr erfüllt sind.

Grobkorn-UHPC

Ultrahochfester Beton mit einem Größtkorn des Zuschlags über 1 mm.

Hochfester Beton (Hochleistungsbeton)

Beton mit einer charakteristischen Zylinderdruckfestigkeit von über 50 bis maximal 100 N/mm².

Ideelle Rissspannung

Nominelle Betonspannung, bis zu der in der Phase der Mikrorissbildung über die Matrixzugfestigkeit hinaus verfestigendes Verhalten erzielt werden kann.

Innerer Zwang

Eigenspannungszustand, hervorgerufen z. B. durch Abfließen der Hydratationswärme, Schwinden des Betons oder Vorspannung.

Lastbeanspruchung

Folge der auf das Tragwerk einwirkenden Last (Kraft).

Makroriss

Riss, in dem aufgrund seiner Breite keine Betonzugspannungen mehr übertragen werden können.

Mikroriss

Riss, in dem die sich entfestigende Betonmatrix noch Zugspannungen überträgt.

Normalfester Beton

Beton mit einer charakteristischen Zylinderdruckfestigkeit bis maximal 50 N/mm².

Reactive Powder Concrete

Entwicklungsstufe ultrahochfester Betone mit einem Größtkorn des Zuschlags deutlich unter 1 mm.

Risselement

Abschnitt eines Zugelements, der im Rahmen der Modellbildung hinsichtlich seiner geometrischen, mechanischen und statistischen Eigenschaften als homogen idealisiert wird, und dessen Länge einem möglichen Rissabstand bei abgeschlossener Einzelrissbildung entspricht.

Spannbeton

Verbundwerkstoff, bei dem der Beton durch kontinuierliche, vorgespannte Stahleinlagen verstärkt wird.

Sprödigkeit

Schlagartiges Versagen ohne Vorankündigung.

Stahlbeton

Verbundwerkstoff, bei dem der Beton durch kontinuierliche, nicht vorgespannte Stahleinlagen verstärkt wird.

Sukzessive Rissteilung

Fortsetzung des Rissbildungsprozesses über das Stadium der abgeschlossenen Einzelrissbildung hinaus.

Tragfähigkeit

Fähigkeit der Tragwerks oder Bauteils, den auftretenden Einwirkungen zu widerstehen.

Tragwerk

Miteinander verbundene tragende und aussteifende Bauteile, die so dimensioniert sind, dass sie ein bestimmtes Maß an Tragfähigkeit aufweisen.

Tragwiderstand (Widerstand)

Mechanische Eigenschaft eines Tragwerks, Bauteils oder Bauteilquerschnitts, bestimmten Beanspruchungen zu widerstehen (Beanspruchbarkeit).

Tension Stiffening

Zugversteifende Wirkung des den Bewehrungsstahl umgebenden Betons/Faserbetons.

Ultrahochfester Beton (Ultrahochleistungsbeton, UHPC)

Beton mit einer charakteristischen Zylinderdruckfestigkeit über 100 N/mm^2 .

Verbundbauteil

Bauteil, bestehend aus verschiedenen Werkstoffen, die an ihrer Kontaktfläche mechanisch miteinander verbunden sind.

Verbundwerkstoff

Aus verschiedenen Materialien zusammengesetzter Werkstoff.

Verfestigung

Zunahme des Tragwiderstands mit zunehmender Verformung.

Verformungslokalisierung

Starker Verformungszuwachs in einem örtlich begrenzten Bereich eines Bauteils, der eine ungleichmäßige Verformungsverteilung zur Folge hat.

Verformungsvermögen

Fähigkeit eines Tragwerks oder Bauteils, vor dem Versagen elastisch und gegebenenfalls auch plastisch verformt zu werden.

Versagen

Verlust des Tragwiderstandes.

Vorspannung

In das Tragwerk oder in eines seiner Teile planmäßig eingetragener Spannungszustand.

Werkstoff

Material mit bestimmten Eigenschaften.

Wirksamer Fasergehalt

Mit dem Faserorientierungsbeiwert multiplizierter Fasergehalt.

Zwangbeanspruchung

Folge aufgezwungener oder behinderter Verformung oder Bewegung, die z. B. von Temperaturänderungen, Setzungsunterschieden oder Schwinden des Betons herrührt.

Formelzeichen

Große lateinische Buchstaben

A	Querschnittsfläche
D	spezifische Energie
E	Elastizitätsmodul
EI	Biegesteifigkeit
F	Kraft
G	Schubmodul; spezifische Energie
I	Flächenmoment 2. Grades (Trägheitsmoment)
K	Beiwert
M	Moment; Elementanzahl
N	Längskraft; Elementanzahl; Anzahl der Fasern
O	Oberfläche
P	Kraft; Vorspannkraft
U	Umlenkkraft; spezifische Energie
V	Volumen

Kleine lateinische Buchstaben

a	Abmessung; Rippenhöhe des Bewehrungsstahls
b	Abmessung, Bauteilbreite
c	Betondeckung; Rippenabstand des Betonstahls
d	statische Nutzhöhe; Durchmesser
e	Lastausmitte (Exzentrizität); Rippenreihenabstand des Betonstahls
f	Festigkeit; Fläche
g	Faserwirksamkeitsbeiwert
h	Höhe, Bauteildicke
k	Beiwert
l	Länge
n	Anzahl; Laufvariable
m	Laufvariable
r	Radius
s	Verschiebung, Schlupf; Abstand; Standardabweichung
t	Zeitpunkt
u	Umfang; Verformung; Rissbreite
w	Rissbreite
x, y, z	Koordinate

Griechische Buchstaben

α	Exponent zur Beschreibung der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung; Völligkeitsbeiwert; Winkel; Beiwert
β	Beiwert
δ	Relativverschiebung, Schlupf
γ	Verhältnis der Risslast des Faserbetons zu der der Matrix; Oberflächenenergie
ε	Verzerrung
η	Faserorientierungsbeiwert
θ	Faserausziehwinkel; Rissöffnungswinkel
ϑ	Rotationswinkel
κ	Verbundsteifigkeit; Beiwert
λ	Schlankheit; Exponent zur Beschreibung des Schlupfverlaufs
ξ	Verhältnis der Verbundfestigkeit von Spannstahl zu der von Betonstahl
ρ	geometrischer Bewehrungsgehalt
σ	Normalspannung
τ	Schubspannung
φ	Kriechbeiwert
ω	Beiwert
Δ	Differenz

Indizes

a	Auszug; autogen
b	Verbund
c	Beton; Druck; Kriechen
cf	Faserbeton
ch	charakteristisch
cr	reißen, gerissen
cyl	Zylinder
d	Schädigung; Austrocknung
E	Elastizitätsmodul
e	Lasteinleitung
eff	effektiv, wirksam
el	elastisch
elmt	Element
erf	erforderlich
F	Bruch
f	Faser; Reibung
fl	Biegung
g	Größtkorn; Gleichmaß

hard	Verfestigung
i	ideell; Laufvariable
k	charakteristisch
krit	kritisch
l	links
lim	Grenzwert
m	Durchschnittswert, mittlerer Wert; Matrix
max	maximaler Wert
min	minimaler Wert, Mindestwert
multi	mehrfach
n	Laufvariable
p	Spannstahl, Vorspannung
pr	Rissprozesszone
q	quer
R	Rippung des Betonstahls
r	rechts; Riss
red	reduzierter Wert
s	Betonstahl; Schwinden
shr	Schwinden
sp	Spaltung
t	Zug
tot	Gesamtwert
u	Grenzwert; Bruch, Versagen
vorh	vorhanden
y	Fließ-, Streckgrenze
θ	Faserausziehwinkel, Faserorientierung
I	ungerissener Zustand des Querschnitts (Zustand I)
II	gerissener Zustand des Querschnitts (Zustand II)
0	Bezugsgröße; Grundwert
1, 2, ...	Index
1D	eindimensional
2D	zweidimensional
3D	dreidimensional
0,05	0,05-Quantile
0,95	0,95-Quantile
0,1	0,1 %-Dehngrenze
0,2	0,2 %-Dehngrenze
5 %	5 %-Fraktile
95 %	95 %-Fraktile
∞	Endwert

1 Einführung

1.1 Problemstellung

Durch die Entwicklungen auf dem Gebiet der Betonbaustoffe der letzten zwei Jahrzehnte gelingt es heute, Betone mit Druckfestigkeiten von über 150 N/mm^2 herzustellen, die zugleich eine ausreichende Verarbeitbarkeit und Verdichtungsfähigkeit für die baupraktische Anwendung besitzen. Diese Betone werden als ultrahochfeste Betone (engl.: *Ultra High Strength Concrete*, UHSC) oder Ultrahochleistungsbetone (engl.: *Ultra High Performance Concrete*, UHPC) bezeichnet. Der Begriff UHPC hat sich auch im deutschen Sprachgebrauch etabliert.

Wie alle zementösen Werkstoffe weisen auch ultrahochfeste Betone im Vergleich zur Druckfestigkeit eine niedrige Zugfestigkeit auf, die zudem nur unterproportional mit steigender Druckfestigkeit anwächst. Zur Verbesserung der Duktilität der ansonsten sehr spröden Matrix werden häufig Fasern, in der Regel hochfeste Stahlfasern, zugegeben, die das Nachbruchverhalten bei Druckversagen, aber auch das Zugtragverhalten nachhaltig beeinflussen. Unter anderem lassen sich auf diese Weise insbesondere für dünne Bauteile sehr hohe Biegezugfestigkeiten erzielen. Die wirtschaftliche Ausführung weitgespannter Konstruktionen unter planmäßiger Ausnutzung der hohen Betondruckfestigkeit wird jedoch erst durch den Einsatz zusätzlicher schlaffer oder vorgespannter Bewehrung in der Zugzone ermöglicht.

Beim sogenannten *Compact Reinforced Composite* (CRC) werden planmäßig sehr hohe Fasergehalte (bis zu 6 Vol.-%) mit ebenfalls sehr hohen Gehalten konventioneller Betonstahlbewehrung (bis zu 20 %) kombiniert [Bac91]. Dabei kommen hochfeste oder ultrahochfeste Betone zur Anwendung. In den Niederlanden wurde diese Bauweise 2002 im Zuge der Erneuerung der Decks der *Kaag-Brücken* (Bild 1.1) erstmals im Brückenbau eingesetzt [Kap04].

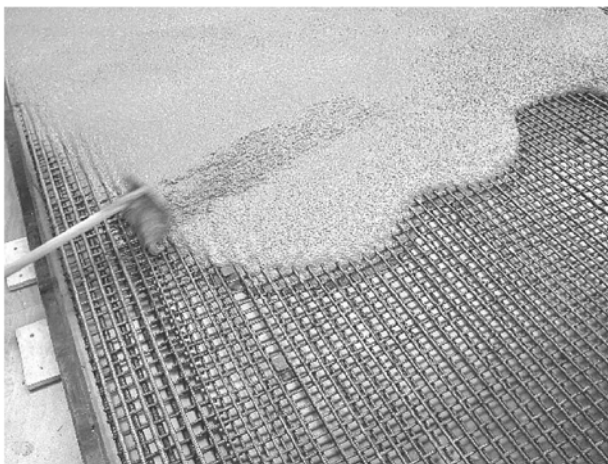


Bild 1.1 Herstellung der Brückendecks der *Kaag-Brücken* aus CRC mit 2,5 Vol.-% Stahlfasern und 5,6 bis 10,0 % Stabstahl [Kap04]

Durch das Zusammenwirken kontinuierlicher Bewehrungselemente und diskontinuierlich verteilter kurzer Fasern ergeben sich gegenüber dem bekannten Stahl- und Spannbeton Unterschiede im Trag- und Verformungsverhalten. Besonders Steifigkeit und Rissbildung [Win98, Bal99, Pfy01], aber auch Tragfähigkeit und Duktilität [Sch06] werden durch die Bewehrungskonfiguration maßgeblich beeinflusst. Die Berechnung von Tragwerken aus UHPC erfordert

daher Modelle und Verfahren, welche die mechanischen Vorgänge unter Zugbeanspruchung zutreffend beschreiben und so eine werkstoffgerechte Konstruktion ermöglichen. Eine wichtige Rolle spielen dabei die Rissbreiten im Gebrauchszustand. Werden diese in ausreichendem Maße begrenzt (Größenordnung $50\text{ }\mu\text{m}$), so kann wegen der geringen Permeabilität im Bereich fein verteilter Haarrisse der Schutz der Stabbewehrung vor chloridinduzierter Korrosion allein durch die Betonüberdeckung gewährleistet werden [Cha04, Brü05].

Mangels Kenntnis der mechanischen Zusammenhänge werden heute selbst in Kombination mit Stabbewehrung meist sehr hohe, rein empirisch festgelegte Fasergehalte eingesetzt. Eine zielgerichtetere Nutzung der sehr kosten- und ressourcenintensiven Stahlfasern könnte nicht zuletzt auch die Wirtschaftlichkeit und Akzeptanz des Werkstoffs UHPC nachhaltig fördern.

1.2 Ziele und Arbeitsprogramm

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit soll das Tragverhalten von UHPC-Zugkörpern, die mit einer Kombination aus Stabstahl und Stahlfasern bewehrt sind, experimentell und theoretisch untersucht werden. Im Mittelpunkt steht neben dem Last-Verformungs-Verhalten (Steifigkeit) besonders die Entwicklung der Rissabstände und Rissbreiten im elastischen Verformungsbereich der Stabbewehrung (Gebrauchszustand).

In Abschnitt 5 wird dazu ein mechanisches Modell entwickelt, welches die Vorgänge bei der Rissbildung am diskreten Riss beschreibt und darauf aufbauend die Nachrechnung des integralen Last-Verformungs-Verhaltens von UHPC-Zugkörpern mit gemischter Bewehrung erlaubt. Grundlagen des Modells sind die in Abschnitt 3 thematisierten, weitgehend bekannten rissmechanischen Zusammenhänge des Stahl- und Spannbetons sowie das Spannungs-Rissöffnungs-Verhalten des reinen Faserbetons (Abschnitt 4). In beiden Fällen wird der Einfluss des Schwindens des Betons berücksichtigt. Die für das Rechenmodell notwendigen mechanischen Kenngrößen werden in Versuchen ermittelt.

Das Versuchsprogramm umfasst neben Versuchen an Zugelementen mit gemischter Bewehrung auch Ausziehversuche zur Bestimmung der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung der Stabbewehrung sowie die experimentelle Ermittlung der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung des Faserbetons.

In Abschnitt 6 erfolgt anhand der Versuchsergebnisse eine Validierung des Modells. Der Einfluss der einzelnen Materialkenngrößen auf das Zusammenwirken beider Bewehrungsarten (Steifigkeit, Rissentwicklung) wird im Rahmen einer Parameterstudie untersucht.

Die gewonnenen Erkenntnisse sollen helfen, die Rissbreiten in kombiniert bewehrten UHPC-Tragwerken auf das gewünschte Maß zu begrenzen, und damit den Entwurf zugbelasteter UHPC-Bauteile, auch vor dem Hintergrund eines wirtschaftlichen Einsatzes der Faserbewehrung, erleichtern. In Abschnitt 7 wird hierzu ein vereinfachtes Nachweiskonzept erarbeitet und an Anwendungsbeispielen erläutert. Die Auswirkungen unterschiedlicher Bewehrungskonfigurationen auf Tragfähigkeit und Duktilität werden in Abschnitt 8 diskutiert.

Am Beginn der Arbeit steht ein kurzer Überblick über die werkstofflichen Grundlagen und Materialkennwerte ultrahochfester Betone.

2 Ultrahochfester Beton

2.1 Allgemeines

Ultrahochfeste Betone stehen in der Tradition des Ende der achtziger Jahre in Frankreich und Kanada entwickelten *Reactive Powder Concrete* (RPC, dt.: Reaktionspulverbeton) [Ric95, Che95, Bon96]. Das Größtkorn dieses Betons liegt deutlich unter einem Millimeter. Die Herstellung basiert auf dem Grundgedanken, Gefügestörungen (Poren, Mikrorisse) durch Auswahl und Abstimmung reaktiver und inerter Feinststoffe zu minimieren. Es entsteht ein sehr feststoffreiches und zugleich porenarmes Gefüge mit einem sehr niedrigen Wasseranspruch. Die Verarbeitbarkeit bei Wasser-Bindemittel-Werten kleiner 0,35 wird durch sehr wirksame Fließmittel sichergestellt.

In den neunziger Jahren wurde diese Technologie auf gröbere Gesteinskörnungen ausgeweitet. Der erhöhte Anteil an Feinststoffen $< 250 \mu\text{m}$ bleibt aber auch für diese Betone charakteristisch. In [DAfStb05a] wird anhand des verwendeten Größtkorns zwischen Feinkorn-UHPC (Größtkorn $d_g \leq 1 \text{ mm}$) und Grobkorn-UHPC (Größtkorn $d_g > 1 \text{ mm}$ bis etwa 16 mm) unterschieden.

Zur Herstellung von UHPC werden vorrangig die folgenden Ausgangsstoffe verwendet [DAfStb05b]:

- feine und ggf. grobe Gesteinskörnungen (z. B. Quarz- und Basaltsande, Basaltsplitt, Bauxit),
- Quarzmehl und andere Gesteinsmehle,
- C₃A-armes oder C₃A-freies Portlandzement (CEM I) und Hochofenzement (CEM III),
- Silikastaub, Metakaolin und Feinhüttensande,
- Hochleistungsfließmittel sowie
- Wasser.

In Deutschland hat der DAfStb Unterausschuss „Ultrahochfester Beton“ (UA UHFB) in einem Sachstandsbericht [DAfStb05a] die werkstofflichen Grundlagen zusammengestellt sowie Vorschläge zur Bemessung und Konstruktion von ultrahochfesten Betonen erarbeitet. Das Bemessungskonzept und die Nachweisverfahren orientieren sich an den Regeln der DIN 1045-1:2001-07 [DIN01]. Sie werden ergänzt durch Vorschläge des DBV-Merkblatts „Stahlfaserbeton“ [DBV01] bzw. die darauf aufbauende DAfStb-Richtlinie „Stahlfaserbeton“ [DAfStb05c]. Eine weitere wichtige Quelle bildet die Richtlinie der AFGC/SETRA [AFGC02], die erstmals umfassend die Bemessung von Bauteilen aus UHPC behandelt.

Die im Sachstandsbericht formulierten Regeln haben keinen bindenden Charakter, sondern stellen lediglich eine Orientierungshilfe für die am Bau Beteiligten dar. Aufgrund der noch unzureichenden Erfahrung im Umgang mit ultrahochfestem Beton und einiger noch nicht ausreichend untersuchter Aspekte dieses neuen Werkstoffs werden bei jedem Projekt eine wissenschaftliche Begleitung und maßstabgetreue Bauteilversuche empfohlen.

2.2 Festbetoneigenschaften

Unter Druckbeanspruchung verhält sich UHPC bis zu einem Spannungsniveau von ca. 80 bis 90 % der Druckfestigkeit nahezu linear-elastisch (Bild 2.1). Aufgrund der hohen Packungsdichte im Feinststoffbereich (dichtes Mikrogefüge) besitzt UHPC gegenüber normal- bzw. hochfesten Betonen bei gleicher Gesteinskörnung eine höhere Steifigkeit. Der Elastizitätsmodul liegt für Druckfestigkeiten zwischen 150 und 230 N/mm² in einer Größenordnung von 43.000 bis 55.000 N/mm². Bei Verwendung sehr steifer Zuschläge, z. B. Bauxit, können auch höhere Werte erzielt werden. Das Versagen bei Erreichen der Höchstlast erfolgt schlagartig ohne Vorankündigung. Die Bruchfläche verläuft aufgrund der hohen Zementsteinfestigkeit und des guten Zuschlag-Matrix-Verbundes durch die Zuschlagkörner.

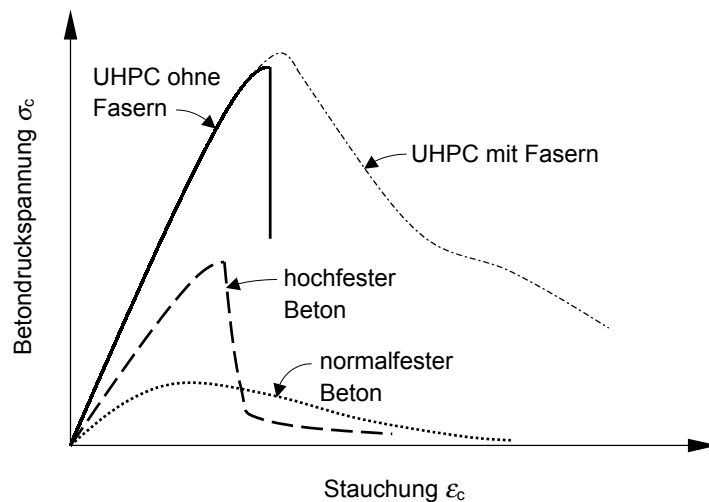


Bild 2.1 Typische Spannungs-Dehnungs-Linien normal-, hoch-, und ultrahochfester Betone

Ein duktiles Bruch- und Nachbruchverhalten kann bei ultrahochfesten Betonen nicht nur durch Zugabe von Fasern, sondern auch durch eine Umschnürung erreicht werden, wie sie beispielsweise bei mit Beton gefüllten Rohren vorhanden ist (Verbundstützen). Neben einer hohen Druckfestigkeit weisen ultrahochfeste Betone wegen ihres dichten Gefüges einen hohen Widerstand gegen jede Form physikalischen oder chemischen Angriffs und damit eine sehr hohe Dauerhaftigkeit auf.

Die einaxiale Zugfestigkeit der UHPC-Matrix beträgt zwischen 7 und 11 N/mm². Die Zugfestigkeiten von Grob- und Feinkornbeton unterscheiden sich dabei nur wenig. Auch das Versagen auf Zug ist bei faserfreiem UHPC sehr spröde. In Abschnitt 4 dieser Arbeit wird das Zugtragverhalten von faserfreiem und faserverstärktem UHPC noch ausführlich diskutiert.

Aufgrund des hohen Zementgehalts und des niedrigen Wasser-Bindemittel-Werts überwiegt bei ultrahochfesten Betonen das autogene (chemische) Schwinden (Schrumpfen) gegenüber dem Trocknungsschwinden. Ein Großteil der Schwindverformung stellt sich bereits innerhalb der ersten Stunden nach dem Erstarren ein. Da die Messungen zum Teil zu sehr unterschiedlichen Zeitpunkten begonnen wurden, finden sich in der Literatur stark voneinander abweichende Endschwindmaße. Nach Untersuchungen von *Fehling et al.* [Feh05] liegt das autogene Schwindmaß ϵ_{cas} von Feinkorn-UHPC, welches unter isothermischen Bedingungen an versiegelten Proben gemessen wurde, bei ca. 0,7 ‰ innerhalb der ersten 7 Tage nach dem

Betonieren (Bild 2.2). Im Alter von 28 Tagen nimmt das Schwindmaß auf ca. 0,9 ‰ zu. Unter Berücksichtigung des geringen Trocknungsschwindens ε_{cds} ergibt sich ein Endschwindmaß $\varepsilon_{\text{cs}\infty}$ von etwa 1 ‰. Ultrahochfeste Betone mit basaltischen Gesteinskörnungen bis 8 mm weisen gegenüber Feinkorn-UHPC bei gleichen Leimgehalten (Feinstoffen $\leq 0,125$ mm und Wasser) ein um bis zu 30 % kleineres autogenes Schwindmaß auf.

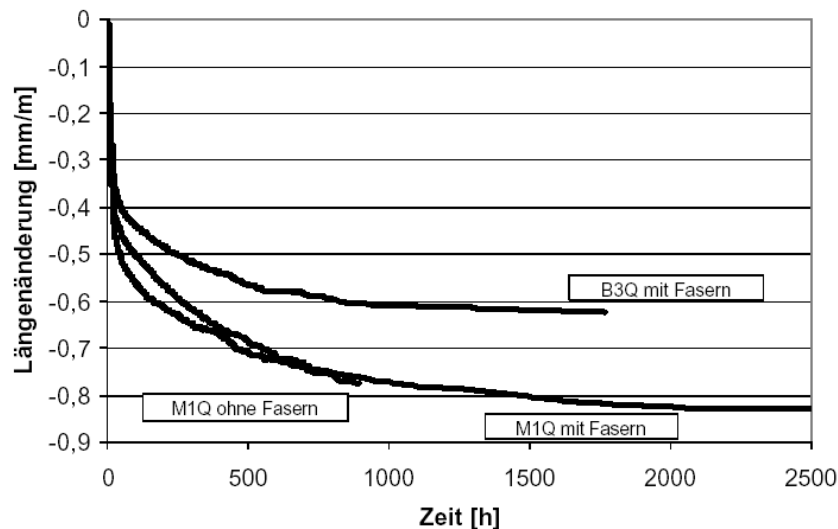


Bild 2.2 Autogene Schwindverformungen versiegelter Proben der Mischungen M1Q (Feinkorn-UHPC, siehe Tabelle 2.1) und B3Q (Grobkorn-UHPC) ohne bzw. mit 2,5 Vol.-% Stahlfasern [Feh05]

Von *Habel* [Hab04] wird für den Feinkorn-UHPC CEMTEC[®]_{multiscale} bei einem Fasergehalt von 6 Vol.-% (Faserlänge 10 mm, Faserdurchmesser 0,2 mm) eine Gesamtverkürzung infolge Schwindens von nur 0,44 mm/m angegeben. Wegen der fehlenden Referenz einer faserfreien Probe bleibt unklar, ob eine Verformungsbehinderung durch die Stahlfasern vorliegt. Nach Bild 2.2 kann der Einfluss kleinerer Mengen Stahlfasern auf das Schwindverhalten des Betons als eher gering eingeschätzt werden.

Wegen des hohen autogenen Schwindmaßes können bei einer Verformungsbehinderung hohe Zwangzugspannungen entstehen. Dies gilt nicht nur für die Behinderung von Bauteilverformungen insgesamt, sondern insbesondere auch für den inneren Zwang infolge Dehnungsbehinderung durch den Bewehrungsstahl. Untersuchungen hierzu enthält Abschnitt 6.

Durch eine Wärmebehandlung des Betons im Anschluss an das Erstarren kann die Festigkeitsentwicklung zeitlich gerafft und das gesamte Schwinden vorweggenommen werden.

Die Endkriechzahl $\varphi(\infty, t_0)$ von wärmebehandeltem UHPC wird in [AFGC02, Feh05] mit 0,2 angegeben. Für UHPC ohne Wärmebehandlung finden sich in der Literatur in Abhängigkeit des Belastungsbeginns und der Belastungsdauer Kriechzahlen $\varphi(t, t_0)$ zwischen 0,5 und 2,3 [Lou96, AFGC02, Ma03a, Feh05].

2.3 Verwendete UHPC-Mischung

Die experimentellen Arbeiten wurden an Feinkorn-UHPC durchgeführt, der am Fachgebiet Werkstoffe des Bauwesens der Universität Kassel entwickelt wurde. Die Mischungen sind in Tabelle 2.1 angegeben. Eine detaillierte Charakterisierung der Ausgangsstoffe sowie Hinweise zur Herstellung und zur Verarbeitung können dem Forschungsbericht von *Fehling et al.* [Feh05] entnommen werden.

Tabelle 2.1 Zusammensetzung und Eigenschaften der eingesetzten ultrahochfesten Feinkornbetone [Feh05]

Zeile	Spalte	1	2
	UHPC-Mischung	M1Q	M2Q
1	Zement in kg/m ³	733	832
2	Quarzsand 0,125/0,50 in kg/m ³	1008	975
3	Silikastaub in kg/m ³	230	135
4	Feinquarz in kg/m ³	183	207
5	Feinstoff < 0,125 mm in l/m ³	405	403
6	Fließmittel in kg/m ³	28,6	29,4
7	Wasser in l/m ³	161	166
8	Wasser-Zement-Wert ¹⁾	0,24	0,22
9	Wasser-Bindemittel-Wert ¹⁾	0,19	0,19
10	Wasser und Feinstoff < 0,125 mm in l/m ³	595	598
11	Ausbreitmaß ohne Schlag in cm	55	65
12	mittlere Zylinderdruckfestigkeit $f_{c,cyl}$ nach 28 d Wasserlagerung bei 20°C in N/mm ²	150 ²⁾	-
13	mittlere Zylinderdruckfestigkeit $f_{c,cyl}$ nach 48 h Wärmebehandlung bei 90°C in N/mm ²	195 ²⁾	190 ²⁾

¹⁾ unter Berücksichtigung des Fließmittels (60 % Wassergehalt)

²⁾ ermittelt bei einem Fasergehalt von 2,5 Vol.-%

Eine Übersicht über die Zusammensetzung und die Eigenschaften weiterer, erfolgreich in der Praxis eingesetzter ultrahochfester Betone findet sich z. B. in [Jun06].

3 Verhalten von stabstahlbewehrtem Beton unter Zugbeanspruchung

Für die Analyse des Tragverhaltens eines mit Fasern und Stabstahl bewehrten UHPC-Zug-elements ist es hilfreich, die Wirkungsweisen beider Bewehrungselemente zunächst getrennt voneinander zu betrachten. Für die Betonstahlbewehrung soll dies im Folgenden geschehen. Abschnitt 4 der vorliegenden Arbeit ist dann der Faserbewehrung gewidmet.

3.1 Bewehrung

3.1.1 Betonstahl

Als Betonstahl werden die als schlaffe Bewehrung in Konstruktionsbeton eingesetzten Stähle bezeichnet. Es wird zwischen Betonstahlstäben und Betonstahlmatten unterschieden. Betonstahlstäbe werden warmgewalzt und gegebenenfalls einer Nachbehandlung unterzogen. Betonstahlmatten werden aus warmgewalzten oder kaltgewalzten Drähten hergestellt, die miteinander durch Widerstandspunktschweißen zu einem Bewehrungsgitter schubfest verbunden werden.

Warmgewalzte Betonstähle besitzen nach zunächst quasi linear-elastischem Verhalten eine ausgeprägte Streckgrenze (f_{yk} , ϵ_{yk}), an die sich ein Fließbereich auf annähernd konstantem Spannungsniveau anschließt. Nach dem Fließbereich folgt ein Verfestigungsbereich bis zur Zugfestigkeit (Bild 3.1).

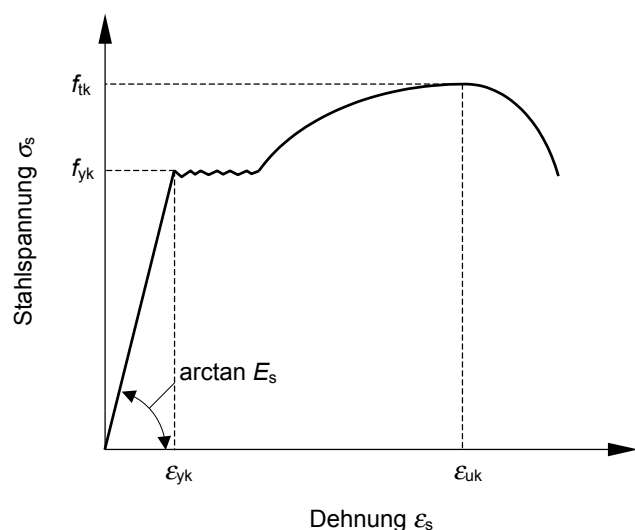


Bild 3.1 Typische Spannungs-Dehnungs-Linie eines warmgewalzten Betonstahls

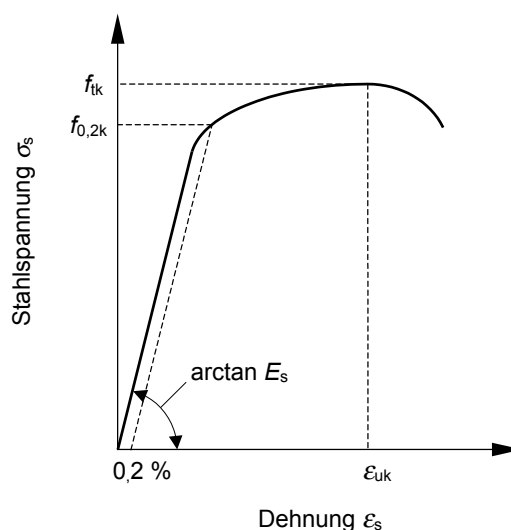


Bild 3.2 Typische Spannungs-Dehnungs-Linie eines kaltverformten Betonstahls

Bei kaltverformten Stählen ergibt sich eine Spannungs-Dehnungs-Linie mit kontinuierlicher Spannungszunahme, da das Fließen bereits im Herstellprozess vorweggenommen wurde (Bild 3.2). Es wird daher anstelle der Streckgrenze üblicherweise die 0,2 %-Dehngrenze

($f_{0,2k}$, 0,2 %) angegeben, die als diejenige Spannung definiert ist, bei der sich nach vollständiger Entlastung eine bleibende Verformung von 0,2 % einstellt.

Eine ausreichende Dehnfähigkeit (normale Duktilität) gilt als erfüllt, wenn der charakteristische Wert der Dehnung bei Höchstlast ϵ_{uk} mindestens 2,5 % beträgt und der charakteristische Wert der Zugfestigkeit mindestens 5 % über dem der Streckgrenze f_{yk} liegt. Stähle mit hoher Duktilität müssen Werte von $\epsilon_{uk} \geq 5\%$ und $(f_t/f_y) \geq 1,08$ aufweisen. Aufgrund erhöhter Duktilitätsanforderungen der neuen Normengeneration [EC2, DIN01] haben kaltverformte oder kaltgewalzte Bewehrungsstähle an Bedeutung verloren.

Der Elastizitätsmodul der Betonstähle liegt zwischen 200.000 und 210.000 N/mm².

3.1.2 Spannstahl

Als Spannstahl werden Stähle bezeichnet, die als Drähte, Stäbe oder Litzen ausgeführt und aufgrund ihrer hohen Festigkeit zur Vorspannung von Konstruktionsbeton verwendet werden.

Die hohe Festigkeit wird bei naturharten Stabstählen durch Legieren mit z. B. Mangan, Silizium und Vanadium bei gleichzeitig hohem Kohlenstoffgehalt eingestellt. Nach dem Warmwalzen werden die Stäbe gereckt und bei 300 °C angelassen, um die Elastizitätsgrenze anzuheben.

Bei leicht legierten, warmgewalzten Spannstahldrähten werden die gewünschten Eigenschaften durch eine mehrstufige Wärmebehandlung (Vergüten) erzielt. Nachdem die Stahldrähte in Ringen unter Luftabschluss die Härtetemperatur von rund 1000 °C erreicht haben, werden sie in einem Ölbad abgeschreckt und abschließend in einem thermostatisch geregelten Bleibad bei etwa 500 °C angelassen.

Bei unlegierten warmgewalzten Drähten folgt auf einen Mehrfachziehvorgang (Kaltziehen) ein Anlassen bei ca. 400 °C, um die Elastizitätsgrenze auf das gewünschte Maß anzuheben. Im Anschluss wird gegebenenfalls durch entsprechende Rollen unter hohem Querdruck eine Profilierung der Drähte erzeugt.

Spannungs-Dehnungs-Linien gebräuchlicher Spannstahlsorten sind in Bild 3.3 dargestellt.

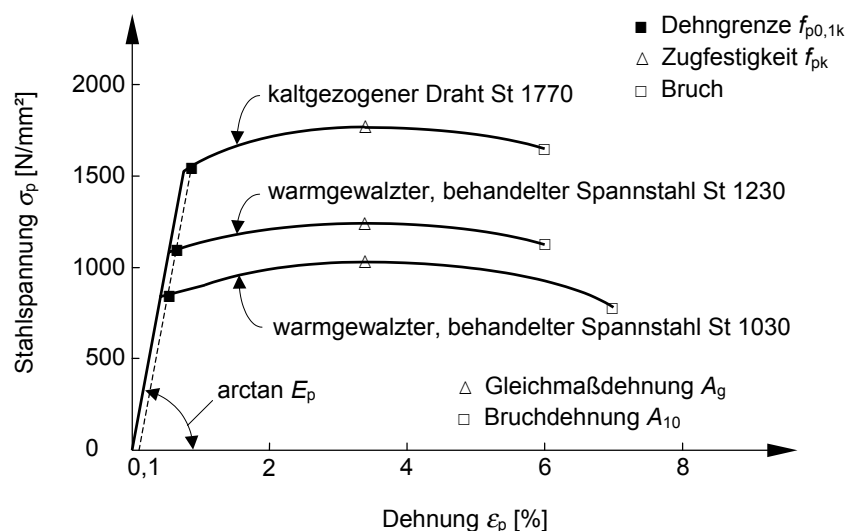


Bild 3.3 Typische Spannungs-Dehnungs-Linien ausgewählter Spannstähle [Meh02]

Der Elastizitätsmodul von Spannstahl liegt für Stäbe und Drähte bei etwa 205.000 N/mm^2 und für Litzen bei etwa 195.000 N/mm^2 . An den elastischen Bereich schließt sich unmittelbar die Verfestigung bis zur Zugfestigkeit an. Aufgrund des Fehlens einer ausgeprägten Streckgrenze wird für Spannstähle üblicherweise die 0,1 %-Dehngrenze angegeben.

Es darf im Allgemeinen angenommen werden, dass Spannglieder im nachträglichen Verbund und Spannglieder ohne Verbund eine hohe Duktilität und Spannglieder im sofortigen Verbund eine normale Duktilität aufweisen.

3.2 Last-Verformungs-Verhalten eines Stahlbetonzugstabs

Ein durch zentrischen Zug beanspruchtes, ausreichend bewehrtes Stahlbetonelement zeigt typischerweise das in Bild 3.4 dargestellte Last-Verformungs-Verhalten. Dabei durchläuft das Bauteil die folgenden vier Phasen:

In Phase 1 ist der Zugstab ungerissen (Zustand I). Die Betonspannungen infolge äußerer Last liegen in jedem Querschnitt des Bauteils unterhalb der Betonzugfestigkeit.

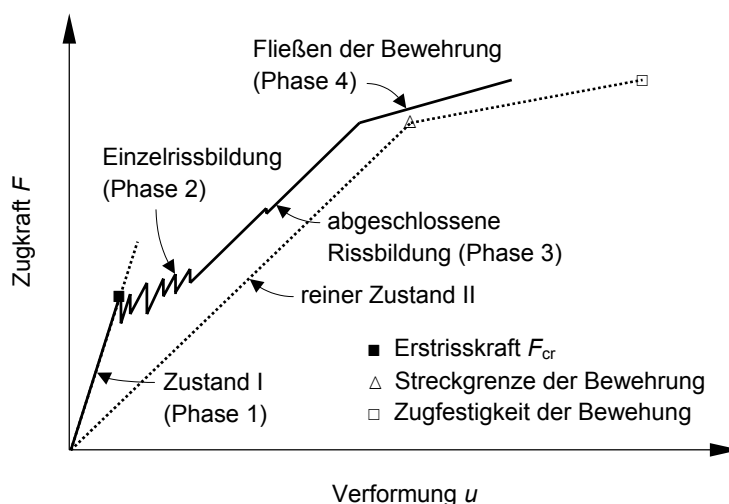


Bild 3.4 Typisches Last-Verformungs-Diagramm eines Stahlbetonzugelements

Der Übergang von Phase 1 in Phase 2 (Einzelrissbildung) ist durch das Erreichen der Betonzugfestigkeit im schwächsten Querschnitt (ungünstige Querschnittsgeometrie, geringe Zugfestigkeit) gekennzeichnet. Mit der Erstrissbildung endet das annähernd linear-elastische Verhalten des Zugstabs. Abhängig von der Belastungsart wächst entweder die Verformung bei konstant gehaltener Belastungshöhe an (Kraftsteuerung) oder die Belastung nimmt ab, während die Verformung gleich bleibt (Wegsteuerung).

Da die Steifigkeit eines langen Zugstabs durch einen einzelnen Riss nicht wesentlich beeinflusst wird, lässt erst die Bildung weiterer Risse auf etwa gleichem Lastniveau den Einfluss der Rissbildung auf das Last-Verformungs-Verhalten erkennen. Dabei entstehen die Risse zunächst weiterhin an lokalen Schwachstellen. Da diese Querschnitte jeweils eine höhere Betonzugfestigkeit bzw. eine günstigere Geometrie aufweisen als die zuvor gerissenen Querschnitte, nimmt die Belastungshöhe während der Phase der Einzelrissbildung, abhängig von der Inhomogenität des Bauteils, leicht zu. Die Steifigkeit des Zugstabs nähert sich dabei

immer weiter der Steifigkeit der Stahlbetonbewehrung an (reiner Zustand II), erreicht diese in der Regel jedoch nicht.

In Phase 3 (abgeschlossene Rissbildung) ist der mit einer Steigerung der Belastung verbundene Steifigkeitsverlust nur noch gering. Die Anzahl der Risse ändert sich nicht oder nur unwesentlich.

Erst mit dem Erreichen der Streck- bzw. Dehngrenze der Bewehrung in einem Querschnitt (Übergang von Phase 3 zu Phase 4) nehmen die Verformungen des Zugstabes wieder stark zu. Die Lastniveaus bei Erreichen der Streck- bzw. Dehngrenze sowie der Zugfestigkeit der Bewehrung werden durch den umgebenden Beton nicht beeinflusst. Dies gilt nicht für die zugehörigen mittleren Dehnungen, die für den Stahlbetonzugstab in der Regel geringer sind als für den nackten Stahl.

Ursächlich für die höhere Steifigkeit des Stahlbetonzugstabs auch in der Phase der abgeschlossenen Rissbildung ist die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen (*Tension Stiffening*). Diese Mitwirkung wird durch den sich bei der Rissbildung einstellenden verschiebblichen Verbund zwischen Beton und Bewehrung ermöglicht.

3.3 Verbund zwischen Stabstahl und Betonmatrix

3.3.1 Verbundarten

Unter Verbund versteht man im Stahlbetonbau die Kraftübertragung zwischen dem Stahl und dem umgebenden Beton. Der Verbund bildet die Voraussetzung für ein Zusammenwirken beider Werkstoffe und bestimmt maßgeblich die Rissbildung (Rissbreiten und Rissabstände).

Als Arten der Verbundwirkung werden bei gerippten Bewehrungsstäben Haft-, Scher- und Reibungsverbund unterschieden (Bild 3.5).

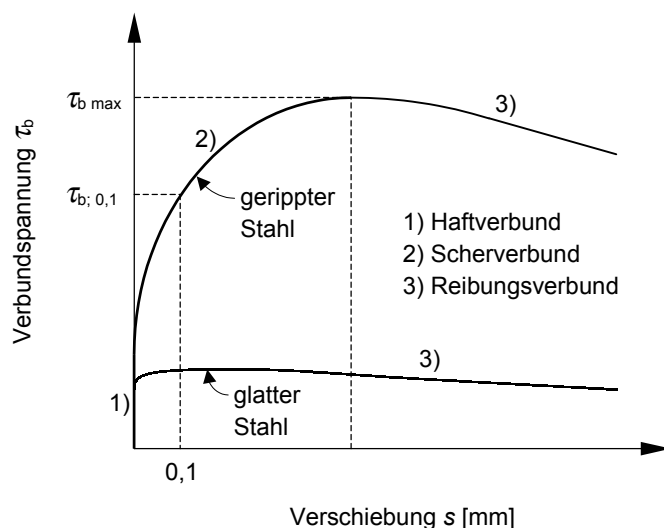


Bild 3.5 Arten des Verbundes bei glatten und gerippten Bewehrungsstäben nach Rehm [Reh61]

Der Haftverbund beruht auf Adhäsionskräften zwischen Stahl und Zementstein. Er hängt wesentlich von der Oberflächenbeschaffenheit (Rauigkeit, Sauberkeit) der Bewehrung ab und wird bereits bei kleinen Verschiebungen überwunden.

Der Scherverbund stellt für gerippte Bewehrungsstäbe die wirkungsvollste und zuverlässigste Verbundart dar. Der Scherverbund beruht auf der Scherwirkung zwischen den Stahlrippen des Bewehrungsstabes und den dazwischen liegenden „Betonkonsolen“. Anders als bei glatten Stahlstäben müssen vor dem Herausziehen der Bewehrung aus dem Beton (Phase 3: Reibverbund) erst die „Betonkonsolen“ abgeschernt werden (Bild 3.6).

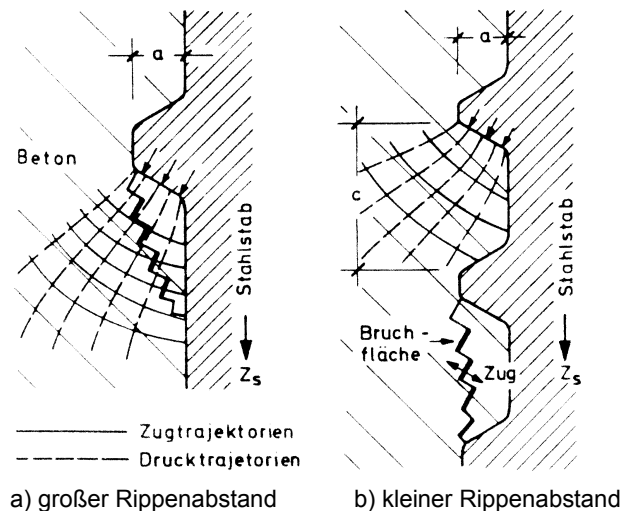


Bild 3.6 Hauptspannungstrajektorien und Verlauf der Bruchflächen der Betonkonsolen bei unterschiedlichen Rippenabständen [Leo84]

Größe und Steifigkeit des Scherverbundes hängen von der Form, der Neigung, der Höhe und dem Abstand der Rippen ab. Zur Beschreibung der Rippengeometrie kann die von *Rehm* [Reh69] eingeführte „bezogene Rippenfläche“ f_R nach Gleichung (3.1) dienen.

$$f_R = \frac{(\pi \cdot d_s - \Sigma e) \cdot [a_{1/2} + 2 \cdot (a_{1/4} + a_{3/4})]}{6 \cdot \pi \cdot d_s \cdot c_s} \quad (3.1)$$

mit den Bezeichnungen nach Bild 3.7

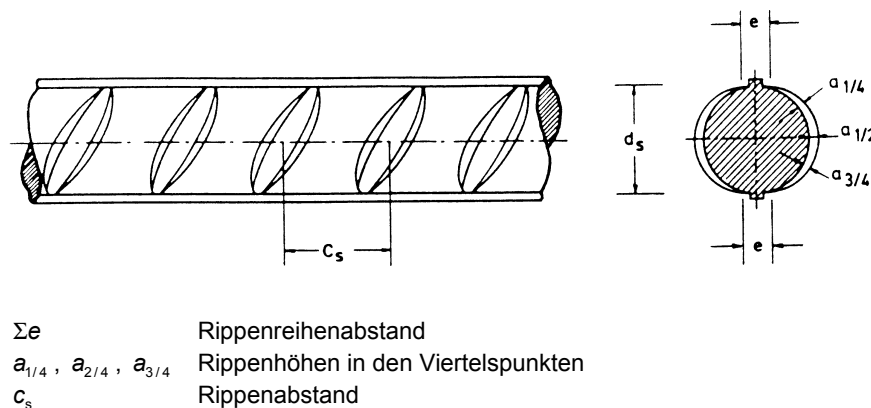


Bild 3.7 Bestimmung der bezogenen Rippenfläche f_R als Kennwert für die Verbundgüte [Leo84]

Übliche Betonstahlbewehrung besitzt eine bezogene Rippenfläche von 0,04 bis 0,08. Zur Erhöhung der Duktilität werden anstelle von Betonstählen mit erhabener Rippung zunehmend tiefgerippte Stäbe eingesetzt, wodurch sich ein deutlich „weicherer“ Verbund (niedrigere Verbundsteifigkeit) mit dem Beton einstellt.

Beim Scherverbund entstehen als Folge der örtlich hoch belasteten „Betonkonsolen“ zwischen den Rippen Ringzugspannungen, die bei unzureichender Betondeckung mit dem Erreichen der Betonzugfestigkeit zu Längsrissen führen. Durch Längsrissbildung werden die Verbundsteifigkeit und die Verbundfestigkeit vermindert. Dieser Aspekt verdient bei UHPC besondere Beachtung, da die Zugfestigkeit mit der Druckfestigkeit nur unterproportional anwächst.

3.3.2 Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung

Beziehungen zwischen der Verbundspannung τ_b und dem Schlupf s werden in der Regel mit Hilfe von Ausziehversuchen (*Pull-out-tests*) an Betonstählen aus einem Betonkörper gewonnen. Dabei wird die Verschiebung des Stahls gegenüber dem Beton meist am unbelasteten freien Stabende gemessen. Zur Untersuchung von ortsabhängigen Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen eignen sich auch Dehnkörper, bei denen die lokal vorhandenen Stahldehnungen entlang der Verbundlänge mit Hilfe von Dehnungsmessstreifen ermittelt werden, die im Innern des Bewehrungsstabes appliziert sind (Bild 3.8c).

Die Ergebnisse von Ausziehversuchen werden von der Geometrie der Prüfkörper maßgeblich beeinflusst. Um infolge behinderter Querdehnung an der Auflagerplatte keinen günstig wirkenden Querdruck auf den Bewehrungsstab auszuüben, werden in der Regel Versuchskörper nach Empfehlung von RILEM (Bild 3.8a) oder in Anlehnung an *Rehm* (Bild 3.8b) eingesetzt, die auf der Lasteinleitungsseite eine verbundfreie Länge besitzen.

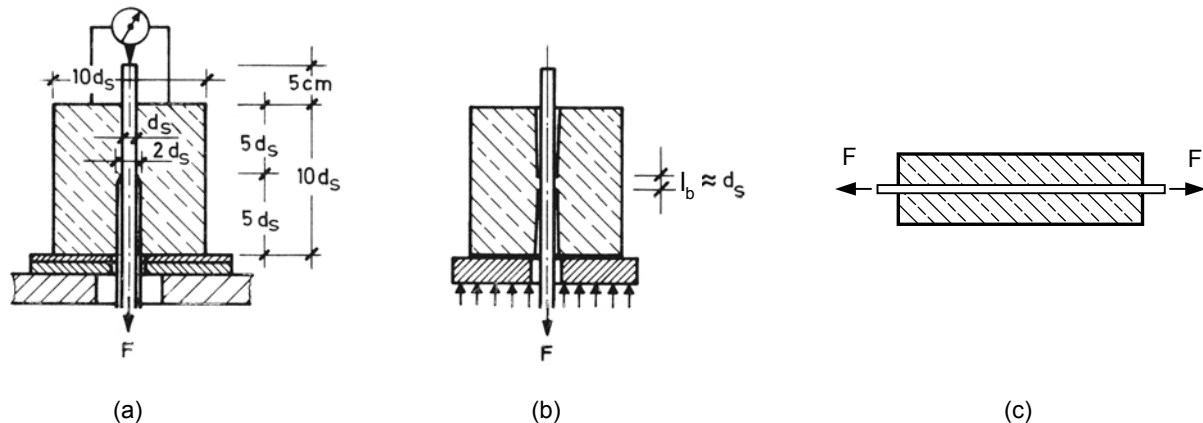


Bild 3.8 Probekörper für lokale Verbunduntersuchungen

(a) Versuchskörper für Ausziehversuche nach RILEM [RILEM70] (aus [Leo84])

(b) Versuchskörper für Ausziehversuche nach *Rehm* [Reh61] (aus [Leo84])

(c) Dehnkörper

Das lokale Verbundverhalten wird durch den Zusammenhang zwischen lokaler Verbundspannung $\tau_b(x)$ und zugehörigem Schlupf $s(x)$ charakterisiert. Da sich die experimentelle Bestimmung des Verlaufs der Verbundspannung über die Verbundlänge als sehr schwierig erweist, wird als Ergebnis der Ausziehversuche meist aus der aufgetragenen Kraft F die mittlere Verbundspannung τ_{bm} über die Verbundlänge l_b nach Gleichung (3.2) ermittelt und als Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung in Abhängigkeit des gemessenen Schlupfs s aufgetragen.

$$\tau_{bm} = \frac{F}{d_s \cdot \pi \cdot l_b} \quad (3.2)$$

Die mit dem Versuchskörper nach Rehm erhaltene mittlere Verbundspannung τ_{bm} liegt aufgrund der kurzen Verbundlänge $l_b = d_s$ sehr nahe am Maximalwert der Verbundspannung $\tau_{b \max}$. Der Zusammenhang zwischen mittlerer Verbundspannung τ_{bm} und Schlupf s wird häufig auch als „Verbundgesetz“ bezeichnet.

3.3.3 Verbundverhalten von UHPC

Zum Verbund von stabförmigen Bewehrungseinlagen und UHPC wurden bereits einige experimentelle Untersuchungen durchgeführt. Diese liefern übereinstimmend sehr hohe aufnehmbare Verbundspannungen (Verbundfestigkeiten), die nicht mit den für normalfeste Betone angewendeten Beziehungen zutreffend beschrieben werden können. Im Folgenden werden die dem Verfasser vorliegenden Ergebnisse der an gerippten Bewehrungsstäben durchgeführten Versuche kurz zusammengefasst.

3.3.3.1 Versuche von Weiße

Ein umfangreiches Versuchsprogramm zum Verbundverhalten von UHPC wurde von *Weiße* [Wei03, Hol04] an der HTWK Leipzig durchgeführt. Es umfasst sowohl Feinkorn- als auch Grobkornbetone. Die Verbundeigenschaften wurden mittels Ausziehversuchen an RILEM-Prüfkörpern mit einer reduzierten Verbundlänge von $1,5 d_s$ bestimmt (Bild 3.9). Zum Einsatz kam überwiegend Betonstahl $d_s = 10$ mm, aber auch Betonstahl $d_s = 8$ mm als Stab- und Mattenstahl mit erhabener Rippung sowie als tiefgerippter Mattenstahl. Weiterhin wurden die Stabausrichtung (parallel bzw. senkrecht zur Betonierichtung), das Maß der Betondeckung, das Alter bei Prüfbeginn sowie die Belastungsgeschwindigkeit im Versuch variiert. Die Reduktion der Betondeckung wurde jeweils nur an einer Seite der Prüfkörper ausgeführt (Bild 3.9), was bei der Belastung eine Exzentrizität zur Folge hatte.

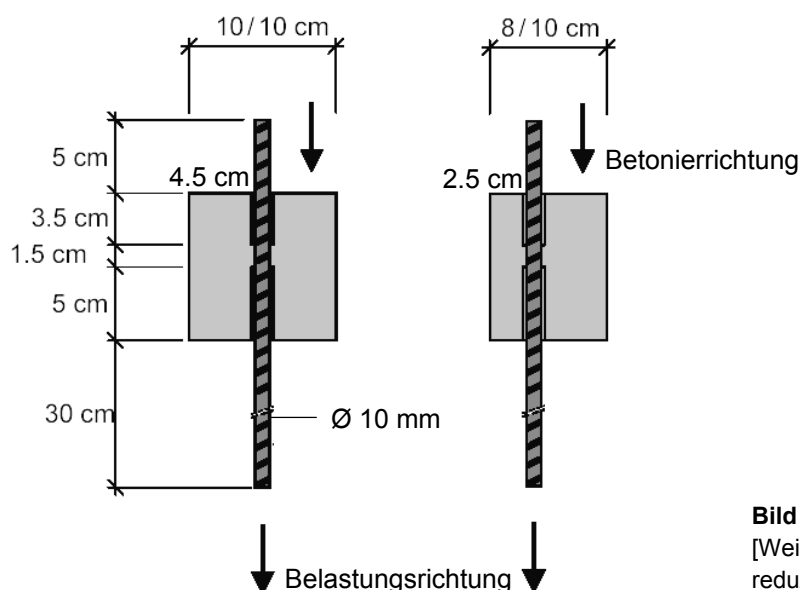


Bild 3.9 Versuchskörper von *Weiße* [Wei03, Hol04] mit konstanter und einseitig reduzierter Betondeckung

Die meisten Verbundkörper wurden aus UHPC ohne Fasern hergestellt. Bei einigen erfolgte eine Faserzugabe von 0,5 bzw. 1,0 Vol.-%, wobei unterschiedliche Fasermischungen verwendet wurden.

Die mittlere Druckfestigkeit der eingesetzten UHPC-Mischungen wurde an Zylindern ($d = 100 \text{ mm}$, $h = 200 \text{ mm}$) ermittelt und betrug nach 28 Tagen Wasserlagerung bei 20°C zwischen 135 und 147 N/mm^2 . Der höhere Wert wurde mit dem Feinkorn-UHPC erzielt.

Die größte Verbundfestigkeit ergab sich für die mit vertikaler Stablage in Belastungsrichtung hergestellten Probekörper bei einer Betondeckung von $4,5 d_s$. In Bild 3.10 sind die zugehörigen Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen dargestellt, die für die drei untersuchten Bewehrungsarten und einen Grobkorn-UHPC (Größtkorn 5 mm , Zylinderdruckfestigkeit $f_{c,cyl} = 144 \text{ N/mm}^2$) erhalten wurden. Die Verformungen wurden am unbelasteten Ende gemessen. Für den Stabstahl mit erhabener Rippung ergibt sich danach ein sehr steifes Verbundverhalten und eine Verbundfestigkeit von ca. 55 N/mm^2 . Der tiefgerippte Mattenstahl weist die niedrigste Verbundsteifigkeit/-festigkeit auf, zeigt aber das duktilste Verhalten nach Erreichen der Höchstlast. Die maximale Verbundspannung liegt hier bei etwa 47 N/mm^2 .

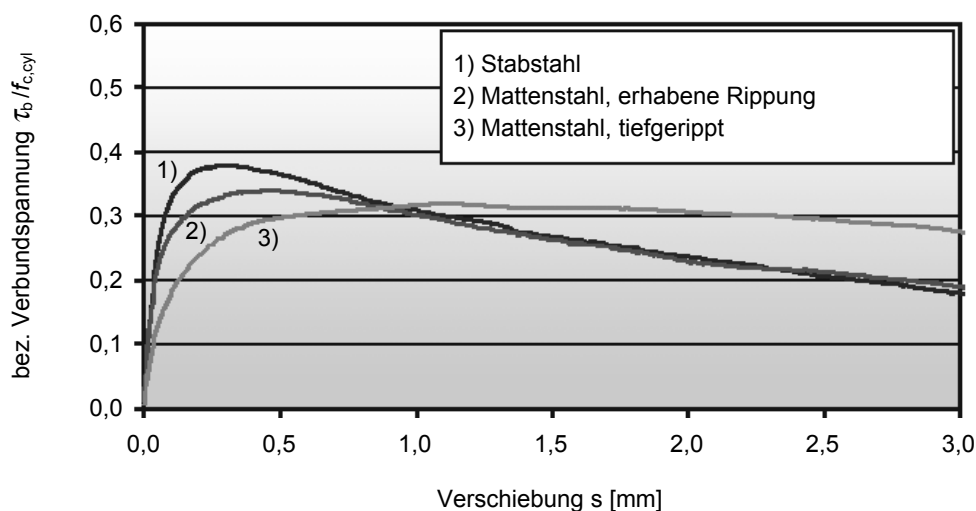


Bild 3.10 Bezogene Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen für einen Grobkorn-UHPC (Größtkorn 5 mm , Zylinderdruckfestigkeit $f_{c,cyl} = 144 \text{ N/mm}^2$) nach 28 Tagen – unterschiedliche Bewehrungsarten, Stabdurchmesser $d_s = 8 \text{ mm}$, seitliche Betondeckung 36 mm , Verbundlänge 15 mm [Wei03, Hol04]

Bei einer Betondeckung von $2,5 d_s$ und kleiner war ein Aufspalten der Probekörper zu beobachten (Längsrissbildung), welches beim Feinkorn-UHPC zu einer Veränderung der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung führte, während beim Grobkornbeton keine Auswirkungen festzustellen waren. Von einigen Feinkorn-Probekörpern wird berichtet, dass diese aufgrund des hohen Schwindmaßes schon vor der Prüfung Risse aufwiesen, was im Versuch zu einem vorzeitigen Versagen führte. Offensichtlich erweist sich eine Längsrissbildung für das Verbundverhalten von Feinkorn-UHPC ohne Fasern als besonders kritisch.

3.3.3.2 Versuche von Aarup et al.

Aarup et al. [Aar00] führten zahlreiche Versuche zur Bestimmung des Verbundverhaltens von Stabstahlbewehrung in CRC (*Compact Reinforced Concrete*) durch. CRC wurde 1986 von Aalborg Portland, Dänemark entwickelt [Bac91]. Die Druckfestigkeit dieser Betone liegt zwischen 150 und 400 N/mm². Der Fasergehalt ist mit 3 bis 6 Vol.-% vergleichsweise hoch und wird üblicherweise mit einem ebenfalls sehr hohen Gehalt an konventioneller Stabstahlbewehrung kombiniert.

Als Standard wird eine Mischung mit einem Größtkorn von 4 mm und einem Fasergehalt von 6 % verwendet. Die Fasern besitzen eine Länge von 12,4 mm und einen Durchmesser von 0,4 mm. Sie weisen somit eine nur geringe Schlankheit von ca. 30 auf.

Die für die Ausziehversuche verwendeten Versuchskörper und die Lasteintragung sind in Bild 3.11 schematisch dargestellt. Die Einbindelängen der Bewehrung (Stabdurchmesser $d_s = 8$ mm) waren unterschiedlich lang.

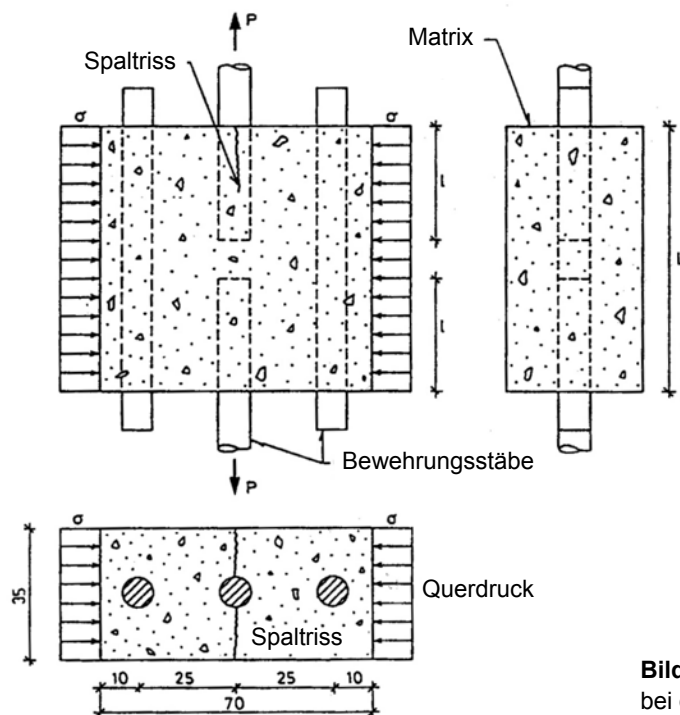


Bild 3.11 Probekörper und prinzipieller Lasteintrag bei den Ausziehversuchen von Aarup et al. [Aar00]

Die mittlere Druckfestigkeit des Betons betrug 165 N/mm². Die Prüfung der Probekörper erfolgte nach 28 Tagen. Die Betondeckung war mit etwa $1,7 d_s$ sehr klein gewählt, was zu einem Aufspalten der Körper durch Längsrissbildung führte. Um eine vollständige Verankerung des Bewehrungsstabes zu gewährleisten (Erreichen der Streckgrenze der Bewehrung vor dem Herausziehen), erwies sich eine Einbindetiefe von 50 mm als ausreichend. Wurde günstig wirkender Querdruck in Höhe von 5 % der Druckfestigkeit aufgebracht bzw. eine Querbewehrung eingesetzt, so konnte die Längsrissbildung vermieden bzw. vermindert und zugleich die Einbindelänge auf 30 mm reduziert werden.

Für die mit 577 N/mm² angegebene Streckgrenze der Bewehrung ergeben sich rechnerisch Verbundfestigkeiten zwischen 23 und 38 N/mm². Die mit 4 bis 6 d_s relativ großen Ver-

bundlängen lassen vermuten, dass die bei der Berechnung der Verbundfestigkeit über die Einbindetiefe gemittelte Verbundspannung deutlich vom Maximalwert der Verbundspannung abweicht. Dies erklärt die niedrigen Festigkeiten.

In diesem Zusammenhang verweisen *Aarup et al.* auf Ausziehversuche an CRC, die am *Institute of Concrete Technology*, Shimizu, Japan durchgeführt wurden und die bei kürzeren Einbindelängen in der Größenordnung von $3 d_s$ und Stabdurchmessern von bis zu 51 mm Verbundfestigkeiten zwischen 26 und 87 N/mm² ergaben.

Bei einer weiteren Serie wurden Bewehrungsstäbe $d_s = 16$ mm mit einer Betondeckung von 29 mm und einer Einbindetiefe von 100 bzw. 140 mm untersucht. Das Betonalter betrug 3 bzw. 7 Tage. Bei den Versuchskörpern mit der größeren Verbundlänge trat stets ein Versagen der Bewehrung außerhalb des Probekörpers auf. Für die Versuchskörper mit 100 mm Verbundlänge, für die ein Versagen durch Ausziehen zu beobachten war, lag die bei Höchstlast über die Einbindelänge gemittelte Verbundspannung im Mittel bei 23 N/mm².

3.3.3.3 Versuche von Greiner

Reineck und Greiner [Rei04] berichten über Ausziehversuche an Bewehrungsstäben $d_s = 4$ mm in Feinkorn-UHPC (DUCTAL®). Der Beton war mit 2 Vol.-% Stahlfasern bewehrt und besaß eine mittlere Druckfestigkeit von rund 180 N/mm². Die Verbundlänge wurde gegenüber [RILEM70] auf $2 d_s$ reduziert, um ein Fließen des Stahls vor dem Herausziehen zu vermeiden (Bild 3.12). Die Betondeckung betrug $4,5 d_s$. Eine typische Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung, wie sie aus den Versuchen erhalten wurde, ist in Bild 3.13 dargestellt. Die Verbundfestigkeiten lagen zwischen 40 und 50 N/mm².

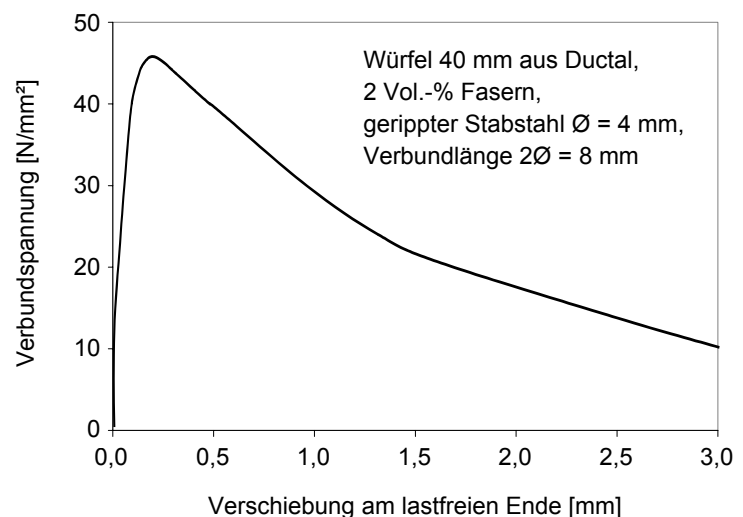
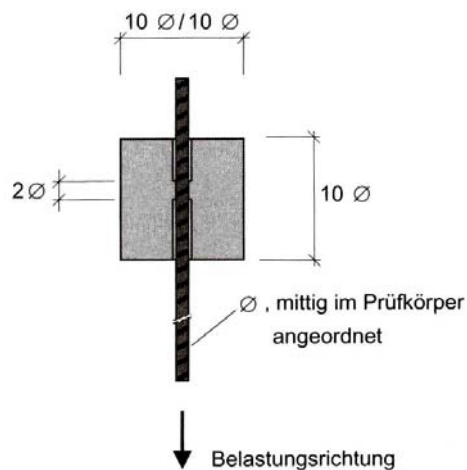


Bild 3.12 Probekörper für die Ausziehversuche von *Greiner* [Rei04]

Bild 3.13 Typische Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung aus den Ausziehversuchen von *Greiner* [Rei04]

3.3.3.4 Versuche von Jungwirth

Jungwirth [Jun05, Jun06] untersuchte an sechs Proben das Verbundverhalten von Grobkorn-UHPC (CERACEM[®], Größtkorn 7 mm) und Bewehrungsstäben (Gewindestäben) mit einem Durchmesser von 12 und 20 mm. Der Beton war mit 2 Vol.-% Stahlfasern (Länge 20 mm, Durchmesser 0,3 mm) bewehrt und besaß eine mittlere Druckfestigkeit von rund 190 N/mm². Die Probekörper wiesen eine Kantenlänge von 160 mm auf, was einer Betondeckung von $6,2 d_s$ ($d_s = 12$ mm) bzw. $3,5 d_s$ ($d_s = 20$ mm) entspricht (Bild 3.14). Die Verbundlängen wurden zwischen 20 und 50 mm bzw. $1,7$ und $4,2 d_s$ variiert. Die Relativverschiebung zwischen Beton und Stahl wurde am unbelasteten Ende gemessen.

Die erhaltenen Kraft-Schlupf-Beziehungen sind in Bild 3.15 dargestellt. Bei drei Versuchen (1, 4 und 5) wurde aufgrund der großen Einbindelängen die Streckgrenze der Bewehrung vor dem Herausziehen erreicht. Beim Körper 4 riss der Bewehrungsstab außerhalb des Betons. Eine weitere Probe (3) versagte nach Erreichen der Höchstlast schlagartig durch Aufspalten des Betonwürfels. Für die als aussagekräftig einzustufenden Versuche ergibt sich die Verbundfestigkeit im Mittel zu 59 N/mm². Die maximale Verbundspannung wird dabei selbst im Fließ- bzw. Verfestigungsbereich des Stahls bis zu einem Schlupf von über 1 mm annähernd gehalten.

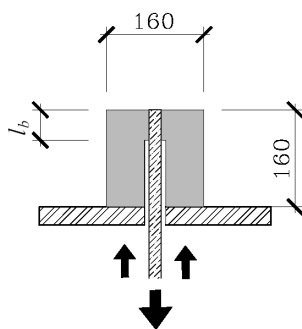
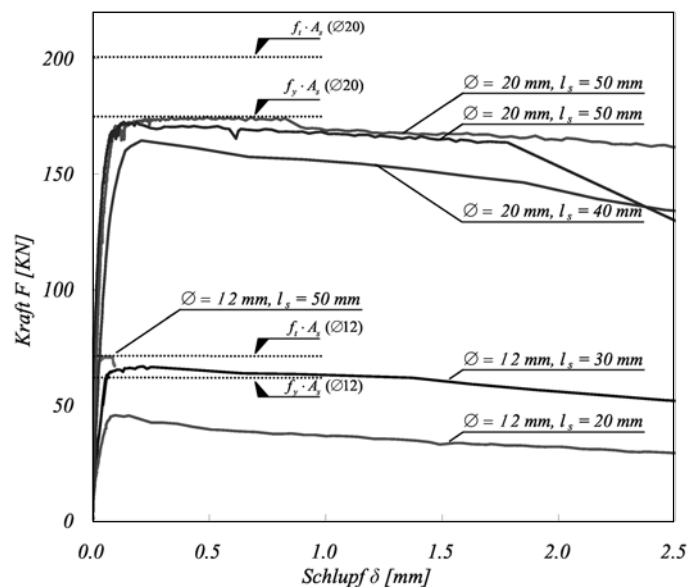


Bild 3.14 Probekörper für die Ausziehversuche von Jungwirth [Jun05, Jun06]



	Ø	l_b	A_b	F_b	τ_b	Bemerkung
	[mm]	[mm]	[mm ²]	[kN]	[MPa]	
1	20	50	3140	174	55	Fliesen
2	20	40	2512	165	66	
3	20	50	3140	171	54	Spalten
4	12	50	1880	>71	>38	Festigkeit
5	12	30	1128	67	59	Fliesen
6	12	20	752	46	61	

Mittelwert Verbundfestigkeit **59** (ohne 4)

Bild 3.15 Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen aus den Pull-out-Versuchen von Jungwirth [Jun05, Jun06]

3.3.3.5 Eigene Versuche

Für die im Rahmen der eigenen Versuche an UHPC-Zuggliedern verwendeten Bewehrungsstähle wurde das Verbundverhalten in Feinkorn-UHPC der Mischung M1Q (Tabelle 2.1) untersucht.

Neben warmgewalzten Betonstahlstäben BSt 500 nach DIN 488 [DIN84] mit erhabener Rippung und einem Durchmesser $d_s = 10$ mm wurden hochfeste gerippte Spannstahldrähte (SIGMA[®]-Spannstahl der *Krupp Sigma-Stahl GmbH* [Z-12.2-75]) der Güte St 1420/1570 mit Durchmessern $d_s = 8$ und 10 mm sowie der Güte St 1470/1620 mit einem Durchmesser $d_s = 12$ mm verwendet. Die wesentlichen geometrischen und mechanischen Eigenschaften der Bewehrungen können den Tabellen 3.1 und 3.2 entnommen werden. Die bezogenen Rippenflächen wurden auf der Grundlage von Messwerten nach Gleichung (3.1) bestimmt.

Tabelle 3.1 Geometrische und nominelle mechanische Kennwerte des Betonstahls [DIN84, DIN86]

Zeile	Spalte	1
	Stahlgüte	BSt 500 S
1	Nenndurchmesser d_s in mm	10
2	Rippenhöhe $a_{1/2}$ in mm	0,74
3	Rippenabstand c_s in mm	6,5
4	bezogene Rippenfläche f_R	0,072
5	Streckgrenze f_{yk} in N/mm ²	500
6	Zugfestigkeit f_{tk} in N/mm ²	550
7	Bruchdehnung A_{10} in %	10
8	Elastizitätsmodul E_s in N/mm ²	200.000

Tabelle 3.2 Geometrische und nominelle mechanische Kennwerte der hochfesten gerippten Spannstahldrähte [Z-12.2-75]

Zeile	Spalte	1	2	3
	Stahlgüte	St 1420/1570		St 1470/1620
1	Nenndurchmesser d_s in mm	8	10	12
2	Rippenhöhe $a_{1/2}$ in mm	0,42	0,43	0,58
3	Rippenabstand c_s in mm	8	10	12
4	bezogene Rippenfläche f_R	0,026	0,019	0,022
5	Elastizitätsgrenze $f_{p0,01k}$ in N/mm ²	1220		1260
6	Dehngrenze $f_{p0,1k}$ in N/mm ²	1400		1450
7	Zugfestigkeit f_{pk} in N/mm ²	1570		1620
8	Gleichmaßdehnung A_g in %	2		
9	Bruchdehnung A_{10} in %	6		
10	Elastizitätsmodul E_p in N/mm ²	205.000		

Bild 3.16 zeigt die an ca. 500 mm langen Zugproben ermittelten Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der eingesetzten Stähle. Die Wege wurden mittels einer auf den Bewehrungsstab geklemmten Vorrichtung mit induktiven Wegaufnehmern über eine Länge von 30 mm gemessen. Für die hochfesten Spannstahldrähte ergaben sich trotz nominell unterschiedlicher Güten nahezu identische Festigkeits- und Verformungskennwerte.

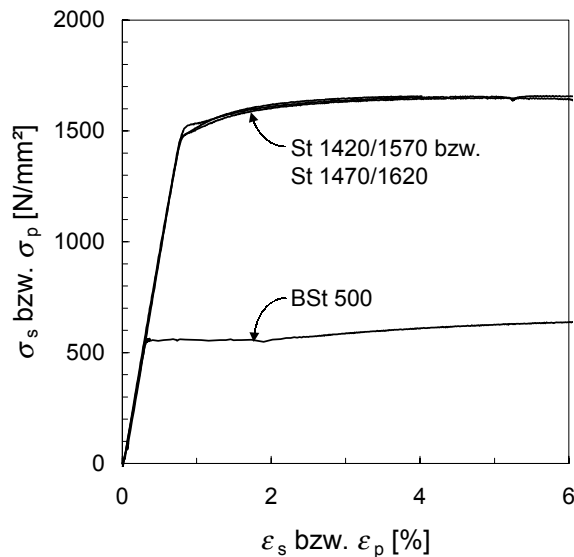


Bild 3.16 Experimentell ermittelte Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der eingesetzten Bewehrungsstähle

Für die Ausziehversuche wurden Verbundkörper in Anlehnung an die Empfehlung von RILEM [RILEM70] eingesetzt. Die Verbundlänge betrug jedoch nur $1,5 d_s$, um Versagen des Betonstahls außerhalb des Probekörpers zu vermeiden und sehr nahe am Maximalwert liegende mittlere Verbundspannungen zu erhalten. Neben Betonwürfeln mit Kantenabmessungen von $10 d_s$, wurden auch Versuchskörper eingesetzt, bei denen die Betondeckung an jeweils zwei gegenüberliegenden Seiten auf $2,5 d_s$ bzw. $1,0 d_s$ reduziert war. Die Abmessungen der Versuchskörper sind in Bild 3.17 dargestellt.

Weiterhin wurden der Einfluss der Betonierichtung (senkrecht bzw. parallel zur späteren Belastungsrichtung) und die Auswirkungen einer Faserzugabe von 1,0 Vol.-% auf das Verbundverhalten untersucht. Die Fasern besaßen eine Länge von 17 mm und einen Durchmesser von 0,15 mm.

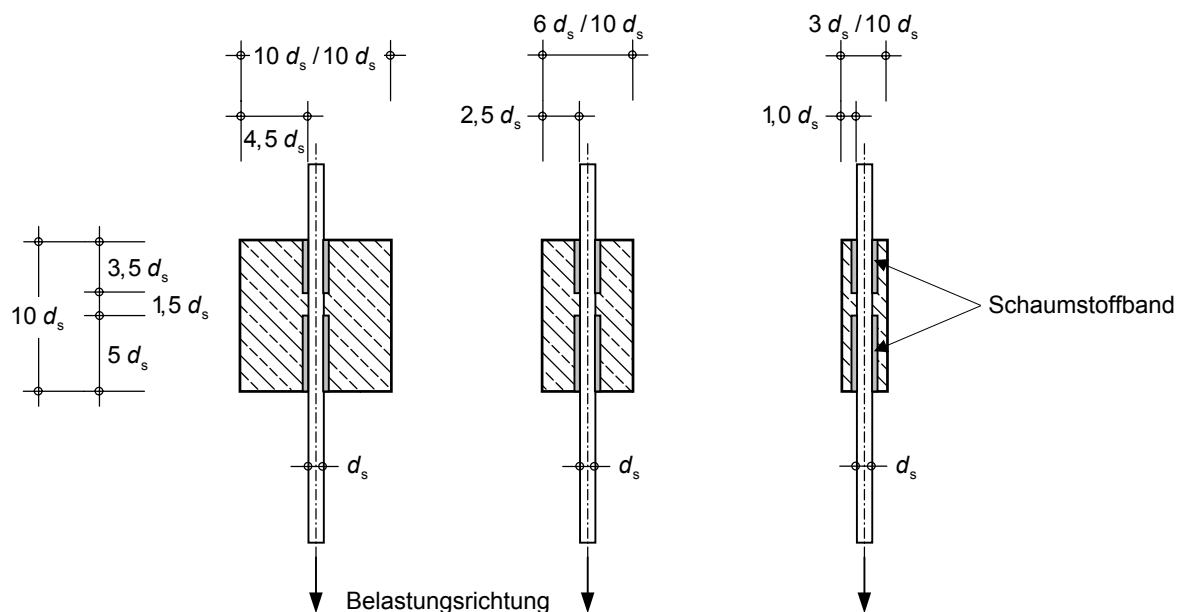


Bild 3.17 Abmessungen der Probekörper für die Pull-out-Versuche

Die Versuchskörper wurden nach dem Betonieren ca. 30 Sekunden lang auf dem Rütteltisch bei einer Frequenz von 50 Hz verdichtet. Das Ausschalen erfolgte nach 2 Tagen. Anschließend wurden die Probekörper 48 Stunden lang bei 90 °C wärmebehandelt.

Die Belastungsgeschwindigkeit im Versuch betrug 0,01 mm/s (Maschinenweg). Die Messung der Relativverschiebung zwischen Beton und Stahl erfolgte am unbelasteten Ende mittels am Bewehrungsstab fixierter Wegaufnehmer.

Eine Übersicht über das Versuchsprogramm gibt Tabelle 3.3. Die erhaltenen Verbundfestigkeiten sind als Mittelwerte aus jeweils drei Prüfkörpern je Serie ebenfalls in Tabelle 3.3 angegeben.

Tabelle 3.3 Übersicht über das Versuchsprogramm und die erhaltenen Höchstwerte der Verbundspannung $\tau_{b \max}$

Zeile	Spalte	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Bezeichnung der Serie	BSt10c45	BSt10c45F	St10c45	St10c25	St10c25F	St10c10F	St10c25q	St8c25	St12c25
1	Stahlgüte	BSt 500 S		St 1420/1570 bzw. St 1470/1620						
2	Stabdurchmesser d_s in mm	10							8	12
3	Verbundlänge l_b	1,5 d_s								
4	Betondeckung c	4,5 d_s	4,5 d_s	4,5 d_s	2,5 d_s	2,5 d_s	1,0 d_s	2,5 d_s	2,5 d_s	2,5 d_s
5	Fasergehalt ρ_f in Vol.-%	-	1,0	-	-	1,0	1,0	-	-	-
6	Belastungsrichtung	parallel zur Betonierrichtung						senkr.	parallel	
7	Höchstwert der Verbundspannung $\tau_{b \max}$ in N/mm ²	56,7	54,8	51,4	24,1	41,9	20,0	36,8	29,4	34,0
8	Schlupf s_1 bei Erreichen des Höchstwerts der Verbundspannung in mm	0,20	0,15	1,52	0,96	0,72	0,34	0,63	0,35	0,65

In Bild 3.18 sind die Einflüsse einiger der untersuchten Parameter auf das Verbundverhalten anhand typischer Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen veranschaulicht.

Die größte Verbundfestigkeit ergab sich für den Bewehrungsstahl BSt 500 S bei einer Betondeckung von 4,5 d_s . Die maximale Tragfähigkeit wurde bei kleinen Relativverschiebungen von etwa 0,1 bis 0,2 mm erreicht. Trotz der deutlich kleineren bezogenen Rippenfläche wurden für den hochfesten Stahl bei einer Betondeckung von 4,5 d_s vergleichbare Verbundfestigkeiten erhalten. Aufgrund der geringeren Verbundsteifigkeit stellten sich diese jedoch erst bei einem Schlupf von im Mittel 1,5 mm ein.

Bei den Probekörpern mit einer Betondeckung von 2,5 d_s und 1,0 d_s traten Längsrisse entlang des Bewehrungsstabs auf, die bei senkrecht zur Betonierrichtung belasteten Körpern sowie bei zwei der mit Stäben $d_s = 12$ mm bewehrten Proben zu einem schlagartigen Aufspalten führten (Bild 3.19). Der Einfluss der verminderten Betondeckung auf das Verbundverhalten ist in Bild 3.18 deutlich erkennbar.

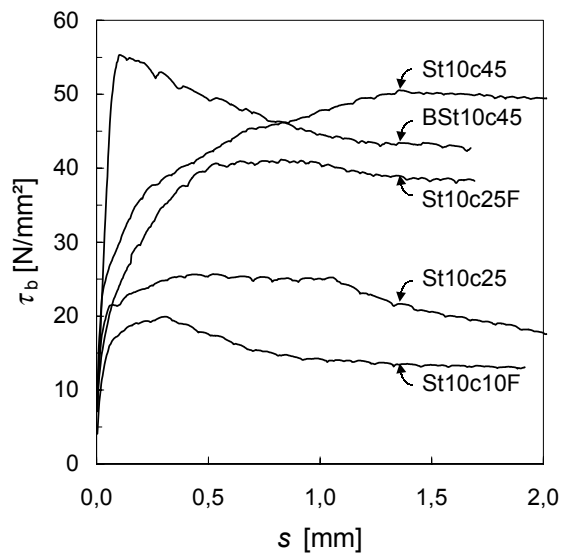


Bild 3.18 Einfluss der Bewehrungsart, der Betondeckung und der Faserzugabe auf das Verbundverhalten von Feinkorn-UHPC der Mischung M1Q (siehe Tabelle 2.1)

Auch durch die Zugabe von 1,0 Vol.-% Fasern konnte bei reduzierter Betondeckung eine bis an die Oberfläche reichende Längsrissbildung nicht verhindert werden. Insbesondere die mit einer Betondeckung von $1,0 d_s$ ausgeführten Prüfkörper wiesen gut sichtbare Risse auf (Bild 3.20). Offensichtlich wurde aber durch die Fasern der Rissfortschritt soweit verzögert, dass eine Steigerung der Tragfähigkeit gegenüber den vergleichbaren faserfreien Proben erzielt werden konnte. Bei den mit einer Betondeckung von $4,5 d_s$ ausgeführten Prüfkörpern, bei denen keine auffällige Rissbildung zu beobachten war, hatten die Fasern dagegen keinen signifikanten Einfluss auf das Verbundverhalten. Der Verlauf BSt10c45 in Bild 3.18 ist somit auch für die Probekörper BSt10c45F charakteristisch. Dies deckt sich mit den Ergebnissen von Untersuchungen an normalfesten Betonen, nach denen eine systematische Abhängigkeit der Verbundwirkung von der Art und Menge der dem Beton beigemischten Fasern nur im Falle einer Längsrissbildung festzustellen war. Eine Zusammenstellung der sich mit dieser Problematik befassenden Arbeiten findet sich bei Pfyl [Pfy03].

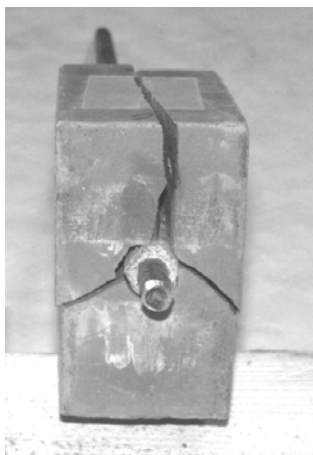


Bild 3.19 Schlagartiges Aufspalten der senkrecht zur Betondeckungsrichtung belasteten Prüfkörper



Bild 3.20 Längsrissbildung bei reduzierter Betondeckung (hier: $c = 1,0 d_s$)

Abhängig vom Stabdurchmesser ergeben sich bei einer Betondeckung von $2,5 d_s$ Verbundfestigkeiten zwischen 24 und 34 N/mm², wobei die Körper mit Stäben $d_s = 12$ mm die größte Tragfähigkeit aber auch das sprödeste Verhalten aufweisen (siehe oben). Die Versuchsergebnisse erlauben hier jedoch keine abschließende Klärung, da sich der mögliche Einfluss des Stabdurchmessers mit den Auswirkungen einer reduzierten Betondeckung überlagert.

3.3.3.6 Zusammenfassung

Zwischen ultrahochfesten Betonmatrizen und den darin eingebetteten gerippten Bewehrungsstäben können hohe Verbundspannungen aktiviert werden. Dies ermöglicht sehr kurze Verankerungslängen, die in Abhängigkeit von den weiteren Randbedingungen (z. B. Betondeckung, Belastungsrichtung) für Betonstahl in einer Größenordnung von 2 bis $5 d_s$ liegen. Das Verhalten nach Erreichen der Verbundfestigkeit ist ähnlich normalfesten Betonen ausgeprägt duktil, sofern durch eine ausreichende Betondeckung Längsrissbildung infolge Ringzugspannungen vermieden wird. Die Längsrissbildung kann insbesondere bei Feinkorn-UHPC zum Spalten des Betons und damit zu einem schlagartigen Verbundversagen führen. Durch Zugabe von Fasern kann die Längsrissbildung vermindert bzw. verzögert werden. Auf diese Weise lässt sich auch bei reduzierter Betondeckung ein duktiles Verbundverhalten erzielen.

Der Höchstwert der Verbundspannung wird bei Betonstahl mit erhabener Rippung bereits bei sehr kleinen Verschiebungen von 0,1 bis 0,2 mm erreicht. Bei tiefgeripptem Betonstahl ist das Verbundverhalten deutlich weicher. Eine ebenfalls geringe Verbundsteifigkeit wird für hochfesten gerippten Spannstahldraht erhalten, der gegenüber Betonstahl eine sehr viel kleinere bezogene Rippenfläche f_R besitzt. Für die Begrenzung der Rissbreite im Gebrauchszustand ist ein steiferes Verbundverhalten von Vorteil.

3.4 Rissmechanische Zusammenhänge

3.4.1 Allgemeines

Grundlage aller den Prozess der Rissbildung beschreibenden Theorien ist die Verbundwirkung zwischen Bewehrungsstab und umgebendem Beton. Bei empirischen und semiempirischen Ansätzen werden meist nur die grundsätzlichen mechanischen Zusammenhänge erfasst und aus Versuchsbeobachtungen Rechenregeln zur Bestimmung von Rissbreiten oder Steifigkeiten abgeleitet [Reh68, Fal69, Leo76, Cor80]. Diese werden dann über additive und multiplikative Korrekturfaktoren an verschiedene Einflüsse und Bedürfnisse angepasst.

Krips [Kri84] entwickelt, aufbauend auf der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes, ein Verfahren, das es erlaubt, die Einflussparameter in der Herleitung mitzuführen, ohne durch frühzeitige Vereinfachungen und empirische Angleichung an Versuche ihren Einfluss zu verwischen. Sein Ansatz liefert eine themenübergreifende Lösung auf die Fragen der Rissbreite und der Steifigkeit.

Durch Untersuchungen zur Größe der an der Rissbildung beteiligten Betonzugzone und die Einführung eines sogenannten Wirkungsbereichs der Bewehrung konnte eine weitere Verbesserung in der Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen erreicht werden [Reh79, Mar80, Fis92].

Eine Übersicht über den Stand der Technik auf dem Gebiet der Rissbreitenberechnung im Stahlbeton- und Spannbetonbau geben *König* und *Tue* [Kön96]. Die dort wiedergegebenen Ansätze wurden für baupraktische Belange meist weiter vereinfacht (z. B. Zuggurtmodell [Mar98]) und fanden so Eingang in die meisten Regelwerke neuerer Generation [MC90, DIN01].

Im Folgenden werden die für die Nachrechnung der eigenen Versuche angewendeten rissmechanischen Beziehungen für den Fall der kurzzeitigen Beanspruchung angegeben. Wegen des hohen Gesamtschwindmaßes von UHPC muss zudem eine Erweiterung erfolgen, durch die der Einfluss des Schwindes auf die Rissbildung und die Steifigkeit von bewehrten UHPC-Zuggliedern angemessen berücksichtigt werden kann.

3.4.2 Ungerissener Zustand (Zustand I)

Betrachtet man einen Stahlbetonstab unter Zugbeanspruchung, so wird im ungerissenen Zustand die äußere Zugkraft F vom Beton und vom eingebetteten Bewehrungsstahl gemeinsam getragen. Die Spannungen im Beton und im Stahl können aus einer Gleichgewichts- und einer Verträglichkeitsbedingung ermittelt werden:

$$\text{Gleichgewicht:} \quad F = F_c + F_s = \sigma_c \cdot A_c + \sigma_s \cdot A_s \quad (3.3)$$

$$\text{Verträglichkeit:} \quad \varepsilon_c = \varepsilon_s, \quad (3.4)$$

d. h. der Dehnungsunterschied zwischen Beton und Stahl ist an jeder Stelle gleich Null, es herrscht starrer Verbund. Für A_c ist streng genommen die Nettoquerschnittsfläche des Betons einzusetzen.

Weiterhin gilt bei niedrigen Beanspruchungen auch für den Beton das Hookesche Gesetz:

$$\text{Beton:} \quad \sigma_c = E_c \cdot \varepsilon_c^I \quad (3.5)$$

$$\text{Stahl:} \quad \sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s^I \quad (3.6)$$

Damit folgt für die Stahl- und die Betonspannung im ungerissenen Zustand I:

$$\text{Beton:} \quad \sigma_c = \frac{F}{A_c \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_s)} \quad (3.7)$$

$$\text{Stahl:} \quad \sigma_s = \alpha_E \cdot \sigma_c = \frac{\alpha_E \cdot F}{A_c \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_s)} \quad (3.8)$$

$$\text{mit} \quad \alpha_E = \frac{E_s}{E_c} \quad (3.9)$$

und

$$\rho_s = \frac{A_s}{A_c} \quad (3.10)$$

3.4.3 Einzelrissbildung

Erreicht bei weiterer Steigerung der Zugkraft die Betonspannung σ_c an einer Schwachstelle des Betongefüges die dort wirksame Zugfestigkeit des Betons f_{ct} , so bildet sich in dem entsprechenden Querschnitt ein Riss (Bild 3.21).

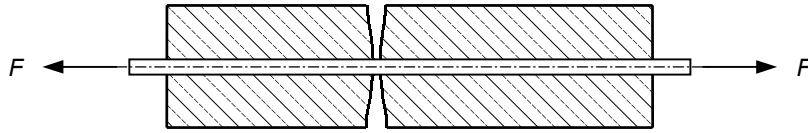


Bild 3.21 Erstrissbildung an einem Stahlbetonzugstab

Die Risskraft beträgt

$$F_{cr} = A_c \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_s) \cdot f_{ct} \quad (3.11)$$

Im Riss wird die äußere Zugkraft allein vom Bewehrungsstahl getragen. Die Stahlspannung beträgt dort

$$\sigma_s = (1 + \alpha_E \cdot \rho_s) \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_s} \quad (3.12)$$

In gewisser Entfernung vom Riss befindet sich das Zugglied nach wie vor im ungerissenen Zustand I. Ein Dehnungsunterschied zwischen Beton und Stahl ist also nur bereichsweise, innerhalb der Lasteinleitungslänge links und rechts eines Risses, vorhanden (Bild 3.22).

Damit kann die Lasteinleitungslänge l_{es} beim Einzelriss wie folgt angegeben werden:

$$l_{es} = \frac{\sigma_s \cdot d_s}{4 \cdot \tau_{sm} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_s)} = \frac{f_{ct} \cdot d_s}{4 \cdot \tau_{sm} \cdot \rho_s} \quad (3.13)$$

mit σ_s Stahlspannung im Riss (Zustand II)
 d_s Durchmesser der Stabstahlbewehrung
 τ_{sm} über die Lasteinleitungslänge gemittelte Verbundspannung

Die Breite des Einzelrisses w ergibt sich aus der mittleren Dehnungsdifferenz von Stahl und Beton über die Lasteinleitungslänge l_{es} .

$$w = 2 \cdot l_{es} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (3.14)$$

Die über die Lasteinleitungslängen gemittelten Stahl- und Betondehnungen ε_{sm} bzw. ε_{cm} können durch Einführung eines Völligkeitsbeiwertes α_b wie folgt beschrieben werden:

$$\varepsilon_{sm} = (1 - \alpha_b) \cdot \varepsilon_s^{\text{II}} + \alpha_b \cdot \varepsilon_s^{\text{I}} \quad (3.15)$$

$$\varepsilon_{cm} = \alpha_b \cdot \varepsilon_c^{\text{I}} = \alpha_b \cdot \varepsilon_s^{\text{I}} \quad (3.16)$$

mit $\varepsilon_s^{\text{II}}$ Stahldehnung im Riss (Zustand II)
 ε_s^{I} Stahldehnung am Ende der Lasteinleitungslänge (Zustand I)
 ε_c^{I} Betondehnung am Ende der Lasteinleitungslänge (Zustand I)
 Es gilt: $\varepsilon_s^{\text{I}} = \varepsilon_c^{\text{I}}$

Die Größe von α_b ist von dem verwendeten Verbundgesetz abhängig. Hierauf wird in Abschnitt 3.4.5.3 näher eingegangen.

Mit den Gleichungen (3.14) bis (3.16) kann die Rissbreite des Einzelrisses nunmehr wie folgt angegeben werden:

$$w = \frac{(1-\alpha_b) \cdot \sigma_s^2 \cdot d_s}{2 \cdot E_s \cdot \tau_{sm} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_s)} = \frac{(1-\alpha_b) \cdot f_{ct}^2 \cdot d_s}{2 \cdot E_s \cdot \tau_{sm} \cdot \rho_s^2} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_s) \quad (3.17)$$

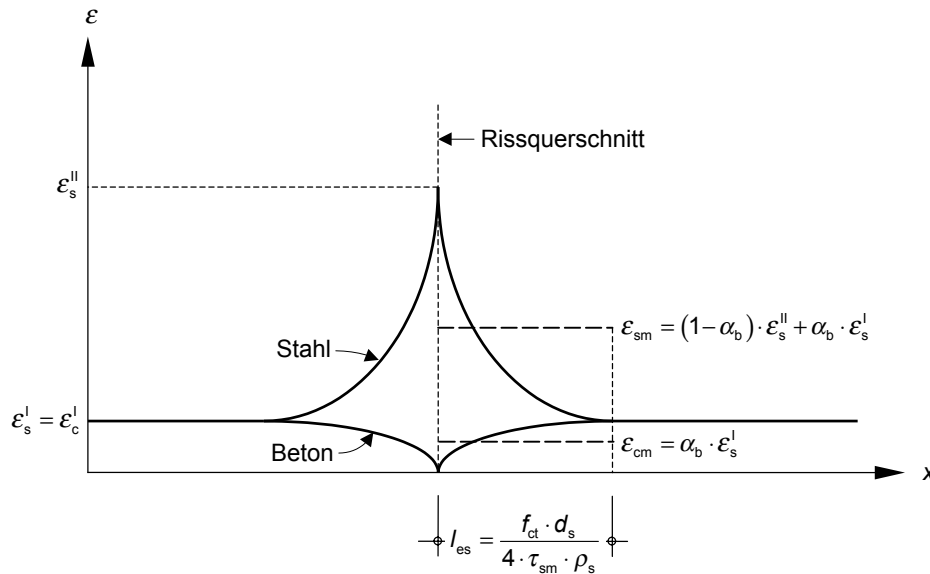


Bild 3.22 Dehnungsverläufe bei Einzelrissbildung

Einfluss des Schwindens

Wegen des vergleichsweise hohen Gesamtschwindmaßes (siehe Abschnitt 2.2) kann für eine realistische Beschreibung des Tragverhaltens von bewehrtem UHPC der Einfluss des Schwindens auf die Rissbildung nicht vernachlässigt werden. Hierzu wird eine Modifikation der bisher vorgestellten Beziehungen notwendig.

Infolge des Schwindens erfährt der Zugstab eine Vordehnung. Aufgrund der Behinderung durch die Bewehrung kann sich der Beton jedoch nicht frei verformen. Im Beton entstehen Zug- und im Stahl Druckspannungen (Bild 3.23).

Unter Berücksichtigung der Verträglichkeit und des Gleichgewichts kann die sich infolge der Verkürzung $\Delta l_{s,shr}$ einstellende Vordehnung für den rein elastischen Fall nach Gleichung (3.18) ermittelt werden.

$$\varepsilon_{s,shr}^{el} = \frac{\varepsilon_{cs}}{1 + \alpha_E \cdot \rho_s} \quad (3.18)$$

mit ε_{cs} freies Gesamtschwindmaß des Betons (als Verkürzung negativ)

Verlaufen Schwinden und Kriechen affin zueinander, wird der sich allmählich einstellende Zwang durch Relaxation des Betons teilweise abgebaut. In diesem Fall ergibt sich die Vordehnung zu

$$\varepsilon_{s,shr} = \frac{\varepsilon_{cs}}{1 + \alpha_E \cdot \rho_s \cdot (1 + \rho \cdot \varphi)} \quad (3.19)$$

mit φ Kriechmaß zum Zeitpunkt der Rissbildung
 ρ Relaxationskennwert, kann i. Allg. zu 0,8 angenommen werden

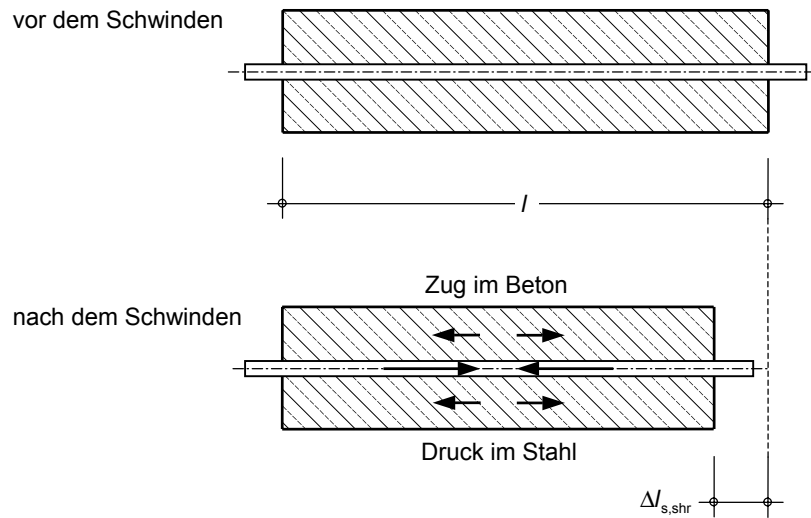


Bild 3.23 Eigenspannungszustand eines Dehnkörpers infolge Schwindbehinderung durch die Bewehrung

Durch die Zwangsspannungen im Beton reduziert sich die zur Erzeugung eines Einzelrisses notwendige äußere Kraft. Die Risskraft des Zugstabs und die Stahlspannungen im Riss sind somit kleiner als im schwindfreien Fall.

Für die Risskraft bei kurzzeitiger äußerer Einwirkung gilt

$$F_{cr} = A_c \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_s) \cdot (f_{ct} + \varepsilon_{s,shr} \cdot E_s \cdot \rho_s) \quad (3.20)$$

Die zugehörige Stahlspannung im Riss beträgt

$$\sigma_s = (1 + \alpha_E \cdot \rho_s) \cdot \left(\frac{f_{ct}}{\rho_s} + \varepsilon_{s,shr} \cdot E_s \right) \quad (3.21)$$

Direkt am Rissufer kann sich der Beton nun frei verkürzen. Diese durch den Wegfall des inneren Zwangs ermöglichte Verformung ist rein elastisch. Die Betondehnung am Rissufer ergibt sich daher zu

$$\varepsilon_{s,shr}^* = \varepsilon_{s,shr} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_s) \quad (3.22)$$

Da der Beton während der Erhärtungsphase bis zur Rissbildung relaxierte, ist die Dehnung nach Gleichung (3.22) betragsmäßig kleiner als das freie Schwindmaß des Betons.

Die Dehnung am Ende der Einleitungslänge ist gegenüber reiner Lastbeanspruchung um den Betrag der Vordehnung verringert. Die Dehnungsverläufe sind in Bild 3.24 veranschaulicht.

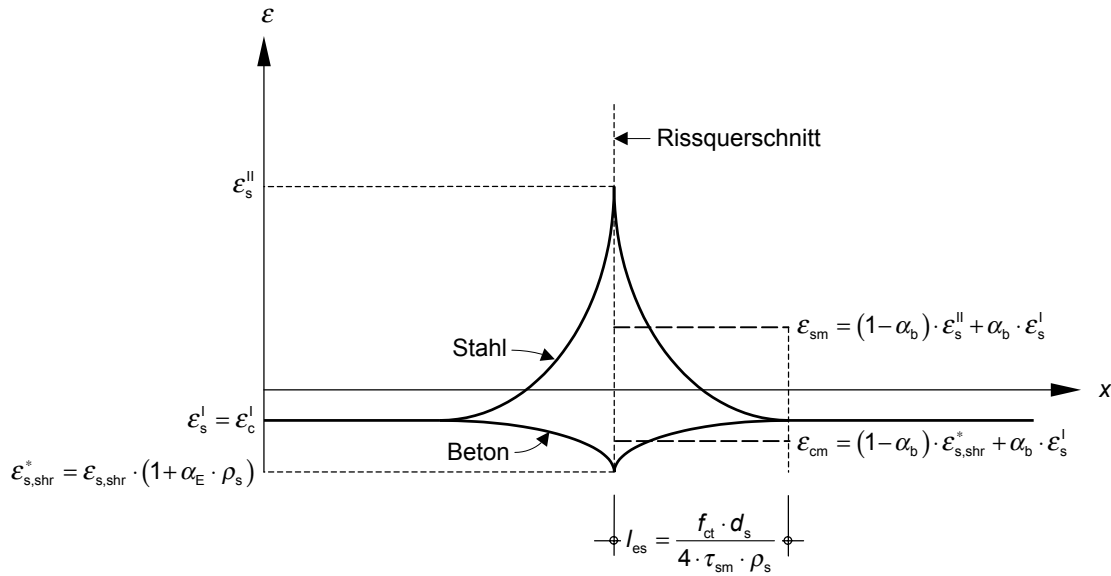


Bild 3.24 Einfluss des Schwindens auf die Dehnungsverläufe bei Einzelrissbildung

Für die Lasteinleitungslänge l_{es} gilt bei Berücksichtigung des Schwindens:

$$l_{es} = \frac{\left(\frac{\sigma_s}{1 + \alpha_E \cdot \rho_s} - \varepsilon_{s,shr} \cdot E_s \right) \cdot d_s}{4 \cdot \tau_{sm}} = \frac{f_{ct} \cdot d_s}{4 \cdot \tau_{sm} \cdot \rho_s} \quad (3.23)$$

Das Ergebnis unterscheidet sich damit nicht von dem bei reiner Lastbeanspruchung.

Die über die Lasteinleitungslängen gemittelten Stahl- und Betondehnungen ε_{sm} bzw. ε_{cm} ergeben sich zu

$$\varepsilon_{sm} = (1 - \alpha_b) \cdot \varepsilon_s^{II} + \alpha_b \cdot \varepsilon_s^I \quad (3.24)$$

$$\varepsilon_{cm} = (1 - \alpha_b) \cdot \varepsilon_{s,shr}^* + \alpha_b \cdot \varepsilon_c^I = (1 - \alpha_b) \cdot \varepsilon_{s,shr}^* + \alpha_b \cdot \varepsilon_s^I \quad (3.25)$$

Mit der Lasteinleitungslänge l_{es} nach Gleichung (3.23) und den mittleren Dehnungen ε_{sm} und ε_{cm} nach den Gleichungen (3.24) und (3.25) erhält man als Breite eines Einzelrisses unter Berücksichtigung des Schwindens

$$w = 2 \cdot \frac{\left(\frac{\sigma_s}{1 + \alpha_E \cdot \rho_s} - \varepsilon_{s,shr} \cdot E_s \right) \cdot d_s}{4 \cdot \tau_{sm}} \cdot \left[(1 - \alpha_b) \cdot \varepsilon_s^{II} - (1 - \alpha_b) \cdot \varepsilon_{s,shr}^* \right] \quad (3.26)$$

Einsetzen der Gleichungen (3.21) und (3.22) liefert

$$\begin{aligned} w &= \frac{(1 - \alpha_b) \cdot \left(\frac{\sigma_s}{1 + \alpha_E \cdot \rho_s} - \varepsilon_{s,shr} \cdot E_s \right)^2 \cdot d_s}{2 \cdot E_s \cdot \tau_{sm}} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_s) \\ &= \frac{(1 - \alpha_b) \cdot f_{ct}^2 \cdot d_s}{2 \cdot E_s \cdot \tau_{sm} \cdot \rho_s^2} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_s) \end{aligned} \quad (3.27)$$

Somit hat, bei allerdings reduzierter Risskraft, das Schwinden keinen Einfluss auf die Breite eines Einzelrisses.

Vorstehender Ausdruck unterscheidet sich von der in [Kön96] angegebenen Beziehung zur Berechnung der Einzelrissbreite, da dort der Einfluss des Schwindens nur bei der Bestimmung der mittleren Dehnungsdifferenz, nicht aber bei der Lasteinleitungslänge berücksichtigt wurde.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass das Schwinden bei Stahlbetonzuggliedern einen inneren Zwang hervorruft, wodurch sich das Risslastniveau vermindert. Die Lasteinleitungslänge und die Breite eines Einzelrisses unterscheiden sich jedoch nicht von dem Fall der reinen Lastbeanspruchung. Nach der Erstrissbildung entstehen bei weiterer Laststeigerung in Bereichen mit höherer Betonzugfestigkeit ebenfalls Risse. Voraussetzung ist jedoch, dass die zum Reißen des Betons nötige Zugkraft neben einem schon vorhandenen Riss durch Verbund wieder auf den Beton übertragen wurde, d. h. neue Risse sind nur außerhalb der Lasteinleitungslängen der schon vorhandenen Risse möglich. Das Lastniveau ändert sich in der Phase der Einzelrissbildung in Abhängigkeit von der Streuung der Betonzugfestigkeit nur geringfügig.

3.4.4 Rissbreiten und Rissabstände bei abgeschlossener Rissbildung

Das Rissbild des Bauteils ändert sich durch kontinuierliche Rissbildung so lange, bis die über den Verbund vom Stahl in den Beton eingeleitete Kraft die Zugtragfähigkeit des Betons nicht mehr erreicht. Ein Dehnungsunterschied zwischen Beton und Bewehrung ist dann überall vorhanden. Dieser Zustand wird auch als abgeschlossene Rissbildung bezeichnet. Tatsächlich können bei steigender Belastung weitere Risse entstehen (sukzessive Risteilung), wenn die Verbundspannung zwischen Beton und Bewehrung entsprechend der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung mit zunehmender Rissbreite anwächst. Gebräuchliche mathematische Ansätze zur Beschreibung der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung sowie deren Anwendung auf UHPC werden in Abschnitt 3.4.5 ausführlich diskutiert.

Aufgrund der Streuung der Betonzugfestigkeit und des Verbundverhaltens von Stahl und Beton ist das tatsächliche Rissbild eines Zugtragglieds nicht vorhersehbar. Durch Grenzbetrachtung können aber die bei abgeschlossener Rissbildung möglichen Rissabstände angegeben werden. *Krips* [Kri84] zeigt, dass eine gegenseitige Beeinflussung zweier Risse nur dann gegeben ist, wenn der Abstand dieser Risse s_r zwischen der einfachen und der doppelten Lasteinleitungslänge l_{es} beträgt.

$$s_{r,min} = l_{es} \leq s_r < s_{r,max} = 2 \cdot l_{es} \quad (3.28)$$

mit $s_{r,min}$ kleinstmöglicher Rissabstand bei abgeschlossener Rissbildung
 $s_{r,max}$ größtmöglicher Rissabstand bei abgeschlossener Rissbildung

Rissabstände kleiner als die einfache Lasteinleitungslänge sind nicht möglich, da zur Erzeugung eines neuen Risses die Zugkraft, die den Beton zum Reißen bringt, vollständig eingeleitet werden muss. Bei Rissabständen größer als die doppelte Lasteinleitungslänge überschneiden sich die Risseinflussbereiche nicht, so dass zwischen den Rissen bei geringer Laststeigerung erneut die Zugfestigkeit erreicht werden kann. Die Rissbildung wäre in diesem Fall also noch nicht abgeschlossen.

Für die Begrenzung der Rissbreite ist in der Regel nur der größtmögliche Rissabstand von Interesse. Für Steifigkeitsbetrachtungen und Verformungsberechnungen ist dagegen die Verteilungsdichte der Rissabstände von Bedeutung. Auf diesen Aspekt wird in Abschnitt 3.5 näher eingegangen.

Die Dehnungsverläufe bei abgeschlossener Rissbildung sind für den Grenzfall $s_{r,\max} = 2 \cdot l_{es}$ in Bild 3.25 dargestellt.

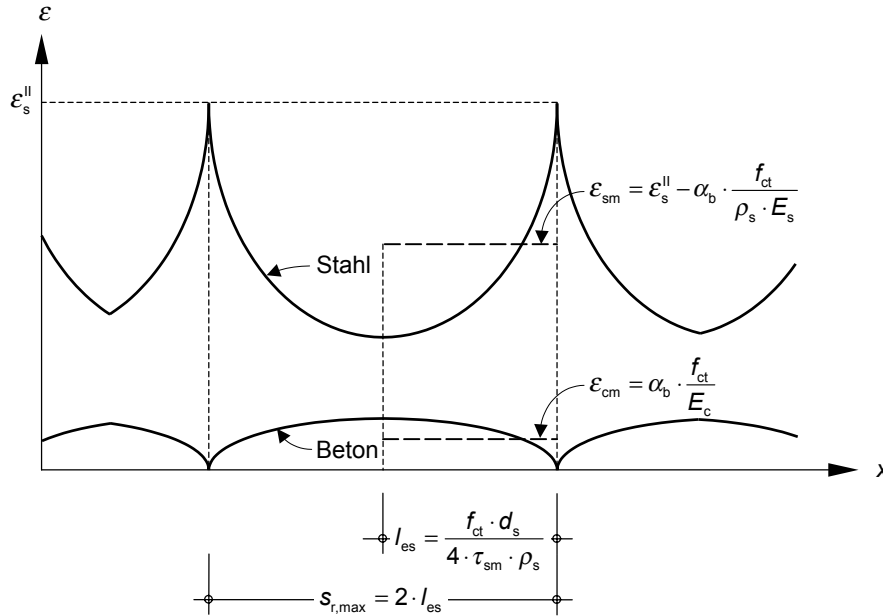


Bild 3.25 Dehnungsverläufe bei abgeschlossener Rissbildung für den Grenzfall $s_{r,\max} = 2 \cdot l_{es}$

Die über die Lasteinleitungslängen gemittelten Stahl- und Betondehnungen ϵ_{sm} bzw. ϵ_{cm} ergeben sich in diesem Fall zu

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_s^II - \alpha_b \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_s \cdot E_s} \quad (3.29)$$

$$\epsilon_{cm} = \alpha_b \cdot \frac{f_{ct}}{E_c} = \alpha_b \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_s \cdot E_s} \cdot \alpha_E \cdot \rho_s \quad (3.30)$$

Damit kann die maximale Rissbreite bei abgeschlossener Rissbildung wie folgt angegeben werden:

$$w_{\max} = s_{r,\max} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) = \frac{f_{ct} \cdot d_s}{2 \cdot E_s \cdot \tau_{sm} \cdot \rho_s} \cdot \left[\sigma_s - \alpha_b \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_s} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_s) \right] \quad (3.31)$$

Für einen beliebigen Rissabstand $s_{r,\min} \leq s_r < s_{r,\max}$ erhält man entsprechend

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_s^II - \alpha_b \cdot \frac{2 \cdot s_r \cdot \tau_{sm}}{d_s \cdot E_s} \quad (3.32)$$

$$\varepsilon_{\text{cm}} = \alpha_b \cdot \frac{2 \cdot s_r \cdot \tau_{\text{sm}} \cdot \rho_s}{d_s \cdot E_c} = \alpha_b \cdot \frac{2 \cdot s_r \cdot \tau_{\text{sm}}}{d_s \cdot E_s} \cdot \alpha_E \cdot \rho_s \quad (3.33)$$

und

$$w = s_r \cdot (\varepsilon_{\text{sm}} - \varepsilon_{\text{cm}}) = \frac{s_r}{E_s} \cdot \left[\sigma_s - \alpha_b \cdot \frac{2 \cdot s_r \cdot \tau_{\text{sm}}}{d_s} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_s) \right] \quad (3.34)$$

Einfluss des Schwindens

Soll der Einfluss des Schwindens auf die Rissbreite bei abgeschlossener Rissbildung berücksichtigt werden, so hat dies, wie in Abschnitt 3.4.3 gezeigt wurde, zunächst keine Auswirkungen auf die Rissverteilung bzw. die möglichen Rissabstände. Aus Bild 3.26 ist aber ein Einfluss der Schwindverkürzung auf den Verlauf der Betondehnung ersichtlich. Da sich die Betondehnung im Riss gegenüber dem schwindfreien Fall um $\varepsilon_{\text{s,shr}}^*$ nach Gleichung (3.22) vermindert, ist die Dehnungsdifferenz zwischen Stahl und Beton gegenüber reiner Lastbeanspruchung um den Betrag $\varepsilon_{\text{s,shr}}^*$ erhöht. Es gilt:

$$\varepsilon_{\text{sm}} = \varepsilon_s^{\text{II}} - \alpha_b \cdot \frac{f_{\text{ct}}}{\rho_s \cdot E_s} \quad (3.35)$$

$$\varepsilon_{\text{cm}} = \alpha_b \cdot \frac{f_{\text{ct}}}{\rho_s \cdot E_s} \cdot \alpha_E \cdot \rho_s + \varepsilon_{\text{s,shr}}^* \quad (3.36)$$

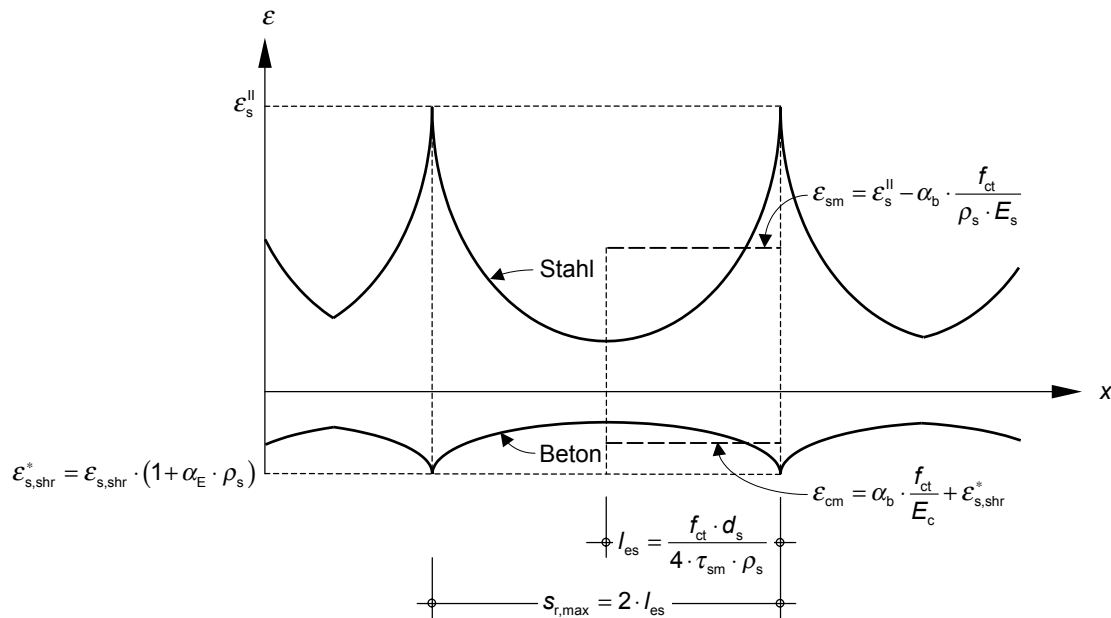


Bild 3.26 Dehnungsverläufe von Stahl und Beton bei abgeschlossener Rissbildung unter Berücksichtigung des Schwindens für den Grenzfall $s_{r,\text{max}} = 2 \cdot l_{\text{es}}$

Für die maximale Rissbreite bei abgeschlossener Rissbildung ergibt sich unter Berücksichtigung des Schwindens

$$w = s_{r,\max} \cdot (\varepsilon_{\text{sm}} - \varepsilon_{\text{cm}}) = \frac{f_{\text{ct}} \cdot d_s}{2 \cdot E_s \cdot \tau_{\text{sm}} \cdot \rho_s} \cdot \left[\sigma_s - \left(\alpha_b \cdot \frac{f_{\text{ct}}}{\rho_s} + \varepsilon_{s,\text{shr}} \cdot E_s \right) \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_s) \right] \quad (3.37)$$

Bei beliebigem Rissabstand gilt

$$\mathcal{E}_{\text{sm}} = \mathcal{E}_{\text{s}}^{\text{II}} - \alpha_{\text{b}} \cdot \frac{2 \cdot s_{\text{r}} \cdot \tau_{\text{sm}}}{d_{\text{s}} \cdot E_{\text{s}}} \quad (3.38)$$

$$\mathcal{E}_{\text{cm}} = \alpha_{\text{b}} \cdot \frac{s_{\text{r}} \cdot 2 \cdot \tau_{\text{sm}}}{d_{\text{s}} \cdot E_{\text{s}}} \cdot \alpha_{\text{E}} \cdot \rho_{\text{s}} + \mathcal{E}_{\text{s,shr}}^* \quad (3.39)$$

und

$$w = s_r \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{s_r}{E_s} \cdot \left[\sigma_s - \left(\alpha_b \cdot \frac{2 \cdot s_r \cdot \tau_{sm}}{d_s} + \varepsilon_{s,shr} \cdot E_s \right) \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_s) \right] \quad (3.40)$$

Bei gleicher äußerer Zugkraft F ergeben sich somit für die abgeschlossene Rissbildung unter Berücksichtigung des Schwindens größere Rissbreiten als bei reiner Lastbeanspruchung.

3.4.5 Bestimmung der mittleren Verbundspannung und der mittleren Dehnungen

In den bisher angegebenen Beziehungen zur Bestimmung der Rissbreite wurde von einer über die Einleitungslänge gemittelten Verbundspannung ausgegangen. Der eigentliche Verbundspannungsverlauf kann mit Hilfe der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes gefunden werden, die den Verschiebungsverlauf entlang des Bewehrungsstabes unter Berücksichtigung des Kräftegleichgewichts, der Verträglichkeit der Verformungen und der Verbundeigenschaften beschreibt.

3.4.5.1 Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes

Bild 3.27 zeigt schematisch die frei werdenden Kräfte, wenn ein Stahlbetonelement der Länge dx entlang des Bewehrungsstabs aufgeschnitten wird.

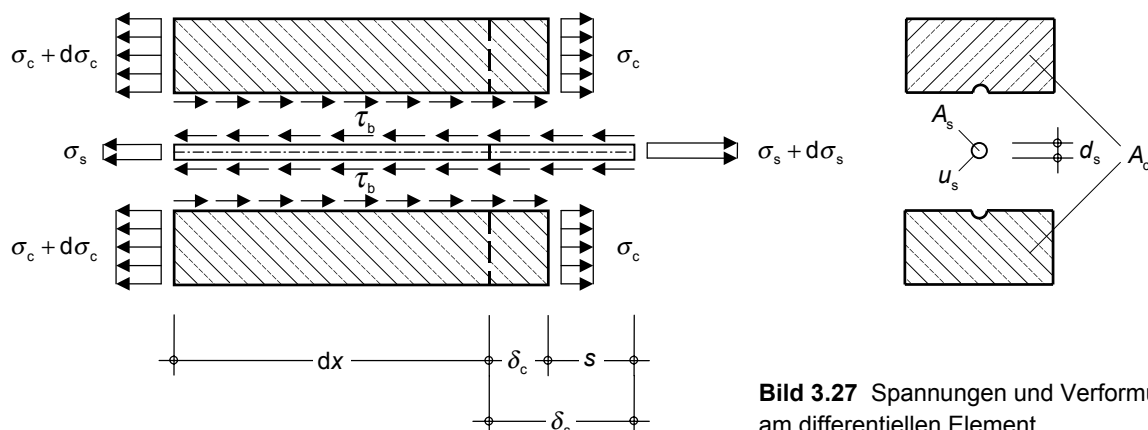


Bild 3.27 Spannungen und Verformungen am differentiellen Element

Neben den Stahl- und Betonnormalspannungen wirken in der Kontaktfläche zwischen Bewehrungsstab und Beton Verbundspannungen. Aus Gründen des Gleichgewichts wird gefordert

$$d\sigma_s(x) \cdot A_s = \tau_b(x) \cdot u_s \cdot dx = -\sigma_c(x) \cdot A_c \quad (3.41)$$

mit A_s Stahlquerschnittsfläche
 u_s Umfang des Bewehrungsstabs
 A_c Betonquerschnittsfläche

Durch Umformen erhält man

$$d\sigma_s(x) = \frac{4 \cdot \tau_b(x)}{d_s} dx = \frac{-\sigma_c(x)}{\rho_s} \quad (3.42)$$

Wird angenommen, dass alle Querschnitte eben bleiben, so muss die Verschiebungsänderung s gleich der Differenz zwischen Stahl- und Betonverformung sein.

$$s = \delta_s - \delta_c \quad (3.43)$$

bzw.

$$\frac{ds}{dx} = \varepsilon_s - \varepsilon_c \quad (3.44)$$

Unter der Voraussetzung, dass zwischen Dehnungen und Spannungen ein linearer Zusammenhang besteht, liefert die Verknüpfung der Gleichungen (3.42) und (3.44) eine nicht-lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung, die sogenannte Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes.

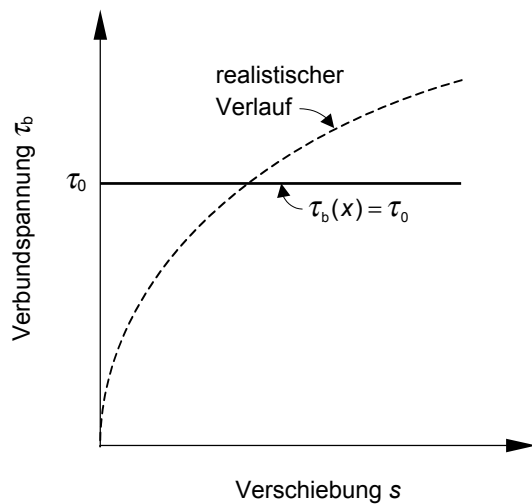
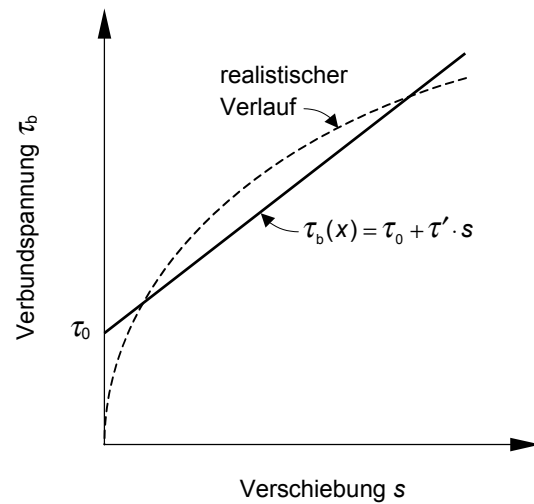
$$\frac{d^2 s}{dx^2} = \frac{4 \cdot \tau_b(x)}{d_s \cdot E_s} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_s) \quad (3.45)$$

Eine analytische Integration der Gleichung (3.45) ist nur für bestimmte Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen möglich. Häufig kommen daher numerische Verfahren zur Anwendung.

Einige gebräuchliche Rechenansätze zur mathematischen Beschreibung der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung werden im Folgenden vorgestellt. Auch soll ihre Anwendbarkeit auf UHPC diskutiert werden.

3.4.5.2 Verbundgesetz

Da die im Wesentlichen interessierenden Rissbreiten gemäß Gleichung (3.45) durch zweifache Integration aus den Verbundspannungen ermittelt werden, wird unter dem Gesichtspunkt, baupraktisch befriedigende Ergebnisse bei verhältnismäßig geringem Rechenaufwand zu erhalten, in Regelwerken häufig ein starr-plastisches Verbundverhalten nach Bild 3.28 unterstellt. Die Größe der Verbundspannung τ_0 wird dabei direkt oder indirekt aus Versuchsbeobachtungen abgeleitet und in der Regel proportional zur Betonzugfestigkeit angenommen. Als Folge dieser Vereinfachung kann der Spannungszustand am Risselement aus einer Gleichgewichtsbetrachtung und damit ohne Integration der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes gefunden werden.

**Bild 3.28** Starr-plastisches Verbundgesetz [Kön88a]**Bild 3.29** Linearisierung der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung [Kön88a]

Bei der Anwendung eines starr-plastischen Verbundgesetzes ergibt sich eine strikte Trennung zwischen Einzelrissbildung und einem im eigentlichen Sinne abgeschlossenen Rissbild. Die in Versuchen beobachtete Entstehung weiterer Risse auch oberhalb des Einzelrisslastniveaus (sukzessive Risteilung), die aus einem Anstieg der Verbundspannung bei zunehmendem Schlupf zwischen Beton und Bewehrung resultiert, kann mit dieser sehr einfachen Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung nicht nachvollzogen werden. Für die Versuchsnachrechnung sind starr-plastische Verbundgesetze daher weniger geeignet.

Eine Verbesserung erreicht man durch die Einführung eines zusätzlichen linearen Terms, so dass sich der Verlauf des Verbundgesetzes nach Bild 3.29 ergibt [Kön88a].

Zur Approximation der Ergebnisse aus Ausziehversuchen und als Verbundgesetz bei der Nachrechnung von Zugversuchen an Stahlbetonstäben wird sehr häufig die in ähnlicher Schreibweise u. a. in [Mar73, Noa78, Kri84, Kön96] angegebene Potenzfunktion nach Gleichung (3.46) verwendet.

$$\tau_b = \tau_{b \max} \cdot \left(\frac{s}{s_1} \right)^\alpha \quad (3.46)$$

mit	$\tau_{b \max}$	Höchstwert der Verbundspannung (Verbundfestigkeit)
	s	Relativverschiebung zwischen Stahl und Beton (Schlupf)
	s_1	Schlupf bei Erreichen des Höchstwerts der Verbundspannung
	α	von der Oberflächenbeschaffenheit des Bewehrungsstahls (Verbundqualität) abhängige Konstante

Parameter zur Beschreibung der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung von Normalbeton finden sich z. B. bei *Krips* [Kri84], in [Kön96] und in [MC90].

Durch Anpassen der Eingangsgrößen kann auch das Verbundverhalten von UHPC durch Gleichung (3.46) beschrieben werden. Tabelle 3.4 enthält Vorschläge für entsprechende Parameterkombinationen, die auf den Ergebnissen der eigenen Ausziehversuche basieren. Sie

werden in dieser Form der Nachrechnung der Versuche an mit Stabstahl und Fasern bewehrten UHPC-Zugelementen zugrundegelegt.

Die in [MC90] angegebenen Beziehungen zur Bestimmung des Höchstwerts der Verbundspannung ($\tau_{b \max} \sim f_{ck}^{1/2}$) liefern bei gutem Verbund und, wenn ein Aufspalten des Betons vermieden wird, für UHPC zu niedrige Werte. Geeigneter erscheint die Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen der Verbundfestigkeit und der Betonzugfestigkeit ($\tau_{b \max} \sim f_{ct} \sim f_{ck}^{2/3}$), mit der sich für alle Festigkeitsklassen befriedigende Ergebnisse erzielen lassen.

Tabelle 3.4 Parameter zur Beschreibung des Verbundverhaltens von UHPC durch Gleichung (3.46)

Zeile	Spalte	1	2
	Bewehrungsart	Betonstahl (BSt)	hochfester gerippter Spannstahldraht (St)
1	$\tau_{b \max}$ in N/mm ²	55	40
2	s_1 in mm	0,1	0,5
3	α	0,40	0,30

Die Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen nach Tabelle 3.4 sind in Bild 3.30 in dem für die Rissbreitenberechnung relevanten Verformungsbereich den entsprechenden Versuchsergebnissen gegenübergestellt.

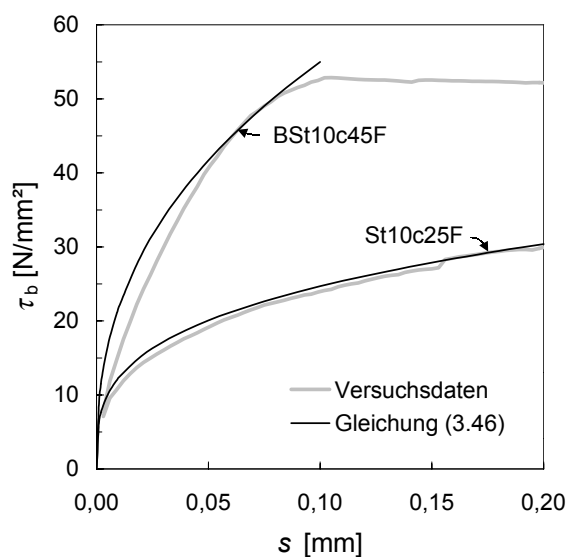


Bild 3.30 Approximation des Verbundverhaltens von Betonstahl (BSt) und hochfestem geripptem Spannstahldraht (St) in faserbewehrtem Feinkorn-UHPC

Es zeigt sich, dass Gleichung (3.46) den Verbundspannungs-Schlupf-Verlauf für die Betonstahlbewehrung nur im Bereich sehr kleiner Verformungen zutreffend beschreibt. Für Relativverschiebungen größer als etwa 0,1 bis 0,15 mm kann das Rechenmodell des CEB-FIP Model Code 1990 [MC90] angewendet werden (Bild 3.31). Die Potenzfunktion nach Gleichung (3.46) wird hier um einen horizontalen und anschließend linear auf die Resttragfähigkeit τ_r abfallenden Ast ergänzt. Das Modell kann in dieser Form auch für Untersuchungen des Bruchzustandes herangezogen werden.

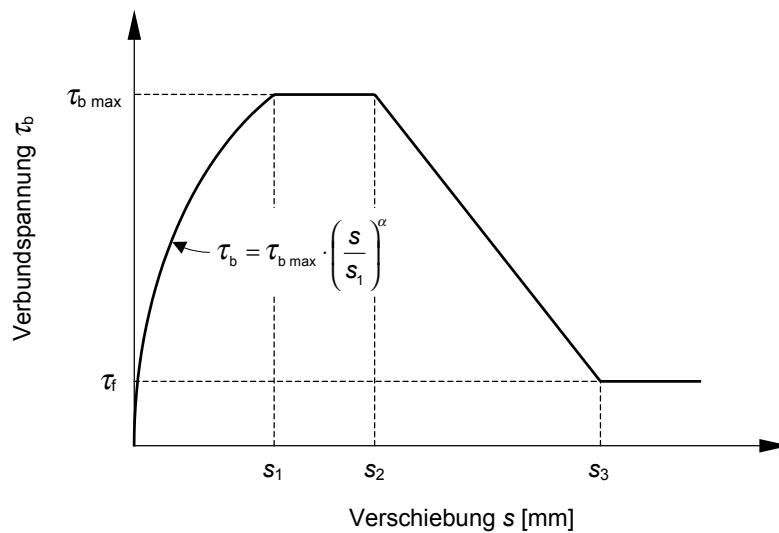


Bild 3.31 Rechnerische Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung nach CEB-FIP Model Code 1990 [MC90] (monotone Belastung)

3.4.5.3 Mittlere Verbundspannung τ_{sm}

In Bild 3.32 sind der Spannungs-, der Verschiebungs- und der Verbundspannungsverlauf zwischen zwei Rissen für einen Stahlbetonzugstab qualitativ dargestellt.

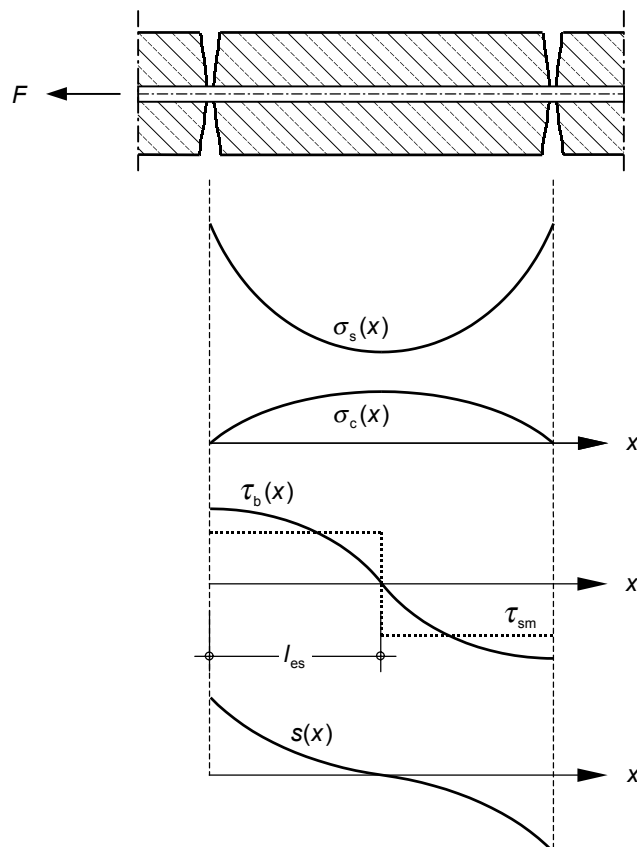


Bild 3.32 Qualitativer Spannungs-, Verschiebungs- und Verbundspannungsverlauf zwischen zwei Rissen [Kön96]

Die mittlere Verbundspannung τ_{sm} kann dabei allgemein, d. h. unabhängig vom verwendeten Verbundgesetz, nach Gleichung (3.47) ermittelt werden. τ_{sm} ist ebenfalls in Bild 3.32 eingetragen.

$$\tau_{\text{sm}} = \frac{1}{l_{\text{es}}} \int_0^{l_{\text{es}}} \tau_b(x) dx \quad (3.47)$$

Mit dem Verbundgesetz nach Gleichung (3.46) ergibt sich

$$\tau_{\text{sm}} = \frac{\tau_{b \text{ max}}}{s_1^\alpha \cdot l_{\text{es}}} \int_0^{l_{\text{es}}} s^\alpha(x) dx \quad (3.48)$$

Wie *Krips* [Kri84] zeigt, kann der Schlupfverlauf mit dem gewählten Verbundgesetz für den Fall eines Einzelrisses analytisch bestimmt werden. Man erhält

$$s(x) = \frac{w}{2} \cdot \left(\frac{x}{l_{\text{es}}} \right)^{2/(1-\alpha)} \quad (3.49)$$

Für das abgeschlossene Rissbild zeigen *Tue* und *König* [Tue92], dass der Schlupfverlauf näherungsweise durch folgende Ansatzfunktion beschrieben werden kann.

$$s(x) = \frac{w}{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot x}{s_r} \right)^\lambda \quad (3.50)$$

mit λ Exponent zur Beschreibung des Schlupfverlaufs

Unter Berücksichtigung der Lösung für den Einzelriss nach Gleichung (3.49) ergibt sich der Exponent zur Beschreibung des Schlupfverlaufs für die beiden Risszustände wie folgt:

$$\lambda = \begin{cases} \frac{2}{1-\alpha} & \text{für } F \leq F_{\text{cr}} \text{ (Einzelriss)} \\ \left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha} \right) \cdot \left(\frac{F_{\text{cr}}}{F} \right)^{1,5} + 1,0 & \text{für } F > F_{\text{cr}} \text{ (abgeschlossenes Rissbild)} \end{cases} \quad (3.51)$$

mit α Exponenten der Potenzfunktion nach Gleichung (3.46)
 F_{cr} Risskraft der gezogenen Betonquerschnittsfläche
 F aktuelle Zugkraft

Nach Einsetzen von Gleichung (3.50) in (3.48) und Lösen des Integrals erhält man schließlich die mittlere Verbundspannung τ_{sm} .

$$\tau_{\text{sm}} = \frac{\tau_{b \text{ max}}}{(1 + \lambda \cdot \alpha)} \cdot \left(\frac{w}{2 \cdot s_1} \right)^\alpha \quad (3.52)$$

Gleichung (3.52) ist für die beiden Verbundgesetze nach Tabelle 3.4 in Bild 3.33 ausgewertet. Bei gleicher Rissbreite ist die mittlere Verbundspannung τ_{sm} bei abgeschlossenem Rissbild ($F_{\text{cr}}/F_s \rightarrow 0$) größer als beim Einzelriss.

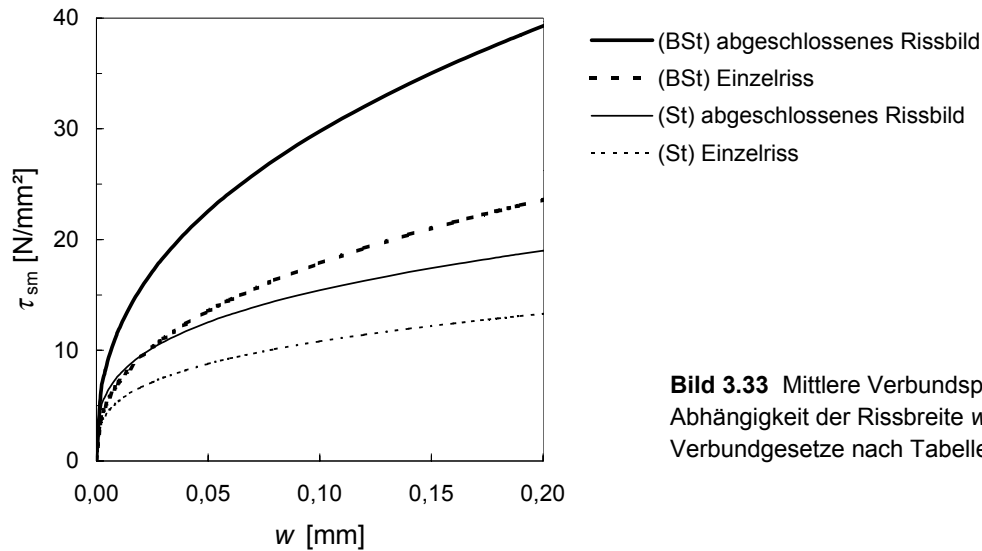


Bild 3.33 Mittlere Verbundspannung τ_{sm} in Abhängigkeit der Rissbreite w für die beiden Verbundgesetze nach Tabelle 3.4

3.4.5.4 Völligkeitsbeiwert α_b zur Berechnung der mittleren Dehnungen

Der in den Gleichungen zur Berechnung der mittleren Dehnungen angegebene Völligkeitsbeiwert α_b kann aus der Betrachtung der Dehnungsverläufe zwischen zwei Rissen gewonnen werden. In Bild 3.34 steht $\Delta\epsilon_s$ für den Dehnungssprung zwischen dem Rissquerschnitt und dem Ende der Lasteinleitung. Der Ausdruck $\alpha_b \cdot \Delta\epsilon_s$ beschreibt die Differenz zwischen der Stahldehnung im Riss und der mittleren Stahldehnung.

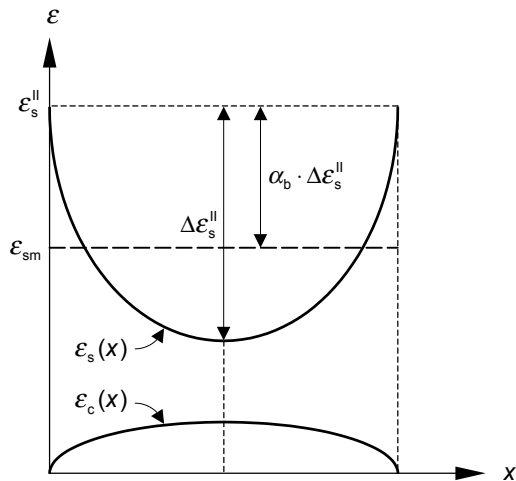


Bild 3.34 Bestimmung der mittleren Stahldehnung

Es gilt:

$$\alpha_b \cdot \Delta\epsilon_s = \frac{1}{l_{es}} \int_0^{l_{es}} \Delta\epsilon_s(x) dx \quad (3.53)$$

$$\text{mit} \quad \Delta\epsilon_s(x) = \frac{4}{d_s \cdot E_s} \int_0^x \tau_b(x) dx \quad (3.54)$$

Für $\tau_b(x)$ ist das Verbundgesetz nach Gleichung (3.46) einzusetzen. Als Ergebnis geben *König* und *Tue* [Kön96] für den Völligkeitsbeiwert α_b den folgenden Ausdruck an:

$$\alpha_b = \frac{1 + \lambda \cdot \alpha}{2 + \lambda \cdot \alpha} \quad (3.55)$$

Dabei entspricht α wieder dem Exponenten der Ansatzfunktion und λ dem Exponenten zur Beschreibung des Schlupfverlaufs nach Gleichung (3.51). Die erhaltenen Werte liegen im Allgemeinen in der Größenordnung von 0,6.

3.5 Steifigkeit eines Stahlbetonzugstabs

Anders als bei der Begrenzung der Rissbreite, sind für das Last-Verformungs-Verhalten und die Steifigkeit eines Stahlbetonzugstabs nicht nur die lokalen Dehnungsdifferenzen im Bereich eines betrachteten Risses, sondern die mittlere Dehnung bzw. Dehnungsdifferenz zwischen Stahl und Beton über das ganze Bauteil von Belang.

Das Kraft-Verformungs-Verhalten kann dabei entweder auf empirischem Wege, z. B. [EC2], oder, wie im Folgenden gezeigt wird, durchgängig mit den in Abschnitt 3.4 vorgestellten Ansätzen beschrieben werden.

3.5.1 Verteilungsdichte der Rissabstände

In Abschnitt 3.4.4 wurden die Beziehungen für die abgeschlossene Rissbildung abgeleitet, mit denen sich die Rissbreiten und die mittleren Verzerrungen der Bewehrungsarten in Abhängigkeit des Rissabstands berechnen lassen. Der minimal mögliche Rissabstand $s_{r,min}$ entspricht danach der einfachen und der maximale Rissabstand $s_{r,max}$ der doppelten Einleitungslänge l_{es} , die zur Erzeugung eines neuen Risses benötigt wird.

Für die integrale Betrachtung des Last-Verformungsverhaltens eines Stahlbetonzugglieds ist neben den Rissabständen selbst auch die Häufigkeit ihres Auftretens innerhalb einer gewissen Stablänge von Bedeutung, da durch Addition der über lokale Dehnungsdifferenzen im Bereich der Risse ermittelten Verformungszuwächse die Gesamtverformung erhalten wird. Die Meinung, wonach die Rissabstände gleich verteilt seien, d. h. alle möglichen Rissabstände mit gleicher Häufigkeit auftreten und sich damit der mittlere Rissabstand als das arithmetische Mittel aus minimalem und maximalem Rissabstand ergibt, berücksichtigt nicht die Tatsache, dass die Auftretenswahrscheinlichkeit eines bestimmten Rissabstandes grundsätzlich dadurch bestimmt wird, wie oft er innerhalb einer definierten Länge auftreten kann. Ausgehend von dieser Überlegung wird deutlich, dass kleinere Rissabstände häufiger auftreten müssen als größere.

Krips [Kri84] zeigt, dass die Verteilungsdichte eines bestimmten Rissabstandes umgekehrt proportional zu seiner Größe sein muss, ein kleiner Rissabstand also eine höhere Wahrscheinlichkeit als ein großer Rissabstand besitzt. Das bedeutet im Grenzfall, dass der minimale Rissabstand $s_{r,min}$ doppelt so häufig vorkommt wie der maximale Rissabstand $s_{r,max}$. *Krips* gibt für die Verteilungsdichtefunktion des Rissabstandes s_r die auf analytischem Wege gefundene Gleichung (3.56) an. Wie gefordert, ergibt sich damit das Integral über minimalen und maximalen Rissabstand zu Eins.

$$f(s_r/s_{r,min}) = \frac{1}{s_r/s_{r,min} \cdot \ln 2} \quad (3.56)$$

Die Grenzen der Verteilungsdichtefunktion werden von den extremalen Rissabständen gebildet. Bei abgeschlossener Einzelrissbildung sind dies die einfache und die doppelte Lasteinleitungslänge der Stabstahlbewehrung.

Der Verlauf der Verteilungsdichtefunktion der Rissabstände ist in Bild 3.35 dargestellt.

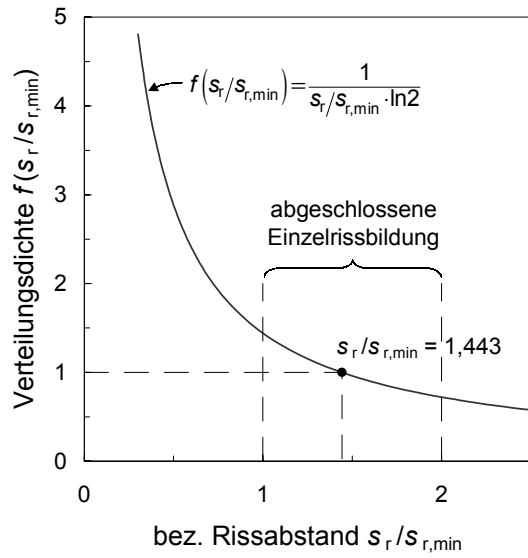


Bild 3.35 Verteilungsdichtefunktion der Rissabstände nach Krips [Kri84]

Bei der Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens eines Stahlbetonzugglieds kann der unterschiedlich große Beitrag der Einzelrisse zur mittleren Dehnung über die Verteilungsdichte der Rissabstände berücksichtigt werden.

Der Mittelwert des Rissabstandes ist etwas kleiner als das arithmetische Mittel aus minimalem und maximalem Rissabstand. Er ergibt sich zu

$$s_{r,m} = \int_{s_{r,min}}^{s_{r,max}=2 \cdot s_{r,min}} \frac{1}{s_r \cdot \ln 2} \cdot s_r \, ds_r = 1,443 \cdot s_{r,min} \quad (3.57)$$

3.5.2 Mittlere Spannungs-Dehnungs-Beziehung eines Stahlbetonzugstabs

Ausgehend von den Überlegungen zur Verteilungsdichte der Rissabstände berechnet Krips [Kri84] die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen (*Tension Stiffening*) für beliebige Beanspruchungen oberhalb der Risslast. Er zeigt, dass sich der Mitwirkungsanteil σ_{cm} unabhängig von den Parametern $\tau_{b,max}$, s_1 und α in Gleichung (3.46) mit steigender Beanspruchung asymptotisch einem unteren Grenzwert annähert, der allein von der Zugfestigkeit des Betons abhängt:

$$\sigma_{cm} = \frac{1}{4 \cdot \ln 2} \cdot f_{ct} \approx 0,36 \cdot f_{ct} \quad (3.58)$$

Erzeugung eines neuen Risses notwendige Kraft eingeleitet werden kann, d. h. das Bauteil sich noch bereichsweise im Zustand I befindet. An dieser Stelle wirkt sich der innere Zwang also noch auf die Risskraft aus.

Dagegen hat das Schwinden keinen Einfluss auf die hier näherungsweise als konstant angenommene Betonmitwirkung bei abgeschlossener Rissbildung („D“ in Bild 3.36), da in diesem Fall ein Dehnungsunterschied zwischen Stahl und Beton überall vorhanden ist. Der durch das Schwinden verursachte innere Zwang ist in diesem Stadium also nicht mehr wirksam. Allerdings wirkt sich das Schwinden auf die Rissbreiten aus. Die Lastniveaus bei Erreichen der Streckgrenze und der Zugfestigkeit der Bewehrung werden nicht beeinflusst.

Zusammenfassend können hinsichtlich der Auswirkungen des Schwindens auf die Rissbreiten und das Last-Verformungs-Verhalten folgende Aussagen getroffen werden:

- Infolge inneren Zwangs reduziert sich durch das Schwinden des Betons die Risskraft und damit die Stahlspannung im Riss bei Erstrissbildung um den Betrag $\Delta\sigma_s = \varepsilon_{s,shr}^* \cdot E_s$.
- Die Rissbreite bei Erstrissbildung ändert sich hierdurch nicht.
- Bei abgeschlossener Rissbildung nimmt die Rissbreite unter Berücksichtigung des Schwindens eine Größe an, die bei reiner Lastbeanspruchung erst bei einer um den Betrag $\Delta\sigma_s = \varepsilon_{s,shr}^* \cdot E_s$ höheren Stahlspannung im Riss erreicht wird.
- Infolge des Schwindens ist die mittlere Spannungs-Dehnungs-Beziehung bis zum Erreichen des abgeschlossenen Rissbilds gegenüber reiner Lastbeanspruchung um die Beträge $\Delta\sigma_s = \varepsilon_{s,shr}^* \cdot E_s$ bzw. $\Delta\varepsilon_s = \varepsilon_{s,shr}^*$ versetzt.

Vergleich mit Ergebnissen experimenteller Untersuchungen

Experimentelle Untersuchungen zum Einfluss des Schwindens auf das Last-Verformungs-Verhalten von bewehrtem normalfesten Beton wurden von *Seibel* [Sei01] durchgeführt. Dabei wurden Stahlbetonzugkörper unterschiedlichen Erhärtingsbedingungen ausgesetzt. Eine Versuchsreihe wurde bis zum Versuchsbeginn in einem Wasserbecken gelagert, um Trocknungsschwinden zu verhindern. Die Probekörper einer zweiten Versuchsreihe erhärteten unter Raumklima.

In den Versuchen lag die Erstrissspannung der schwindbeanspruchten Versuchskörper mit 1,9 bis 2,1 N/mm² rund 30 % niedriger als die der schwindfreien Referenzproben (2,7 bis 3,1 N/mm²). Bei abgeschlossenem Rissbild wurde infolge Schwindeinflusses bei gleicher äußerer Last eine scheinbar geringere Betonmitwirkung beobachtet. Unter zyklischer Belastung ergaben sich sogar Dehnungen, die deutlich höher waren als die des reinen Stahls (Bild 3.38).

Berücksichtigt man dagegen bei der Darstellung der Versuchsergebnisse die durch den inneren Zwang verursachte Vordehnung des Bewehrungsstahls (Druckstauchung), so erhält man eine gute Übereinstimmung mit dem in Bild 3.36 skizzierten theoretischen Modell. Die Schwindverkürzung des Stahlbetonzugstabs ergibt sich nach Bild 3.39 zu etwa $\varepsilon_{s,shr} = -0,3 \text{ ‰}$.

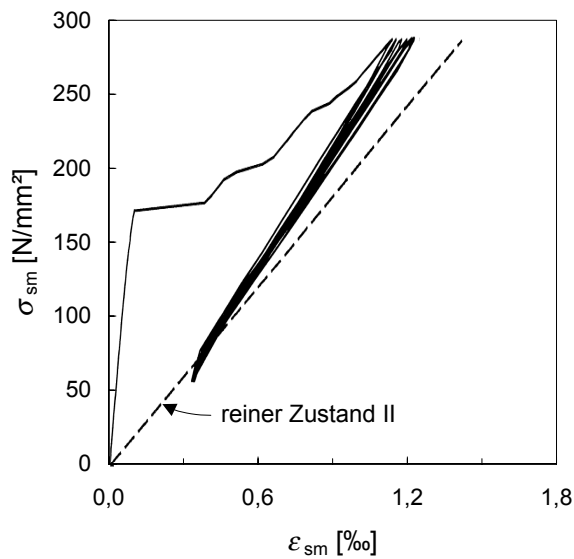


Bild 3.37 Spannungs-Dehnungs-Diagramm einer unter Wasser gelagerten Probe (ohne Schwindeinfluss) bei wiederholter Belastung nach *Seibel* [Sei01]

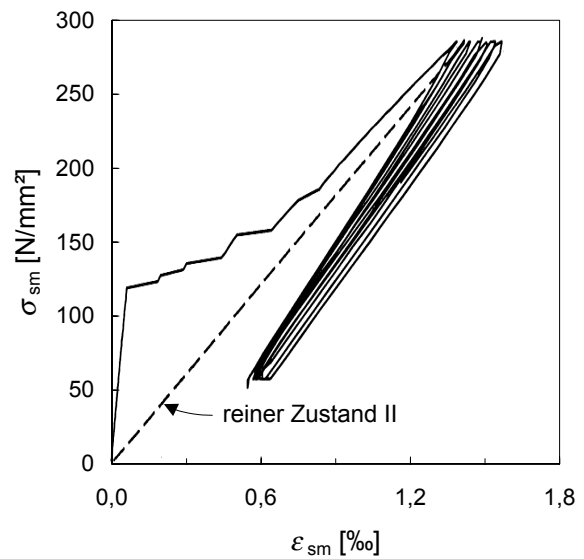


Bild 3.38 Spannungs-Dehnungs-Diagramm einer in Raumklima gelagerten Probe (mit Schwindeinfluss) bei wiederholter Belastung nach *Seibel* [Sei01]

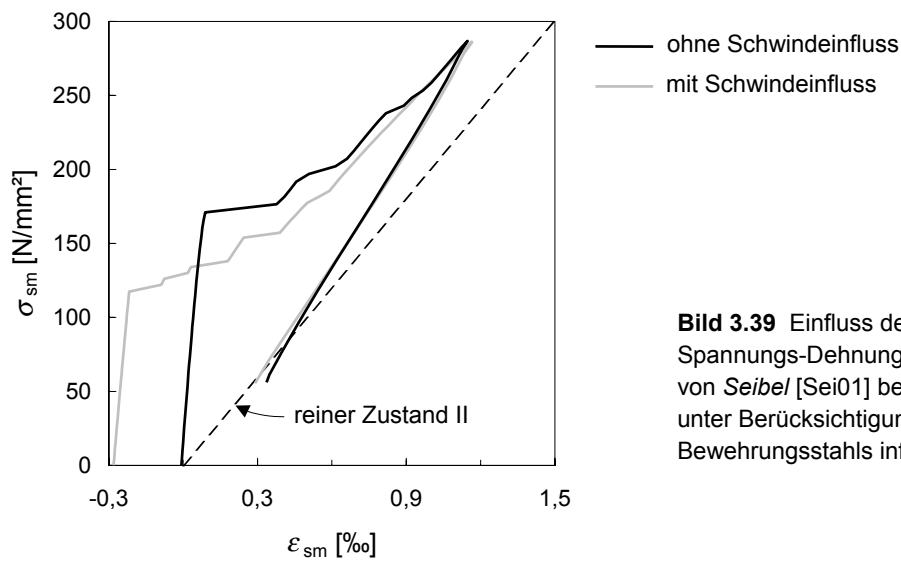


Bild 3.39 Einfluss des Schwindens auf die Spannungs-Dehnungs-Beziehung – Ergebnisse von *Seibel* [Sei01] bei Erstbelastung, dargestellt unter Berücksichtigung der Vordehnung des Bewehrungsstahls infolge inneren Zwangs

Die Ergebnisse eigener experimenteller Untersuchungen zum Last-Verformungs-Verhalten ausschließlich stabstahlbewehrter UHPC-Zugglieder werden in Abschnitt 6.4.2.4 vorgestellt und diskutiert.

3.6 Einfluss einer Vorspannung auf die Rissbildung und das Last-Verformungs-Verhalten

Durch das Vorspannen eines Bauteils entsteht ein Eigenspannungszustand. Vorgedehnte bzw. vorgespannte Stähle stützen sich gegen den Beton ab, der auf diese Weise eine Druckbeanspruchung erfährt. Zum Zeitpunkt der Herstellung des Verbundes ist ein Dehnungsunterschied zwischen Beton und Stahl in der Größe der Vordehnung der Spannbewehrung $\varepsilon_{p,p}^{(0)}$ vorhanden. Für den Fall der Vorspannung mit sofortigem Verbund (Spannbettvorspannung) ist dies in Bild 3.40 für ein Spannbetonzugelement veranschaulicht.

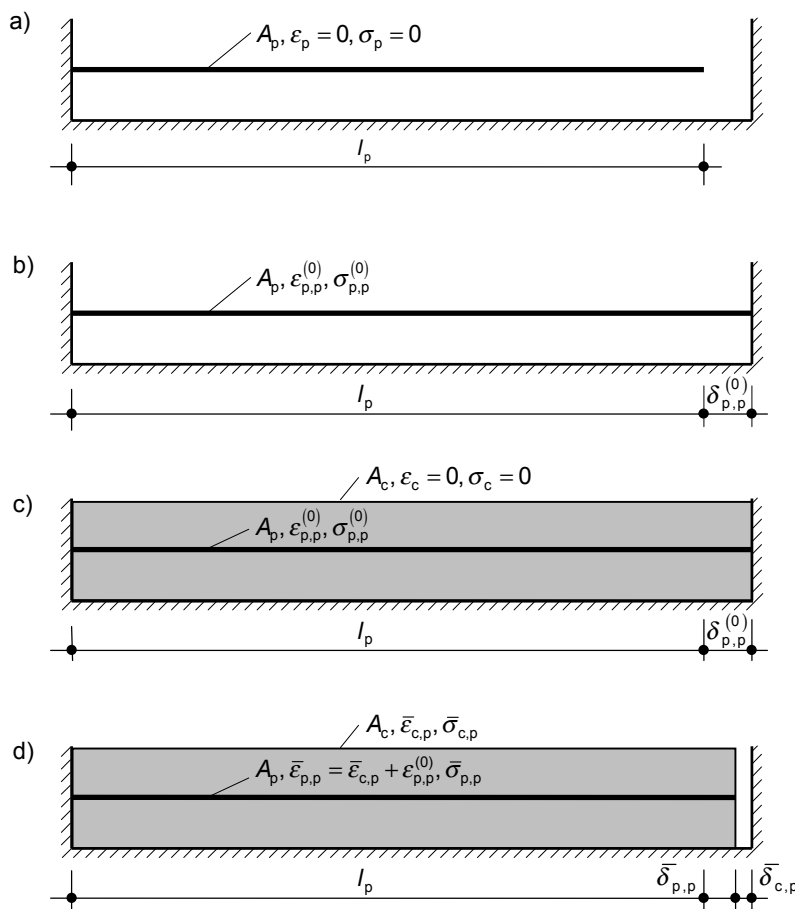


Bild 3.40 Mechanische Zusammenhänge bei der zentrischen Vorspannung im Spannbett [Meh02]

- Spannstahl mit der Länge l_p und der Querschnittsfläche A_p spannungslos.
- Spannstahl im Spannbett vorgespannt. Vorspannkraft $P^{(0)}$, Vordehnung $\varepsilon_{p,p}^{(0)}$, Verlängerung des Spannstahls um die Länge $\delta_{p,p}^{(0)}$.
- Einbringen des Betons mit der Querschnittsfläche A_c im Spannbett.
- Lösen der Verankerung des Spannstahls nach dem Erhitzen des Betons. Der Stahl stützt sich auf den Beton ab und erzeugt dabei Druckspannungen im Beton. Der Beton und der Spannstahl verkürzen sich beide um die gleiche Länge $\bar{\delta}_{c,p}^{(0)}$.

Im ungerissenen Zustand bleibt unter der Annahme starren Verbundes der Dehnungsunterschied zwischen Beton und Stahl auch nach dem Absetzen der Vorspannkraft bzw. unter Lastbeanspruchung über die gesamte Länge des Zügelements erhalten.

Durch die Vorspannung erhöht sich die Risskraft F_{cr} :

$$F_{cr} = A_c \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_p) \cdot f_{ct} + \varepsilon_{p,p}^{(0)} \cdot E_p \cdot \rho_p \quad (3.60)$$

Im Riss wird die äußere Kraft allein vom Stahl aufgenommen. Als Spannstahlspannung erhält man

$$\sigma_p = (1 + \alpha_E \cdot \rho_p) \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_p} + \sigma_{p,p}^{(0)} \quad (3.61)$$

Am Ende der Lasteinleitungslänge herrscht weiterhin starrer Verbund. Die Verzerrungsdifferenz zwischen Beton und Stahl entspricht dort der Vordehnung $\varepsilon_{p,p}^{(0)}$ (Bild 3.41).

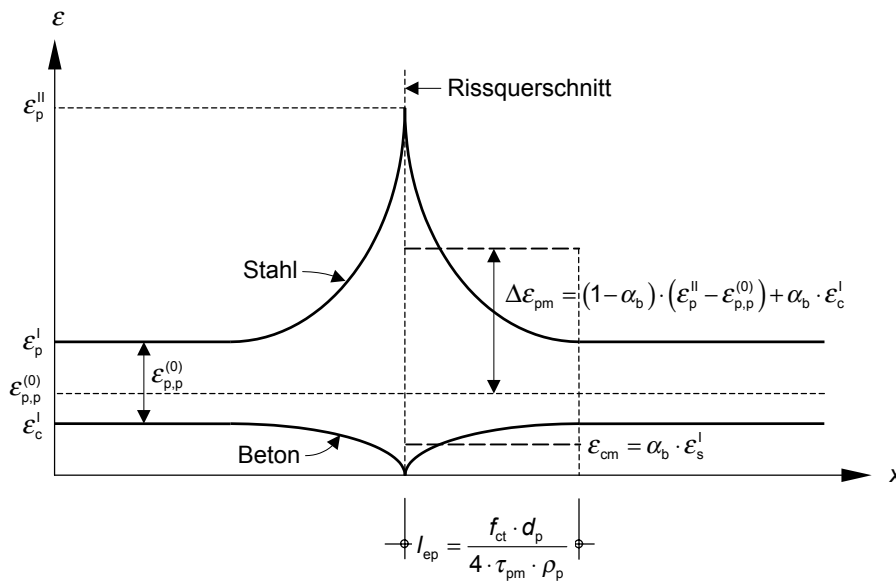


Bild 3.41 Einfluss einer Vorspannung auf die Dehnungsverläufe bei Einzelrissbildung

Die Lasteinleitungslänge ist unabhängig von der Größe der Vorspannung.

$$l_{ep} = \frac{(\sigma_p - \sigma_{p,p}^{(0)}) \cdot d_p}{4 \cdot \tau_{pm} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_p)} = \frac{f_{ct} \cdot d_p}{4 \cdot \tau_{pm} \cdot \rho_p} \quad (3.62)$$

Der Zuwachs der mittleren Spannstahldehnung gegenüber dem Zustand der Dekompression $\Delta\varepsilon_{pm}$ und die über die Lasteinleitungslängen gemittelte Betondehnung ε_{cm} ergeben sich zu

$$\Delta\varepsilon_{pm} = (1 - \alpha_b) \cdot \varepsilon_p^{II} + \alpha_b \cdot \varepsilon_p^I - \varepsilon_{p,p}^{(0)} = (1 - \alpha_b) \cdot (\varepsilon_p^{II} - \varepsilon_{p,p}^{(0)}) + \alpha_b \cdot \varepsilon_c^I \quad (3.63)$$

$$\varepsilon_{cm} = \alpha_b \cdot \varepsilon_c^I \quad (3.64)$$

Mit der Lasteinleitungslänge nach Gleichung (3.62) und den mittleren Dehnungen nach den Gleichungen (3.63) und (3.64) kann die Breite eines Einzelrisses unter Berücksichtigung der Vorspannung wie folgt ermittelt werden:

$$w = 2 \cdot l_{ep} \cdot (\Delta\varepsilon_{pm} - \varepsilon_{cm}) = 2 \cdot \frac{(1 - \alpha_b) \cdot f_{ct} \cdot d_p}{4 \cdot \tau_{pm} \cdot \rho_p} \cdot (\varepsilon_p^{II} - \varepsilon_{p,p}^{(0)}) \quad (3.65)$$

Einsetzen der Gleichung (3.61) liefert schließlich

$$w = \frac{(1 - \alpha_b) \cdot f_{ct}^2 \cdot d_p}{2 \cdot E_p \cdot \tau_{pm} \cdot \rho_p^2} \quad (3.66)$$

Somit hat die Vorspannung keinen Einfluss auf die Breite eines Einzelrisses (vgl. Einfluss des Schwindens in Abschnitt 3.4.3).

Die maximale Rissbreite bei abgeschlossener Rissbildung kann analog Abschnitt 3.4.4 ermittelt werden, wobei die mittlere Betonstahldehnung ε_{sm} durch den Zuwachs der mittleren Spannstahldehnung $\Delta\varepsilon_{pm}$ zu ersetzen ist.

$$w_{\max} = s_{r,\max} \cdot (\Delta\varepsilon_{pm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{f_{ct} \cdot d_p}{2 \cdot E_p \cdot \tau_{pm} \cdot \rho_p} \cdot \left[\sigma_p - \sigma_{p,p}^{(0)} - \alpha_b \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_p} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_p) \right] \quad (3.67)$$

$$\text{mit} \quad \Delta\varepsilon_{pm} = \varepsilon_p^{\text{II}} - \varepsilon_{p,p}^{(0)} - \alpha_b \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_p \cdot E_p} \quad (3.68)$$

$$\varepsilon_{cm} = \alpha_b \cdot \frac{f_{ct}}{E_c} = \alpha_b \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_p \cdot E_p} \cdot \alpha_E \cdot \rho_p \quad (3.69)$$

Bei beliebigem Rissabstand gilt

$$w = s_r \cdot (\Delta\varepsilon_{pm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{s_r}{E_s} \cdot \left[\sigma_p - \sigma_{p,p}^{(0)} - \alpha_b \cdot \frac{2 \cdot s_r \cdot \tau_{pm}}{d_p} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_p) \right] \quad (3.70)$$

$$\text{mit} \quad \Delta\varepsilon_{pm} = \varepsilon_p^{\text{II}} - \varepsilon_{p,p}^{(0)} - \alpha_b \cdot \frac{2 \cdot s_r \cdot \tau_{pm}}{d_p \cdot E_p} \quad (3.71)$$

$$\varepsilon_{cm} = \alpha_b \cdot \frac{2 \cdot s_r \cdot \tau_{pm} \cdot \rho_p}{d_p \cdot E_c} = \alpha_b \cdot \frac{2 \cdot s_r \cdot \tau_{pm}}{d_p \cdot E_p} \cdot \alpha_E \cdot \rho_p \quad (3.72)$$

Bei gleicher äußerer Zugkraft F erhält man durch das Vorspannen eine kleinere Rissbreite. Umgekehrt ist bei gleicher Rissbreite die Stahlspannung im Riss bei einem Spannbetonzugglied um den Betrag $\sigma_{p,p}^{(0)}$ höher als bei einem vergleichbar schlaff bewehrten Zugkörper.

Einflüsse aus Kriechen und Schwinden des Betons können in Analogie zu den Abschnitten 3.4.3 und 3.4.4 durch Ansatz einer Schwind- und Kriechverkürzung $\varepsilon_{p,c+shr}$ erfasst werden. Verlaufen Schwinden und Kriechen affin zueinander, ergibt sich $\varepsilon_{p,c+shr}$ unter Berücksichtigung der Vorspannwirkung zu

$$\varepsilon_{p,c+shr} = \frac{\varepsilon_{cs} + \varphi \cdot \bar{\varepsilon}_{c,p}}{1 + \alpha_E \cdot \rho_p \cdot (1 + \rho \cdot \varphi)} \quad (3.73)$$

mit φ Kriechmaß zum Zeitpunkt der Rissbildung
 $\bar{\varepsilon}_{c,p}$ Anfangswert der Betonstauchung infolge Vorspannung (Bild 3.40)
 ρ Relaxationskennwert, kann i. Allg. zu 0,8 angenommen werden

Verformungen am diskreten Riss (Gleichheit der aus beiden Komponenten berechneten Rissbreiten).

Werden die Betondehnungen vernachlässigt, so ergeben sich für den Einzelriss die folgenden Gleichungen:

$$F_{cr} = \sigma_s \cdot A_s + \sigma_p \cdot A_p \quad (\text{Kräftegleichgewicht}) \quad (3.74)$$

$$\varepsilon_{sm} \cdot l_{es} = \Delta \varepsilon_{pm} \cdot l_{ep} \quad (\text{Verträglichkeit}) \quad (3.75)$$

Durch Umformung werden die Beziehungen zur Bestimmung der Betonstahlspannung sowie des Spannungszuwachses im Spannstahl gewonnen.

$$\sigma_s = \frac{F_{cr}}{A_s + \xi_1 \cdot A_p} \quad (3.76)$$

$$\Delta \sigma_p = \frac{\xi_1 \cdot F_{cr}}{A_s + \xi_1 \cdot A_p} \quad (3.77)$$

mit ξ_1 das Verhältnis der Verbundfestigkeit von Spannstahl und Betonstahl unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Durchmesser

$$\xi_1 = \sqrt{\frac{\tau_{pm} \cdot d_s}{\tau_{sm} \cdot d_p}} \quad (3.78)$$

Dabei ergeben sich wegen des besseren Verbundes im Riss für den Betonstahl höhere Spannungen als für den Spannstahl. Auch zwischen den Rissen ergeben sich unterschiedlich große Spannungen. Für die verschiedenen Stadien der Rissbildung sind die entsprechenden Verläufe in Bild 3.43 dargestellt.

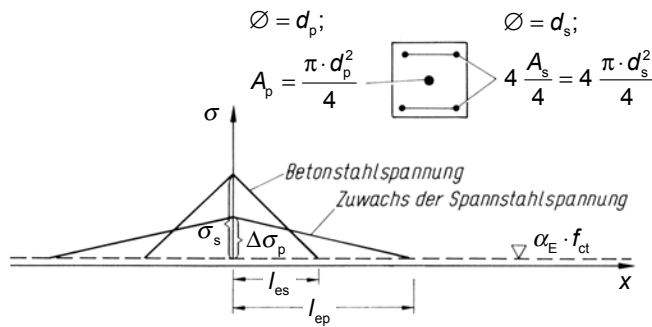
Auch unter der Annahme eines starr-plastischen Verbundgesetzes stellt sich wegen der gegenüber der Spannbewehrung günstigeren Verbundeigenschaften der Betonstahlbewehrung das abgeschlossene Erstrissbild (Bild 3.43c) erst bei einer gegenüber dem Erstrisslastniveau (Bild 3.43a) erhöhten Zugkraft ein. Der Kraftzuwachs bzw. die Größe des Übergangsbereichs, in dem zwar überall ein Dehnungsunterschied zwischen Spannstahl und Beton, nicht aber zwischen Betonstahl und Beton vorhanden ist (Bild 3.43b), hängt dabei vom Unterschied der Verbundeigenschaften und von den Bewehrungsgehalten von Beton- und Spannstahl ab. Im Übergangsbereich entstehen weitere Risse, wenn infolge Laststeigerung zwischen der Einleitungslänge des Spannstahls und der des Betonstahls erneut die Zugfestigkeit des Betons erreicht wird. Unmittelbar vor Abschluss des Erstrissbildes reicht dann die von der Betonstahlbewehrung in den Beton eingeleitete Kraft aus, einen neuen Riss zu erzeugen.

Bei abgeschlossener Einzelrissbildung, die bei starr-plastischem Verbundgesetz zugleich dem abgeschlossenen Rissbild entspricht, können die Spannungen der beiden Bewehrungsarten aus den folgenden Bedingungen abgeleitet werden:

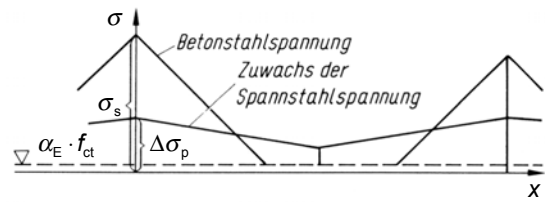
$$F = \sigma_s \cdot A_s + \sigma_p \cdot A_p \quad (\text{Kräftegleichgewicht}) \quad (3.79)$$

$$\varepsilon_{sm} = \Delta \varepsilon_{pm} \quad (\text{Verträglichkeit}) \quad (3.80)$$

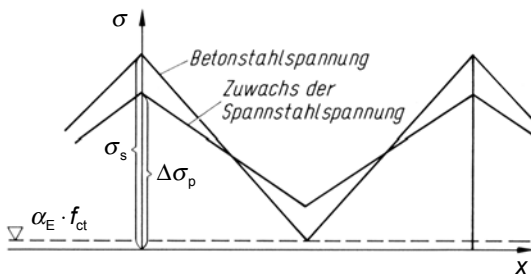
a) Einzelriss



b) Übergangsbereich



c) abgeschlossenes Einzelrissebild



d) sukzessive Risteilung

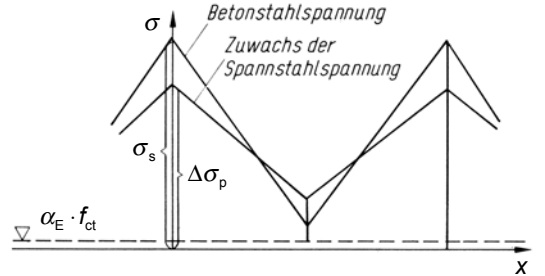


Bild 3.43 Stahlspannungsverläufe in verschiedenen Stadien der Rissbildung bei Kombination von Beton- und Spannstahlbewehrung (prinzipielle Darstellung für starr-plastisches Verbundgesetz) [Kön88b]

Für den maximalen Rissabstand erhält man:

$$\sigma_s = \sigma_s^{\text{II}} + \alpha_b \cdot f_{\text{ct}} \cdot \left(\frac{1}{\text{eff}\rho} - \frac{1}{\rho_{\text{tot}}} \right) \quad (3.81)$$

$$\Delta\sigma_p = \sigma_s^{\text{II}} - \alpha_b \cdot f_{\text{ct}} \cdot \left(\frac{1}{\rho_{\text{tot}}} - \frac{\xi_1^2}{\text{eff}\rho} \right) \quad (3.82)$$

mit σ_s^{II} die Spannung im Betonstahl bzw. der Spannungszuwachs im Spannstahl im Zustand II unter der Annahme eines starren Verbundes

$$\sigma_s^{\text{II}} = \frac{F}{A_s + A_p} \quad (3.83)$$

$\text{eff}\rho$ der effektive Bewehrungsgrad unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Verbundfestigkeiten

$$\text{eff}\rho = \rho_s + \xi_1^2 \cdot \rho_p \quad (3.84)$$

ρ_{tot} der geometrische Bewehrungsgrad

$$\rho_{\text{tot}} = \rho_s + \rho_p$$

Wird die Zunahme der Verbundspannungen in Abhängigkeit des Schlupfs wirklichkeitsnah berücksichtigt (kein starr-plastisches Verbundgesetz) können auch nach Abschluss der Einzelrisse Risse entstehen (sukzessive Risteilung, Bild 3.43d).

4 Verhalten von faserbewehrtem Beton unter Zugbeanspruchung

Nach einem Überblick über die für den Einsatz in Beton gebräuchlichen Faserarten und Faserwerkstoffe und einer prinzipiellen Darstellung der Wirkungsweise von Fasern in Beton, werden mechanische Beziehungen zur Beschreibung des Faserspannungs-Auszieh-Verhaltens abgeleitet. Dabei wird auch der Einfluss des Schwindens und die Interaktion zwischen Betonentfestigung und Faseraktivierung bei Rissbildung berücksichtigt. Nachrechnungen experimentell erhaltener Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen und Betrachtungen zu der bei UHPC häufig beobachteten Mehrfachrissbildung schließen dieses Kapitel ab.

4.1 Faserarten und Faserwerkstoffe

In [Hol06] werden die Anforderungen an einen für den Einsatz in Beton vorgesehenen Faserwerkstoff formuliert. Danach müssen Fasern im alkalischen Milieu des Betons hinreichend beständig sein und dürfen sowohl die Frischbetoneigenschaften (Verarbeitbarkeit, Faserverteilung usw.) wie auch die Festbetoneigenschaften (Festigkeiten, Kriech- und Schwindverhalten, Dauerhaftigkeit usw.) nicht nachteilig beeinträchtigen. Während des Mischvorgangs dürfen die Fasern aufgrund zu geringer Biegesteifigkeit oder aufgrund ihrer Sprödigkeit nicht zerstört werden. Um eine rissüberbrückende Wirkung und ein duktilen Bauteilverhalten zu gewährleisten, müssen die Fasern zudem eine hohe Zugfestigkeit und Bruchdehnung aufweisen.

Unter diesen Gesichtspunkten hat sich der Einsatz hochfester Stahldrahtfasern als besonders zweckmäßig erwiesen. Aufgrund der hohen Dichtigkeit des UHPC-Gefüges hat die oberflächennahe Korrosion der Fasern keinen nachteiligen Einfluss auf die Dauerhaftigkeit der Bauteile, wird jedoch aus ästhetischen Gründen mitunter als störend empfunden. Edelstahlfasern können hier für Abhilfe sorgen.

Neben Fasern aus metallischen Werkstoffen sind auch synthetische, aus anorganischen (Glasfasern) oder organischen Rohstoffen (Kunststoff- und Kohlenstofffasern) hergestellte Fasern für den Einsatz in Beton geeignet. Einen Überblick gibt Tabelle 4.1.

Alkaliresistente Glasfasern (AR-Glas) werden als zunächst endlose Einzelfäden (*Filamente*) mit einem Durchmesser zwischen 0,01 und 0,02 mm hergestellt. Aufgrund ihres geringen Durchmessers und des guten Verbundes mit UHPC wird bei den für normalfeste Betone gebräuchlichen Faserlängen die relativ hohe Zugfestigkeit von 2000 bis 3700 N/mm² frühzeitig erreicht. Es kommt also nicht zu dem aus Gründen der Duktilität erwünschten Ausziehen, sondern zum Reißen der sehr spröden Fasern. Die Kerb- und Ritzempfindlichkeit der Glasfasern erweist sich bereits während des Einmischens in den Beton als nachteilig.

Als Kunststofffasern haben sich bei normalfesten Betonen bisher vorrangig Fasern aus Polypropylen, Polyacrylnitril, Polyvinylalkohol und aromatisierten Polyamiden (Aramidfasern) bewährt. Wie Untersuchungen [u. a. Die99, Sch03] zeigen, sind Polypropylenfasern sehr gut zur Verbesserung des Temperaturverhaltens (Brandbeanspruchung) von UHPC geeignet. Die Zugfestigkeit und der Elastizitätsmodul sind bei Polypropylenfasern wie auch bei Polyacryl-

nitrilfasern vergleichsweise niedrig, so dass sehr hohe Fasergehalte notwendig wären, um ein verfestigendes Verhalten des UHPC nach der Rissbildung zu erzielen. Polyvinylalkoholfasern sind hier aufgrund ihrer höheren Zugfestigkeit im Vorteil.

Tabelle 4.1 Für die Anwendung in Faserbeton geeignete Faserarten und ihre mechanischen Eigenschaften nach [Hol06, Wol05]

Zeile	Spalte	1	2	3	4	5	6
	Faserart	Typischer Faserdurchmesser in μm	Typische Faserlänge in mm	Dichte in kg/dm^3	E-Modul in GPa	Zugfestigkeit in N/mm^2	Bruchdehnung in %
1	Metallische Fasern						
2	- Stahldrahtfasern	150-1200	6-70	7,85	160-210	1000-2600	1-10
3	- Spanfasern	400	30	7,85	210	900	
3	- Blechfasern	400-650	12-50	7,85	210	270-1000	10
4	Glasfasern						
5	- E-Glas	3-30	3-25	2,60	72-75	2000-4000	2,0-3,5
5	- AR-Glas	3-30	3-25	2,68-2,70	72-75	1500-3700	1,5-2,4
6	Kunststofffasern						
7	- Polypropylenfasern						
8	monofil	18-22	6-18	0,91	4-18	320-560	8-20
9	fibrilliert	50-100	6-19	0,91	3,5-10	320-400	5-15
10	- Polyacrylnitrilfasern	18-104	4-24	1,18	15-20	330-530	6-10
11	- Polyvinylalkoholfasern	27-660	6-30	1,30	25-41	880-1600	6-10
12	- Polyethylenfasern	38	12-38	0,97	87-170	2500-3100	2,7-3,5
13	- Aramidfasern	10	12-20	1,38-1,45	59-130	2700-3600	2,1-4,0
14	Kohlenstofffasern						
15	- HT-Typ	5-10	6-12	1,75-2,00	200-250	3000-5000	1,2-1,5
16	- IM-Typ	5-10	6-12	1,75-2,00	250-350	4000-5000	1,1-2,0
17	- HM-Typ	5-10	6-12	1,75-2,00	350-450	2000-4000	0,4-1,1
18	Zellulosefasern	15-400	2,5-350	1,05-1,50	5-100	120-1000	3,0-25
19	Mineralische Fasern						
20	- Asbestfasern	0,02-30	< 40	2,60-3,40	160-200	1000-4500	2,0-3,0
21	- Basaltfasern	9-12	< 50	2,75-2,90	89-100	1850-4840	3,2

Aramidfasern sind Hochleistungsfasern, die durch den Einbau aromatischer Strukturen in Polyamidketten entstehen. Dabei werden Zugfestigkeiten von bis zu 3700 N/mm^2 erreicht. Handelsübliche Aramidfasern besitzen eine sehr große Schlankheit (1200 bis 3500), was sie aufgrund des guten Verbundes mit UHPC vor dem Ausziehen reißen lässt [Wol05]. Auch ist die Beständigkeit der Fasern in Beton noch nicht abschließend geklärt [Off04, Krü03, Mey03]

Kohlenstofffasern werden in den meisten Fällen durch Karbonatisierung und Graphitierung von Polyacrylnitrilfasern bei Temperaturen von bis zu $3000 \text{ }^\circ\text{C}$ hergestellt. Ihre Festigkeit liegt bei 2000 bis 6000 N/mm^2 . Hinsichtlich des Zusammenwirkens zwischen Fasern und Matrix sind die ebenfalls sehr schlanken Kohlenstofffasern mit den Aramidfasern vergleichbar. Hinzu kommt die Empfindlichkeit gegenüber Querdruk, was die Bruchgefahr während des Mischvorgangs erhöht.

Die aus einer Schmelze des anorganischen Minerals Basalt hergestellten Basaltfasern eignen sich aufgrund ihrer chemischen und mechanischen Eigenschaften grundsätzlich für die Ver-

wendung in UHPC. Wegen der kleinen Durchmesser der derzeit angebotenen Basaltfasern (9 bis 12 μm) wird jedoch bei Einsatz von Einzelfasern keine ausreichende Duktilität erzielt.

Neuere Untersuchungen [Wol05] beschäftigen sich mit der Modifizierung hochfester Faserbündel (*Rovings*) aus Basalt- oder AR-Glasfasern für den Einsatz in UHPC. Die Rovings werden hierzu in Epoxydharz, flüssigem Polypropylen oder einem Kleber auf Elastomerbasis getränkt und anschließend zu kürzeren Fasern verarbeitet.

Einen ausführlichen Überblick über die im Betonbau gebräuchlichen Faserwerkstoffe geben *Holschemacher et al.* [Hol06].

Für den Einsatz in normalfesten Betonen ist eine Vielzahl von Stahlfasertypen verfügbar. Zur Verbesserung der Verbundeigenschaften werden meist eine Profilierung oder Endhaken vorgesehen (Bild 4.1). Die Verbundbedingungen in UHPC sind dagegen so gut, dass glatte Stahldrahtfasern verwendet werden können. Das Verhältnis von Faserlänge zu Faserdurchmesser (Faserschlankheit)

$$\lambda_f = l_f / d_f \quad (4.1)$$

liegt dabei in der Regel zwischen 50 und 100. Bei Schlankheiten größer 60 steigt die Gefahr einer Igelbildung (Verklumpung der Fasern), mit der Folge einer ungleichmäßigen Faserverteilung.

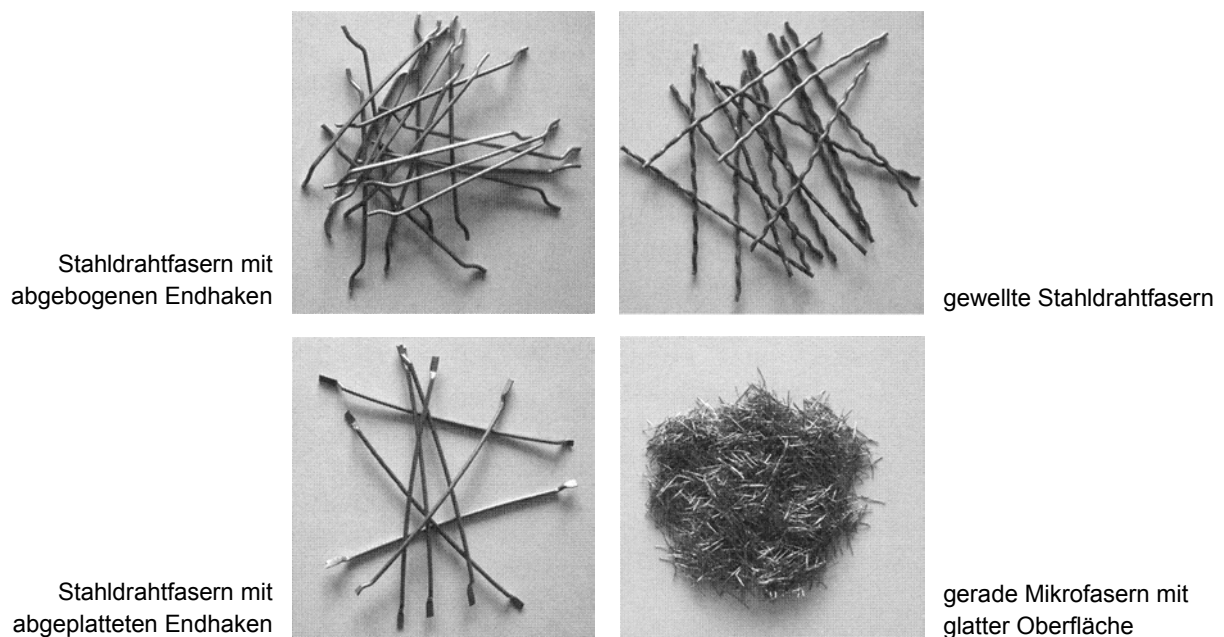


Bild 4.1 Verschiedene Ausführungen von Stahldrahtfasern [Hol06]

Bei den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen wurden ausschließlich glatte Stahldrahtfasern eingesetzt. Das darauf begründete mechanische Modell zur Beschreibung des Tragverhaltens von faser- und stabstahlbewehrtem UHPC kann jedoch grundsätzlich auch auf andere Faserwerkstoffe angewendet werden.

4.2 Wirkungsweise einer Faserbewehrung bei Zugbeanspruchung

4.2.1 Allgemeines

Die Wirkung einer Faserbewehrung hängt im Wesentlichen vom Faserwerkstoff, der Fasergeometrie, dem Fasergehalt der Faserorientierung und der Faserverteilung ab. Die Faserorientierung ist im Regelfall dreidimensional. Sie kann aber bei der Herstellung gezielt (Betonierrichtung) oder unwillkürlich (Schalungsränder) beeinflusst werden.

Eine signifikante Steigerung der Zugtragfähigkeit des Faserbetons gegenüber dem unbewehrten Beton stellt sich erst oberhalb eines kritischen Fasergehalts ein, der bei normalfesten Faserbetonen aus Kostengründen und wegen der besseren Verarbeitbarkeit in der Regel unterschritten wird. Dagegen reichen die den UHPC-Mischungen zugegebenen Fasermengen, auch aufgrund des deutlich besseren Verbundes mit der Matrix, häufig aus, um die im Zuge der Makrorissbildung vom Beton nicht mehr übertragbaren Kräfte aufzunehmen.

Nach [Lin96] kann der kritische Fasergehalt für einen Verbundwerkstoff mit langen, zur Zugkraft parallelen Fasern nach Gleichung (4.2) bestimmt werden.

$$\rho_{\text{krit}} = \frac{f_{\text{ct}} - \sigma_{\text{c,cr}}}{f_{\text{ft}} - \sigma_{\text{c,cr}}} \quad (4.2)$$

mit f_{ct} Zugfestigkeit der Betonmatrix
 $\sigma_{\text{c,cr}}$ Zugspannung, die bei Erreichen der Zugfestigkeit des Faserverbundwerkstoffs durch die Betonmatrix übertragen wird
 f_{ft} Zugfestigkeit der Fasern

Bei kurzen, beliebig orientierten Fasern, bei denen der Verbund zwischen Fasern und Matrix die Tragfähigkeit begrenzt, ergeben sich deutlich höhere kritische Fasergehalte. Der kritische Fasergehalt ist mit der Mindestbewehrung bei Stahlbetonbauteilen vergleichbar.

Bei unterkritischem Fasergehalt wird der Bruchprozess vor allem durch das Wachstum eines einzigen Makrorisses charakterisiert. Dagegen ist bei überkritischem Fasergehalt eine ausgeprägte Mehrfachrissbildung zu beobachten.

4.2.2 Bruchmechanische Betrachtungen

Unter Bruch versteht man die vollständige oder teilweise Trennung eines ursprünglich ganzen Körpers [Gro01]. In der Regel erfolgt die Trennung des Körpers, indem sich ein oder mehrere Risse durch das Material fortpflanzen.

Bei Beton sind entsprechende Materialdefekte in Form von Mikrorissen in der Kontaktzone zwischen Zementmatrix und Zuschlagkorn bereits im unbelasteten Zustand vorhanden. Die Mechanismen, die zur Entstehung von Mikrorissen in hochfesten und ultrahochfesten Betonen führen, sind noch nicht abschließend geklärt. Ein Modell [Wie23] sieht die Ursache darin, dass die in der Anfangsphase (1 bis 2 Tage) der puzzolanischen Reaktion von Silikastaub entstehenden, sehr wasserreichen Gelphasen allmählich in wasserärmere und stabilere Calciumsilicathydrat-Phasen (CSH-Phasen) umgewandelt werden. Dieser Prozess verläuft in der Frühphase zeitlich affin zu den sehr hohen Schwindverformungen (autogenes Schwinden).

Durch Faserzugabe kann die Mikrorissbildung günstig beeinflusst werden. Infolge Riss-induzierung an der Faserwurzel werden die Rissbreiten kleiner und die Mikrodefekte gleich-mäßiger über das Betongefüge verteilt [Wie23]. Unter Zugbeanspruchungen nahe der Matrix-festigkeit wachsen die Breiten der Mikrorisse stärker an. Im Bereich von Kerben oder Fehl-stellen im Betongefüge (Schwachstelle) bildet sich eine sogenannte Bruchprozesszone aus, die eine Zone fein verteilter Mikrorisse beschreibt. In der Bruchprozesszone werden zunächst noch Zugspannungen übertragen, die jedoch mit wachsender Rissbreite abnehmen (Bild 4.2). Sind die Mikrorisse bis auf eine kritische Länge gewachsen, lokalisiert sich die Verformung in einem sichtbaren Makroriss. Während bei normalfesten Betonen aufgrund der verwendeten Korngrößen auch noch bei Rissbreiten von über 0,1 mm Zugspannungen durch Rissverzahnung (*Aggregate Interlock*) aufgenommen werden können, zeigt Feinkorn-UHPC ein sehr viel spröderes Verhalten.

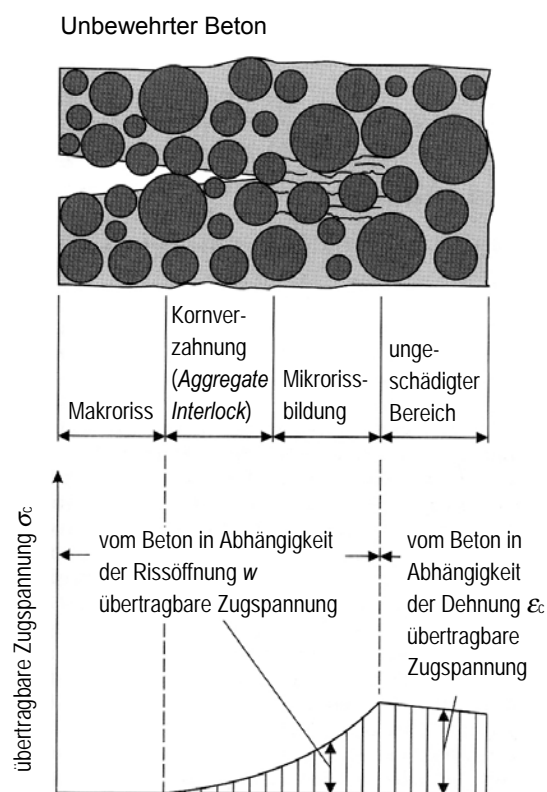


Bild 4.2 Übergang von der Mikro- zur Makrorissbildung bei unbewehrtem Beton [Hol06]

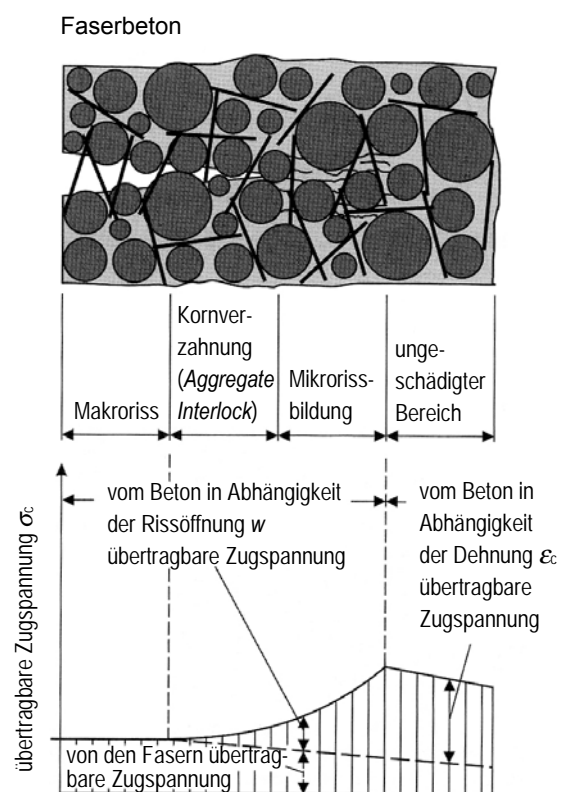


Bild 4.3 Übergang von der Mikro- zur Makrorissbildung bei Faserbeton [Hol06]

4.2.2.1 Rissmodelle der nichtlinearen Bruchmechanik

Bei der theoretischen Beschreibung der Bruchvorgänge von Beton wird zwischen diskretem und verschmiertem Rissmodell unterschieden.

Das diskrete Rissmodell wurde erstmals von *Hillerborg* [Hil76] beschrieben (*Fictitious-Crack-Model*). Dabei wird das in der Bruchprozesszone auf einer endlichen Bauteillänge stattfindende Mikrorisswachstum als in einer Rissfläche konzentriert angenommen (Bild 4.4). Die Rissbreiten sämtlicher Mikrorisse werden also einem fiktiven Riss zugeordnet. Dieses Vor-

gehen führt auf eine Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung zur Beschreibung des Entfestigungsverhaltens des Betons. Bild 4.2 zeigt die Spannungsverteilung an einer Risspitze im Beton und die daraus resultierende Entfestigungskurve.

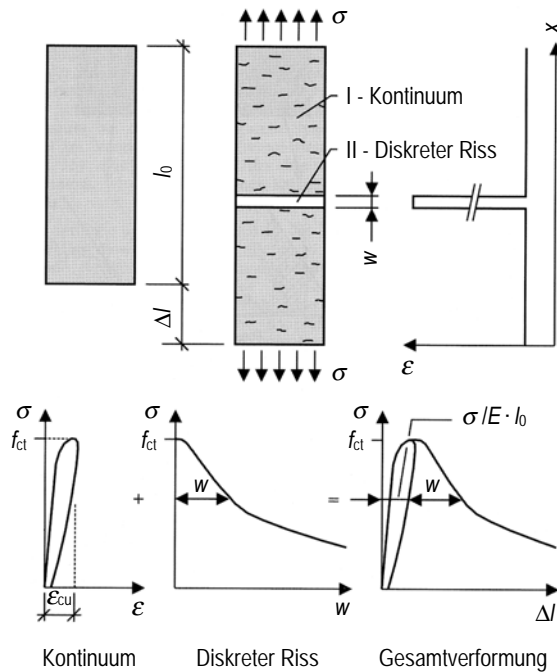


Bild 4.4 Fiktives Rissmodell (*Fictious-Crack-Model*) nach Hillerborg [Hil76] aus [Hol06]

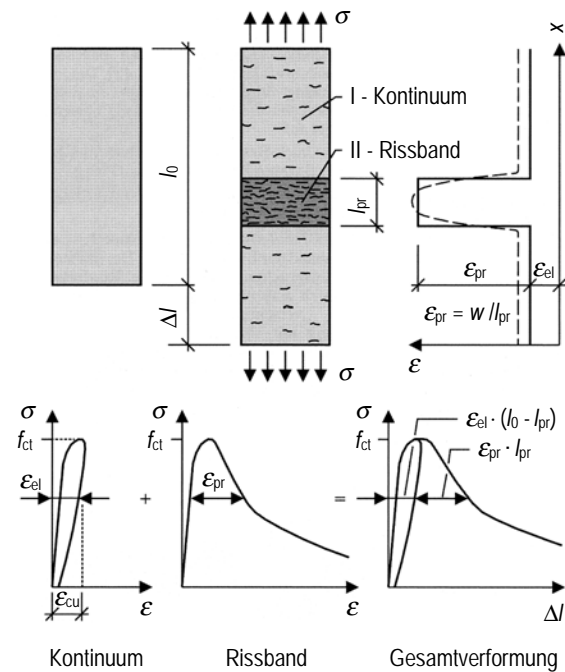


Bild 4.5 Rissbandmodell (*Crack-Band-Model*) nach Bazant [Baz83] aus [Hol06]

Zur einfacheren mathematischen Handhabung wird der Entfestigungsverlauf meist durch einen linearen, bilinearen oder hyperbolischen Ansatz approximiert [Pet81, Rei86, MC90, Xu98] (Bild 4.6).

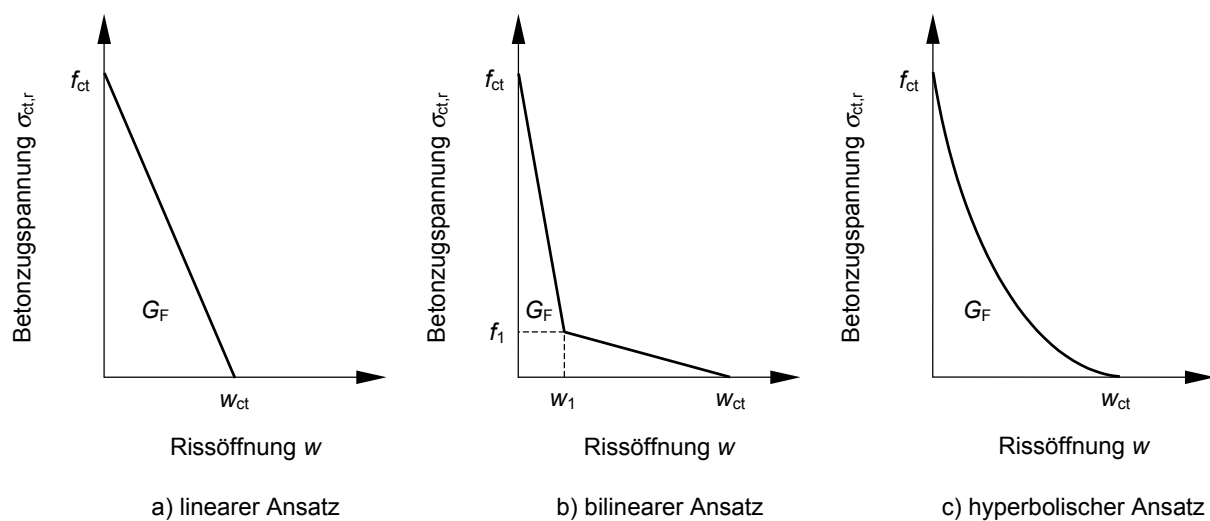


Bild 4.6 Ansätze zur Beschreibung des Entfestigungsverlaufs des unbewehrten Betons

Die Fläche unter der Entfestigungskurve entspricht der zur vollständigen Trennung des Bauteils notwendigen flächenspezifischen Energie und wird als Bruchenergie G_F bezeichnet. Die aus der Bruchenergie abgeleitete charakteristische Länge l_{ch} nach Gleichung (4.3) dient als Kenngröße für die Sprödigkeit des Betons. Sie entspricht der halben Länge eines zentrisch gezogenen Stabes aus einem elastischen Werkstoff, in dem bei Erreichen der Zugfestigkeit gerade ausreichend elastische Verformungsenergie gespeichert ist, um einen Riss bis zur vollständigen Trennung der Rissufer zu öffnen.

$$l_{ch} = \frac{E_c \cdot G_F}{f_{ct}^2} \quad (4.3)$$

mit E_c Elastizitätsmodul des Betons
 G_F Bruchenergie
 f_{ct} zentrische Zugfestigkeit der Betonmatrix

Die zweite Art der Modellierung des Bruchverhaltens von Beton beruht auf einer verschmierten Betrachtung der Rissbildung. Es wird angenommen, dass die Entfestigung nicht nur in einer Fläche, sondern in einem endlichen Bereich des Bauteils, dem sogenannten Rissband erfolgt (Bild 4.5). Das Entfestigungsverhalten des Betons wird bei dem als *Crack-Band-Model* [Baz83] bezeichneten Ansatz durch eine Spannungs-Dehnungs-Beziehung beschrieben, die über die Breite des Rissbandes Gültigkeit besitzt. Durch Multiplikation der rissbedingten Dehnung mit der Rissbandbreite erhält man aus der Spannungs-Dehnungs-Beziehung wieder eine Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung. Hinsichtlich der anzusetzenden Breite des Rissbandes gibt es bei UHPC jedoch noch keine experimentell abgesicherten Erkenntnisse.

Über die Vor- und Nachteile der Implementierung der beschriebenen Rissmodelle in Finite-Element-Programmen berichtet *Slowik* [Slo02].

4.2.2.2 Bruchmechanische Kenngrößen von UHPC

Ma, Schneider und *Wu* [Ma03b] untersuchten das Bruchverhalten von faserfreien Mörtelmischungen unterschiedlicher Festigkeiten, darunter auch ein unverdichteter und ein verdichteter Feinkorn-UHPC. Beide UHPC-Proben waren hinsichtlich des Mischungsentwurfs identisch, besaßen aber aufgrund der unterschiedlichen Verarbeitung verschieden hohe Festigkeiten. Das Größtkorn betrug für die normal- und hochfesten Mörtel 2 mm und für den Feinkorn-UHPC 0,8 mm.

Die bruchmechanischen Kenngrößen der untersuchten Mörtel wurden mittels Keilspaltversuch [Slo92] ermittelt. Dabei wird die vertikale Maschinenkraft durch Rollenpaare in eine horizontale Kraft umgelenkt, die einen vorgesägten, linienförmig gelagerten Probekörper aufspaltet. Als Steuergröße dient die Rissaufweitung COD (*Crack Opening Displacement*), die mit Hilfe zweier Wegaufnehmer in der Höhe der einwirkenden Spaltkraft gemessen wird.

In Tabelle 4.2 sind die aus den Versuchen abgeleiteten bruchmechanischen Kenngrößen für die unterschiedlichen Mörtel zusammengestellt. Sie werden ergänzt durch die auf gleiche Weise an der Universität Leipzig für einen Grobkorn-UHPC (Größtkorn 5 mm) erhaltenen Ergebnisse.

Tabelle 4.2 Bruchmechanische Kenngrößen von Mörteln unterschiedlicher Festigkeit [Ma03b] und von Grobkorn-UHPC

Zeile	Spalte	1	2	3	4	5	6
	Probenart	Mörtel 1	Mörtel 2	Mörtel 3	Feinkorn-UHPC unver- dichtet	Feinkorn-UHPC verdichtet	Grobkorn- UHPC
1	Zylinder- druckfestigkeit $f_{c,cyl}$ in N/mm ²	40,0	81,2	106,6	149,1	196,3	145,0
2	Bruchenergie G_F in N/m	53,7	65,1	66,5	62,8	54,7	95,0
3	Zugfestigkeit $f_{ct} = 0,9 \cdot f_{ct,sp}$ in N/mm ²	3,2	6,1	8,0	9,4	11,9	8,3
4	Charakteristische Länge l_{ch} in mm	133,5	61,3	44,7	32,6	20,1	80,6
5	Entfestigungs- verlauf	bilinear	bilinear	linear	linear	linear	bilinear
6	Grenzzrissbreite w_{ct} in μm	79,2	65,6	15,1	13,2	9,8	127,2

Die angegebenen zentrischen Zugfestigkeiten f_{ct} wurden aus der Spaltzugfestigkeit $f_{ct,sp}$ berechnet, welche ebenso wie die Druckfestigkeit an Zylindern (Durchmesser 100 mm, Höhe 200 mm) ermittelt wurde.

Die Bruchenergie G_F der Mörtel ergibt sich nahezu unabhängig von der Festigkeit zu etwa 50 bis 65 N/m. Die charakteristische Länge der untersuchten Mörtel nimmt erwartungsgemäß mit steigender Festigkeit deutlich ab. Der Grobkorn-UHPC verhält sich dagegen weniger spröde, da durch die Verzahnung der größeren Zuschläge auch noch bei größeren Rissbreiten Spannungen übertragen werden können.

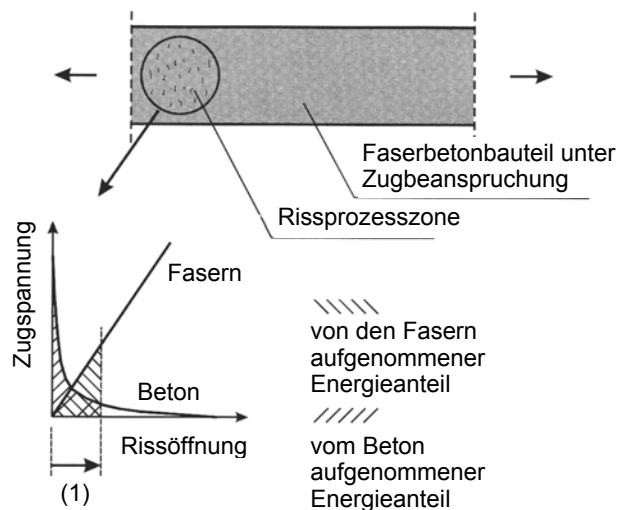
Zur Beschreibung des Entfestigungsverhaltens der normalfesten Mörtel und des Grobkorn-UHPC empfehlen *Ma*, *Schneider* und *Wu* [Ma03b] einen bilinearen Ansatz, während für die hochfesten und ultrahochfesten Mörtel ein lineares Modell vorgeschlagen wird. Die Grenzzrissbreiten w_{ct} , bis zu der Betonzugspannungen über den Riss übertragen werden können, ergeben sich danach für die beiden Feinkorn-UHPC zu 9,8 bzw. 13,2 μm und für den Grobkorn-UHPC zu 127,2 μm , was nochmals die unterschiedliche Sprödigkeit der verschiedenen ultrahochfesten Betonmatrizen verdeutlicht.

4.2.2.3 Einfluss der Fasern auf das Reißverhalten von Beton

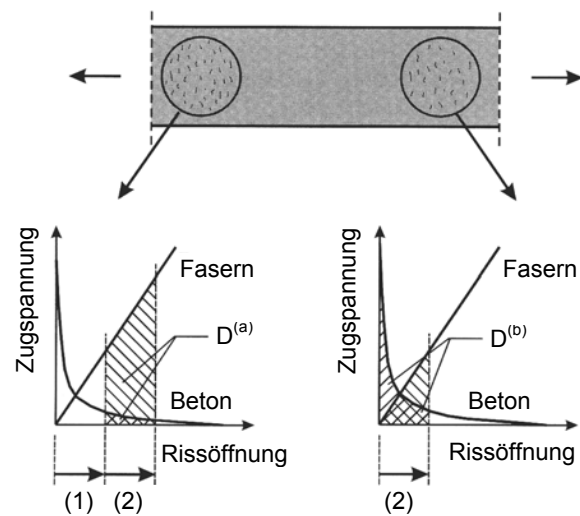
Durch den Einsatz von Fasern ist es möglich, das Entstehen eines Makrorisses zu verhindern bzw. zu verzögern (Bild 4.3). Während dies bei normalfesten Betonen aufgrund der in der Baupraxis üblichen geringen Fasergehalte nur für kleine Betonzugfestigkeiten, z. B. bei Abfließen der Hydratationswärme oder Eigenspannungen, gelingt, kann bei UHPC auch unter planmäßiger äußerer Lastbeanspruchung eine erhebliche Steigerung der Dehnfähigkeit erzielt werden.

Ob bei Steigerung der Beanspruchung ein Wachstum und Zusammenschluss der Mikrorisse einer Rissprozesszone zu einem Makroriss stattfindet, oder eine weitere Rissprozesszone entsteht, kann anhand der Energieaufnahmefähigkeit der Fasern entschieden werden. Nach *Bäuml* und *Wittmann* [Bäu01] kann hierzu der Rissbildungsprozess in einem Faserbetonbauteil in zwei Phasen unterteilt werden (Bild 4.7).

1) Ausbildung einer ersten Rissprozesszone



2) Ausbildung einer zweiten Rissprozesszone



Verhinderung der Makrorissbildung durch Ausbildung einer zweiten Rissprozesszone, wenn $D^{(a)} > D^{(b)}$

Bild 4.7 Voraussetzung für die Ausbildung mehrerer Rissprozesszonen [Bäu01]

In der ersten Phase bildet sich an einer Schwachstelle eine erste Rissprozesszone aus, in der sich der Beton entsprechend des durch die Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung beschriebenen Entfestungsverlaufs am Lastabtrag beteiligt. Bei weiterer Laststeigerung entsteht ein Makroriss genau dann, wenn die Energieabsorption durch die Fasern mit zunehmender Rissbreite geringer ist als diejenige, die mit der Ausbildung einer weiteren Rissprozesszone verbunden ist. Andernfalls entstehen eine zweite und gegebenenfalls weitere Rissprozesszonen. Eine Makrorissbildung kann auf diese Weise vorerst verhindert werden.

Voraussetzung für eine signifikante Steigerung der Dehnfähigkeit durch Ausbildung mehrerer Rissprozesszonen ist in erster Linie eine möglichst gleichmäßige Faserverteilung, die herstellungstechnisch jedoch nur schwer zu realisieren ist. Entsprechend groß sind die erhaltenen Streuungen experimenteller Untersuchungen.

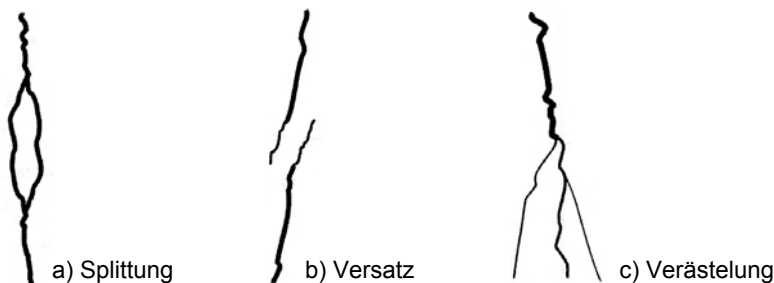


Bild 4.8 Charakteristische Rissformen von Stahlfaserbeton [Win98]

Auch nach Ausbildung eines Makrorisses innerhalb einer Rissprozesszone können durch die Fasern Zugspannungen über den Riss hinweg übertragen werden. Bei überkritischem Fasergehalt können in anderen Rissprozesszonen ebenfalls Makrorisse entstehen. Diese öffnen sich bei weiterer Laststeigerung, bis schließlich die Zugtragfähigkeit des schwächsten Querschnitts

erreicht wird. Dabei lassen sich die für Faserbeton charakteristischen Rissverläufe mit Rissversätzen, Aufspaltung und Verästelung von Rissen beobachten. Sie werden von *Winterberg* [Win98] als „stahlfaserbedingte Rissformen“ bezeichnet (Bild 4.8).

Die Zugtragfähigkeit des Faserbetons wird entweder durch die Festigkeit der Fasern oder durch den Verbund zwischen Fasern und Matrix begrenzt. Ein Versagen der Fasern (Faserreißen) tritt nur bei sehr langen Fasern auf, während bei kürzeren Fasern üblicherweise das aus Gründen der Duktilität angestrebte Herausziehen aus der Matrix zu beobachten ist.

In Bild 4.9 ist das Last-Verformungs-Verhalten eines auf Zug beanspruchten Faserbetonbauteils bei überkritischem Fasergehalt qualitativ dargestellt. Zum Vergleich ist auch der Verlauf bei unterkritischem Fasergehalt angegeben.

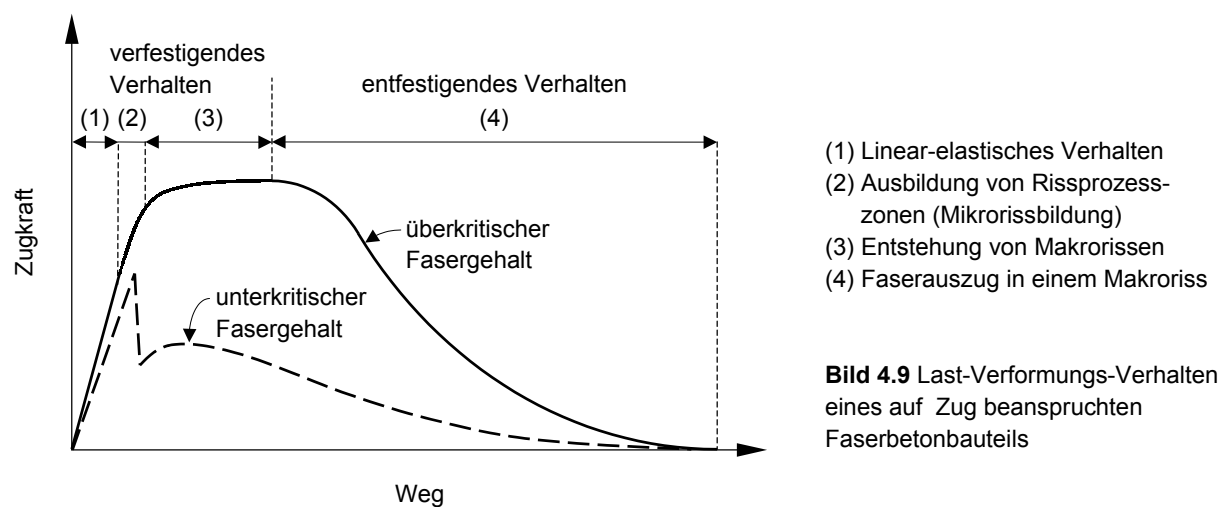


Bild 4.9 Last-Verformungs-Verhalten eines auf Zug beanspruchten Faserbetonbauteils

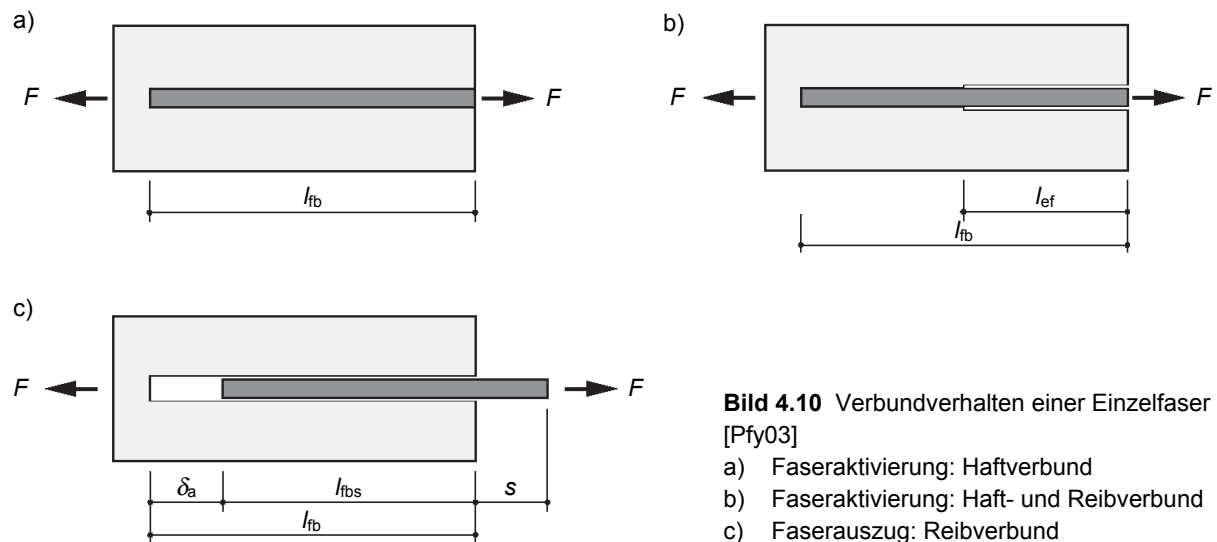
4.3 Verbund zwischen Faser und Matrix

4.3.1 Verbundverhalten einer glatten Faser

Während bei profilierten Betonstählen die Verbundwirkung vor allem auf dem Scherverbund, also der Verzahnungswirkung zwischen den Stahlrippen und den einbindenden Betonkonsolen beruht (vgl. Abschnitt 3.3.1), können bei glatten Stahlfasern, ähnlich wie bei glatten Bewehrungsstählen, zwei maßgebende Verbundwirkungen, nämlich der Haftverbund und der Reibverbund, unterschieden werden.

Der Haftverbund resultiert aus einer chemischen Adhäsion in der Kontaktzone zwischen Faser und Matrix. Während der Faseraktivierungsphase herrscht zunächst über die gesamte Einbindetiefe Haftverbund (Bild 4.10a). Bei Erreichen der Haftverbundfestigkeit löst sich die Faser örtlich von der Matrix ab, so dass über eine Teillänge Reibverbund aktiviert wird (Bild 4.10b). Der Reibverbund beruht auf der Rauigkeit der Bruchflächen in der Kontaktzone zwischen Faser und Matrix. Der Ausfall des Haftverbunds setzt sich mit zunehmender Ausziehungskraft sukzessive fort, bis schließlich der letzte Bereich infolge gespeicherter elastischer Energie schlagartig abgelöst wird.

Während der Faserauszugsphase wirkt auf der stetig kürzer werdenden Einbindetiefe nur noch der Reibverbund (Bild 4.10c).



Betrachtet man den Ablösevorgang der Faser auf der Mesoebene, so kann der Faserbeton als Dreiphasensystem aus Faserwerkstoff, umschließender Betonmatrix und einer Kontaktzone zwischen Faser und Matrix (*Interfacial Transition Zone*) beschrieben werden. Ähnlich wie im Kontaktbereich zwischen Zementsteinmatrix und Gesteinskörnung haftet bei normalfesten Betonen auf den Fasern eine zwischen 30 und 70 μm dicke Schicht aus Calciumhydroxidkristallen, die zu Beginn des Hydrationsprozesses gebildet wurde [Pin78, Ben85] (Bild 4.11). Diese poröse Kontaktzone weist eine geringere Festigkeit als die angrenzende Matrix auf, so dass der Verbundbruch nach rasterelektronenmikroskopischen Untersuchungen in dieser Schicht und nicht direkt an der Faseroberfläche stattfindet.

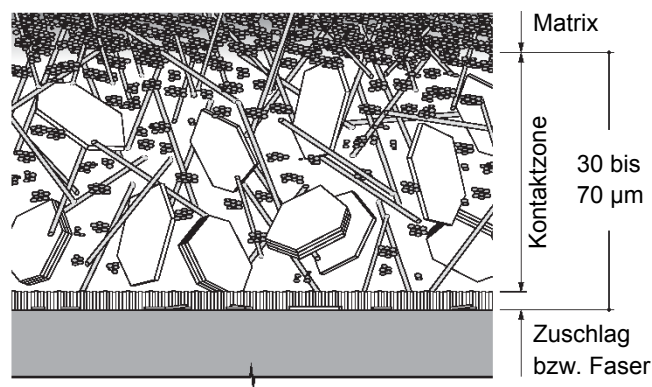


Bild 4.11 Kontaktzone zwischen Faserwerkstoff und Betonmatrix (*Interfacial Transition Zone*) nach [Reh77] (aus [Pfy03])

Bei UHPC wird durch den Einsatz von Feinstfüllern (Silikastaub, Feinsthüttensandmehle) ein Teil des bei der Zementhydratation frei werdenden Calciumhydroxids aufgebraucht bzw. dessen Entstehung vermindert, so dass die calciumhydroxidreichen Schwächezonennähezu eliminiert und durch festere CSH-Phasen ersetzt werden [DAfStb05a]. Hierdurch wird der Verbund zwischen Zementsteinmatrix und Gesteinskorn, aber auch zwischen Faser und Matrix verbessert.

4.3.2 Experimentelle Bestimmung der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung der Einzelfaser

Das Verbundverhalten zwischen Faser und Matrix wird in der Regel anhand von Auszieh- oder Durchziehversuchen, ähnlich den Versuchen an Betonstählen bestimmt. Wie bei der Auswertung von Ausziehversuchen an Betonstählen kann aus der aufgetragenen Kraft F die mittlere Verbundspannung τ_{bm} über die Verbundlänge l_b nach Gleichung (4.4) ermittelt und als Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung in Abhängigkeit des gemessenen Schlupfs s aufgetragen werden.

$$\tau_{bm} = \frac{F}{d_f \cdot \pi \cdot l_b} \quad (4.4)$$

Die gegenüber Bewehrungsstäben geringeren Abmessungen sowie die Messung der kleinen Relativverschiebungen zwischen Faser und Matrix bereiten Schwierigkeiten bei der Herstellung der Prüfkörper und der Durchführung der Versuche. Während die Größe des Reibverbundes relativ einfach bei fortgeschrittenen Ausziehwegen ermittelt und näherungsweise als vom Ausziehweg unabhängig angenommen werden kann, gestaltet sich die Bestimmung der Größe des Haftverbundes und dessen Einfluss auf das Ausziehverhalten sehr viel schwieriger. Häufig wird daher nur die maximale Ausziehkraft experimentell ermittelt und daraus die Verbundfestigkeit bestimmt.

Zum Verbundverhalten von Stahlfasern in normalfesten Betonen liegen zahlreiche Ergebnisse experimenteller Untersuchungen vor, deren Interpretation aufgrund fehlender Angaben zu Prüfapparatur und Messtechnik jedoch Schwierigkeiten bereitet. Die erhaltenen Kraft-Weg-Diagramme lassen häufig nur eine Abschätzung des Verhältnisses zwischen Haftverbundfestigkeit und Reibverbundspannung ($\tau_{b\max}/\tau_{ba}$) zu, nicht aber Aussagen zur Verbundsteifigkeit, also der Steigung der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung in der Phase des Haftverbundes.

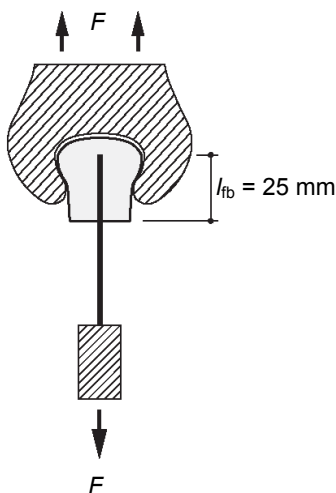


Bild 4.12 Prinzipieller Versuchsaufbau der Ausziehversuche von Li et al. [Li94]

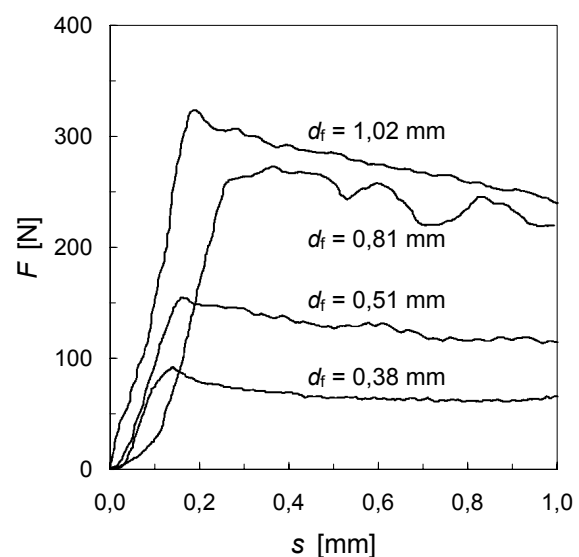


Bild 4.13 Ergebnisse der Ausziehversuche an einzelnen glatten Stahldrahtfasern [Li94]

In den Bildern 4.12 und 4.13 sind exemplarisch der von *Li et al.* [Li94] für die Ausziehversuche an einzelnen glatten Stahldrahtfasern verwendete Versuchsaufbau sowie die erhaltenen Last-Verformungs-Beziehungen dargestellt.

Fasern unterschiedlicher Durchmesser (0,38 bis 1,02 mm) waren in eine hochfeste Betonmatrix (Wasser-Zement-Wert $w/z = 0,27$) mit unterschiedlichen Verbundlängen eingebettet. Das Kraft-Weg-Diagramm (Bild 4.13) zeigt nahezu lineare Verläufe bis zum Erreichen der Haftverbundfestigkeit und einen leicht abfallenden Ast in der Phase des Reibverbundes, jedoch keinen sprunghaften Rückgang der Tragfähigkeit. Entsprechend bestimmen *Li et al.* das Verhältnis zwischen Haftverbundfestigkeit und Reibverbundspannung zu $\tau_{b \max} / \tau_{ba} \approx 1$. Experimentelle Untersuchungen anderer Forscher [Gop87, Kaw92, Naa91b] zum Ausziehverhalten von Stahlfasern aus Betonen normaler Festigkeit lieferten ebenfalls Verhältnisse $\tau_{b \max} / \tau_{ba}$ von 1 bis maximal 2.

Zum Verbundverhalten zwischen glatten dünnen Stahldrahtfasern (Durchmesser 0,15 mm) und Feinkorn-UHPC der Mischung M1Q (siehe Tabelle 2.1) wurden von *Bornemann und Faber* [Bor04] je drei Ausziehversuche bei unterschiedlichen Einbindetiefen (5, 10 und 15 mm) durchgeführt. Bei Verbundlängen von 10 und 15 mm rissen die Stahlfasern außerhalb des Betonkörpers, wobei sich rechnerisch Stahlzugfestigkeiten zwischen ca. 2200 und 2700 N/mm² ergaben. Nur für die kürzeste Einbindetiefe von 5 mm konnte ein Herausziehen der Faser aus der Matrix beobachtet werden. Aus den maximalen Ausziehkräften wurden nach Gleichung (4.4) Verbundspannungen zwischen 8,7 und 13,6 N/mm² (Mittelwert rund 11 N/mm²) erhalten. Die Relativverschiebung zwischen Faser und Matrix wurde bei dieser Versuchsreihe nicht gemessen.

Behloul [Beh96b] ermittelte für den ultrahochfesten Beton BPR von DUCTAL[®] eine ähnlich hohe mittlere Verbundspannung ($\tau_{bm} = 11,5$ N/mm²).

Voo und Foster [Voo03] beobachteten bei ihrer Nachrechnung zahlreicher experimenteller Untersuchungen zum Ausziehverhalten von Einzelfasern aus normal- und hochfesten Betonmatrizen den in Tabelle 4.3 angegebenen Zusammenhang zwischen dem verwendeten Fasertyp, der Zugfestigkeit der Betonmatrix f_{ct} und der Verbundfestigkeit $\tau_{b \max}$. Danach ergibt sich für eine ultrahochfeste Betonmatrix mit einer Zugfestigkeit $f_{ct} \approx 9$ bis 10 N/mm² eine rechnerische Verbundfestigkeit glatter Fasern von ca. 9 bis 12 N/mm².

Tabelle 4.3 Zusammenhang zwischen der Verbundfestigkeit $\tau_{b \max}$ und der Zugfestigkeit f_{ct} der Betonmatrix nach [Voo03]

Zeile	Spalte	1	2	3	4
	Fasertyp	glatte Stahldrahtfasern mit Endhaken		glatte, gerade Stahldrahtfasern	
1	Matrixart	Beton	Mörtel	Beton	Mörtel
2	Verbundfestigkeit $\tau_{b \max}$ in N/mm ²	2,5 f_{ct}	2,0 f_{ct}	1,2 f_{ct}	1,0 f_{ct}

4.3.3 Verbundgesetze

Zur mathematischen Behandlung des Verbundverhaltens zwischen Faser und Beton schlagen *Nammur* und *Naaman* [Nam89] ein ideal-elastisch-ideal-plastisches Verbundgesetz vor, dessen Verlauf durch die Verbundsteifigkeit κ und einen Maximalwert der Verbundspannung $\tau_{b \max}$ definiert wird (Bild 4.14). *Naaman* et al. [Naa91a] erweitern dieses Modell und führen einen ideal-elastisch-abgetreppt-ideal-plastischen Ansatz ein, der Verhältnisse zwischen Haftverbundfestigkeit und Reibverbundspannung $\tau_{b \max}/\tau_{ba}$ größer 1 zu berücksichtigen gestattet (Bild 4.15).

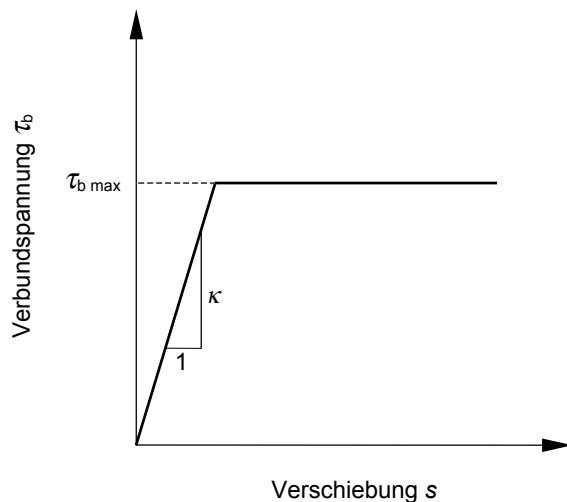


Bild 4.14 Ideal-elastisch-ideal-plastisches Verbundgesetz nach *Namur* und *Naaman* [Nam89]

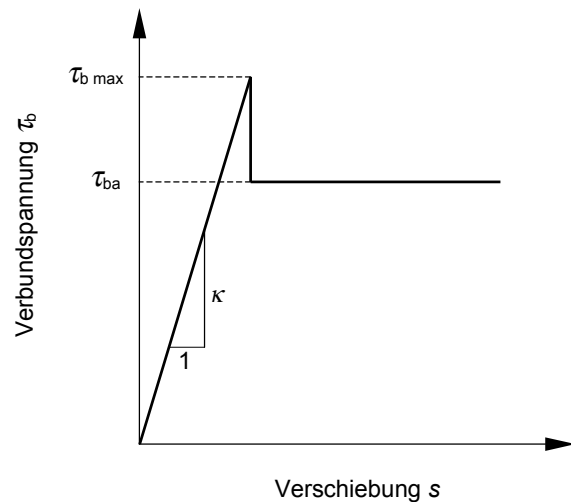


Bild 4.15 Ideal-elastisch-abgetreppt-ideal-plastisches Verbundgesetz nach *Naaman* et al. [Naa91a]

Da der Haftverbund eigentlich keine Relativverschiebung zwischen Faser und Matrix erlaubt, wird die elastische Verformung in der ersten Phase als reine Schubverformung der die Faser umgebenden Betonmatrix aufgefasst. Somit kann die Verbundsteifigkeit in der Phase des Haftverbunds aus der Schubsteifigkeit der Matrix ermittelt werden, die hierzu nach der sogenannten *Shear Lag Theorie* [Cox52] als Kreiszylinder modelliert wird.

Für die Verbundgesetze nach den Bildern 4.14 und 4.15 können die Verläufe der Verbundspannung zwischen Faser und Matrix in den Phasen der Faseraktivierung und des Faserauszugs mit Hilfe der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes gefunden werden [Naa91a, Pfy03]. *Pfy* [Pfy03] diskutiert ausführlich das Ausziehverhalten einer Einzelfaser unter Anwendung des ideal-elastisch-abgetreppt-ideal-plastischen Verbundgesetzes. Er untersucht dabei u. a. den Einfluss verschiedener Verhältnisse $\tau_{b \max}/\tau_{ba}$ auf die Faserspannung und die Relativverschiebung zwischen Faser und Matrix. Seine Nachrechnung eines von *Naaman* et al. [Naa91b] publizierten Faserspannungs-Ausziehweg-Diagramms zeigt, dass auch die Annahme eines starr-plastischen Verbundgesetzes (Bild 4.16) für Faserbetone mit Verhältnissen $\tau_{b \max}/\tau_{ba}$ zwischen 1 und 2 zu einem guten Ergebnis führt. Es bietet für die weitere Herleitung der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen zudem den Vorteil einer sehr einfachen mathematischen Handhabbarkeit.

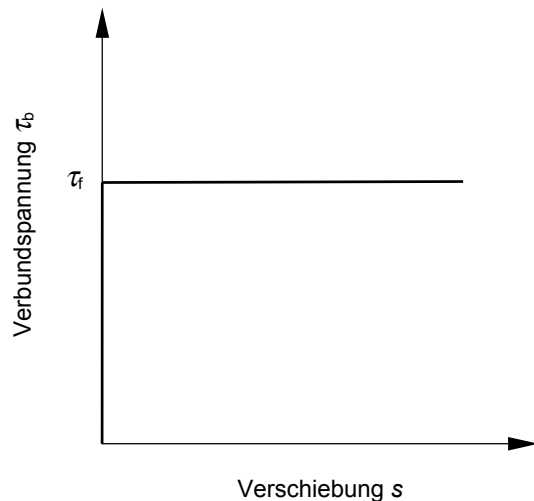


Bild 4.16 Starr-plastisches Verbundgesetz, vorgeschlagen von Pfyf [Pfy03]

4.4 Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung der Einzelfaser

Der Spannungs-Rissöffnungs-Zusammenhang soll zunächst für eine Einzelfaser hergeleitet werden. Dazu wird ein gerissener Betonzugstab mit einer im Riss liegenden, parallel zur Zugrichtung orientierten Einzelfaser betrachtet. In Abschnitt 4.5 werden dann Erweiterungen der mechanischen Beziehungen vorgenommen, welche die Nachrechnung experimentell erhaltener Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen von faserbewehrtem UHPC erlauben.

4.4.1 Faseraktivierung

In der Phase der Faseraktivierung verhält sich die Einzelfaser wie der einen Einzelriss überbrückende Bewehrungsstab aus Abschnitt 3.4.3. Im Riss wird die äußere Zugkraft allein von der Faser getragen. Entlang der Lasteinleitungslänge zu beiden Seiten des Risses verlängert sich die Faser elastisch, so dass sich Faser und Matrix relativ zueinander verschieben. Am Ende der Lasteinleitungslänge herrscht wieder starrer Verbund zwischen der Faser und der umgebenden Betonmatrix. Die Faser wirkt im ungerissenen Zustand also im Verhältnis ihrer Dehnsteifigkeit am Lastabtrag mit (vgl. Abschnitt 3.4.2). Legt man das von Pfyf vorgeschlagene starr-plastische Verbundgesetz nach Bild 4.16 zugrunde, so erhält man in der Aktivierungsphase für eine Faser der Länge l_{ef} und für den umgebenden Beton die in Bild 4.17 dargestellten Verzerrungsverläufe.

Wird bei Betonzugspannungen nahe der Matrixfestigkeit eine nennenswerte Zugkraftübertragung durch Anhaftung der Betonmatrix an der Stirnfläche der Faser ausgeschlossen, so muss die anteilige Faserkraft vornehmlich durch Verbundwirkung über die Umfangsfläche der Faser eingeleitet werden. In diesem Fall ist die Faser, wie in Bild 4.17 dargestellt, an ihren Enden spannungslos. Abweichend hiervon betrachtet Pfyf [Pfy03] bei seiner Modellbildung den Grenzfall einer außerhalb der Lasteinleitungslänge bis zum Faserende konstanten Faser-spannung. Er erhält auf diese Weise rechnerisch eine geringfügig höhere maximale Ausziehungskraft. Insgesamt ergeben sich für die Faserspannungs-Rissbreiten-Beziehung jedoch kaum Unterschiede, da die stirnseitige Einleitungslänge ohnehin sehr kurz ist. Beim Übergang von der Aktivierungs- zur Auszugsphase liefert das Modell von Pfyf jedoch eine kleine Unstetigkeit, was sich in Hinblick auf die numerische Behandlung als ungünstig erweist.

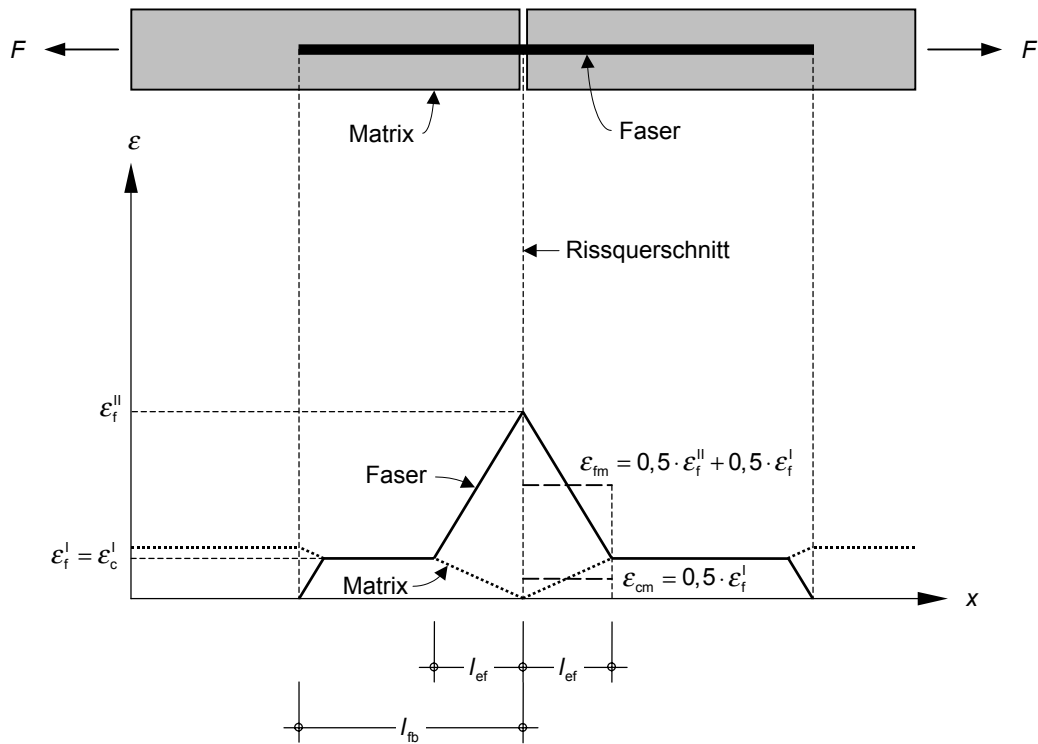


Bild 4.17 Verzerrungsverläufe der Faser und der Matrix in der Faseraktivierungsphase

Die aktivierte Länge l_{ef} der Faser kann analog der Lasteinleitungslänge l_{es} beim Einzerriss eines Stahlbetonstabs berechnet werden:

$$l_{ef} = \frac{\sigma_f \cdot d_f}{4 \cdot \tau_f \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_f)} \quad (4.5)$$

mit σ_f Faserspannung im Riss (Zustand II)
 d_f Durchmesser der Faser
 τ_f Verbundspannung zwischen Faser und Matrix

Die Rissbreite ergibt sich aus der mittleren Dehnungsdifferenz von Faser und Beton entlang der aktivierten Länge l_{ef} :

$$w = 2 \cdot l_{ef} \cdot (\varepsilon_{fm} - \varepsilon_{cm}) \quad (4.6)$$

Die mittleren Faser- und Betondehnungen ε_{fm} bzw. ε_{cm} betragen für das starr-plastische Verbundgesetz mit dem Völligkeitsbeiwert $\alpha_b = 0,5$:

$$\varepsilon_{fm} = 0,5 \cdot \varepsilon_f^{II} + 0,5 \cdot \varepsilon_f^I \quad (4.7)$$

$$\varepsilon_{cm} = 0,5 \cdot \varepsilon_c^I = 0,5 \cdot \varepsilon_f^I \quad (4.8)$$

mit ε_f^{II} Faserdehnung im Riss (Zustand II)
 ε_f^I Faserdehnung am Ende der Lasteinleitungslänge (Zustand I)
 ε_c^I Betondehnung am Ende der Lasteinleitungslänge (Zustand I)
 Es gilt: $\varepsilon_f^I = \varepsilon_c^I$

Die Rissbreite während der Aktivierungsphase der Faser kann dann nach Gleichung (4.9) berechnet werden:

$$w = \frac{\sigma_f^2 \cdot d_f}{4 \cdot E_f \cdot \tau_f \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_f)} \quad (4.9)$$

Wird die Belastung in der Faseraktivierungsphase sukzessive gesteigert, so wachsen die Last-einleitungslängen vom Rissufer sowie vom Faserende her weiter an und berühren sich schließlich auf der Seite der kürzeren Einbindetiefe der Faser. Dabei stellen sich die in Bild 4.18 gezeigten Verzerrungsverläufe ein.

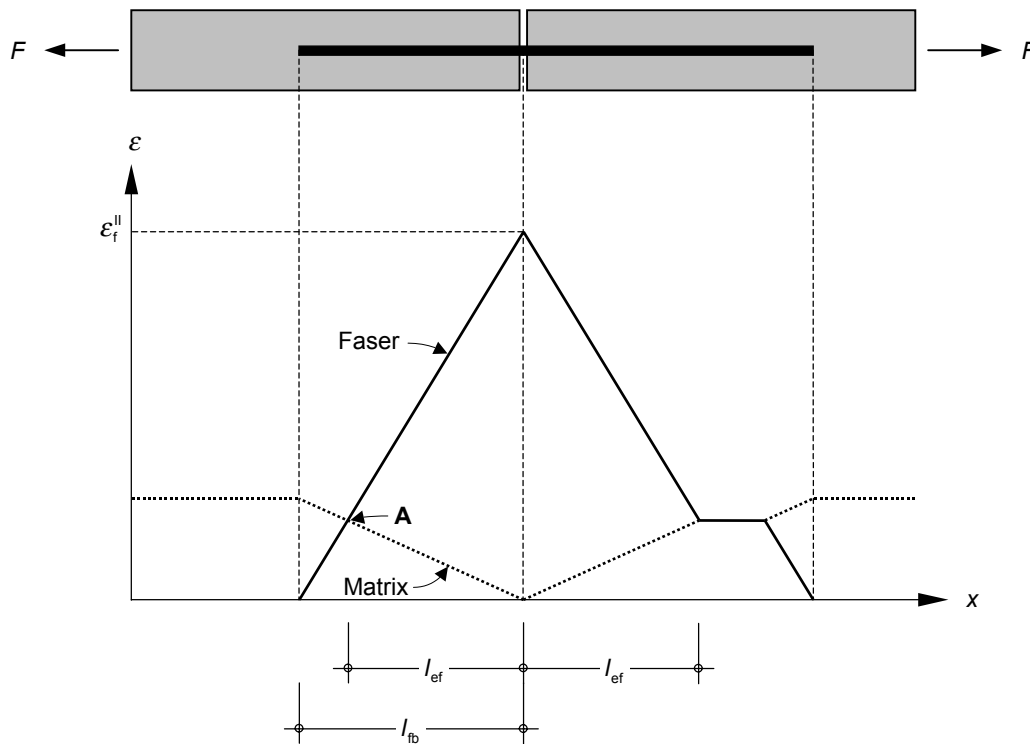


Bild 4.18 Verzerrungsverläufe der Faser und der Matrix beim Übergang von der Aktivierungs- in die Auszugsphase

Auf der Seite der kürzeren Einbindetiefe herrscht nur noch im Punkt „A“ starrer Verbund zwischen der Faser und dem umgebenden Beton.

Die aktivierte Länge ergibt sich für diesen Grenzfall zu

$$l_{ef} = \frac{l_{fb}}{(1 + \alpha_E \cdot \rho_f)} \quad (4.10)$$

Für die Faserspannung gilt beim Übergang von der Faseraktivierungs- zur Faserauszugsphase:

$$\sigma_{f0} = \frac{4 \cdot \tau_f \cdot l_{fb}}{d_f} \quad (4.11)$$

Die zugehörige Rissbreite ergibt sich zu

$$w_0 = \frac{4 \cdot \tau_f \cdot l_{fb}^2}{d_f \cdot E_f \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_f)} \quad (4.12)$$

Soll aus Gründen der Duktilität ein Reißen der Faser vor dem Ausziehen vermieden werden, so darf die Faserspannung nach Gleichung (4.11) die Elastizitätsgrenze bzw. die Zugfestigkeit des Fasermaterials nicht überschreiten. Dies erfordert, dass die Schlankheit λ_f der Faser, also das Verhältnis der Länge l_f zum Durchmesser d_f einer Faser begrenzt wird. Für die zu beiden Seiten des Risses mit der halben Faserlänge einbindende Faser kann folgende Bedingung abgeleitet werden:

$$\lambda_f = \frac{l_f}{d_f} \leq \lambda_{f,lim} = \frac{f_y}{2 \cdot \tau_f} \quad \text{bzw.} \quad \frac{f_t}{2 \cdot \tau_f} \quad (4.13)$$

mit f_y Elastizitätsgrenze des Fasermaterials
 f_t Zugfestigkeit des Fasermaterials

Um theoretisch den Auszug aller Fasern zu gewährleisten, sollten die in Faserbetonen verwendeten Fasern die Grenzschlankheit $\lambda_{f,lim}$ nicht überschreiten.

Einfluss des Schwindens

Bisher existieren nach Kenntnis des Verfassers noch keine mechanische Modelle, die es erlauben, den Einfluss des Schwindens auf den Faserspannungs-Rissbreiten-Zusammenhang rechnerisch zu berücksichtigen. Im Folgenden sollen die hierzu notwendigen Modifikationen an den für die Einzelfaser gültigen Beziehungen vorgenommen werden. In den weiteren Abschnitten werden diese dann im Sinne einer Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung des Faserbetons erweitert.

Bezüglich des Einflusses des Schwindens auf die Rissbreite wurden in Abschnitt 3.4.3 für den Stahlbetonzugstab die prinzipiellen Zusammenhänge hergeleitet. Sie gelten hier sinngemäß.

So können die Lasteinleitungslänge und die Rissbreite in Abhängigkeit der sich infolge Schwindbehinderung einstellenden Verkürzung der Faser $\varepsilon_{f,shr}$ wie folgt angegeben werden:

$$l_{ef} = \frac{\left(\frac{\sigma_f}{1 + \alpha_E \cdot \rho_f} - \varepsilon_{f,shr} \cdot E_f \right) \cdot d_f}{4 \cdot \tau_{fm}} \quad (4.14)$$

und

$$w = \frac{\left(\frac{\sigma_f}{1 + \alpha_E \cdot \rho_f} - \varepsilon_{f,shr} \cdot E_f \right)^2 \cdot d_f}{4 \cdot E_f \cdot \tau_f} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_f) \quad (4.15)$$

Bild 4.19 zeigt qualitativ die Dehnungsverläufe für die Faser und den umgebenden Beton. Die Faser ist an ihren Enden spannungslos, da der durch das Schwinden hervorgerufene innere Zwang erst über Verbund mit dem Beton aufgebaut werden muss. Durch die Verschiebung der Faser gegen den Beton entsteht am Faserende Spitzendruck. Eine Kraftübertragung durch diesen Mechanismus wird hier jedoch vernachlässigt. Direkt am Rissufer kann sich der Beton frei verformen. Die Betondehnung beträgt dort

$$\varepsilon_{f,shr}^* = \varepsilon_{f,shr} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_s) \quad (4.16)$$

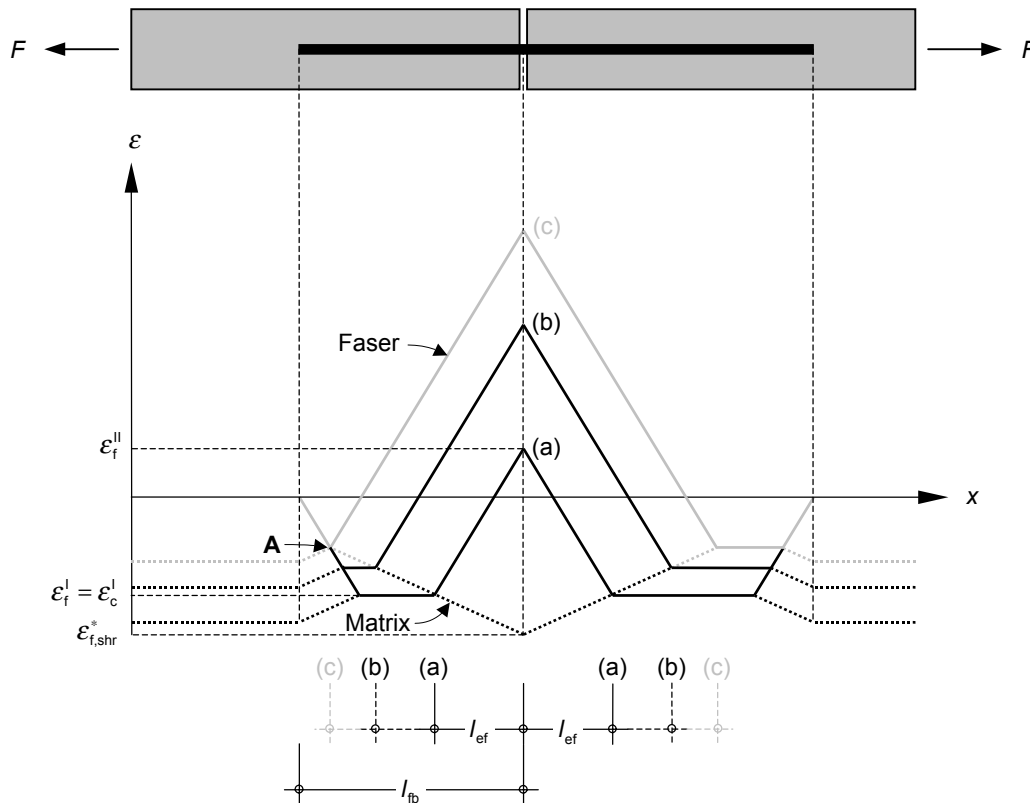


Bild 4.19 Einfluss des Schwindens auf die Verzerrungsverläufe in der Faseraktivierungsphase

Bei Laststeigerung von (a) nach (b) in Bild 4.19 nimmt die aktivierte Faserlänge vom Rissufer her zu, während sich die Lasteinleitungslänge am Faserende verkürzt. Für eine bestimmte äußere Last berühren sich die beiden Einleitungslängen auf der Seite der kürzeren Einbinde-tiefe im Punkt „A“ (graue Linie in Bild 4.19). Wird die Belastung über diesen Zustand hinaus weiter gesteigert, so ist auf dieser Seite ein Dehnungsunterschied zwischen Faser und Matrix über die gesamte Einbindtiefe vorhanden (Bild 4.20).

Das Verhalten der Einzelfaser lässt sich nun nicht mehr mit den für den Einzelriss gültigen mechanischen Beziehungen beschreiben.

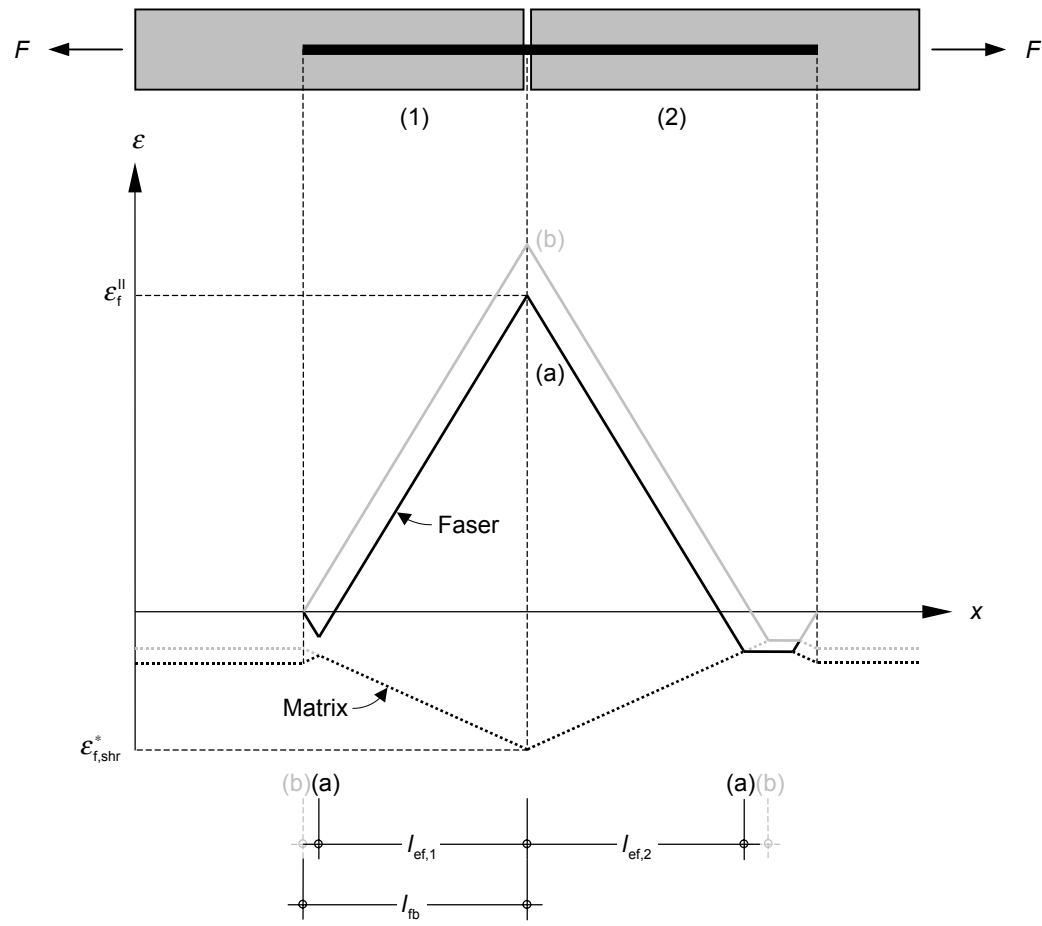


Bild 4.20 Einfluss des Schwindens auf die Verzerrungsverläufe beim Übergang von der Faseraktivierungs- in die Faserauszugsphase

Für die mittleren Dehnungen der Faser und der Matrix auf der Seite der kürzeren Einbindetiefe (linke Seite in Bild 4.20) gilt:

$$\varepsilon_{\text{fm}} = \varepsilon_f - \frac{2 \cdot l_{\text{ef},1} \cdot \tau_f}{d_f \cdot E_f} \quad (4.17)$$

$$\varepsilon_{\text{cm}} = \frac{2 \cdot l_{\text{ef},1} \cdot \tau_f}{d_f \cdot E_f} \cdot \alpha_E \cdot \rho_f + \varepsilon_{\text{f,shr}}^* \quad (4.18)$$

Der Schlupf ergibt sich sodann auf dieser Seite zu

$$s_1 = l_{\text{ef},1} \cdot (\varepsilon_{\text{fm}} - \varepsilon_{\text{cm}}) = \frac{l_{\text{ef},1}}{E_f} \cdot \left[\sigma_f - \left(\frac{2 \cdot l_{\text{ef},1} \cdot \tau_f}{d_f} + \varepsilon_{\text{f,shr}}^* \cdot E_f \right) \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_f) \right] \quad (4.19)$$

Die Einleitungslänge $l_{\text{ef},1}$ kann dabei wie folgt bestimmt werden:

$$l_{\text{ef},1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\sigma_f \cdot d_f}{4 \cdot \tau_f} + l_{\text{fb}} \right) = \frac{\sigma_f \cdot d_f}{8 \cdot \tau_f} + \frac{l_{\text{fb}}}{2} \quad (4.20)$$

Vergleicht man den Ausdruck nach Gleichung (4.19) mit der in Abschnitt 3.4.4 für den Stahlbetonzugstab hergeleiteten Beziehung, so stellt man fest, dass das Verhalten der Einzelfaser in dieser Phase der Faseraktivierung ähnlich dem einer Stabstahlbewehrung bei abgeschlossener Rissbildung beschrieben werden kann.

Auf der Seite der längeren Einbindetiefe (rechte Seite in Bild 4.20) wäre bei dem skizzierten Verzerrungsverlauf der Schlupf wie für einen Einzelriss zu ermitteln:

$$s_2 = \frac{\left(\frac{\sigma_f}{1 + \alpha_E \cdot \rho_f} - \varepsilon_{f,shr} \cdot E_f \right)^2 \cdot d_f}{8 \cdot E_f \cdot \tau_f} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_f) \quad (4.21)$$

Somit können bei der Berechnung des Schlupfes zu beiden Seiten des Risses abhängig von der Höhe der Belastung und dem Verhältnis der Einbindetiefen unterschiedliche mechanische Beziehungen anzuwenden sein. Die Rissbreite ergibt sich dann jeweils aus der Addition der beiden Verformungsgrößen s_1 und s_2 .

Mit Hilfe der Gleichungen (4.19) und (4.21) kann auch die Belastung angegeben werden, für die sich die beiden vom Rissufer bzw. vom Faserende her gemessenen Einleitungslängen gerade berühren (Punkt „A“ in Bild 4.19). Dies ist genau dann der Fall, wenn die Gleichungen (4.19) und (4.21) identische Verformungswerte liefern. Für die Stahlspannung im Riss gilt dann

$$\sigma_f = \left(\frac{4 \cdot l_{fb} \cdot \tau_f}{d_f} + 2 \cdot \varepsilon_{f,shr} \cdot E_f \right) \cdot \frac{1 + \alpha_E \cdot \rho_f}{1 - \alpha_E \cdot \rho_f} \quad (4.22)$$

Aus Gleichung (4.22) kann abgeleitet werden, dass der in Bild 4.20 skizzierte Verzerrungsverlauf gegen Ende der Faseraktivierungsphase nur dann eintritt, wenn die Schwindverkürzung eine gewisse Größe überschreitet:

$$|\varepsilon_{f,shr}| > \frac{4 \cdot l_{fb} \cdot \tau_f}{E_f \cdot d_f} \cdot \frac{\alpha_E \cdot \rho_f}{1 + \alpha_E \cdot \rho_f} \quad (4.23)$$

Wie die Gegenüberstellung der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen in Bild 4.24 verdeutlicht, kann aber auch für diesen Fall die gesamte Phase der Faseraktivierung in guter Näherung durch Gleichung (4.15) beschrieben werden. Der dabei in Kauf zu nehmende Fehler in der Endphase der Faseraktivierung ist für übliche Steifigkeitsverhältnisse vernachlässigbar klein.

Der Übergang von der Faseraktivierungs- zur Faserauszugsphase findet statt, wenn die Lasteinleitungslänge am Faserende auf der Seite der kürzeren Einbindetiefe vollständig verschwindet (graue Linie in Bild 4.20). Für die Faserspannung gilt in diesem Fall Gleichung (4.11). Durch das Schwinden des Betons wird also nur die Rissbreite, nicht aber die maximal über den Riss übertragbare Kraft beeinflusst.

4.4.2 Faserauszug

In der Faserauszugsphase wird die Faser bei zunehmender Rissbreite auf der Seite der kürzeren Einbindetiefe aus der Matrix herausgezogen, wobei die Rissbreite zunimmt und die Ausziehkraft proportional zur kürzer werdenden Einbindetiefe abnimmt. In Bild 4.21 sind die Verzerrungsverläufe für die Faser und den Beton sowie der Ausziehweg angegeben. Einflüsse aus Schwinden wurden hierbei zunächst nicht berücksichtigt.

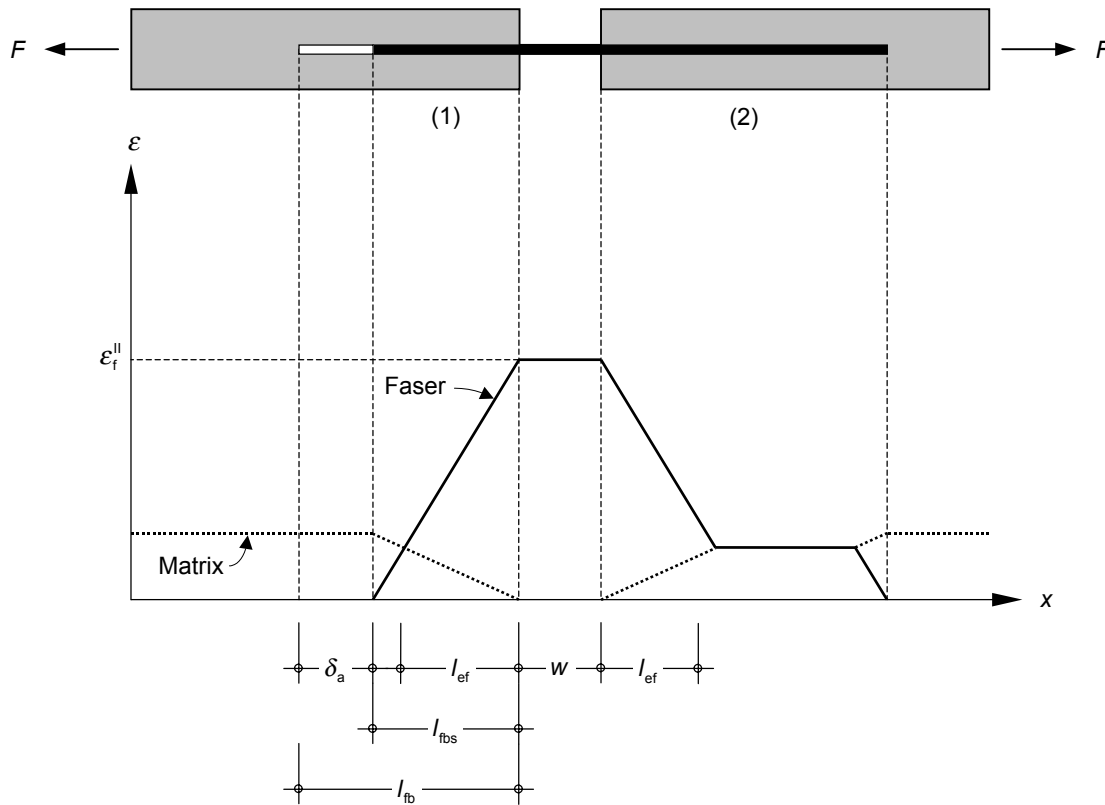


Bild 4.21 Verzerrungsverläufe der Faser und der Matrix in der Auszugsphase

Die Relativverschiebung zwischen Faser und Beton setzt sich auf der Seite der kürzeren Einbindetiefe aus einer elastischen Verformung über die Länge l_{ef} und dem Ausziehweg δ_a zusammen. Mit

$$l_{ef} = \frac{l_{fbs}}{(1 + \alpha_E \cdot \rho_f)} \quad (4.24)$$

und

$$\delta_a = l_{fb} - l_{fbs} \quad (4.25)$$

erhält man

$$s_1 = \delta_a + \frac{\sigma_f^2 \cdot d_f}{8 \cdot E_f \cdot \tau_f \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_f)} \quad (4.26)$$

Zur Berechnung des elastischen Verformungsanteils auf der Seite der längeren Einbindetiefe der Faser schlägt Pfyf [Pfy03] vor, für die Entlastung vereinfachend keine Verbund Schubspannungsumkehr zwischen Faser und Matrix, sondern ein elastisches Verhalten der Verbundwirkung entsprechend der gestrichelten Linie in Bild 4.22 anzunehmen.

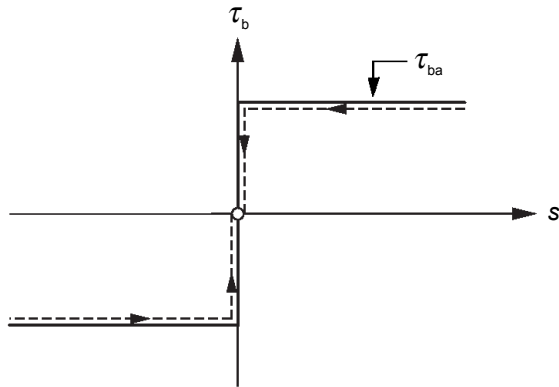


Bild 4.22 Elastisches Verhalten der Verbundwirkung [Pfy03]

Für diesen Fall ergibt sich der Schlupf auf der Seite der längeren Einbindetiefe zu

$$s_2 = \frac{\sigma_f^2 \cdot d_f}{8 \cdot E_f \cdot \tau_f \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_f)} \quad (4.27)$$

In der Summe erhält man als Rissbreite in der Phase des Faserauszugs

$$w = \delta_a + \frac{\sigma_f^2 \cdot d_f}{4 \cdot E_f \cdot \tau_f \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_f)} \quad (4.28)$$

$$\text{mit} \quad \sigma_f = \frac{4 \cdot l_{fbs} \cdot \tau_f}{d_f} \quad (4.29)$$

Die Faserspannung sinkt im Laufe des Faserauszugs und erreicht den Wert Null, wenn die Faser vollständig aus der Matrix herausgezogen wurde. Die Rissbreite ist dann identisch mit der kürzeren Einbindetiefe der Faser.

Einfluss des Schwindens

Wird der Einfluss des Schwindens berücksichtigt, so erhält man in der Phase des Faserauszugs qualitativ die in Bild 4.23 dargestellten Verzerrungsverläufe.

Auf der Seite der kürzeren Einbindetiefe gilt für den Schlupf in Analogie zu Gleichung (4.19)

$$s_1 = \delta_a + l_{fbs} \cdot (\varepsilon_{fm} - \varepsilon_{cm}) = \delta_a + \frac{l_{fbs}}{E_f} \cdot \left[\sigma_f - \left(\frac{2 \cdot l_{fbs} \cdot \tau_f}{d_f} + \varepsilon_{f,shr} \cdot E_f \right) \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_f) \right] \quad (4.30)$$

$$\text{mit} \quad \sigma_f \text{ nach Gleichung (4.29)}$$

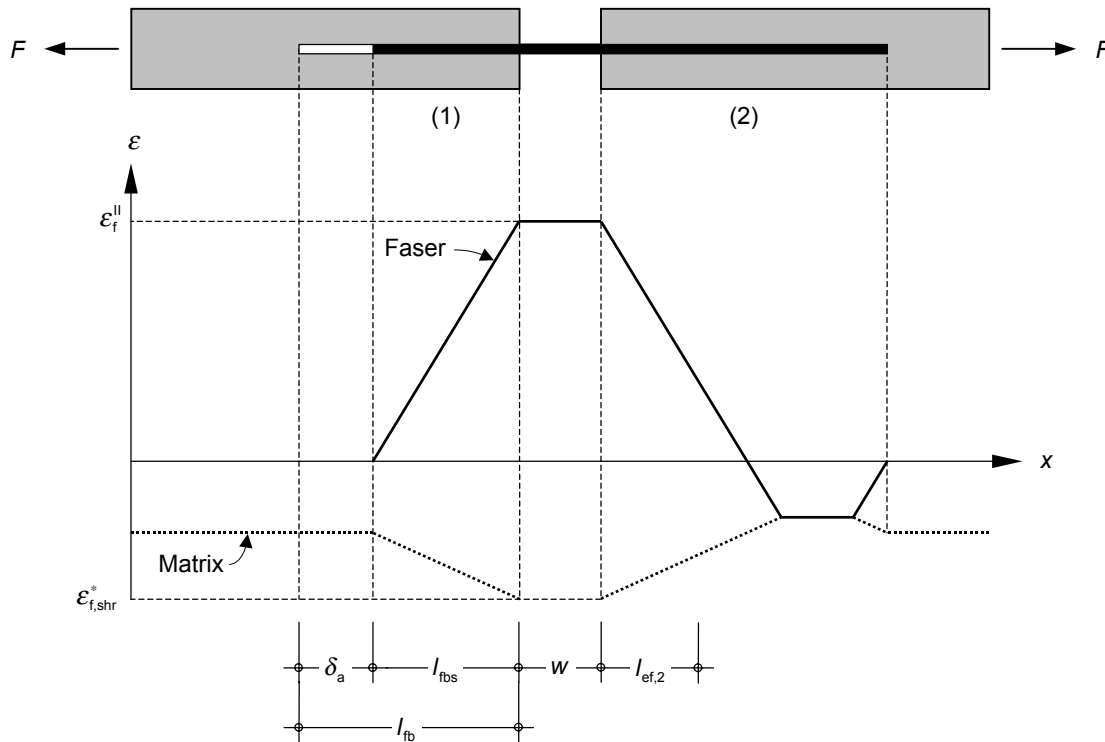


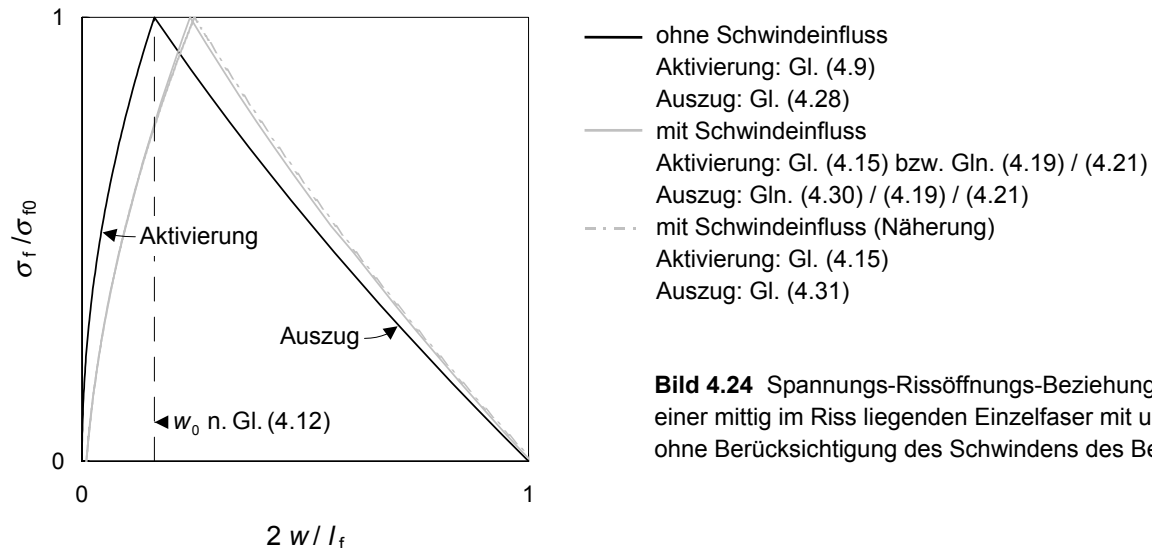
Bild 4.23 Einfluss des Schwindens auf die Verzerrungsverläufe in der Faserauszugsphase

Wird elastisches Verhalten der Verbundwirkung unterstellt, kann der Schlupf auf der Seite der längeren Einbindetiefe in Abhängigkeit der Höhe der Belastung und des Verhältnisses der Einbindetiefen entweder nach Gleichung (4.19) oder nach Gleichung (4.21) berechnet werden. Die Rissbreite ergibt sich dann wieder aus der Addition der Schlupfwerte zu beiden Seiten des Risses.

Wird die Rissbreite in der Phase der Faseraktivierung vereinfachend durchweg nach Gleichung (4.15) berechnet, so empfiehlt es sich, um einen Sprung in der Faserspannungs-Rissbreiten-Beziehung zu vermeiden, für die Phase des Faserauszugs die Gleichung (4.31) anzuwenden.

$$w = \delta_a + \frac{\left(\frac{\sigma_f}{1 + \alpha_E \cdot \rho_f} - \varepsilon_{f,shr} \cdot E_f \right)^2 \cdot d_f}{4 \cdot E_f \cdot \tau_f} \cdot (1 + \alpha_E \cdot \rho_f) \quad (4.31)$$

In Bild 4.24 ist der Spannungs-Rissöffnungs-Zusammenhang dargestellt, wie er sich im schwindfreien Fall bzw. unter Berücksichtigung des Schwindens nach den oben hergeleiteten Beziehungen für eine mittig im Riss liegende Einzelfaser ergibt. Den gestrichelten Verlauf erhält man, wenn bei Berücksichtigung des Schwindens in der Phase der Faseraktivierung durchweg die Gleichung (4.15), und während des Faserauszugs die Gleichung (4.31) angewendet wird.



Da der innere Zwang von den Rissufern her erst allmählich über Verbundwirkung aufgebaut werden muss, ergibt sich infolge des Schwindens auch für die im Riss spannungsfreie Faser eine von Null abweichende Rissbreite. Der Einfluss des Schwindens auf die Rissbreite nimmt mit steigender äußerer Last zu und erreicht beim Übergang von der Faseraktivierungs- zur Faserauszugsphase ein Maximum. Die Verzerrungsdifferenz zwischen Faser und Matrix ist hier über die gesamte Verbundlänge um das Maß $|\varepsilon_{f,shr}^*|$ größer als im schwindfreien Fall.

Die leichte Krümmung der Verläufe in der Phase des Faserauszugs resultiert aus der Berücksichtigung der elastischen Verformungsanteile zu beiden Seiten des Risses. Bei den Elastizitätsmoduln üblicher Faserwerkstoffe sind diese Anteile gegenüber dem eigentlichen Ausziehweg vernachlässigbar klein, so dass der abfallende Ast der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung der Einzelfaser in guter Näherung auch durch eine Gerade beschrieben werden kann.

Ebenso erweist sich der Fehler, der sich durch die vereinfachte Berücksichtigung des Schwindeinflusses in der Endphase der Faseraktivierung und in der Folge während des Faserauszugs einstellt, als unwesentlich.

4.5 Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung des Faserbetons

4.5.1 Parallele Fasern

Das Spannungs-Rissöffnungs-Verhalten des Faserbetons soll auf der Grundlage der entsprechenden Beziehungen der Einzelfaser zunächst für den theoretischen Fall beschrieben werden, dass die Fasern ausnahmslos parallel zur Zug- und damit senkrecht zur Rissrichtung orientiert sind. Die Einbindetiefen der Fasern zu beiden Seiten eines Risses sollen dabei zufällig verteilt sein. Da die Fasern theoretisch auf der Seite der kürzeren Einbindetiefe aus der Matrix herausgezogen werden, ergeben sich nach Bild 4.25a Verbundlängen zwischen Null und maximal der halben Faserlänge $l_f/2$, wobei alle möglichen Einbindetiefen die gleiche Auftretenswahrscheinlichkeit besitzen. Den Grad der Aktivierung und die Position der unterschiedlich lange einbindenden Fasern in den Phasen der Aktivierung und des Auszugs veranschaulichen die Bilder 4.25b und c. Der Einfluss des Schwindens wurde dabei nicht berücksichtigt.

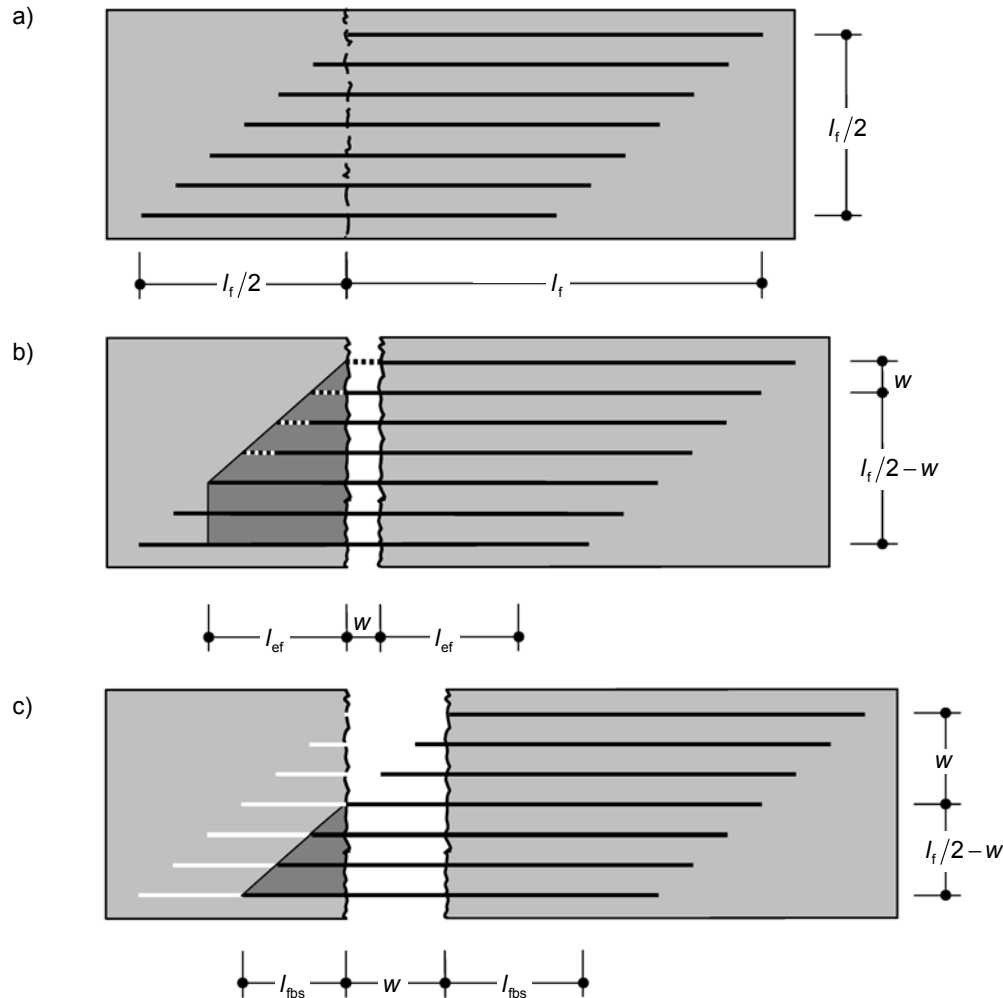


Bild 4.25 Faserbeton mit parallelen, in Zugrichtung orientierten Fasern [Jun06]

- a) mögliche Einbindelängen
- b) Phase der partiellen Faseraktivierung
- c) Phase des Faserauszugs

Wird die Rissbreite über den gesamten Rissquerschnitt als konstant angenommen, so muss aus Gründen der Verträglichkeit mit zunehmender Rissbreite eine immer größer werdende Anzahl an Fasern bereits vollständig aus der Matrix herausgezogen sein, während sich ein anderer Teil in der Auszugsphase und eine immer kleiner werdende Anzahl an Fasern noch in der Aktivierungsphase befinden (Bild 4.26b).

Pfyll [Pfy03] formuliert Integrale, mit deren Hilfe sich die mittlere Faserspannung im Riss für die Phase der partiellen Faseraktivierung sowie für die Phase des reinen Faserauszugs mathematisch exakt ermitteln lässt. Um handhabbare Beziehungen zu erhalten, führt er u. a. die Vereinfachung ein, wonach bei keiner Faser ein Endschlupf δ_a auftritt, bevor die am längsten einbindende Faser vollständig aktiviert wurde. Aus der Phase der partiellen Faseraktivierung (Bild 4.26b) wird so wieder eine Phase der reinen Faseraktivierung, und die mittlere Faserspannung im Riss $\sigma_{fm,r}$ ergibt sich zu

$$\sigma_{fm,r} = \sigma_f \cdot \left(1 - \frac{\sigma_f \cdot d_f}{4 \cdot l_f \cdot \tau_f} \right) \quad (4.32)$$

In dieser sowie in den noch folgenden Beziehungen bezeichnet σ_f jeweils die Faserspannung der symmetrisch im Riss liegenden Faser.

Nach Maßgabe obiger Vereinfachung ist die Rissbreite für den Faserwerkstoff identisch mit der Rissbreite für die Faser, die als letztes in den Faserauszug übergeht, d. h. der symmetrisch im Riss liegenden Faser, und kann daher stellvertretend für diese berechnet werden. Hierzu können jedoch nicht die in Abschnitt 4.4 für die Einzelfaser hergeleiteten Beziehungen angewendet werden.

Zur Erläuterung zeigt Bild 4.26 die Verläufe der Dehnung der symmetrisch im Riss liegenden Faser und der Betondehnung bei vollständiger Aktivierung der Faser. Der Verlauf der Faserdehnung entspricht dem der Einzelfaser. Für den Beton ergibt sich abweichend davon jedoch kein linearer sondern ein parabelförmiger Verzerrungsverlauf, da die Zahl der im Verbund liegenden Fasern proportional zur Entfernung vom Rissufer kleiner wird. Zum Vergleich ist der Dehnungsverlauf des Betons, wie er bei der Einzelfaser Gültigkeit besaß, als dünne gepunktete Linie eingetragen. Die Betondehnung ist bei vollständiger Faseraktivierung also nur halb so groß.

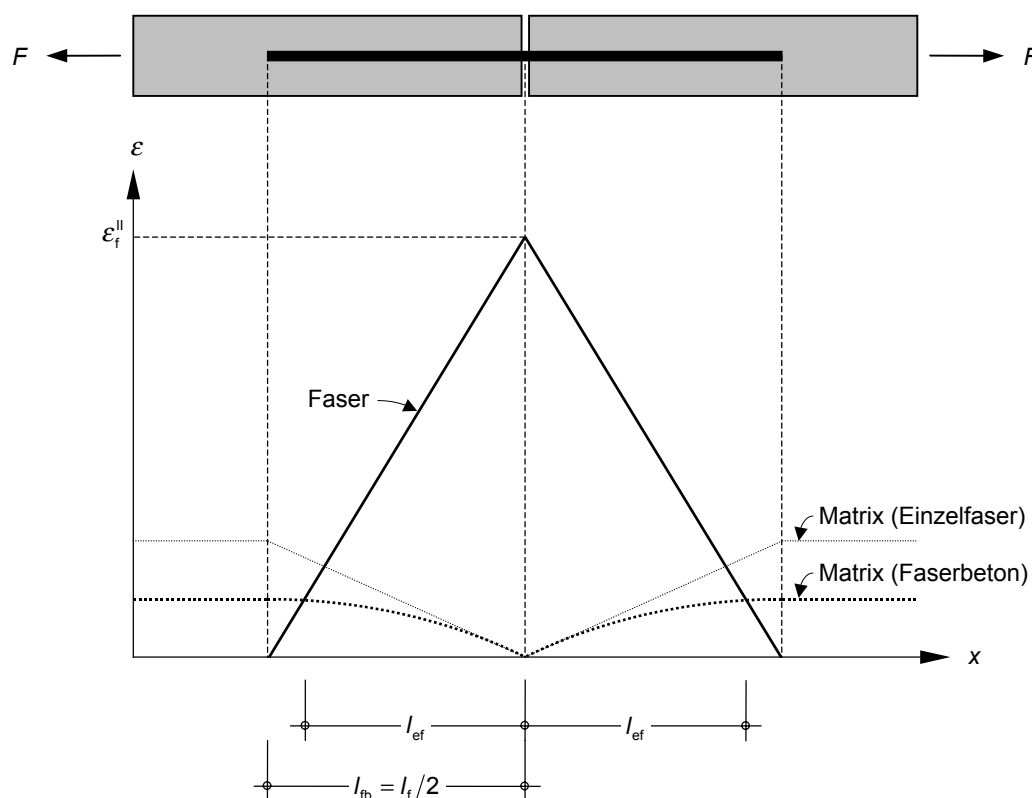


Bild 4.26 Verzerrungsverläufe der mittig im Riss liegenden Faser und der umgebenden Matrix bei vollständiger Faseraktivierung

Eine Berücksichtigung des genauen Verlaufs der Betondehnung bei der Berechnung der Rissbreite ist analytisch möglich. Der Völligkeitsbeiwert α_b zur Bestimmung der mittleren Betondehnung muss hierzu für eine quadratische Parabel bzw. für den Teil einer solchen (bei noch nicht vollständiger Faseraktivierung) berechnet werden. Entsprechende Abhängigkeiten

ergeben sich für die aktivierte Länge l_{ef} , über die der mittlere Dehnungsunterschied zwischen Faser und Matrix zu integrieren ist. Eine solche Lösung wäre jedoch nur unter der Voraussetzung exakt, dass neben den Fasern, welche den Riss kreuzen, keine weiteren Fasern in der Matrix vorhanden sind, was bei einem Faserbeton natürlich nicht zutrifft. Die Betonmitwirkung wird also nach Bild 4.26 noch überschätzt.

In der Abwägung zwischen mathematischer Exaktheit und Übersichtlichkeit scheint es, nicht zuletzt in Anbetracht der bereits getroffenen Annahmen, vertretbar, eine weitere Vereinfachung einzuführen und auf die Berücksichtigung des Verformungsanteils der Matrix bei der Berechnung der Rissbreite zu verzichten. Die Einfachheit der auf diese Weise gewonnenen Beziehungen erweist sich auch für die noch folgende Erweiterung auf räumlich beliebig orientierte Fasern als hilfreich.

Mit dieser Vereinfachung gilt für die Rissbreite der mittig im Riss liegenden Faser:

$$w = \frac{\sigma_f^2 \cdot d_f}{4 \cdot E_f \cdot \tau_f} \quad (4.33)$$

Auflösen der Gleichung (4.33) nach σ_f und Einsetzen in Gleichung (4.32) liefert schließlich die Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung des Faserbetons (parallele Fasern), ausgedrückt durch die mittlere Faserspannung im Riss:

$$\sigma_{fm,r} = \sqrt{\frac{4 \cdot E_f \cdot \tau_f \cdot w}{d_f}} - \frac{E_f \cdot w}{l_f} \quad (4.34)$$

Für die Rissbreite beim Übergang von der Phase der Faseraktivierung in die Phase des Faserauszugs erhält man

$$w_0 = \frac{\tau_f \cdot l_f^2}{E_f \cdot d_f} \quad (4.35)$$

Die mittlere Faserspannung im Riss ist damit bei vollständiger Faseraktivierung nur halb so groß wie der maximale Spannungswert σ_{f0} der mittig im Riss liegenden Einzelfaser.

$$\sigma_{fm0,r} = \frac{\tau_f \cdot l_f}{d_f} \quad (4.36)$$

In der Phase des Faserauszugs gilt für die mittlere Faserspannung im Riss

$$\sigma_{fm,r} = \frac{4 \cdot \tau_f \cdot l_{fbs}^2}{d_f \cdot l_f} \quad (4.37)$$

Die Rissbreite ergibt sich für die mittig im Riss liegende Faser unter Berücksichtigung der elastischen Verformungsanteile zu

$$w = \frac{l_f}{2} - l_{fbs} + \frac{4 \cdot l_{fbs}^2 \cdot \tau_f}{E_f \cdot d_f} \quad (4.38)$$

Auflösen der quadratischen Beziehung nach l_{fbs} und Einsetzen in Gleichung (4.37) liefert für die Faserauszugsphase die Faserspannungs-Rissöffnungs-Beziehung nach Gleichung (4.39).

$$\sigma_{fm,r} = \frac{E_f^2 \cdot d_f}{16 \cdot \tau_f \cdot l_f} \cdot \left(1 - \sqrt{1 + \frac{16 \cdot \tau_f}{E_f \cdot d_f} \cdot \left(w - \frac{l_f}{2} \right)} \right)^2 \quad (4.39)$$

Da die Fasern üblicherweise für ein Ausziehen aus der Matrix ausgelegt werden, soll auf den Fall des Faserreißen bei parallelen Fasern hier nicht näher eingegangen werden. Ansätze zur Beschreibung des vorzeitigen Faserreißen in der Phase der Faseraktivierung enthält [Pfy03].

Einfluss des Schwindens

Zur Berücksichtigung des Schwindens des Betons können ebenfalls Näherungslösungen abgeleitet werden.

Wird der aus äußerer Belastung herrührende Verformungsanteil der Betonmatrix vernachlässigt und die Rissbreite des Faserbetons stellvertretend für die symmetrisch im Riss liegende Faser berechnet, so erhält man in der Phase der Faseraktivierung, ausgehend von der für die Einzelfaser vorgeschlagenen Näherungslösung nach Gleichung (4.15), die folgende Beziehung:

$$w = \frac{(\sigma_f - \varepsilon_{f,shr}^* \cdot E_f)^2 \cdot d_f}{4 \cdot E_f \cdot \tau_f} \quad (4.40)$$

Die mittlere Faserspannung im Riss kann für drei Fälle durch Anschauung gefunden werden.

So muss im ungerissenen Zustand ($w = 0$) gelten:

$$\sigma_{fm,r} = \sigma_f \neq 0 \quad (4.41)$$

Für den gerissenen, jedoch unbelasteten Querschnitt ($w \neq 0$) erhält man:

$$\sigma_{fm,r} = \sigma_f = 0 \quad (4.42)$$

Beim Übergang von der Faseraktivierungs- in die Faserauszugsphase ergibt sich:

$$\sigma_{fm0,r} = \frac{\sigma_{f0}}{2} \quad (4.43)$$

Unter Berücksichtigung dieser Randbedingungen kann in Analogie zu Gleichung (4.32) der Zusammenhang zwischen der mittleren Faserspannung im Riss und der Spannung der symmetrisch einbindenden Faser näherungsweise wie folgt beschrieben werden:

$$\sigma_{fm,r} = \sigma_f \cdot \left(1 - \frac{\sigma_f - \varepsilon_{f,shr}^* \cdot E_f}{2 \cdot \left(\frac{2 \cdot l_f \cdot \tau_f}{d_f} - \varepsilon_{f,shr}^* \cdot E_f \right)} \right) \quad (4.44)$$

Die Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung des Faserbetons (parallele Fasern) erhält man wieder durch Auflösen der Gleichung (4.40) nach σ_f und Einsetzen in Gleichung (4.44). Aufgrund des quadratischen Zusammenhangs ergibt sich trotz der bereits vorgenommenen Vereinfachungen ein recht komplexer Ausdruck.

$$\sigma_{fm,r} = \left(\sqrt{\frac{4 \cdot E_f \cdot \tau_f \cdot w}{d_f}} + \varepsilon_{f,shr}^* \cdot E_f \right) \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{\frac{4 \cdot E_f \cdot \tau_f \cdot w}{d_f}}}{2 \cdot \left(\frac{2 \cdot l_f \cdot \tau_f}{d_f} - \varepsilon_{f,shr}^* \cdot E_f \right)} \right) \quad (4.45)$$

In der Phase des Faserauszugs wird der Zusammenhang zwischen der mittleren Faserspannung im Riss und der Lasteinleitungslänge durch Gleichung (4.37) beschrieben. Das Schwinden hat hier also keinen Einfluss auf den Verlauf der Faserspannung. Als Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung des Faserbetons erhält man nach einigem Umformen

$$\sigma_{fm,r} = \frac{E_f^2 \cdot d_f \cdot (2 \cdot \varepsilon_{f,shr}^* + 1)^2}{16 \cdot \tau_f \cdot l_f} \cdot \left(1 - \sqrt{1 + \frac{\frac{16 \cdot \tau_f}{E_f \cdot d_f} \cdot \left(w - \frac{l_f}{2} \right) - 4 \cdot \varepsilon_{f,shr}^{*2}}{(2 \cdot \varepsilon_{f,shr}^* + 1)^2}} \right)^2 \quad (4.46)$$

Die Gleichungen (4.45) und (4.46) können mit $\varepsilon_{f,shr}^* = 0$ auch unmittelbar in die für den schwindfreien Fall gültigen Beziehungen überführt werden. Die Gleichungen (4.34) und (4.39) beschreiben also einen Sonderfall der Gleichungen (4.45) und (4.46). Sie müssen daher künftig nicht mehr eigens behandelt werden.

Zur Veranschaulichung des Einflusses des Schwindens sind in Bild 4.27 die nach den oben angegebenen Beziehungen erhaltenen Spannungs-Rissöffnungs-Zusammenhänge qualitativ dargestellt.

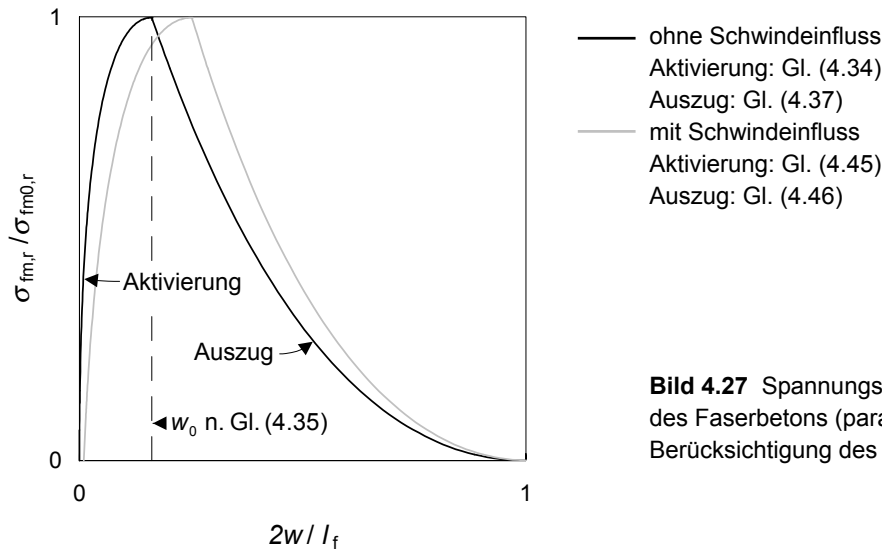


Bild 4.27 Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung des Faserbetons (parallele Fasern) mit und ohne Berücksichtigung des Schwindens des Betons

Da die Rissbreiten für eine mittig im Riss liegende Faser berechnet wurden, ergeben sich hinsichtlich des Einflusses des Schwindens etwa die Verhältnisse wie für eine Einzelfaser (Bild 4.25). Aufgrund des in Gleichung (4.32) formulierten Zusammenhangs zwischen maximaler und mittlerer Faserspannung im Riss folgt der Verlauf der Spannungs-Riss-Öffnungs-Beziehung in der Faseraktivierungsphase jedoch nicht mehr dem einer quadratischen Parabel.

In der Phase des Faserauszugs ergibt sich, lässt man die elastischen Verformungsanteile unberücksichtigt, anstelle des linearen nun ein parabelförmiger Verlauf.

Die Gleichungen (4.34) und (4.39) werden in ähnlicher, jedoch vereinfachter Form (z. B. unter Vernachlässigung der elastischen Verformungsanteile während des Faserauszugs) auch von *Li* [Li92] und *Pfyll* [Pfy03] angeben. Der Einfluss des Schwindens auf die Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung des Faserbetons wurde jedoch in keinem Fall theoretisch untersucht.

4.5.2 Einfluss der Faserorientierung

4.5.2.1 Allgemeines

Neben der Festigkeit und Steifigkeit des Faserwerkstoffs, der Fasermenge und dem Verbundverhalten zwischen Faser und Matrix hängen die mechanischen Eigenschaften des Faserbetons sehr wesentlich von der Verteilung und Orientierung der Fasern ab. Die Homogenität der Faserverteilung wird vor allem von der Neigung zur Igelbildung und vom Absetzverhalten der Fasern, d. h. von der Stabilität des Frischbetons beeinflusst. Umfangreiche Untersuchungen zur Verteilung und Orientierung glatter Stahldrahtfasern wurden von *Bonzel* und *Schmidt* [Bon85] an normalfesten Betonen unterschiedlicher Zusammensetzung durchgeführt.

Die Faserorientierung im Beton ist im Allgemeinen dreidimensional. Sie kann jedoch bei der Herstellung gezielt oder unwillkürlich beeinflusst werden. So besitzen die Fasern die Eigenschaft, sich bevorzugt senkrecht zur Herstellrichtung auszurichten. Bei selbstverdichtendem Beton ist eine Orientierung in Fließrichtung ausgeprägt. Auch in der Nähe von Schalungswänden kann sich keine ideal-dreidimensionale Faserausrichtung einstellen. An den Oberflächen selbst ist die Orientierung zweidimensional. Durch spezielle Herstellverfahren (z. B. Strangpressen) lässt sich auch eine annähernd eindimensionale Faserausrichtung erzielen. Weiterhin wurde beobachtet, dass die Fasergeometrie, die Frischbetonkonsistenz und die Größe der Zuschläge die Orientierung der Fasern beeinflusst [Bon85, Lin96].

Hinsichtlich der Aufnahme äußerer Beanspruchungen wären eindimensional, in Zugrichtung orientierte Fasern (parallele Fasern), wie sie im vorherigen Abschnitt theoretisch diskutiert wurden, am effektivsten, da bei zwei- oder gar dreidimensionaler Ausrichtung nur ein Teil der Fasern seine volle Wirksamkeit in Beanspruchungsrichtung entfalten kann.

4.5.2.2 Faserorientierungsbeiwert

Der Einfluss der Faserorientierung auf die Wirksamkeit der Fasern wird in den meisten Untersuchungen durch den sogenannten Faserorientierungsbeiwert η beschrieben, der u. a. von *Lin* [Lin96] als Mittelwert des Verhältnisses aller in Richtung der Zugspannung projizierten Faserlängen zur wahren Faserlänge definiert (Bild 4.28a) und nach Gleichung (4.47) berechnet wird.

$$\eta = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \cos \alpha_i \quad (4.47)$$

mit N Anzahl aller die betrachtete Fläche durchstoßender Fasern
 α Winkel, unter dem die Faser die betrachtete Fläche durchdringt

Markovic [Mar06] betrachtet anstelle der Einbindelängen die Schnittflächen der einen Riss kreuzenden Fasern (Bild 4.28b). Für die senkrecht zum Riss verlaufende Faser ergibt sich ein Kreisquerschnitt, während die unter dem Winkel α orientierte Faser eine elliptische Schnittfläche besitzt. Als Verhältnis des Durchmessers der Faser zur Länge der Hauptachse (große Achse) der Ellipse erhält man

$$\cos \alpha = \frac{d_f}{d_{f2}}, \quad (4.48)$$

was dem Orientierungsbeiwert dieser Faser entspricht.

Eine weitere geometrische Interpretation von Gleichung (4.47) liefert *Pfyll* [Pfy03]. Er betrachtet N zueinander parallele Fasern, die eine Fläche A_m der Rissebene senkrecht durchstoßen (Bild 4.28c). Für den Winkel θ beträgt die Anzahl rissquerender Fasern dagegen $\eta = N \cdot \cos \theta$. Für verschiedene Winkel θ_i ergibt sich also wieder der Ausdruck nach Gleichung (4.47).

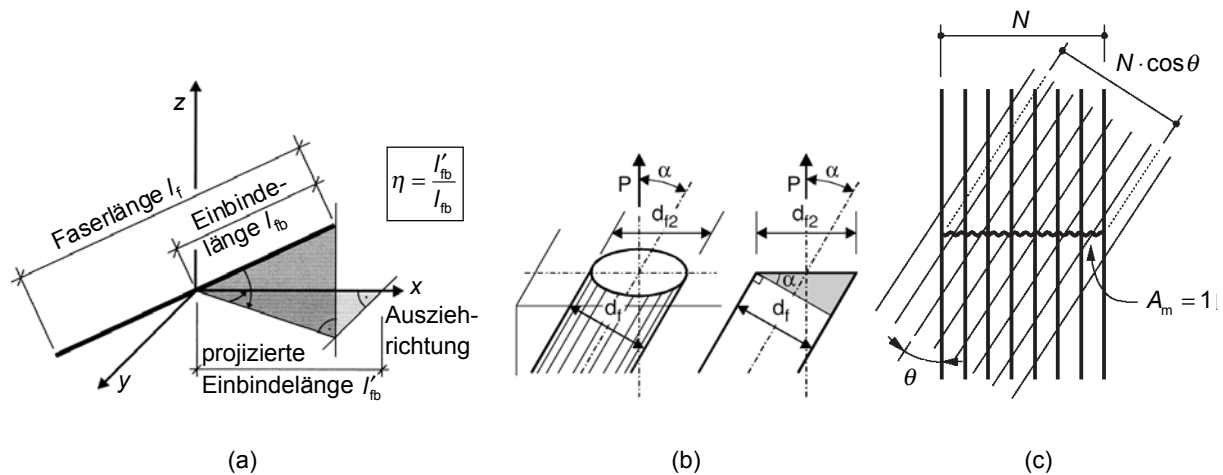


Bild 4.28 Geometrische Interpretationen des Faserorientierungsbeiwerts

- a) nach *Lin* [Lin96]
- b) nach *Markovic* [Mar06]
- c) nach *Pfyll* [Pfy03]

Für eindimensional in Zugrichtung orientierte Fasern ergibt sich nach Gleichung (4.47) ein Faserorientierungsbeiwert von 1.

Für eine ideal-dreidimensionale und für eine zweidimensionale Faserausrichtung lassen sich sowohl analytisch durch Integration über die Raum- bzw. Richtungswinkel als auch durch Anschauung Faserorientierungsbeiwerte von

$$\eta_{2D} = \frac{2}{\pi} \quad (\text{zweidimensionale Faserverteilung}) \quad (4.49)$$

und

$$\eta_{3D} = 0,5 \quad (\text{dreidimensionale Faserverteilung}) \quad (4.50)$$

herleiten [u. a. Abo64, Par71].

Einen Überblick über die analytischen Untersuchungen verschiedener Forscher zur Größe des Faserorientierungsbeiwertes gibt *Lin* [Lin96]. Die Bandbreite der dabei erhaltenen Ergebnisse ist in [Tho05, Hol06] zusammengestellt:

$$0,825 [\text{Kar72}] \leq \eta_{1D} \leq 1 \quad \text{für eine eindimensionale Orientierung,}$$

$$0,375 [\text{Kre64}] \leq \eta_{2D} \leq 0,785 [\text{Sch88}] \quad \text{für eine zweidimensionale Orientierung}$$

und

$$0,200 [\text{Kre64}] \leq \eta_{3D} \leq 0,667 [\text{Sch88}] \quad \text{für eine dreidimensionale Orientierung.}$$

Die großen Unterschiede beruhen im Wesentlichen auf der Berücksichtigung verschiedener Randbedingungen, wie z. B. des Einflusses von zur Beanspruchungsrichtung parallelen Oberflächen und Kanten sowie nicht ausschließlich geometrischer bzw. statistischer Effekte.

Behloul [Bel96a] schlägt vor, den Einfluss von Schalflächen auf die Ausrichtung der Fasern in einem Randbereich der Länge $l_f/2$ vereinfachend durch den Ansatz eines mittleren Faserorientierungsbeiwertes $\eta_{3D} < \eta_{2D,m} = 0,6 < \eta_{2D}$ zu berücksichtigen (Bild 4.29). Außerhalb des Randbereichs sei die Faserausrichtung ideal-dreidimensional. Dieser Ansatz zur rechnerischen Ermittlung von Faserorientierungsbeiwerten wurde in [AFGC02] prinzipiell übernommen.

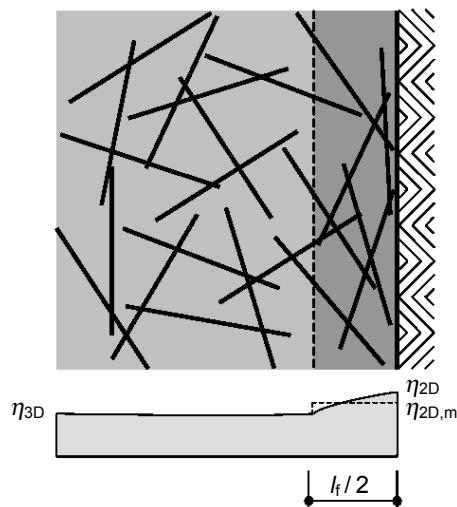


Bild 4.29 Faserorientierung an Grenzflächen und Verlauf des Faserorientierungsbeiwerts aus [Jun06]

Voo und *Foster* [Voo03] berücksichtigen bei ihrem *Variable Engagement Model*, dass die nicht in Zugrichtung orientierten Fasern, abhängig von ihrem Neigungswinkel, zunächst gerade gezogen werden müssen und deshalb erst bei einer gewissen Rissbreite beginnen, Zugkräfte zu übertragen. Für eine dreidimensionale Faserorientierung wird die folgende, empirisch gefundene Beziehung angegeben:

$$\eta_{3D} = \frac{\arctan(w \cdot \alpha)}{\pi} \quad (4.51)$$

mit w Rissbreite
 α Materialparameter in Ausziehversuchen mit variierenden Ausziehwinkeln zu ermitteln

Aufgrund zahlreicher Abhängigkeiten des Faserorientierungsbeiwerts, insbesondere von der Herstellung, lässt sich ein belastbarer Anhaltswert im Einzelfall nur auf experimentellem Wege gewinnen. Für die Ermittlung der Anzahl und der Orientierung der Fasern eines Probekörpers haben sich verschiedene Verfahren bewährt.

Markovic [Mar06] untersucht die Faserorientierung von drei verschiedenen Fasertypen/-schlankheiten an hochfestem Hybridbeton (Druckfestigkeit ca. 75 bis 105 N/mm², Größtkorn $d_g = 1$ mm). Als Prüfkörper werden Biegebalken mit den Abmessungen 150 mm × 150 mm × 600 mm und gevoutete Zugkörper (Rissquerschnitt 70 mm × 70 mm) eingesetzt, die nach einem genau festgelegten Arbeitsablauf durch lagenweises Einbringen des selbstverdichtenden Betons hergestellt wurden. Es werden jeweils zwei Faserlängen/-schlankheiten miteinander kombiniert. Die Anzahl und die Ausrichtung der Fasern bestimmt *Markovic* zum einen durch Auszählen der in den beiden Rissflächen vorhandenen Fasern und zum anderen durch ein optisches Verfahren, das von *Schönlin* [Sch83] entwickelt wurde. Bei diesem Verfahren wird die Faserorientierung mit Hilfe fotografischer Aufnahmen einer geschliffenen Probenoberfläche ermittelt. Während senkrecht zur Oberfläche verlaufende Fasern eine kreisförmige Schnittfläche besitzen, weisen alle anderen Fasern einen elliptischen Querschnitt auf (Bild 4.28b). Zur Auswertung der Fotoaufnahmen verwendet *Markovic* das Bildanalyseprogramm OPTIMAS. Er erhält für die drei untersuchten Faserlängen/-schlankheiten die folgenden Faserorientierungsbeiwerte:

- Stahldrahtfasern mit Endhaken (Typ DRAMIX[®] 80/60, $l_f/d_f = 60$ mm/0,7 mm):
 $0,770 \leq \eta \leq 0,917$ Mittel aus 9 Proben: $\eta = 0,867$
- glatte Stahldrahtfasern ($l_f/d_f = 13$ mm/0,2 mm):
 $0,637 \leq \eta \leq 0,927$ Mittel aus 10 Proben: $\eta = 0,771$
- glatte Stahldrahtfasern ($l_f/d_f = 6$ mm/0,16 mm):
 eine Probe mit $\eta = 0,596$

Für die längeren (schlankeren) Fasern ergeben sich also höhere Faserorientierungsbeiwerte als für die kürzeren (gedrungeneren) Fasern. *Markovic* sieht dies vor allem im Herstellungsprozess begründet. Da die eingebrachten Betonlagen um ein Vielfaches dünner waren als die Länge der DRAMIX[®]-Fasern, war die freie Ausrichtung der Fasern stark eingeschränkt. Wie beobachtet wurde, besaßen die Fasern bereits in der sehr schmalen Einfüllkelle eine annähernd eindimensionale Orientierung. Auch der Einfluss der Schalflächen in den Randbereichen ist bei den längeren Fasern ausgeprägter als bei den kürzeren Fasern. Werden, wie von *Markovic*, verschiedene Faserlängen/-schlankheiten kombiniert, so wird die freie Ausrichtung der kürzeren Fasern durch die längeren Fasern behindert (Bild 4.30). Isoliert würden daher für die glatten Stahldrahtfasern vermutlich niedrigere als die oben angegebenen Faserorientierungsbeiwerte erhalten.

Ein Vergleich der Ergebnisse mit den analytisch abgeleiteten Faserorientierungsbeiwerten verdeutlicht, wie wesentlich die Faserorientierung durch die Herstellung, die Faserlänge bzw. Faserschlankheit und sicher auch durch das Verhältnis von Faserlänge zu Größtkorn beeinflusst wird. Einen signifikanten Zusammenhang zwischen dem ermittelten Faserorientierungsbeiwert und dem Zugtragverhalten der entsprechenden Probe konnte *Markovic* jedoch nicht feststellen.

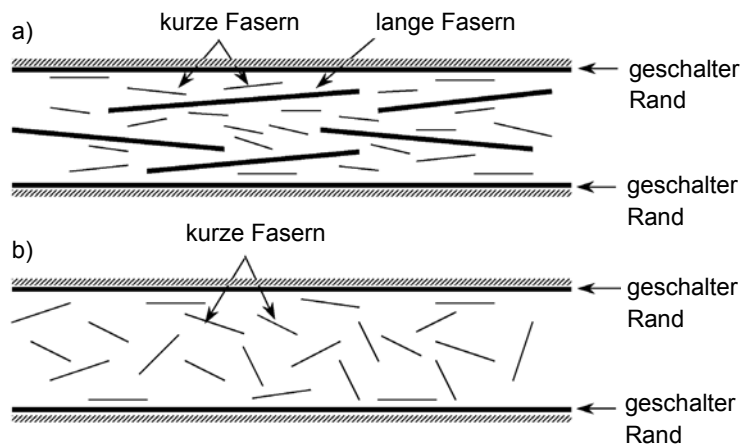


Bild 4.30 Einflüsse auf die Ausrichtung der Fasern in Hybridbeton [Mar06]

- a) kurze Fasern gemeinsam mit langen Fasern
- b) kurze Fasern isoliert

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der Faserorientierung besteht in der Untersuchung der Röntgenaufnahmen von aus größeren Platten oder Balken herausgesägten dünnen Proben [Bon85]. Die Auswertung erfordert dann wieder eine Auszählung bzw. eine Ermittlung der Projektionslängen der Fasern. Nähere Angaben hierzu enthält [Lin96].

Ein neues Messverfahren (BSM 100, *Hertz Systemtechnik GmbH*), welches die magnetische Induktion ferromagnetischer Materialien ausnutzt, wurde am Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz der Technischen Universität Braunschweig entwickelt. Es erlaubt die Bestimmung des Gehaltes und der prozentualen Ausrichtungsverteilung von Stahlfasern an Frischbeton und an Festbetonwürfeln mit 150 mm Kantenlänge [Her06].

Bild 4.31 zeigt die von der Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM) erstellte computertomographische Aufnahme eines Würfels aus Grobkorn-UHPC (Größtkorn 8 mm), der mit 30 mm langen Stahldrahtfasern (Typ DRAMIX® 80/30, $l/d = 30/0,38$) bewehrt ist. Über die gesamte Höhe der Probe ist eine überwiegend horizontale Ausrichtung der Fasern gut zu erkennen. Leider erlaubt dieses Verfahren noch keine Ermittlung von Faserorientierungsbeiwerten.

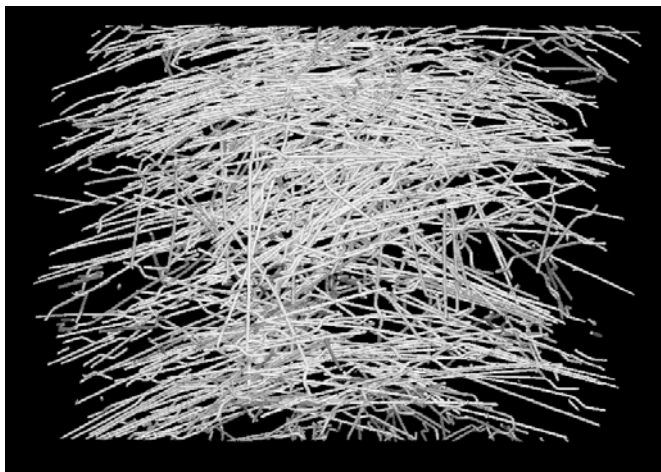


Bild 4.31 CT-Aufnahme eines faserbewehrten Würfels aus Grobkorn-UHPC, erstellt an der Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM)

4.5.2.3 Faserwirksamkeit

Die Wirksamkeit eines Faserbetons wird durch den Faserorientierungsbeiwert nur dann zutreffend beschrieben, wenn der Neigungswinkel einer Faser zur Rissfläche das Ausziehverhalten dieser Faser nicht wesentlich beeinflusst. Tatsächlich erfährt eine nicht senkrecht zur Rissebene verlaufende Faser während des Herausziehens aus der Matrix im Riss eine Umlenkung in Richtung der Beanspruchung (Bild 4.32).

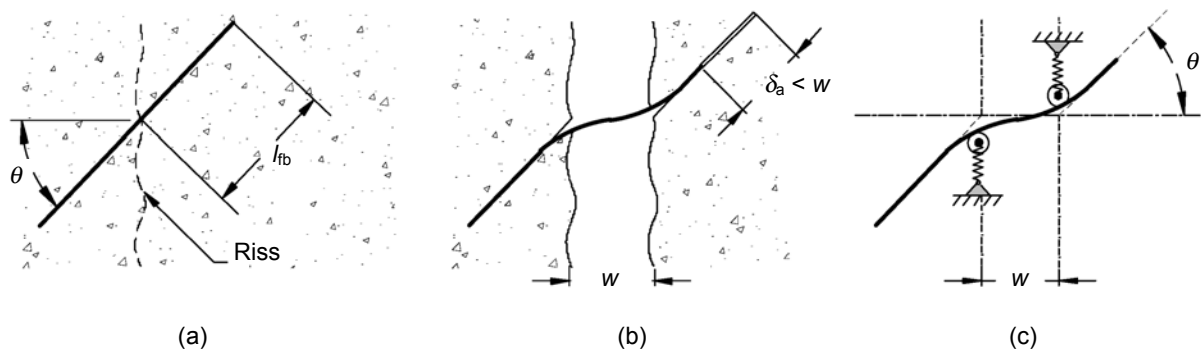


Bild 4.32 Umlenkung einer geneigt zur Rissrichtung verlaufenden Faser [Voo03]

- a) rissüberbrückende Faser
- b) Faser im Auszug
- c) Modell unter Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Matrix

Hieraus resultieren zwei gegenläufige Effekte. Einerseits wirken im Bereich der Umlenkung erhöhte Reibungskräfte, so dass sich der Auszieh Widerstand erhöht. Dies kann unter Umständen dazu führen, dass die Faser vor dem Herausziehen reißt. Andererseits kann es, insbesondere, wenn die Faser die Rissebene in sehr flachem Winkel durchstößt, zu einem Absprengen der Matrix im Bereich des Faseraustritts kommen, so dass die Rissweite sich sprunghaft vergrößert und die verbleibende Einbindetiefe sich verkürzt (Bild 4.33). Inwieweit einer dieser beiden Effekte für einen bestimmten Faserauszugswinkel dominiert, war Gegenstand zahlreicher experimenteller und theoretischer Untersuchungen. Insbesondere die theoretischen Untersuchungen, beispielsweise von *Morton* und *Groves* [Mor74], *Brandt* [Bra85] oder auch *Leung* und *Li* [Leu92], liefern zum Teil widersprüchliche Ergebnisse, da Randbedingungen meist nur unzureichend modelliert oder ganz vernachlässigt wurden (z. B. Matrixabplatzungen). Eine ausführliche Diskussion dieser Ergebnisse findet man in [Pfy03].

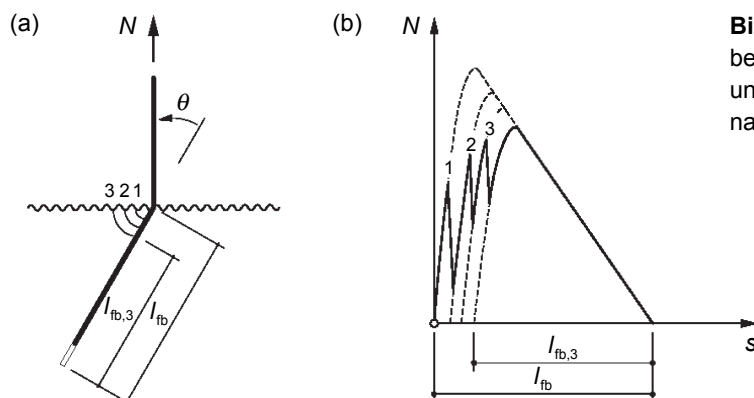


Bild 4.33 Prinzip der Matrixabplatzungen bei zur Zugrichtung geneigten Fasern (a) und zugehöriges Kraft-Schlupf-Diagramm (b) nach Li et al. [Li90] (aus [Pfy03])

Markovic [Mar06] untersucht experimentell den Einfluss des Neigungswinkels auf das Ausziehverhalten von Stahldrahtfasern mit Endhaken. Die dabei für verschiedene hochfeste Betonmatrizen (Druckfestigkeit ca. 100 N/mm^2) erhaltenen Ausziehkräfte sind in Bild 4.34 dargestellt. Die Einbindetiefe betrug 20 mm (Betonmatrix mit $w/b = 0,3$) bzw. 30 mm (Betonmatrix mit $w/b = 0,2$). Der Faserschlupf wurde mit Hilfe eines auf der Ausziehvorrichtung angebrachten Wegaufnehmers bestimmt.

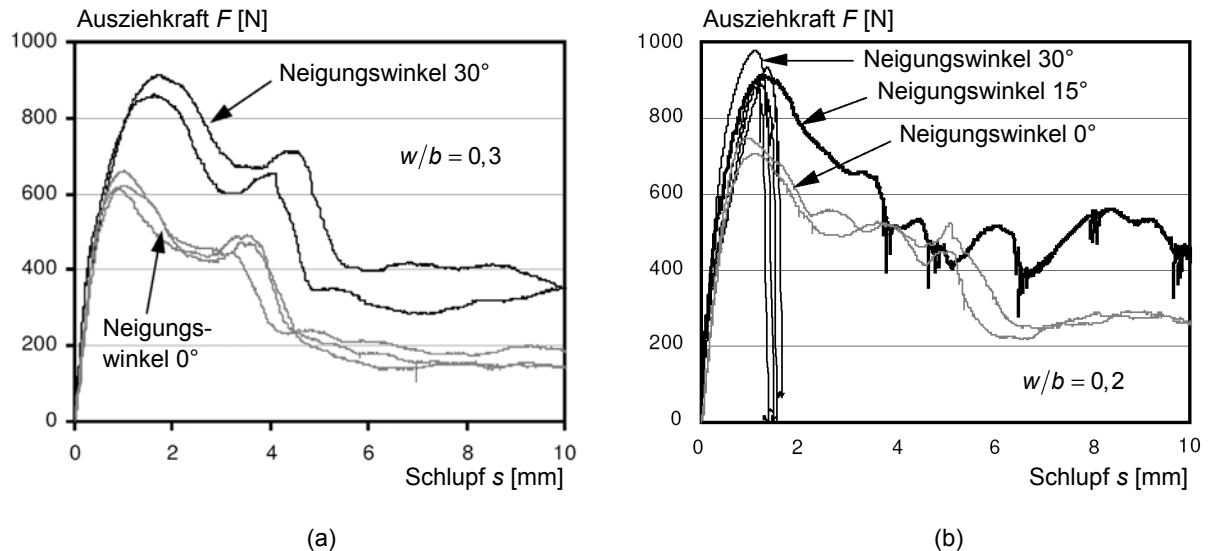


Bild 4.34 Einfluss des Neigungswinkels einer Faser auf das Ausziehverhalten [Mar06]

- a) Betonmatrix mit $w/b = 0,3$ und Faserneigungswinkel von 0° und 30°
 b) Betonmatrix mit $w/b = 0,2$ und Faserneigungswinkel von 0° , 15° und 30°

Für beide Betone ergibt sich eine signifikante Zunahme des Ausziehwiderstandes mit größer werdendem Faserneigungswinkel. Im Falle der Betonmatrix mit $w/b = 0,2$ ist anzumerken, dass es bei einem Faserneigungswinkel von 30° nicht zum Ausziehen, sondern zum Reißen der Fasern kam. Nach Gleichung (4.4) ergeben sich für die gemessenen Ausziehkräfte Verbundfestigkeiten zwischen $10,6 \text{ N/mm}^2$ (in Zugrichtung orientiert) und $20,5 \text{ N/mm}^2$ (unter 30° zur Zugrichtung geneigt). Legt man für die hochfesten Betone eine mittlere Matrixzugfestigkeit f_{ct} von etwa $5,0$ bis $5,5 \text{ N/mm}^2$ zugrunde, bestätigen die Verbundfestigkeiten der in Zugrichtung orientierten Fasern den von Voo und Foster [Voo03] angegebenen Zusammenhang $\tau_{fm} \approx 2,0 \cdot f_{ct}$ (Feinkornbeton, Fasern mit Endhaken).

Auch die von Banthia und Trottier [Ban94] in Ausziehversuchen (Bild 4.35) an 60 mm langen Stahlfasern mit Endhaken (Durchmesser 0,8 mm) gewonnenen Ergebnisse deuten auf einen wesentlichen Einfluss des Auszieh winkels auf das Rissöffnungsverhalten hin. So wird für Faserneigungswinkel $> 15^\circ$ die Faserwirksamkeit erst bei sehr großen Maschinenwegen erreicht (Bild 4.36). Pfyl [Pfy03] vermutet ausgeprägtes Abplatzen der Matrix, begünstigt durch große Einbindelängen (30 mm) mit folglich hohen Umlenkkräften (Geradeziehen der Faser).

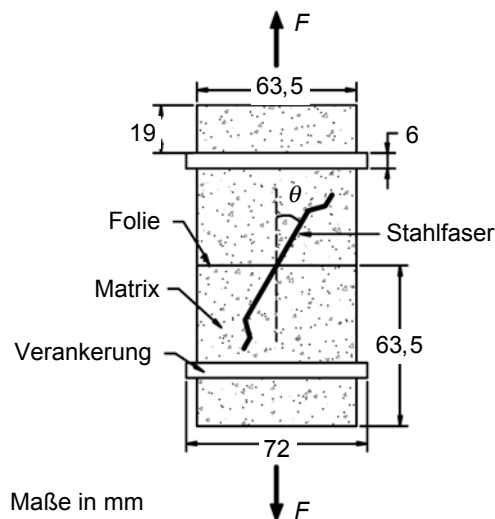


Bild 4.35 Prinzipieller Versuchsaufbau der Ausziehversuche von *Banthia* und *Trottier* [Ban94] (aus [Voo03])

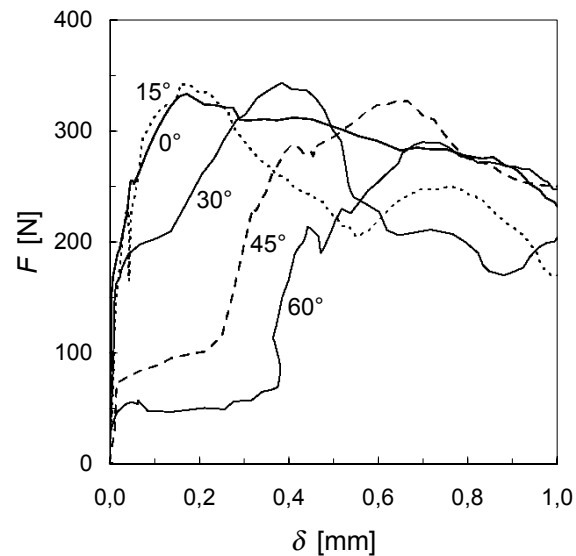


Bild 4.36 Kraft-Maschinenweg-Diagramm zum Einfluss verschiedener Neigungswinkel auf das Ausziehverhalten von Stahldrahtfasern mit Endhaken [Ban94] (aus [Pfy03])

Experimentelle Untersuchungen zum Einfluss des Neigungswinkels auf den Auszieh Widerstand glatter gerader Stahldrahtfasern, die von *Naaman* und *Shah* [Naa76], *Maage* [Maa77] und *Rasmussen* [Ras97] durchgeführt wurden, lassen keinen signifikanten Einfluss des Faserauszieh winkels erkennen bzw. weisen eher auf eine geringfügige Abnahme des Auszieh Widerstandes mit zunehmendem Auszieh Winkel hin [Pfy03].

Zum Einfluss der Faserorientierung auf das Ausziehverhalten glatter Stahldrahtfasern aus einer UHPC-Matrix liegen zur Zeit noch keine Ergebnisse vor.

Die theoretisch oder experimentell erhaltene Abhängigkeit des Faserauszieh Widerstandes vom Neigungswinkel einer Faser wird für den Faserbeton häufig vereinfachend durch einen Faktor berücksichtigt, der das Verhältnis des mittleren Auszieh Widerstands aller Fasern zum Auszieh Widerstand einer in Beanspruchungsrichtung orientierten Faser beschreibt. Dieser Faktor (hier: Parameter g) wird meist als Faserwirksamkeitsbeiwert bezeichnet.

Foster [Fos01] schlägt vor, Fasern mit Neigungswinkeln $> 60^\circ$ zur Beanspruchungsrichtung in der Berechnung der Anzahl rissquerender Fasern zu vernachlässigen. *Jungwirth* [Jun06] übernimmt diesen Ansatz für faserbewehrten Grobkorn-UHPC und erhält so für die zweidimensionale bzw. dreidimensionale Faserorientierung die folgenden Abminderungsfaktoren:

$$g = \sqrt{0,75} \quad (\text{zweidimensionale Faserorientierung}) \quad (4.52)$$

$$g = 0,75 \quad (\text{dreidimensionale Faserorientierung}) \quad (4.53)$$

Pfyl nimmt dagegen für die Nachrechnung seiner Versuche an normalfesten Betonen den Faserauszieh Widerstand als vom Neigungswinkel unabhängig an (Faktor $g = 1$). Ist, wie von *Markovic* beobachtet, der Auszieh Widerstand geneigter Fasern größer als der in Beanspruchungsrichtung orientierter Fasern, ergibt sich der Faserwirksamkeitsbeiwert des Faserbetons rechnerisch sogar zu größer 1.

Für den ultrahochfesten Feinkorn-UHPC BPR von DUCTAL[®] geben *Behloul* [Beh96b] sowie *Bernier* und *Behloul* [Ber96] einen Faserwirksamkeitsbeiwert $g = 1,2$ bzw. 1 an.

Die Auswirkungen einer beliebigen Faserausrichtung und -effektivität auf das Tragverhalten des Faserbetons können näherungsweise dadurch berücksichtigt werden, dass die für in Beanspruchungsrichtung orientierte Fasern gültigen Beziehungen (4.45) und (4.46) mit dem Faserorientierungsbeiwert η und dem Faserwirksamkeitsbeiwert g erweitert werden. Durch Multiplikation der mittleren Faserspannung im Riss $\sigma_{fm,r}$ mit dem Fasergehalt ρ_f erhält man schließlich die Faserbetonspannung σ_{cf} in allgemeiner Form.

Für die Phase der Faseraktivierung:

$$\sigma_{cf} = \eta \cdot g \cdot \rho_f \cdot \left(\sqrt{\frac{4 \cdot E_f \cdot \tau_f \cdot w}{d_f}} + \varepsilon_{f,shr}^* \cdot E_f \right) \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{\frac{4 \cdot E_f \cdot \tau_f \cdot w}{d_f}}}{2 \cdot \left(\frac{2 \cdot l_f \cdot \tau_f}{d_f} - \varepsilon_{f,shr}^* \cdot E_f \right)} \right) \quad (4.54)$$

Für die Phase des Faserauszugs:

$$\sigma_{cf} = \eta \cdot g \cdot \rho_f \cdot \frac{E_f^2 \cdot d_f \cdot (2 \cdot \varepsilon_{f,shr}^* + 1)^2}{16 \cdot \tau_f \cdot l_f} \cdot \left(1 - \sqrt{1 + \frac{\frac{16 \cdot \tau_f}{E_f \cdot d_f} \cdot \left(w - \frac{l_f}{2} \right) - 4 \cdot \varepsilon_{f,shr}^{*2}}{(2 \cdot \varepsilon_{f,shr}^* + 1)^2}} \right) \quad (4.55)$$

Aus der maximalen mittleren Faserspannung im Riss $\sigma_{fm0,r}$ nach Gleichung (4.36) wird in gleicher Weise die maximale Faserbetonspannung σ_{cf0} .

$$\sigma_{cf0} = \eta \cdot g \cdot \rho_f \cdot \frac{\tau_f \cdot l_f}{d_f} \quad (4.56)$$

Die maximale Faserbetonspannung wird häufig auch als „Faserwirksamkeit“ bezeichnet. Sie ist von der Rissbreite unabhängig und kann z. B. in zentrischen Zugversuchen ermittelt werden. Um die Wirksamkeit eines Faserbetons zu quantifizieren, müssen also nicht alle Parameter in Gleichung (4.56) einzeln identifiziert werden.

Gossila [Gos00] berichtet, dass bei Stahlfaserbeton die Faserwirksamkeit mit steigendem Fasergehalt nur unterproportional zunimmt. *Voo* und *Foster* [Voo03] führen dies auf die gegenseitige Beeinflussung der Fasern beim Ausziehen aus der Betonmatrix zurück. Sie definieren einen Bereich der Länge $l_f/2$ zu beiden Seiten eines Risses, in dem bei Rissöffnung die lokalen Schädigungen der Betonmatrix mit steigendem Fasergehalt zunehmen (Bild 4.37).

Die Verschlechterung der Verbundverhältnisse durch die gegenseitige Beeinflussung der Fasern während des Faserauszugs erfassen *Voo* und *Foster* bei ihrem *Variable Engagement Model* durch einen Schädigungsbeiwert (K_d – *damage factor*), der an die Stelle des Faserwirksamkeitsbeiwerts tritt. Der Schädigungsbeiwert nimmt mit steigendem Fasergehalt oder bei Igelbildung ab. Weiterhin wird eine Abhängigkeit vom Fasertyp, der Matrixfestigkeit und von der Rissbreite diskutiert. Theoretische Ansätze zur Bestimmung der Größe des Schädigungsbeiwerts sind in der Arbeit von *Voo* und *Foster* jedoch nicht enthalten. Für die bei

normalfesten Betonen gebräuchlichen niedrigen Fasergehalte wird angenommen, dass keine signifikante gegenseitige Beeinflussung der Fasern vorliegt.

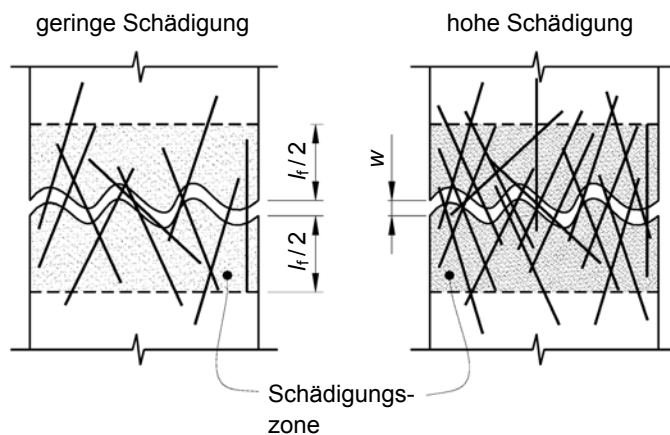


Bild 4.37 Umfang der Schädigung der Betonmatrix in Rissnähe als Funktion der Anzahl der rissüberbrückenden Fasern nach Voo und Foster [Voo03]

Wang [Wan89] und Wang et al. [Wan90a, Wan90b] beobachten bei einaxialen Zugversuchen an mit Aramidfasern bewehrten normalfesten Betonmatrizen, dass die Faserwirksamkeit in Abhängigkeit des Fasergehalts (1,0, 2,0 und 3,0 Vol.-%) kaum zunimmt. Rasterelektronenmikroskopische Analysen ließen bei den höheren Fasergehalten eine Igelbildung erkennen, wobei der Riss entweder um die Faserklumpen herum verlief oder die Klumpen bei Rissbildung zerstört wurden.

4.5.3 Mitwirkung der Betonmatrix vor und nach der Rissbildung

Bevor das Risswachstum mit den im vorherigen Abschnitt formulierten Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen beschrieben werden kann, muss an realen Faserbetonproben zunächst die Zugfestigkeit der Betonmatrix überwunden werden. Wie schon in Abschnitt 4.2 im Rahmen phänomenologischer Betrachtungen diskutiert wurde, beeinflussen die in die Matrix eingebetteten Fasern auf verschiedene Weise das Tragverhalten des Faserbetons vor und nach der Rissbildung.

Im ungerissenen Zustand ist das Tragverhalten des Faserbetons ähnlich dem einer Stahlbetonprobe (vgl. Abschnitt 3.4.2). Die Fasern beteiligen sich entsprechend des Verhältnisses ihrer Dehnsteifigkeit zur Gesamtsteifigkeit der Probe an der Lastaufnahme. Nach Reinhardt [Rei05] erhöht sich hierdurch die Risslast des Faserbetons gegenüber der unbewehrten Matrix um den Faktor γ .

$$\gamma = 1 + \rho_f \cdot (\eta \cdot \alpha_E - 1) \quad (4.57)$$

mit ρ_f Fasergehalt
 η Faserorientierungsbeiwert
 α_E Verhältnis der Elastizitätsmoduln von Fasern und Betonmatrix

Gleichung (4.57) berücksichtigt, dass zwar das gesamte Faservolumen Betonmatrix verdrängt, im Unterschied zum Stahlbeton jedoch nur der durch den Faserorientierungsbeiwert η

beschriebene Anteil in Zugrichtung wirksam ist. Effekte aus Lasteinleitung an den Faserenden wurden dabei vernachlässigt.

Bei ungünstiger Faserorientierung kann die Risslast des Faserbetons also auch geringer sein als die der unbewehrten Matrix. *Bernier* und *Behloul* [Ber96] konnten dieses Verhalten bei an faserbewehrten UHPC-Proben durchgeführten Biegezugversuchen beobachten (Bild 4.38). Die Proben wurden aus einer Platte mit annähernd eindimensionaler Faserausrichtung unter verschiedenen Winkeln herausgesägt. In den anschließenden Versuchen wurde ein Einfluss der Faserorientierung nicht nur auf die Faserwirksamkeit, sondern auch auf die Risslast festgestellt. So wiesen nur die Plattenstreifen, bei denen die Fasern in Zugrichtung ($\theta = 90^\circ$) bzw. mit geringer Abweichung dazu ($\theta = 67,5^\circ$) orientiert waren, eine höhere Erstrissspannung als die unbewehrten Proben auf. Für die Winkel $\theta = 45^\circ$, $22,5^\circ$ und 0° ergab sich dagegen eine kontinuierlich abnehmende Erstrissspannung.

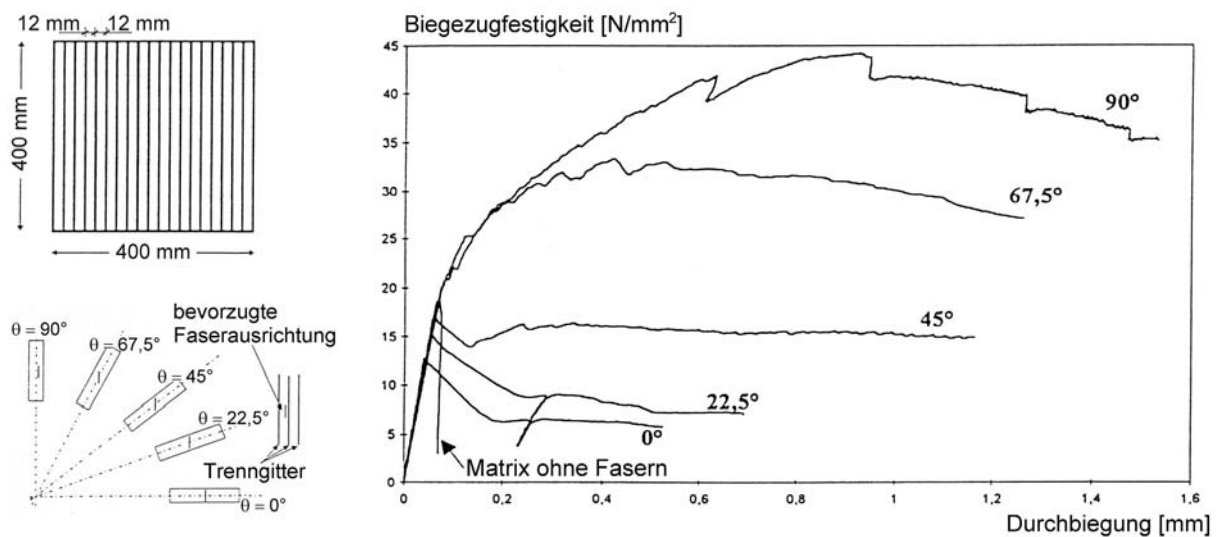


Bild 4.38 Einfluss der Faserorientierung auf die Erstrissspannung und die Biegezugfestigkeit von faserbewehrtem Feinkorn-UHPC des Typs BRP von DUCTAL® [Ber96]

Bei normalfesten Faserbetonen wird über eine signifikante Steigerung der Rissspannung wegen der üblicherweise geringen Fasergehalte und der durch die Fasern erschwerten Verarbeitbarkeit des Frischbetons, die häufig einen höheren Luftporengehalt des Faserbetons und damit eine geringere Matrixfestigkeit zur Folge hat, nur in wenigen Ausnahmefällen berichtet [Pfy03].

Ist die Matrixzugfestigkeit erreicht, werden die bei Rissbildung zwischen den Rissufern zu übertragenden Kräfte bei kleinen Rissbreiten zunächst von dem sich entfestigenden Beton und den Fasern gemeinsam aufgenommen. Dabei kann das Verhalten der Betonmatrix nach dem fiktiven Rissmodell von *Hillerborg* (vgl. Abschnitt 4.2.2.1), ähnlich dem der Fasern, durch eine Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung beschrieben werden. Mit dem in [Ma03b] für Feinkorn-UHPC vorgeschlagenen linearen Entfestigungsverlauf (siehe Abschnitt 4.2.2.2) nach Bild 4.6a ergibt sich die Betonzugspannung im Riss $\sigma_{ct,r}$ in Abhängigkeit der Rissöffnung w nach Gleichung (4.58).

$$\sigma_{ct,r} = f_{ct} \cdot \left(1 - \frac{w}{w_{ct}}\right) \quad (4.58)$$

mit w aktuelle Rissbreite
 f_{ct} Zugfestigkeit der Betonmatrix
 w_{ct} Grenzrissbreite, bis zu der Betonzugspannungen übertragen werden können (siehe Bild 4.5a)

Werden die Betonspannungen als direkt am Rissufer wirkend angenommen, so erhöht sich die mittlere Betondehnung über die Lasteinleitungslänge der Fasern um den Betrag

$$\Delta \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_{ct,r}}{E_c} = \frac{\alpha_E \cdot \sigma_{ct,r}}{E_f}, \quad (4.59)$$

während sich die Verzerrungsdifferenz zwischen den Fasern und der umgebenden Betonmatrix um den gleichen Betrag vermindert. Unter Berücksichtigung des entfestigenden Verhaltens des Betons wird die Rissbreite bei gleicher Faserspannung also kleiner. Für den allgemeinen Fall wird aus Gleichung (4.40)

$$w = \frac{(\sigma_f - \varepsilon_{f,shr}^* \cdot E_f) \cdot (\sigma_f - \sigma_{ct,r} \cdot \alpha_E - \varepsilon_{f,shr}^* \cdot E_f) \cdot d_f}{4 \cdot E_f \cdot \tau_f} \quad (4.60)$$

Auflösen der quadratischen Beziehung nach der Faserspannung der symmetrisch im Riss liegenden Faser σ_f liefert

$$\sigma_f = \frac{\sigma_{ct,r} \cdot \alpha_E + \sqrt{(\sigma_{ct,r} \cdot \alpha_E)^2 + \frac{16 \cdot w \cdot E_f \cdot \tau_f}{d_f}}}{2} + \varepsilon_{f,shr}^* \cdot E_f \quad (4.61)$$

Der Zusammenhang zwischen σ_f und der mittleren Faserspannung im Riss $\sigma_{fm,r}$ kann nun statt durch Gleichung (4.44) näherungsweise durch Gleichung (4.62) beschrieben werden.

$$\sigma_{fm,r} = \sigma_f \cdot \left(1 - \frac{\sigma_f - \sigma_{ct,r} \cdot \alpha_E - \varepsilon_{f,shr}^* \cdot E_f}{2 \cdot \left(\frac{2 \cdot l_f \cdot \tau_f}{d_f} - \varepsilon_{f,shr}^* \cdot E_f\right)}\right) \quad (4.62)$$

Für die Faserbetonspannung im Bereich kleiner Rissbreiten, für die eine Spannungsübertragung des entfestigenden Betons noch gegeben ist, erhält man schließlich

$$\sigma_{cf} = \sigma_{ct,r} \cdot (1 - \rho_f) + \eta \cdot g \cdot \rho_f \cdot \sigma_{fm,r} \quad (4.63)$$

mit $\sigma_{ct,r}$ Betonzugspannung im Riss nach Gleichung (4.58)
 ρ_f Fasergehalt
 η Faserorientierungsbeiwert
 g Faktor zur Berücksichtigung des Einflusses des Faserneigungswinkels auf den Auszieh Widerstand (Faserwirksamkeitsbeiwert); im ungerissenen Zustand und in der Phase der Mikrorissbildung gilt: $g = 1$
 $\sigma_{fm,r}$ mittlere Faserspannung im Riss nach Gleichung (4.62)

Mit $\sigma_{ct,r} = 0$, d. h. für den Fall, dass die Mitwirkung der Betonmatrix im Riss ausfällt, lässt sich Gleichung (4.63) wieder in Gleichung (4.45) überführen.

Der Einfluss der Matrixzugfestigkeit und des entfestigenden Verhaltens der Betonmatrix auf die Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung des Faserbetons ist in Bild 4.39 veranschaulicht. Die strichpunktierten Linien beschreiben den angenommenen linearen Entfestigungsverlauf der Matrix sowie die reine Faseraktivierung. Wird der Einfluss des Schwindens berücksichtigt, ergibt sich der durch die hellgraue Linie angedeutete Verlauf.

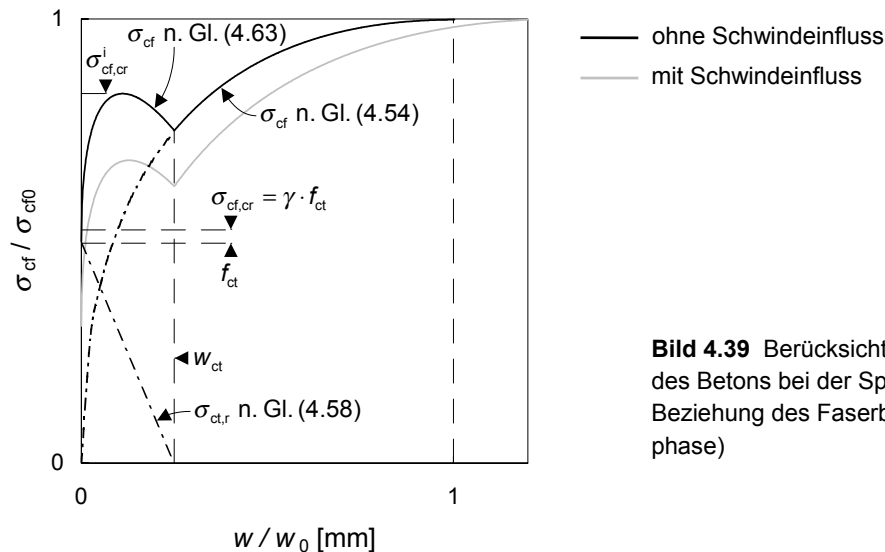


Bild 4.39 Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons bei der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung des Faserbetons (Faseraktivierungsphase)

Die Überlagerung der Effekte aus Betonentfestigung und Faseraktivierung nach Gleichung (4.63) liefert in der Summe zunächst ein verfestigendes Verhalten. Dies bedeutet, dass die äußere Beanspruchung über die eigentliche Rissspannung

$$\sigma_{cf,cr} = \gamma \cdot f_{ct} \quad (4.64)$$

hinaus auf den Wert $\sigma_{cf,cr}^i$ gesteigert werden muss, um einen Makroriss zu erzeugen. Für Spannungen zwischen $\sigma_{cf,cr}$ und $\sigma_{cf,cr}^i$ ist das Risswachstum im Sinne der Bruchmechanik stabil.

Ein solches Verhalten wurde auch in Versuchen an hochbewehrten Stahlbetonzuggliedern beobachtet. *Holmberg* [Hol86, Hol89] stellte fest, dass die Risskraft in einem Bauteil mit zunehmendem Bewehrungsgrad stärker anwächst, als nach dem Verhältnis von ideellem Querschnitt zum Nettoquerschnitt nach Gleichung (3.11) zu erwarten wäre und erklärte dies mit dem Anwachsen der Stahlspannung im sich bildenden Riss.

Die prinzipiellen mechanischen Zusammenhänge dieses Phänomens wurden bereits 1971 von *Aveston et al.* [Ave71] auf der Grundlage der Energiebilanz eines fortschreitenden Mikrorisses für eine mit Endlosfasern bewehrte Matrix beschrieben (siehe hierzu Abschnitt 4.6.2).

Die Dehnung, bis zu der ein stabiles Risswachstum erwartet werden kann, ergibt sich danach zu:

$$\varepsilon_{\text{mu}} = \sqrt[3]{\frac{24 \cdot \tau_{\text{fm}} \cdot \gamma_{\text{m}} \cdot E_{\text{f}} \cdot \rho_{\text{f}}^2}{E_{\text{i}} \cdot E_{\text{m}}^2 \cdot d_{\text{f}} \cdot (1 - \rho_{\text{f}})}} \quad (4.65)$$

mit

τ_{fm}	mittlere Verbundspannung
γ_{m}	Oberflächenenergie der Matrix
E_{f}	Elastizitätsmodul des Faserwerkstoffs
ρ_{f}	Fasergehalt
d_{f}	Faserdurchmesser
E_{m}	Elastizitätsmodul der Matrix
E_{i}	ideeller Elastizitätsmodul

$$E_{\text{i}} = E_{\text{m}} \cdot (1 - \rho_{\text{f}}) + E_{\text{f}} \cdot \rho_{\text{f}} = E_{\text{m}} + (E_{\text{f}} - E_{\text{m}}) \cdot \rho_{\text{f}} \quad (4.66)$$

Dabei wird ein näherungsweise lineares Spannungs-Dehnungs-Verhalten bis zum Erreichen der kritischen Dehnung zugrundegelegt. *Li* und *Leung* [Li92] sowie *Tjiptobroto* und *Hansen* [Tji93b] erweitern diesen Ansatz für diskontinuierliche, beliebig orientierte Fasern (siehe auch Abschnitt 4.6.2.3).

Tjiptobroto und *Hansen* verifizieren ihr Modell in Biegezugversuchen an Prismen aus ultrahochfestem Grobkornbeton (Abmessungen 50 mm × 50 mm × 500 mm, mittlere Zylinderdruckfestigkeit 175 N/mm², Größtkorn 4 mm). Sie beobachten einen starken Anstieg der Rissspannung mit zunehmendem Fasergehalt. Für einen Fasergehalt von 12 Vol.-% ist die an der Unterseite des Prüfkörpers mit Hilfe von Dehnmessstreifen gemessene elastische Dehnung bei Erstrissbildung mit $\varepsilon_{\text{mu}} = 0,47 \text{ ‰}$ etwa dreimal so groß wie bei einer unbewehrten Matrix (Bild 4.40).

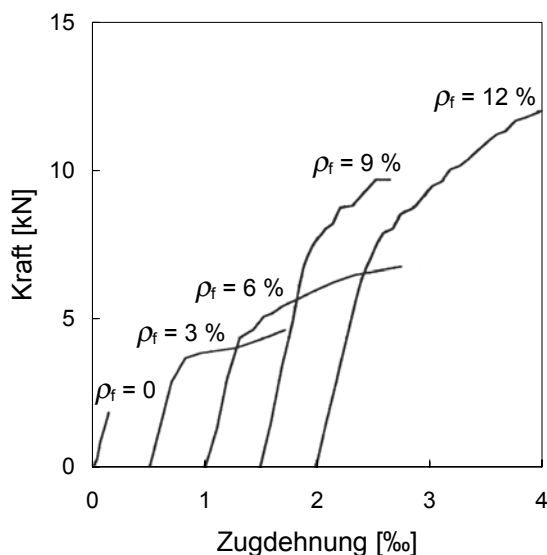


Bild 4.40 Spannungs-Dehnungs-Beziehungen, gemessen an der Unterseite von Biegeprismen aus mit unterschiedlichen Fasergehalten bewehrtem ultrahochfesten Grobkornbeton [Tji93]

Naaman [Naa87] sowie *Naaman et al.* [Naa74] geben für die Rissspannung des Faserbetons die folgende Beziehung an:

$$\sigma_c = \sigma_m \cdot (1 - \rho_f) + \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \rho_f \cdot \tau \cdot l_f / d_f \quad (4.67)$$

mit	σ_m	Matrixfestigkeit
	ρ_f	Fasergehalt
	α_1	Verbundbeiwert, der die Faserwirkung bei Rissbildung beschreibt
	α_2	Wirksamkeitsbeiwert für den ungerissenen Zustand, der auch die Faserorientierung berücksichtigt
	τ	Verbundspannung
	l_f	Faserlänge
	d_f	Faserdurchmesser

Auch *Pfyl* [Pfy03] verwendet eine den Gleichungen (4.63) und (4.67) ähnliche Formulierung. Er vernachlässigt jedoch, dass die in die Matrix eingebetteten Fasern nicht erst bei einsetzen der Mikrorissbildung, sondern bereits im ungerissenen Zustand mitwirken. Bei der Überlagerung des Entfestigungsverlaufs des Betons und der Faseraktivierung bleibt zudem der Einfluss auf die mittlere Betondehnung nach Gleichung (4.59) und auf die Rissbreite unberücksichtigt.

Mit der in Bild 4.39 dargestellten Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung nach Gleichung (4.63) kann nun, alternativ zu dem von *Bäumel* und *Wittmann* [Bäu01] formulierten Energiekriterium (vgl. Abschnitt 4.2.2.3), auch anhand eines Spanningskriteriums entschieden werden, ob in einem Faserbetonbauteil durch Zusammenwachsen mehrerer Mikrorisse ein Makroriss entsteht oder sich zunächst eine weitere Rissprozesszone ausbildet.

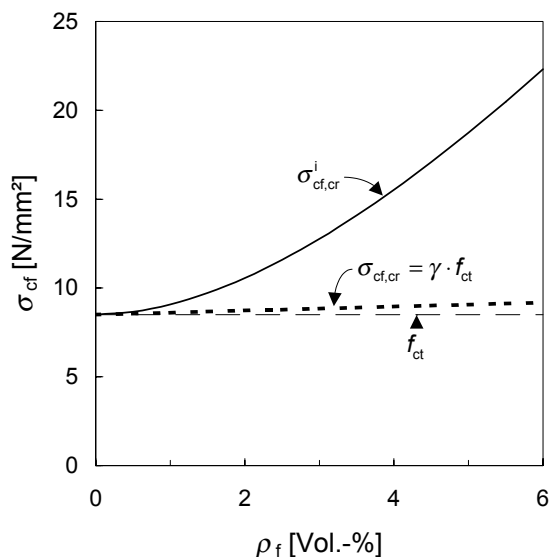
Existiert an einer Schwachstelle eines Faserbetonbauteils eine erste Rissprozesszone, so wird eine Makrorissbildung genau dann verhindert bzw. verzögert, wenn bei Laststeigerung in einem weiteren Querschnitt die Rissspannung $\sigma_{cf,cr}$ erreicht wird, bevor an der ersten Schwachstelle die ideelle Betonspannung den Wert $\sigma_{cf,cr}^i$ übersteigt. In diesem Fall würden also in Analogie zum Energiekriterium zunächst eine zweite und gegebenenfalls weitere Rissprozesszonen entstehen. Die Fähigkeit durch Ausbildung mehrerer Rissprozesszonen die Dehnfähigkeit wirkungsvoll zu steigern setzt eine nennenswerte Differenz zwischen der Spannung $\sigma_{cf,cr}^i$ und der Rissspannung $\sigma_{cf,cr}$, eine geringe Streuung der Matrixzugfestigkeit innerhalb eines Faserbetonbauteils sowie eine homogene Faserverteilung voraus. Theoretisch ermöglicht die Interaktion aus Matrixentfestigung und Faseraktivierung sehr kleine Rissabstände.

Aufgrund der rissüberbrückenden Wirkung der Fasern im Stadium der Mikrorissbildung kommt es unter Zugbeanspruchung, anders als bei unbewehrtem Beton, in der Regel nicht zu einer schlagartigen Trennrissbildung, die über den gesamten Querschnitt reicht, sondern zunächst nur an den Schwachstellen eines Querschnitts, an denen $\sigma_{cf,cr}^i$ lokal überschritten wird, zu einem sichtbaren Makroriss, der sich bei Steigerung der Belastung allmählich fortpflanzt (vgl. Bild 4.8). Entsprechend schwierig ist es, das in Bild 4.39 skizzierte Verhalten, welches eine konstante Matrixzugfestigkeit und eine gleichmäßige Faserwirkung im Rissquerschnitt zugrunde legt, in zentrischen Zugversuchen experimentell zu bestätigen (vgl. hierzu Abschnitt 4.5.4). In diesem Zusammenhang stellt sich, ähnlich wie für die Stabbewehrung bei Stahlbeton, die Frage nach dem Wirkungsbereich einer Faser bzw. dem zulässigen Faserabstand.

Zur Unterscheidung von der Matrixzugfestigkeit des Betons f_{ct} und der Rissspannung $\sigma_{cf,cr}$ nach Gleichung (4.64) wird $\sigma_{cf,cr}^i$ im Folgenden als ideale Rissspannung des Faserbetons bezeichnet.

Die Ermittlung von $\sigma_{cf,cr}^i$ mit Hilfe von Gleichung (4.63) kann als Extremwertproblem aufgefasst werden. Zur Lösung dieser Aufgabe muss Gleichung (4.63) differenziert werden, was auch analytisch möglich ist. Die gefundene Ableitung lässt sich aber nicht nach w auflösen, so dass die Nullstellensuche nur numerisch erfolgen kann. Eine Näherungslösung wird in Abschnitt 7.1.2 vorgestellt.

Bild 4.41 zeigt beispielhaft die theoretische Entwicklung der Rissspannung $\sigma_{cf,cr}$ und der ideellen Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^i$ in Abhängigkeit des Fasergehalts ρ_f . Eine ausführliche Diskussion erfolgt anhand der eigenen Versuche an faserbewehrtem Feinkorn-UHPC.



Matrix:

$$f_{ct} = 8,5 \text{ N/mm}^2$$

$$E_c = 43.000 \text{ N/mm}^2$$

$$G_F = 60 \text{ N/m}$$

Fasern:

$$l_f = 17 \text{ mm}$$

$$d_f = 0,15 \text{ mm}$$

$$E_f = 200.000 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_f = 11 \text{ N/mm}^2$$

$$\eta = 0,5$$

Bild 4.41 Rissspannung $\sigma_{cf,cr}$ und ideale Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^i$ als Funktion des Fasergehalts ρ_f

4.5.4 Eigene Versuche an faserbewehrtem Feinkorn-UHPC

4.5.4.1 Überblick über die durchgeführten Versuche

Für die im Rahmen der eigenen Versuche an UHPC-Zuggliedern verwendeten Faserbetonmischungen wurde das Spannungs-Rissöffnungs-Verhalten an gekerbten Prismen experimentell untersucht. Die dabei eingesetzten glatten hochfesten Stahldrahtfasern besaßen eine Länge von 9 bzw. 17 mm und einen Durchmesser von 0,15 mm. Sie wurden dem Feinkorn-UHPC des Typs M2Q (Tabelle 2.1) in unterschiedlichen Mengen beigemischt. Die größere Länge wurde unter dem Gesichtspunkt gewählt, die Fasern vor dem Herausziehen aus der Matrix optimal auszunutzen. So wird für eine mittig im Riss liegende, 17 mm lange Faser bei einer mittleren Verbundspannung $\tau_{bm} = 11 \text{ N/mm}^2$ rechnerisch gerade die von *Bornemann* und *Faber* [Bor04] experimentell erhaltene mittlere Stahlzugfestigkeit ($f_t \approx 2500 \text{ N/mm}^2$) erreicht. Reißen einzelner Fasern ist damit zumindest nicht grundsätzlich ausgeschlossen (vgl. Grenزشlankheit $\lambda_{f,lim}$, Seite 66).

Neben den Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen der Faserbetonproben wurde für eine faserfreie Referenzmischung die Rissspannung ebenfalls an gekerbten Prismen ermittelt. Eine Übersicht über das Versuchsprogramm gibt Tabelle 4.4. Die mittleren Druckfestigkeiten und Elastizitätsmoduln der fünf Faserbetonmischungen sind in Tabelle 4.5 angegeben. Sie wurden an Normzylindern ($h/d = 300 \text{ mm}/150 \text{ mm}$) bestimmt. Es ist ein signifikanter Einfluss des Fasergehalts sowohl auf die Druckfestigkeit als auch auf die Steifigkeit zu erkennen.

Tabelle 4.4 Versuchsprogramm: Untersuchungen zum Spannungs-Rissöffnungs-Verhalten

Spalte	1	2	3	4
Zeile	Fasergehalt ρ_f in Vol.-%	Anzahl Proben		
		unbewehrte Matrix (Referenz)	Fasertyp 1 Länge $l_f = 9 \text{ mm}$ Durchmesser $d_f = 0,15 \text{ mm}$ Schlankheit $\lambda = 60$	Fasertyp 2 Länge $l_f = 17 \text{ mm}$ Durchmesser $d_f = 0,15 \text{ mm}$ Schlankheit $\lambda = 113$
1	-	4	-	-
2	0,9	-	3	3
3	1,45	-	-	3
4	2,0	-	-	3
5	2,5	-	3	-

Tabelle 4.5 Mittlere Druckfestigkeiten und Elastizitätsmoduln der untersuchten Faserbetonmischungen

Zeile	Spalte	1	2	3	4	5
	Serie	F9-0.9	F9-2.5	F17-0.9	F17-1.45	F17-2.0
1	Fasertyp nach Tabelle 4.4	Fasertyp 1		Fasertyp 2		
2	Fasergehalt ρ_f in Vol.-%	0,9	2,5	0,9	1,45	2,0
3	Zylinderdruckfestigkeit $f_{c,cyl}$ in N/mm ²	158	171	158	176	181
4	Elastizitätsmodul E_c in N/mm ²	43.400	45.800	45.100	46.400	47.000

Die Prismen besaßen einen Querschnitt von $40 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$ und waren in der Mitte an zwei gegenüberliegenden Seiten (davon eine ungeschaltete Seite) mit einer ca. 5 mm breiten und 5 mm tiefen, gesägten Kerbe versehen, so dass die Querschnittsfläche an dieser Stelle 1200 mm^2 betrug (Bild 4.42). Sie wurden liegend betoniert und anschließend zwei Minuten lang auf dem Rütteltisch bei einer Frequenz von 50 Hz verdichtet. Das Ausschalen erfolgte nach zwei Tagen. Danach wurden die Prismen 48 Stunden lang bei 90°C wärmebehandelt.

Zur sicheren Lasteinleitung und um ein Versagen außerhalb der Kerbe zu vermeiden, waren an den Seitenflächen der meisten Prüfkörper dünne Stahlbleche aufgeklebt, die bis unmittelbar an den Kerbenrand reichten. Entsprechend der gewählten Krafteinleitung über Gewindestangen ohne zwischengeschaltete Gelenke ergab sich für die Proben eine elastische Einspannung (Bild 4.43).

Die Verformungen wurden mit induktiven Wegaufnehmern der Fa. *Solatron* gemessen, die an einer am Kerbenrand auf die Bleche geklemmten Vorrichtung befestigt waren. Um einerseits eine gute Auflösung im Bereich sehr kleiner Rissöffnungen zu erhalten, andererseits aber auch Verformungen bis zur vollständigen Trennung der Rissufer messen zu können, wurden an jeder Seite zwei Wegaufnehmer mit unterschiedlichen Messbereichen eingesetzt (Aufnehmer AX1 mit Messbereich $\pm 1 \text{ mm}$ und Aufnehmer AX5 mit Messbereich $\pm 5 \text{ mm}$). Die Genauigkeit der Wegaufnehmer AX1 betrug $0,5 \text{ }\mu\text{m}$.

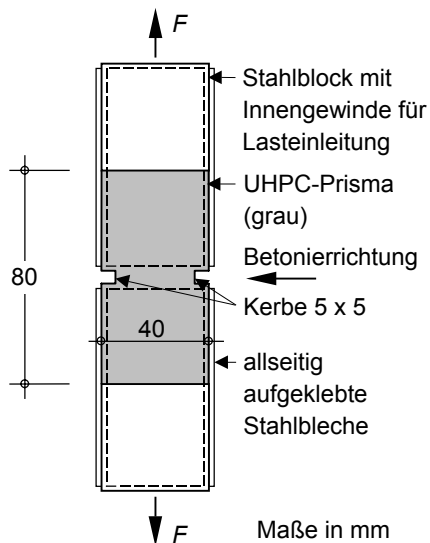


Bild 4.42 Versuchskörper

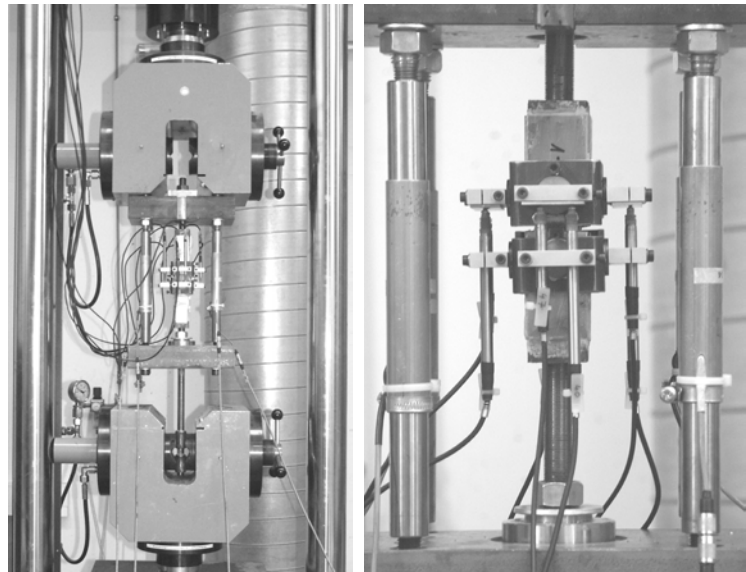


Bild 4.43 Versuchsaufbau (links) und Instrumentierung (rechts)

Zur guten Erfassung des Nachrissbereichs der Betonmatrix wurden bis zum Erreichen der Faserwirksamkeit steife Kraftmesszellen parallel zur Probe geschaltet. Damit sollte verhindert werden, dass sich infolge der in der Zugmaschine gespeicherten elastischen Energie der Riss bei Erstrissbildung schlagartig öffnet. Die Belastung erfolgte kraftgesteuert mit einer Kraftzunahme von 0,1 kN pro Sekunde (Gesamtkraft des Systems). Die Kraft an der Probe wurde dabei aus der Differenz der Maschinenkraft und der Summe der vier Kraftmesszellen berechnet. Nach erfolgter vollständiger Entlastung wurde in der Phase des Faserauszugs dann ohne parallel geschaltete Kraftmesszellen, weggesteuert mit einer konstanten Wegzunahme von 0,02 mm pro Sekunde (Maschinenweg) gefahren.

4.5.4.2 Diskussion der Ergebnisse und Vergleich mit mechanischem Modell

Die für die faserbewehrten Proben aus den Versuchen erhaltenen Faserbetonspannungen bei Rissbildung $\sigma_{cf,cr}$ und Faserwirksamkeiten σ_{cf0} sind in Tabelle 4.6 als Einzelwerte sowie als Mittelwerte einer Serie angegeben. Die Faserbetonspannungen wurden aus der Probenkraft bei Rissentstehung und der Bruttoquerschnittsfläche im Bereich der Kerbe ermittelt. Analog ergeben sich die Faserwirksamkeiten für die maximale Probenkraft. Weiterhin sind für die unbewehrten Referenzproben die Rissspannungen σ_{cr} angegeben.

Rissspannung/Rissentstehung

Die Rissspannung σ_{cr} der unbewehrten Proben lag im Mittel bei ca. 8,7 N/mm². Wegen der infolge Kerbwirkung nichtlinear über den Querschnitt verteilten Zugspannungen (Spannungsspitzen am Kerbenrand) dürfen die Werte σ_{cr} nicht ohne Weiteres gleich der einaxialen Zugfestigkeit f_{ct} angenommen werden. Vielmehr gilt $f_{ct} > \sigma_{cr}$. Die unbewehrten Proben zeigten bis zum Erreichen der Rissspannung ein linear-elastisches Verhalten und versagten anschließend schlagartig.

Tabelle 4.6 Rissspannungen σ_{cr} , Faserbetonspannungen bei Rissbildung $\sigma_{cf,cr}$ und Faserwirksamkeiten σ_{cf0} der untersuchten Faserbetonmischungen

Zeile	Spalte	1	2	3	4	5	6
	Serie	Referenz	F9-0.9	F9-2.5	F17-0.9	F17-1.45	F17-2.0
1	Fasertyp nach Tabelle 4.4	-	Fasertyp 1		Fasertyp 2		
2	Fasergehalt ρ_f in Vol.-%	-	0,9	2,5	0,9	1,45	2,0
	Rissspannung σ_{cr} bzw. Faserbetonspannung bei Rissbildung $\sigma_{cf,cr}$ in N/mm ²						
3	- Einzelwerte Prüfkörper Nr. 1	8,63	- ¹⁾	- ¹⁾	10,31	10,33	9,81
4	Prüfkörper Nr. 2	8,99	- ¹⁾	9,54	10,09	9,47	11,47
5	Prüfkörper Nr. 3	8,63	- ¹⁾	10,66	9,92	10,10	9,23
6	Prüfkörper Nr. 4	8,70					
7	- Mittelwert	8,74	-	10,10	10,11	9,97	10,17
	Faserwirksamkeit σ_{cf0} in N/mm ²						
8	- Einzelwerte Prüfkörper Nr. 1	-	7,02	12,25	8,13	12,46	13,76
9	Prüfkörper Nr. 2	-	7,69	12,59	11,02	8,98	16,37 ²⁾
10	Prüfkörper Nr. 3	-	7,20	13,65	9,32	8,95	9,09
11	Prüfkörper Nr. 4	-					
12	- Mittelwert	-	7,30	12,83	9,49	10,13	13,07

¹⁾ Proben waren vorgeschädigt (kein Zustand I)

²⁾ Versagen der Klebung an der Lasteinleitungsstelle vor dem Erreichen der Faserwirksamkeit; es ist die größte im Versuch gemessene Spannung angegeben

Für die faserbewehrten Versuchskörper wurden durchweg höhere Rissspannungen als für die faserfreien Referenzkörper erhalten. Die Faserbetonspannung bei Rissentstehung $\sigma_{cf,cr}$ ergab sich nahezu unabhängig von der Höhe des Fasergehalts im Mittel zu etwa 10,1 N/mm². Bedenkt man, dass wegen der durch die Fasern erschwerten Verarbeitbarkeit die Matrixfestigkeiten dieser Proben im Allgemeinen etwas niedriger liegen, so ist die Steigerung der Rissspannungen deutlich größer als Gleichung (4.57) nach dem Verhältnis von ideellem Querschnitt zum Bruttoquerschnitt erwarten lässt. In welchem Maße dabei die Spannungen $\sigma_{cf,cr}$ der faserbewehrten Proben durch die Spannungsspitzen am Kerbenrand beeinflusst wurden, lässt sich nicht abschließend klären. Der Einfluss sollte jedoch geringer als bei den unbewehrten Proben sein. Einige der mit 9 mm langen Fasern bewehrten Prismen waren, wie sich bei Belastung zeigte, vermutlich beim Ausschalen oder durch inneren Zwang während der Wärmebehandlung vorgeschädigt worden, so dass bereits bei Versuchsbeginn ein (teilweise) gerissener Zustand vorlag und folglich keine Rissspannung gemessen werden konnte.

Unter Belastung zeigten die nicht vorgeschädigten faserbewehrten Proben bis unmittelbar vor dem Reißen ein lineares Kraft-Verformungs-Verhalten. Bei einsetzender Rissbildung war das Verhalten maßgeblich von dem im Rissquerschnitt wirksamen Fasergehalt abhängig.

Die in den Prüfkörpern und im Aufbau gespeicherte elastische Verformungsenergie war so groß, dass bei den Proben mit niedrigeren wirksamen Fasergehalten (insbesondere mit 0,9 und 1,45 Vol.-% Fasergehalt) ein unkontrolliertes Aufreißen (sprunghafte Wegzunahme) mit Spannungsabfall trotz der gewählten Versuchsanordnung (parallel geschaltete, steife Kraftmesszellen) nicht gänzlich vermieden werden konnte. Die betreffenden Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen sind daher in dem hier betrachteten Verformungsbereich nicht aus-

sagekräftig. Der Vorgang des Reißens war bei den Prüfkörpern mit niedrigeren wirksamen Fasergehalten auch akustisch gut wahrzunehmen.

Bei den Proben mit höheren wirksamen Fasergehalten (insbesondere mit 2,0 und 2,5 Vol.-% Fasergehalt) war nach zunächst linearem Last-Verformungs-Verhalten unmittelbar vor erstmaligem Abfall der Zugkraft ein überproportionales Anwachsen der Verformungen zu beobachten (Bild 4.44). Eine Rissbildung konnte dabei weder visuell noch akustisch wahrgenommen werden. Die anschließende Entfestigung war nur wenig ausgeprägt und erfolgte, anders als bei den Proben mit niedrigeren Fasergehalten, kontrolliert weggesteuert. Aufgrund unvermeidlicher Imperfektionen sowohl auf der Einwirkungsseite (Spannungsspitzen am Kerbenrand, geringe Exzentrizitäten der Belastung) als auch auf der Widerstandsseite (streuende Matrixzugfestigkeit und ungleichmäßige Faserwirkung im Rissquerschnitt) verlief der Prozess der Rissbildung nicht gleichmäßig über den Querschnitt (keine sofortige Trennrissbildung). Die damit verbundene Rotation des Versuchskörpers im Bereich der Kerbe konnte mit Hilfe der Messtechnik gut nachvollzogen werden.

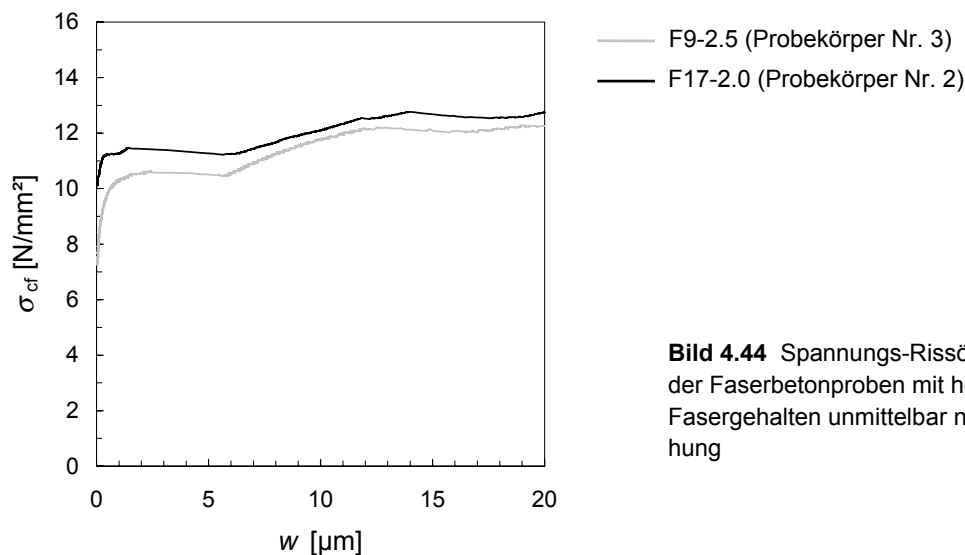


Bild 4.44 Spannungs-Rissöffnungs-Verhalten der Faserbetonproben mit hohen wirksamen Fasergehalten unmittelbar nach der Rissentstehung

Zum Vergleich sind in Tabelle 4.7 für die untersuchten Faserbetone die rechnerisch erhaltenen Rissspannungen $\sigma_{cf,cr}$ und ideellen Rissspannungen $\sigma_{cf,cr}^i$ angegeben. Sie wurden nach den in Abschnitt 4.5.3 hergeleiteten Beziehungen ermittelt. Da für einige der hierzu benötigten Parameter keine experimentell abgesicherten Werte vorliegen, wurden zur Beurteilung der Sensitivität des mechanischen Modells für den Faserorientierungsbeiwert η und die Bruchenergie der Matrix G_F Grenzbetrachtungen angestellt.

Die untere Grenze des Faserorientierungsbeiwerts der liegend hergestellten Prismen erhält man für eine ideal-dreidimensionale Faserausrichtung ($\eta_{03} = \eta_{3D} = 0,5$). Die obere Grenze wurde in Anlehnung an den Vorschlag von *Behloul* (vgl. Bild 4.29) unter Berücksichtigung des Einflusses der Schalflächen bestimmt. Da insbesondere bei sehr schlanken Fasern ein horizontales Einschwimmen zu beobachten ist (Bild 4.31, [Mar06] sowie eigene Anschauung), wurde die Faserorientierung jedoch abweichend von [Bel96a] im ungestörten Bereich

als zweidimensional und im Randbereich als eindimensional angenommen. Für die untersuchten Prismen (Bild 4.45) ergibt sich auf diese Weise

$$\eta_{\theta 2} = \frac{\eta_{1D} \cdot l_f + \eta_{2D} \cdot (b - l_f)}{b} \quad (\text{überwiegend zweidimensionale Faserorientierung}) \quad (4.68)$$

Mit $l_f = 9 \text{ mm}$ erhält man:

$$\eta_{\theta 2} = \frac{1,0 \cdot 9 \text{ mm} + 0,637 \cdot (40 \text{ mm} - 9 \text{ mm})}{40 \text{ mm}} = 0,72$$

Für $l_f = 17 \text{ mm}$ gilt:

$$\eta_{\theta 2} = \frac{1,0 \cdot 17 \text{ mm} + 0,637 \cdot (40 \text{ mm} - 17 \text{ mm})}{40 \text{ mm}} = 0,79$$

Die errechneten Werte liegen damit in einer ähnlichen Größenordnung, wie sie von *Markovic* [Mar06] für die von ihm untersuchten Stahldrahtfasern Typ DRAMIX® 80/60 (Faserschlankheit $\lambda = 86$) auf experimentellem Wege an selbstverdichtendem hochfestem Beton ermittelt wurden.

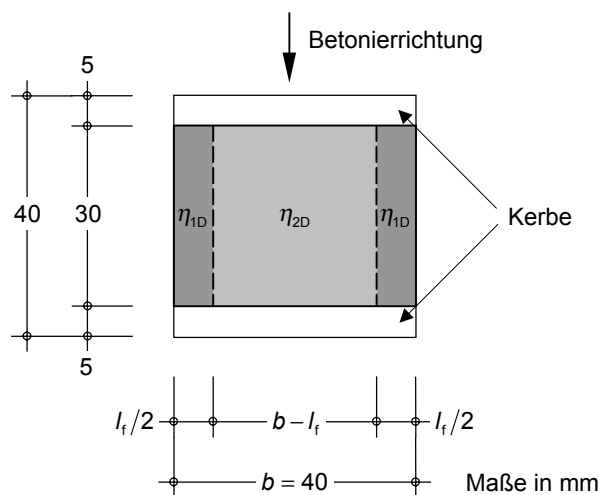


Bild 4.45 Rechnerische Ermittlung einer oberen Grenze des Faserorientierungsbeiwerts für die untersuchten Prismen (überwiegend zweidimensionale Faserorientierung)

Die Bruchenergie der Matrix ging als zweiter variabler Parameter mit $G_F = 30 \text{ N/m}$ bzw. $G_F = 60 \text{ N/m}$ in die Betrachtungen ein. Der höhere Wert liegt in der Größenordnung, wie er in [Ma03b] für den dort untersuchten Feinkorn-UHPC angegeben wird (vgl. Abschnitt 4.2.2.2). Der Entfestungsverlauf bei Rissöffnung wurde für den Beton als linear und der Faserwirksamkeitsbeiwert in der Phase der Mikrorissbildung zu $g = 1$ angenommen. Die weiteren Eingangsparameter können für jede der Faserbetonmischungen Tabelle 4.7 entnommen werden.

Die minimalen Rissspannungen $\sigma_{cf,cr}$ und ideellen Rissspannungen $\sigma_{cf,cr}^i$ ergaben sich für ideal-dreidimensionale Faserorientierung und $G_F = 30 \text{ N/m}$, die maximalen Werte für überwiegend zweidimensionale Faserorientierung und $G_F = 60 \text{ N/m}$. Ein eventueller Einfluss des Schwindens wurde nicht berücksichtigt.

Tabelle 4.7 Rechnerisch erhaltene Rissspannungen $\sigma_{cf,cr}$ und ideelle Rissspannungen $\sigma_{cf,cr}^i$ des Faserbetons

Zeile	Spalte	1	2	3	4	5
	Serie	F9-0.9	F9-2.5	F17-0.9	F17-1.45	F17-2.0
1	Fasertyp nach Tabelle 4.4	Fasertyp 1		Fasertyp 2		
2	Faserlänge l_f in mm	9		17		
3	Faserdurchmesser d_f in mm	0,15				
4	Elastizitätsmodul E_f in N/mm ²	200.000				
5	Fasergehalt ρ_f in Vol.-%	0,9	2,5	0,9	1,45	2,0
6	Verbundspannung τ_f in N/mm ²	11				
7	Faserorientierungsbeiwert η nach Gleichung (4.68)	0,50 ¹⁾ bzw. 0,72 ²⁾		0,50 ¹⁾ bzw. 0,79 ²⁾		
8	Faserwirksamkeitsbeiwert g	1				
9	Matrixzugfestigkeit f_{ct} in N/mm ²	8,5				
10	Bruchenergie der Matrix G_F in N/m	30 bzw. 60				
11	Elastizitätsmodul E_c in N/mm ²	43.000				
	Rissspannung $\sigma_{cf,cr}$ nach Gleichung (4.64)					
12	- minimal ¹⁾	8,60	8,78	8,60	8,66	8,73
13	- maximal ²⁾	8,68	9,00	8,70	8,83	8,95
	ideelle Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^j$ nach Gleichung (4.63)					
14	- minimal ³⁾	8,75	10,08	8,75	9,12	9,64
15	- maximal ⁴⁾	9,38	13,12	9,64	11,19	13,23

¹⁾ ideal-dreidimensionale Faserorientierung ohne Berücksichtigung der Schalungsränder (untere Grenze)

²⁾ überwiegend zweidimensionale Faserorientierung unter Berücksichtigung der Schalungsränder (obere Grenze)

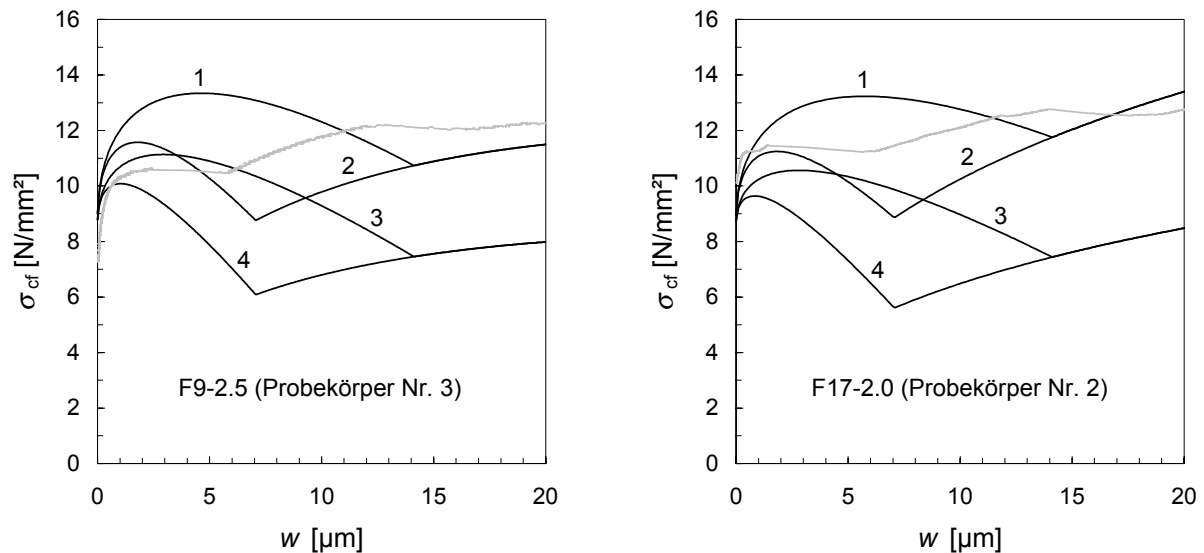
³⁾ bei ideal-dreidimensionaler Faserorientierung und $G_F = 30$ N/m

⁴⁾ bei überwiegend zweidimensionaler Faserorientierung und $G_F = 60$ N/m

In Bild 4.46 sind für die Serien F9-2.5 und F17-2.0 die durch Variation des Faserorientierungsbeiwerts und der Bruchenergie erhaltenen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen den experimentell ermittelten Verläufen aus Bild 4.44 gegenübergestellt.

Die ideellen Rissspannungen $\sigma_{cf,cr}^i$ liegen für $G_F = 60$ N/m und unter der Annahme überwiegend zweidimensionaler Faserausrichtung deutlich höher als die durch Kerbwirkung beeinflussten Rissspannungen $\sigma_{cf,cr}$ der Probekörper. Insbesondere für den Probekörper Nr. 3 der Serie F9-2.5 ergibt sich eine sehr niedrige Spannung bei Rissinitiation, was auf einen möglichen Zwangeinfluss schließen lässt (vgl. hierzu Abschnitt 6.4.1). Unabhängig davon kann das im Versuch unmittelbar nach der Rissentstehung beobachtete überproportionale Anwachsen der Verformungen qualitativ recht gut nachvollzogen werden, auch wenn aufgrund der Einfachheit des Modells nicht alle, das Verbundverhalten im Stadium der Mikrorissbildung bestimmende Parameter realitätsnah erfasst werden (z. B. Unterscheidung Haft- und Gleitverbund, *Shear Lag Theorie*). Der Vergleich zwischen Versuch und Modell lässt hinsichtlich der Rissspannungen für die Serie F9-2.5 eine eher dreidimensionale und für die Serie F17-2.0 eine eher zweidimensionale Faserorientierung vermuten.

Grundsätzlich wird deutlich, dass $\sigma_{cf,cr}^i$ besonders bei hohen Fasergehalten sehr wesentlich von der Faserorientierung und der Bruchenergie der Matrix bestimmt wird.



- (1) überwiegend zweidimensionale Faserorientierung und $G_F = 60 \text{ N/m}$
- (2) überwiegend zweidimensionale Faserorientierung und $G_F = 30 \text{ N/m}$
- (3) ideal-dreidimensionale Faserorientierung und $G_F = 60 \text{ N/m}$
- (4) ideal-dreidimensionale Faserorientierung und $G_F = 30 \text{ N/m}$

Bild 4.46 Spannungs-Rissöffnungs-Verhalten der Faserbetonproben mit hohen wirksamen Fasergehalten unmittelbar nach der Rissentstehung (grau) – Vergleich mit dem mechanischen Modell (schwarz) nach Gleichung (4.63)

Die Entfestigung nach Erreichen der ideellen Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^i$ ist nach Gleichung (4.63) durchweg stärker ausgeprägt als in den Versuchen. Die Ursache hierfür lässt sich sehr leicht anhand eines Vergleichs der Spannungsverläufe bei ideal-zentrischer und bei über den Querschnitt ungleichmäßiger Rissöffnung veranschaulichen (Bild 4.47).

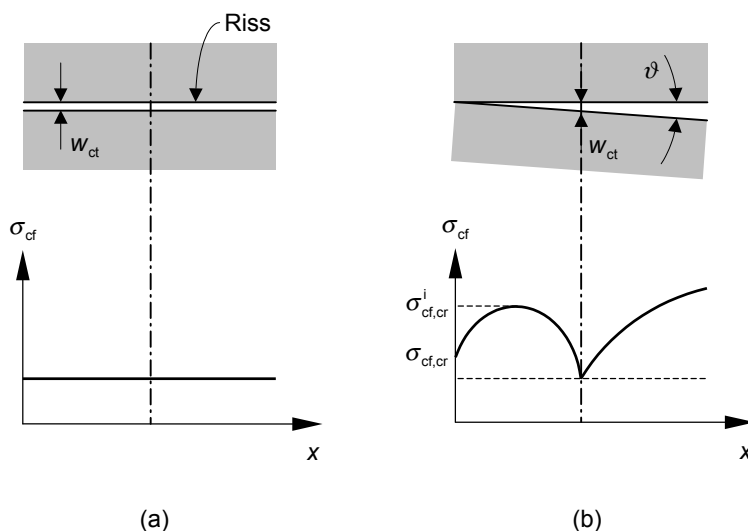


Bild 4.47 Qualitative Spannungsverläufe bei Erreichen der (mittleren) Rissbreite w_{ct} bei
a) ideal-zentrischer Rissöffnung
b) über den Querschnitt ungleichmäßiger Rissöffnung

Unabhängig von der Größe des Rotationswinkels ϑ erhält man für $w = w_{ct}$ eine größere mittlere Faserbetonspannung σ_{cf} als für den ideal-zentrischen Fall. Dies gilt auch für mittlere Rissbreiten $w \neq w_{ct}$. Die Verkrümmung des Querschnitts beeinflusst also maßgeblich den Verlauf der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung. Dies gilt u. a. auch für die Größe der mittleren Rissöffnung, bei der durch Überlagerung der Effekte aus Betonentfestigung und Faseraktivierung die minimale Faserbetonspannung erreicht wird. Für große Krümmungen verschiebt sich dieser Punkt hin zu Rissöffnungen $w < w_{ct}$, da in diesem Fall die Verfestigung infolge Faseraktivierung auf der Seite der größeren Rissöffnung überwiegt. Daher ist die Ableitung der Grenzrissbreite w_{ct} , bis zu der Betonzugspannungen übertragen werden können, aus den erhaltenen Spannungs-Rissbreiten-Beziehungen nicht ohne weiteres möglich. Die Ergebnisse stehen insofern auch nicht in Widerspruch zu den von *Ma et al.* [Ma03b] für Feinkorn-UHPC ermittelten bruchmechanischen Kenngrößen.

Die besondere Bedeutung der Faser-Matrix-Interaktion für eine wirklichkeitsnahe Abbildung des Reiß- und Last-Verformungs-Verhaltens wird in Abschnitt 6 bei der Nachrechnung der eigenen Versuche an UHPC-Zugelementen mit gemischter Bewehrung aus Stabstahl und Fasern noch eingehend diskutiert. Anders als anhand der durch Störgrößen (Kerbwirkung, Rotation) beeinflussten Ergebnisse der hier untersuchten Prismen können die mit dem vorgestellten Ansatz erhaltenen ideellen Rissspannungen $\sigma_{cf,cr}^i$ dort auch quantitativ nachvollzogen werden.

Faserwirksamkeit

Wird für alle Faserbetonmischungen die gleiche Faserverbundspannung unterstellt, so lässt sich durch Auflösen der Gleichung (4.56) das Produkt aus Faserorientierungsbeiwert η und Faserwirksamkeitsbeiwert g aus den experimentell erhaltenen Faserwirksamkeiten (Tabelle 4.6) ermitteln. Dies erlaubt einen Vergleich der Effektivität der unterschiedlichen Faserbetonmischungen unabhängig vom Fasergehalt und der Geometrie der Fasern. Eine belastbare Identifikation der Einzelparameter η und g wäre nur auf der Grundlage ergänzender experimenteller Untersuchungen (vgl. Abschnitt 4.5.2.2) möglich. Es kann jedoch, ausgehend von den zuvor auf rechnerischem Wege ermittelten Grenzen des Faserorientierungsbeiwerts, auch für den Faserwirksamkeitsbeiwert (bzw. Schädigungsbeiwert) eine untere (g_{θ_2}) und obere Grenze (g_{θ_3}) angegeben werden.

In Tabelle 4.8 sind die Produkte $\eta \cdot g$ sowie die daraus abgeleiteten Faserorientierungsbeiwerte η und Faserwirksamkeitsbeiwerte g für eine mit $\tau_f = 11 \text{ N/mm}^2$ abgeschätzte Faserverbundspannung und die Grenzfälle einer ideal-dreidimensionalen und einer überwiegend zweidimensionalen Faserausrichtung zusammengestellt. Wie die Ergebnisse der eigenen Untersuchungen bestätigen, wächst die Wirksamkeit des Faserbetons mit steigendem Fasergehalt nur unterproportional an. Dieses Phänomen wurde bereits in Abschnitt 4.5.2.3 anhand experimenteller Ergebnisse anderer Forscher [Gos00, Wan89, Wan90a, Wan90b] sowie theoretischer Überlegungen [Voo03] diskutiert. Für die kürzeren, 9 mm langen Fasern ergeben sich dabei günstigere Werte als für die 17 mm langen Fasern. Insbesondere die Ergebnisse der mit 17 mm langen Fasern bewehrten Prüfkörper streuen zudem beträchtlich, was bei längeren Zugelementen selbst bei hohen Fasergehalten ein nur gering verfestigendes Verhalten erwarten lässt.

Ein Vergleich der Tabellenwerte mit den von *Behloul* [Beh96b] sowie *Bernier* und *Behloul* [Ber96] für den ultrahochfesten Feinkorn-UHPC BPR von DUCTAL[®] angegebenen Beiwerten $g = 1$ bis 1,2 zeigt, dass sich mit $\tau_f = 11 \text{ N/mm}^2$ und $\eta_{\theta 3}$ rechnerisch sehr hohe Faserwirksamkeitsbeiwerte ergeben, die auf erhöhte Reibungskräfte bei geneigt zur Zugrichtung orientierten Fasern hindeuten. Hier bedarf es jedoch noch einer experimentellen Absicherung.

Die Entwicklung des Faserwirksamkeitsbeiwerts (bzw. Schädigungsbeiwerts) vom ungerissenen Zustand bzw. der Phase der Mikrorissbildung ($g = 1$) bis zum Erreichen der Faserwirksamkeit (durch Rückrechnung aus Versuchsergebnissen gewonnene Faserwirksamkeitsbeiwerte, z. B. nach Tabelle 4.8) kann, um bei numerischen Verfahren Unstetigkeiten im Verlauf der rechnerischen Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung zu vermeiden, beispielsweise als linear in Abhängigkeit der mittleren Faserspannung im Riss $\sigma_{fm,r}$ formuliert werden. Dabei wird implizit unterstellt, dass sich die erhöhten Reibungskräfte bzw. die Schädigung der Matrix mit zunehmender Faseraktivierung entwickeln.

Tabelle 4.8 Rechnerisch erhaltene Faserorientierungsbeiwerte η und Faserwirksamkeitsbeiwerte g

Zeile	Spalte	1	2	3	4	5
	Serie	F9-0.9	F9-2.5	F17-0.9	F17-1.45	F17-2.0
1	Fasertyp nach Tabelle 4.4	Fasertyp 1		Fasertyp 2		
2	Faserlänge l_f in mm	9		17		
3	Faserdurchmesser d_f in mm	0,15				
4	Fasergehalt ρ_f in Vol.-%	0,9	2,5	0,9	1,45	2,0
5	Verbundspannung τ_f in N/mm ²	11				
6	Produkt $\eta \cdot g$					
7	- Einzelwerte					
8	Prüfkörper Nr. 1	1,18	0,74	0,72	0,69	0,55
9	Prüfkörper Nr. 2	1,29	0,76	0,98	0,50	0,66 ¹⁾
10	Prüfkörper Nr. 3	1,21	0,83	0,83	0,50	0,36
11	- Mittelwert	1,23	0,78	0,84	0,56	0,52
	bei ideal-dreidimensionaler Faserorientierung:					
12	Faserorientierungsbeiwert $\eta_{\theta 3}$	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50
13	Faserwirksamkeitsbeiwert $g_{\theta 3}$	2,46	1,56	1,68	1,12	1,06
	bei überwiegend zweidimensionaler Faserorientierung:					
14	Faserorientierungsbeiwert $\eta_{\theta 2}$	0,72	0,72	0,79	0,79	0,79
15	Faserwirksamkeitsbeiwert $g_{\theta 2}$	1,71	1,08	1,06	0,71	0,66

¹⁾ Versagen der Klebung an der Lasteinleitungsstelle vor dem Erreichen der Faserwirksamkeit; es ist die größte im Versuch gemessene Spannung angegeben

In den Bildern 4.48, 4.49, 4.51 und 4.52 sind einige experimentell ermittelte Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen den theoretisch nach den Gleichungen (4.54) und (4.55) erhaltenen Verläufen gegenübergestellt.

Für die Prüfkörper mit 0,9 Vol.-% Fasergehalt (Bilder 4.48 und 4.49) ergibt sich in der Faseraktivierungsphase nach kurzer Entfestigung bei Rissbildung (nicht bei Probekörper Nr. 3 der Serie F9-0.9, da vorgeschädigt) mit zunehmender Rissöffnung ein annähernd kontinuierlicher

Spannungszuwachs. Der Verlauf kann dabei qualitativ recht gut mit dem mechanischen Modell nachvollzogen werden.

Zur Veranschaulichung der Auswirkungen des Schwindes auf das Rissöffnungsverhalten wurde den Nachrechnungen $\varepsilon_{f,shr}^* = 0$ sowie $\varepsilon_{f,shr}^* = -1 \text{ ‰}$ zugrundegelegt. Die Faserwirksamkeiten werden für die Probekörper mit 17 mm langen Fasern rechnerisch bei einer Rissbreite von $w_0 = 0,106 \text{ mm}$ ($\varepsilon_{f,shr}^* = 0$) bzw. $w_0 = 0,124 \text{ mm}$ ($\varepsilon_{f,shr}^* = -1 \text{ ‰}$) und für die Probekörper mit 9 mm langen Fasern bei einer Rissbreite von $w_0 = 0,030 \text{ mm}$ ($\varepsilon_{f,shr}^* = 0$) bzw. $w_0 = 0,039 \text{ mm}$ ($\varepsilon_{f,shr}^* = -1 \text{ ‰}$) erreicht. Die Werte w_0 sind unabhängig vom Fasergehalt.

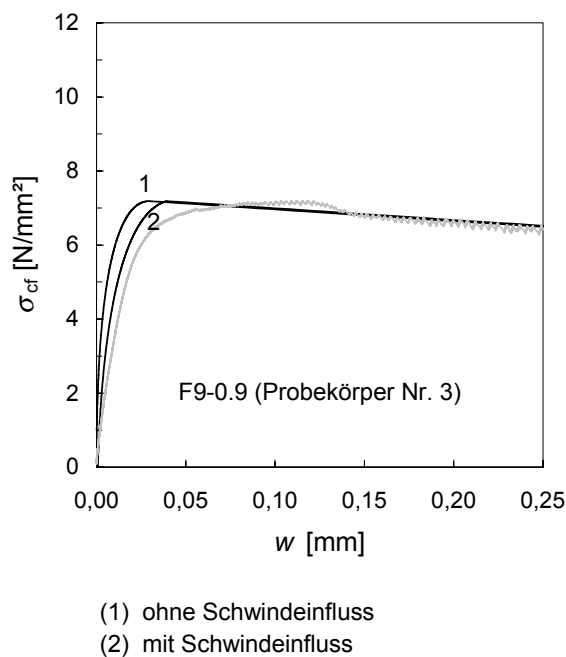


Bild 4.48 Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung eines vorgeschädigten Prismas der Serie F9-0.9 (grau) – Vergleich mit dem mechanischen Modell (schwarz) nach den Gleichungen (4.54) und (4.55)

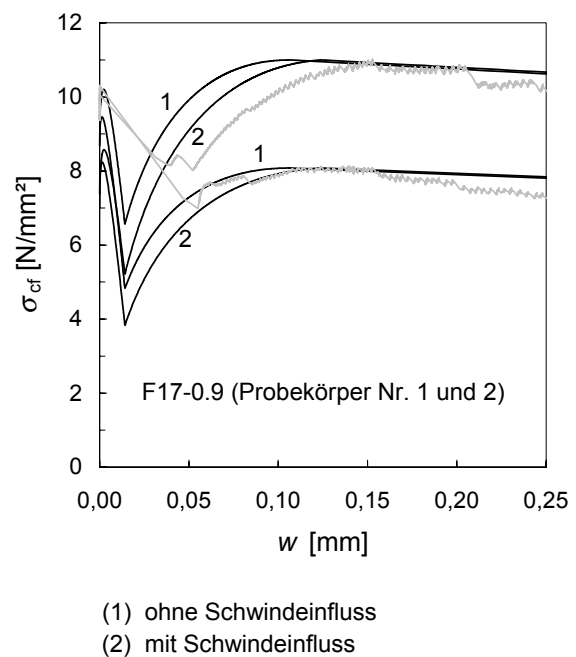


Bild 4.49 Extremale Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen der Serie F17-0.9 (grau) – Vergleich mit dem mechanischen Modell (schwarz) nach den Gleichungen (4.54) und (4.55)

Die in den Versuchen gemessenen Rissbreiten bei Erreichen der größten Faserbetonspannung waren in der Regel größer als nach dem mechanischen Modell. Dies bestätigt die Beobachtungen von *Banthia* und *Trottier* [Ban94] (vgl. Bild 4.36), wonach gegenüber der Zugrichtung geneigte Fasern erst bei größeren Rissbreiten vollständig aktiviert werden (Geradeziehen der Fasern, verbunden mit Matrixabplatzungen). Die Anwendung des für parallele Fasern abgeleiteten Modells auf Faserbetone mit räumlich orientierten Fasern stellt insofern nur eine Näherung dar.

Als weitere Ursache kommt die bereits bei Rissbildung beobachtete Rotation der Versuchskörper im Bereich der Kerbe in Betracht. Mit steigender Belastung ergab sich stets eine mehr oder weniger ungleichmäßige Öffnung des Risses, so dass die an den vier Seiten des Probekörpers befestigten Wegaufnehmer mitunter sehr unterschiedliche Verformungsgrößen lieferten. Je ungleichmäßiger die Rissöffnung erfolgte, desto mehr wichen die gemessenen Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen von den theoretischen Verläufen ab.

Vergleicht man die Spannungsverläufe bei ideal zentrischer und bei über den Querschnitt ungleichmäßiger Rissöffnung (Bild 4.50), so stellt man fest, dass für unterschiedliche mittlere Rissöffnungen die Faserwirksamkeit jeweils nur in einer Querschnittsfaser erreicht wird, während sich die Fasern in einem Teil des Querschnitts noch in der Aktivierungsphase und in einem anderen Teil bereits in der Auszugsphase befinden. Da das Anwachsen der Faserbetonspannung σ_{cf} in der Aktivierungsphase sehr viel rascher erfolgt als die Entfestigung in der Phase des Auszugs, ergibt sich die maximale Tragfähigkeit bei über den Querschnitt ungleichmäßiger Rissöffnung unabhängig von der Größe des Rotationswinkels ϑ stets für mittlere Rissbreiten $w > w_0$ (Bild 4.50c). Die maximale Tragfähigkeit des Querschnitts ist dabei etwas kleiner als die eigentliche Faserwirksamkeit σ_{cf0} . Insofern ist der Begriff „Faserwirksamkeit“ für die experimentell erhaltenen maximalen Faserbetonspannungen σ_{cf0} nur bedingt zutreffend.

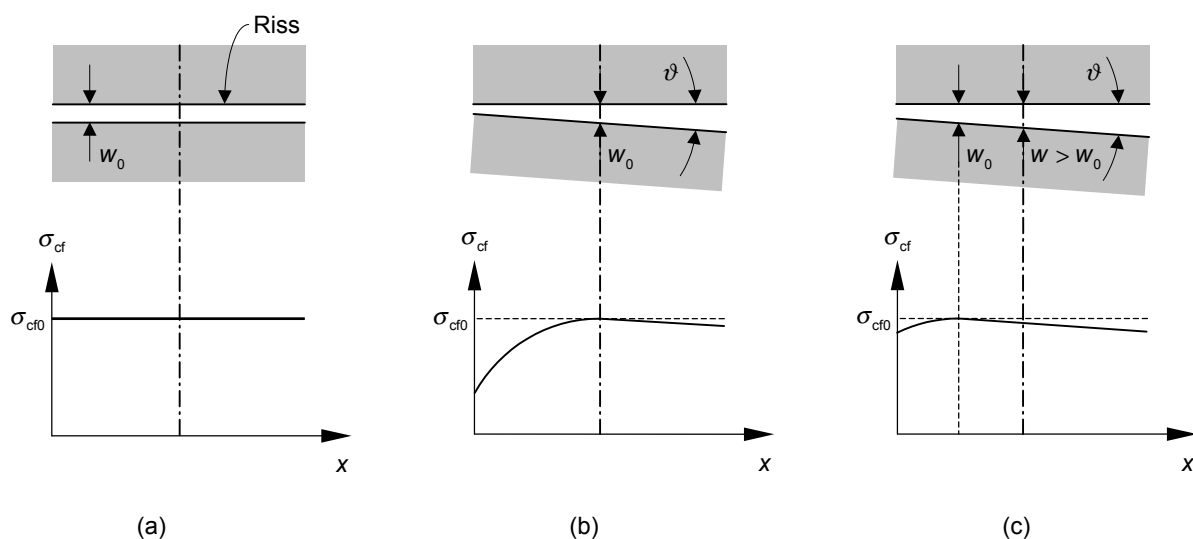


Bild 4.50 Qualitative Spannungsverläufe bei Erreichen der maximalen Faserbetonspannung bei

- a) ideal-zentrischer Rissöffnung (Rissbreite $w = w_0$)
- b) über den Querschnitt ungleichmäßiger Rissöffnung (mittlere Rissbreite $w = w_0$)
- c) über den Querschnitt ungleichmäßiger Rissöffnung (mittlere Rissbreite $w > w_0$)

Das Spannungs-Rissöffnungs-Verhalten ist also bei ungleichmäßiger Rissöffnung unmittelbar nach der Rissentstehung steifer (vgl. Abschnitt Rissspannung/Rissentstehung), für größere Rissöffnungen, nahe der maximalen Faserbetonspannung, hingegen weicher als bei ideal-zentrischer Belastung bzw. Rissöffnung.

Die gemessenen Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen der Probekörper mit höheren Fasergehalten (Bilder 4.51 und 4.52) weisen in der Faseraktivierungsphase einige markante Spannungssprünge auf, die auch akustisch gut wahrzunehmen waren. Als Ursache kann Abplatzen der Matrix am Rissufer vermutet werden (vgl. Bild 4.33). Dies erklärt die vergleichsweise niedrigen Faserwirksamkeiten der Probekörper mit hohen Fasergehalten und bestätigt zudem die Modellvorstellung von Voo und Foster [Voo03], nach der sich die Verbundverhältnisse mit zunehmendem Fasergehalt durch gegenseitige Beeinflussung der Fasern verschlechtern (geringe Faserabstände). Das Spannungs-Rissöffnungs-Verhalten kann daher nur bedingt durch das mechanische Modell nachvollzogen werden.

Bei Steigerung der Belastung war im Bereich der 5 mm breiten Kerben eine von den Kerbenrändern ausgehende Mehrfachrissbildung (bis zu 3 Risse) mit den für Faserbeton typischen Rissverläufen zu beobachten (Bild 4.8), die sich erst mit beginnender Entfestigung, teilweise durch Ausbrechen der Matrix, zu einem einzigen, sich öffnenden Riss vereinten. Insofern handelt sich bei den experimentell für die Phase der Faseraktivierung ermittelten Verläufen nicht um Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen im streng mechanischen Sinn.

Die Auswirkungen einer Mehrfachrissbildung auf das Trag- und Verformungs-Verhalten des faserbewehrten UHPC werden in Abschnitt 4.6 behandelt.

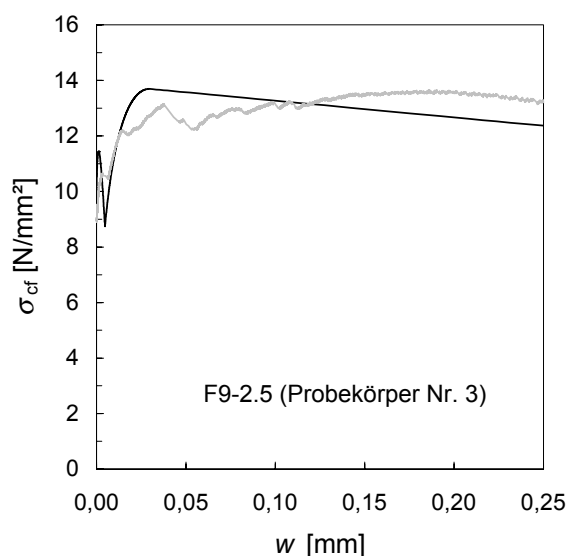


Bild 4.51 Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung eines Prismas der Serie F9-2.5 (grau)
– Vergleich mit dem mechanischen Modell (schwarz) nach den Gleichungen (4.54) und (4.55)

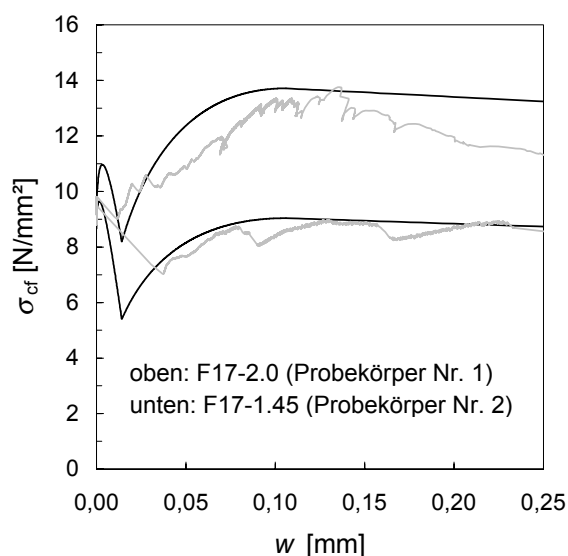


Bild 4.52 Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen der Serien F17-1.45 und F17-2.0 (grau)
– Vergleich mit dem mechanischen Modell (schwarz) nach den Gleichungen (4.54) und (4.55)

Entfestigung (Faserauszug)

In den Bildern 4.53 und 4.54 sind die für einige der untersuchten Prüfkörper erhaltenen charakteristischen Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen bis zur vollständigen Trennung der Rissflächen dargestellt. Während für die 9 mm langen Fasern, insbesondere bei niedrigem Fasergehalt (0,9 Vol.-%), die Phase des Auszugs recht gut durch Gleichung (4.55) beschrieben werden kann (Bild 4.53), ist die initiale Entfestigung der mit 17 mm langen Fasern bewehrten Prüfkörper sehr viel ausgeprägter als das mechanische Modell erwarten lässt. Der Verlauf des abfallenden Astes ist dabei für die 17 mm langen Fasern nahezu unabhängig vom Fasergehalt bzw. der Faserwirksamkeit. Aufgrund der rechnerisch bis zur Zugfestigkeit ausgenutzten, sehr schlanken Fasern ($\lambda = 113$) könnte vereinzelt Reißen der länger einbindenden Fasern vermutet werden (vgl. 4.5.4.1). Dies wurde bei der Untersuchung der Rissflächen jedoch nicht offensichtlich.

Jungwirth [Jun06] beobachtet in seinen Versuchen an Grobkorn-UHPC (CERACEM[®], Größtkorn 7 mm) ein ähnliches Verhalten. Die von ihm eingesetzten Fasern (Länge 20 mm, Durchmesser 0,3 mm) weisen mit $\lambda = 67$ eine relativ geringe Schlankheit auf, besitzen

andererseits aber auch eine deutlich niedrigere Zugfestigkeit (ca. 1250 N/mm^2), so dass sich hinsichtlich der Ausnutzung der Fasern etwa die gleichen Verhältnisse wie für die in den eigenen Versuchen eingesetzten, 17 mm langen Fasern ergeben.

Jungwirth erklärt die Diskrepanz zwischen Versuch und Modell im Sinne des Schädigungsmodells von *Voo* und *Foster* [Voo03] mit der Verschlechterung der Verbundverhältnisse durch die gegenseitige Beeinflussung der Fasern bei hohen Fasergehalten (vgl. Abschnitt Faserwirksamkeit). Er sieht zudem die tatsächlich unterschiedlich großen Haft- und Reibverbundspannungen nicht angemessen in seinem mechanischen Modell (starr-plastisches Verbundgesetz) berücksichtigt.

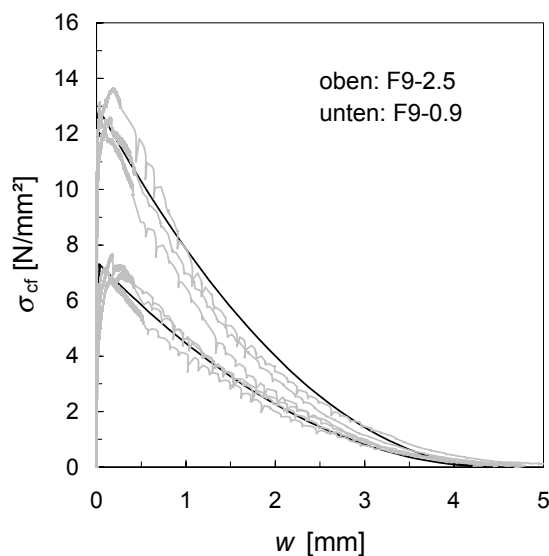


Bild 4.53 Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen der Serien F9-0.9 und F9-2.5 (grau) – Vergleich mit dem mechanischen Modell (schwarz) nach Gleichung (4.55)

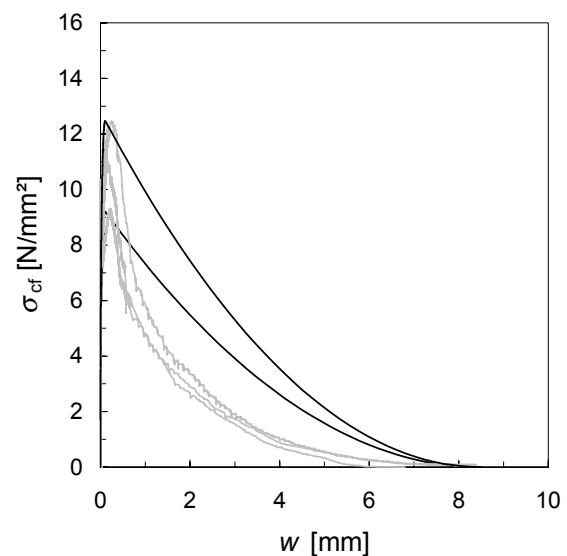


Bild 4.54 Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen der Serien F17-0.9, F17-1.45 und F17-2.0 (grau) – Vergleich mit dem mechanischen Modell (schwarz) nach Gleichungen (4.55)

Weiterhin gilt es zu bedenken, dass bei geneigt zur Zugrichtung verlaufenden Fasern die an der Austrittsstelle auf die Matrix wirkenden Umlenkkräfte mit zunehmender Faserlänge (und zunehmendem Faserdurchmesser) größer werden. Für die 17 mm langen Fasern erhöht sich also die Gefahr, dass bereits vor der vollständigen Faseraktivierung die Matrix abplatzt und die betreffende Faser für die Zugkraftübertragung (partiell) ausfällt. Hinzu kommt die höhere Wahrscheinlichkeit einer ungleichmäßigen Faserverteilung bzw. Igelbildung für höhere Fasergehalte und größere Faserschlantheiten. Letzteres erklärt zugleich die größere Streuung der Faserwirksamkeitsbeiwerte der mit 17 mm langen Fasern bewehrten Prüfkörper.

Um das experimentell erhaltene Entfestigungsverhalten zutreffender durch das mechanische Modell zu beschreiben, schlägt *Jungwirth* für den Faserauszug einen hyperbolischen Zusammenhang nach Gleichung (4.69) vor. Die parametrisierte Form (Parameter a , b und c) dieses empirischen Ansatzes erlaubt die Anpassung an das Rissöffnungsverhalten eines beliebig faserbewehrten UHPC. Alternativ wäre auch die Einführung eines in Abhängigkeit der Rissöffnung veränderlichen Faserwirksamkeits- bzw. Schädigungsbeiwerts g (vgl. Abschnitt 4.5.2.3) denkbar.

$$\sigma_{cf}(w) = \sigma_{cf0} \cdot \left(\frac{a}{\eta - b} + c \right) \quad (4.69)$$

$$\text{mit} \quad \eta(w) = \frac{w}{\frac{l_f}{2} - w_0} \quad (4.70)$$

Da der Spannungs-Rissöffnungs-Zusammenhang auch in der Faserauszugsphase in dem für die Rissbreitenbegrenzung relevanten Verformungsbereich (Gebrauchszustand) mit den in Abschnitt 4.5 entwickelten Beziehungen noch zutreffend beschrieben werden kann (vgl. Bilder 4.48, 4.49, 4.51 und 4.52), wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit auf eine entsprechende Modifikation verzichtet.

4.5.4.3 Zusammenfassung

In Versuchen wurden die Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen von faserbewehrtem Feinkorn-UHPC für verschiedene Faserbetonmischungen ermittelt.

Wie die Ergebnisse zeigen, wächst die Wirksamkeit der untersuchten Faserbetonmischungen mit steigendem Fasergehalt nur unterproportional an. Offensichtlich ist die gegenseitige Beeinflussung der Fasern in ihrem Ausziehverhalten ursächlich für diesen Effekt. Weiterhin beeinflusst die erschwerte Verarbeitbarkeit der Faserbetonmischung (geringere Fließfähigkeit) bei hohen Fasergehalten die Faserorientierung im Frischbeton und die Homogenität der Faserverteilung (Igelbildung). Dies gilt besonders für sehr schlanke Fasern. Da die Ausziehkraft für größere Einbindetiefen zunimmt, erhöht sich bei nicht senkrecht zur Rissebene verlaufenden Fasern zudem die Gefahr, dass es vor der vollständigen Faseraktivierung zum Absprengen der Matrix im Bereich des Faseraustritts kommt. Entsprechend steigt die Faserwirksamkeit nicht in dem rechnerisch zu erwartenden Maße, wenn bei gleichem Fasergehalt anstelle von 9 mm langen Fasern 17 mm lange Fasern eingesetzt werden. Die gegenseitige Beeinflussung der Fasern und die Schädigung der Betonmatrix haben insbesondere bei den 17 mm langen Fasern eine sehr rasche Entfestigung zur Folge.

Durch Nachrechnung der Versuche konnte das zuvor hergeleitete mechanische Modell in den Phasen der Rissentstehung und der Faseraktivierung weitgehend bestätigt werden. Bei den 9 mm langen Fasern gilt dies auch für die Phase des Faserauszugs. Wie sich zeigte, hat die über den Querschnitt ungleichmäßige Rissöffnung maßgeblichen Einfluss auf die experimentell erhaltenen Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen. Hierdurch ergibt sich unmittelbar nach der Rissentstehung ein steiferes, für größere Rissöffnungen, nahe der maximalen Faserbetonspannung, hingegen ein weiches Verhalten als bei ideal-zentrischer Rissöffnung.

Bei den höheren Fasergehalten war es nicht möglich, während der Faseraktivierung eine Mehrfachrissbildung im Kerbbereich zu vermeiden. Mechanische Modelle zur Beschreibung der Mehrfachrissbildung bzw. zur Begründung einer Spannungs-Dehnungs-Beziehung des faserbewehrten UHPC werden im folgenden Abschnitt vorgestellt.

4.6 Mehrfachrissansätze

4.6.1 Allgemeines

In Abschnitt 4.5 wurde das Spannungs-Rissöffnungs-Verhalten des Faserbetons analytisch und experimentell untersucht. Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen eignen sich als konstitutive Beziehung insbesondere bei entfestigendem Verhalten mit Lokalisierung der Verformungen in einem Riss.

Wegen der guten Verbundbedingungen weisen ultrahochfeste Betone bei hohen Fasergehalten in der Regel ein verfestigendes Verhalten mit ausgeprägter Mehrfachrissbildung auf. Bei homogenen Faserbetonmischungen und gegenüber der Erstrissspannung hohen Faserwirksamkeiten ergeben sich sehr kleine Rissabstände, so dass eine einzelne Faser durchaus mehrere Risse durchlaufen kann. Dies ließ sich beispielsweise bei den in Abschnitt 4.5.4 beschriebenen Versuchen für hohe wirksame Fasergehalte innerhalb des Kerbbereichs beobachten. Wegen der gegenseitigen Beeinflussung der Krafteinleitungsbereiche kann in einem solchen Fall das in Abschnitt 4.5 abgeleitete, für einen Einzelriss gültige mechanische Modell nicht mehr uneingeschränkt angewendet werden.

Einige Arbeiten, die sich mit der Mehrfachrissbildung von Faserbeton beschäftigen und dabei die mechanischen Zusammenhänge mehr oder weniger realistisch berücksichtigen, sollen im Folgenden vorgestellt und diskutiert werden. Anschließend wird eine auf Vereinfachungen basierende Erweiterung der in Abschnitt 4.5 formulierten Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung vorgeschlagen, mit der sich die aus der Mehrfachrissbildung resultierenden Effekte näherungsweise erfassen lassen.

4.6.2 ACK-Theorie von Aveston et al.

Erste theoretische Überlegungen zur Mehrfachrissbildung auf der Basis des Reibverbundes zwischen Faser und Matrix wurden von *Aveston, Cooper und Kelly* im Jahre 1971 angestellt [Ave71]. Ihrem Modell liegt eine Matrix zugrunde, die mit unendlich langen, parallel zur Belastungsrichtung angeordneten Fasern bewehrt ist. Die Verbundspannung zwischen Faser und umgebender Matrix wird dabei unabhängig von der Relativverschiebung als konstant angenommen (starr-plastisches Verbundgesetz).

Der Erstriss unter Zugbeanspruchung tritt auf, wenn entweder die Bruchdehnung der Matrix oder die kritische Dehnung nach Gleichung (4.65) erreicht wird. Der größere Wert ist maßgebend. Da Versagen durch Herausziehen aus der Matrix wegen der unendlich angenommenen Länge der Fasern ausgeschlossen ist, kommt es bei ausreichend großer Festigkeit der Fasern zu einer Mehrfachrissbildung. Die Matrix wird dabei durch parallele Risse mit einem Abstand zwischen der einfachen und der doppelten Lasteinleitungslänge x' der Fasern geteilt (Bild 4.55, vgl. auch Einzelrissbildung bei Stahlbeton, Abschnitt 3.4.3).

$$x' = \frac{1 - \rho_f}{\rho_f} \cdot \frac{\sigma_{mu} \cdot d_f}{4 \cdot \tau_{fm}} \quad (4.71)$$

mit	τ_{fm}	mittlere Verbundspannung
	ρ_f	Fasergehalt
	d_f	Faserdurchmesser
	σ_{mu}	Rissspannung des Faserverbundwerkstoffs

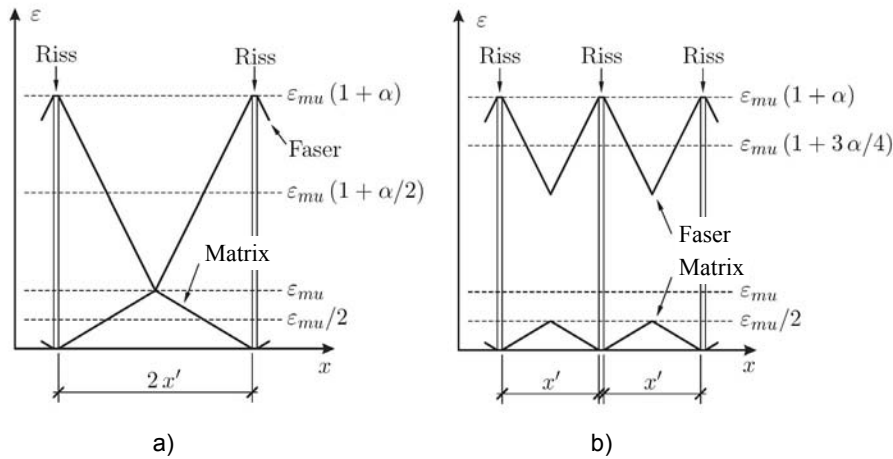


Bild 4.55 Dehnungsverläufe der Fasern und der Matrix bei Einzelrissbildung für die Rissabstände $2x'$ (a) und x' (b) (aus [Jes04])

Die Gesamtdehnung bei abgeschlossener Rissbildung ϵ_{mc} ergibt sich nach Bild 4.56 zu

$$\epsilon_{mu} \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{2}\right) \leq \epsilon_{mc} \leq \epsilon_{mu} \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot \alpha}{4}\right) \quad (4.72)$$

$$\text{mit } \alpha = \frac{E_m \cdot (1 - \rho_f)}{E_f \cdot \rho_f} \quad (4.73)$$

E_f Elastizitätsmodul des Faserwerkstoffs
 E_m Elastizitätsmodul der Matrix

Wird die Belastung darüber hinaus weiter gesteigert, führt dies nur noch zu einer Zunahme der Dehnung der Fasern bis schließlich in einem Riss die Bruchdehnung des Fasermaterials ϵ_{fu} erreicht wird. Verhalten sich die Fasern bis zum Bruch rein elastisch, kann die Bruchdehnung des Verbundwerkstoffs nach Bild 4.56 wie folgt angegeben werden:

$$\epsilon_{fu} - \frac{\alpha \cdot \epsilon_{mu}}{2} \leq \epsilon_{cu} \leq \epsilon_{fu} - \frac{\alpha \cdot \epsilon_{mu}}{4} \quad (4.74)$$

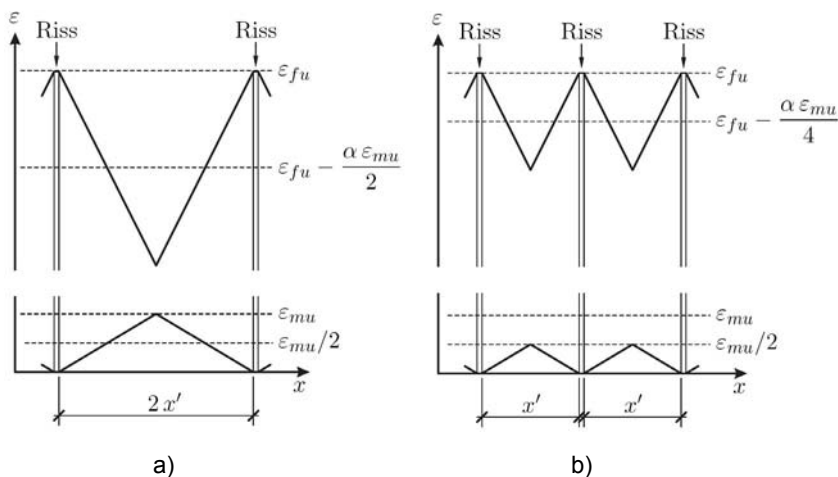


Bild 4.56 Dehnungsverläufe der Fasern und der Matrix bei Erreichen des Bruchzustandes für die Rissabstände $2x'$ (a) und x' (b) (aus [Jes04])

Aus den Dehnungswerten nach den Gleichungen (4.65), (4.72) und (4.74) kann schließlich das Spannungs-Dehnungs-Diagramm eines Faserverbundwerkstoffs mit kontinuierlichen, zur Krafrichtung parallelen Fasern abgeleitet werden (Bild 4.57).

Wegen der unendlich angenommenen Faserlänge entspricht das Last-Verformungs-Verhalten im Wesentlichen dem eines Stahlbetonzugstabs. Das Modell kann daher nicht auf Faserverbundwerkstoffe angewendet werden, bei denen nicht Reißen, sondern Herausziehen der Fasern aus der Matrix das Versagen bestimmt.

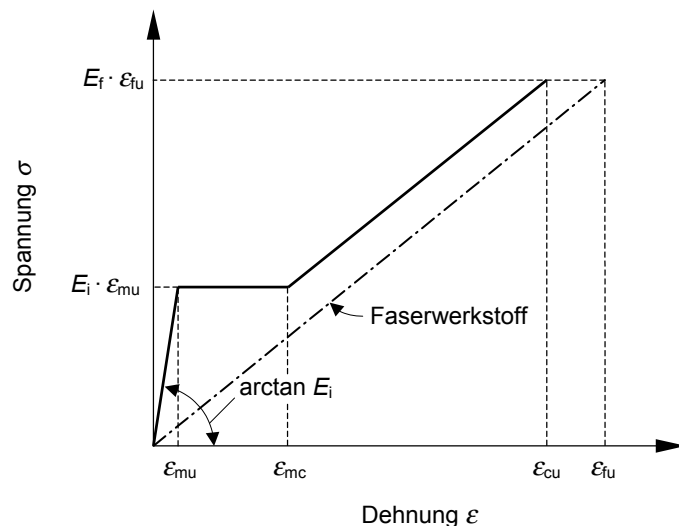


Bild 4.57 Qualitativer Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Linie eines Faserverbundwerkstoffs mit kontinuierlichen, zur Krafrichtung parallelen Fasern

4.6.3 Energieansatz von Tjiptobroto und Hansen

Tjiptobroto und Hansen [Tji93a] erweitern auf der Grundlage energetischer Betrachtungen die ACK-Theorie von Aveston et al. [Ave71] auf zementgebundene Verbundwerkstoffe mit diskontinuierlich verteilten, zufällig orientierten Fasern. Für ihre Berechnungen verwenden auch sie ein starr-plastisches Verbundgesetz.

Das Modell beruht auf der Überlegung, dass bei einer Mehrfachrissbildung die Energie E_{1-2} , die zur Öffnung eines existierenden Mikrorisses (Erstriss, entspricht Nr. 1 in Bild 4.58) erforderlich ist, größer ist als die Energie E_2, E_3, \dots, E_n , die zur Bildung eines neuen Mikrorisses (Risse Nr. 2 und 3 in Bild 4.58) benötigt wird (vgl. Abschnitt 4.2.2.3).

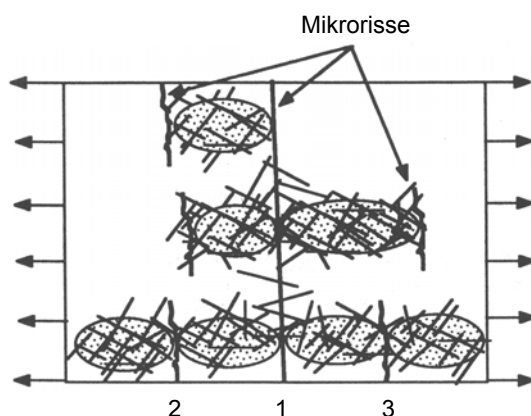


Bild 4.58 Mehrfachrissbildung in faserbewehrten Verbundwerkstoffen nach Tjiptobroto und Hansen [Tji93]

Die Energie E_{1-2} , die zur Öffnung eines existierenden Mikrorisses erforderlich ist, bestimmen *Tjiptobroto* und *Hansen* nach Gleichung (4.75) aus der Dehnenergie der Fasern, der Reibenergie bei Faserauszug und der Energie infolge Faserablösung (*Debonding*).

$$E_{1-2} = \Delta U_{f-mc} + \Delta U_{fr} + U_{db} \quad (4.75)$$

mit ΔU_{f-mc} Anstieg der Dehnenergie der rissüberbrückenden Faser im Stadium der Mehrfachrissbildung
 ΔU_{fr} Reibenergie, die aufgrund des Faserschlupfs absorbiert wird
 U_{db} die zur Zerstörung des elastischen Verbundes in der Kontaktzone zwischen Faser und Matrix (*Interfacial Transition Zone*) benötigte Energie

Die Energie E_2 , E_3 , ..., E_n , die zur Bildung eines neuen bzw. jedes weiteren Mikrorisses benötigt wird, ergibt sich nach Gleichung (4.76) aus der Bruchenergie der Matrix sowie der Dehnenergien der Fasern und der Matrix. Die Streuung der Matrixfestigkeit und der Faserverteilung bleibt dabei unberücksichtigt.

$$E_2 \approx E_3 \approx E_n \approx G_F \cdot (1 - \rho_f) + \Delta U_{f-mu} - \Delta U_m \quad (4.76)$$

mit G_F Bruchenergie der Matrix
 ρ_f Fasergehalt
 ΔU_{f-mu} Anstieg der Dehnenergie der rissüberbrückenden Faser beim Übergang vom ungerissenen in den gerissenen Zustand
 ΔU_m Rückgang der Dehnenergie der Matrix infolge Entfestigung

Der Rissbildungsprozess (Phase II in Bild 4.59) setzt sich so lange fort, bis die Summe aus E_2 , E_3 , ..., E_{n+1} größer ist als E_{1-2} . Die Mehrfachrissbildung endet dann mit dem n -ten Riss. Die weitere Verformung lokalisiert sich in der Phase der Entfestigung (Phase III in Bild 4.59) ausschließlich im Erstriss. Die Risse 2 bis n werden gemäß dem vorgeschlagenen Modell nur erzeugt, aber nicht geöffnet. Diese These stützt sich auf Beobachtungen in Biegezugversuchen, wonach der das Versagen einleitende Riss erst nahe der Bruchlast sichtbar wurde. Dabei fehlen jedoch Angaben zur Breite der nicht sichtbaren „Mikrorisse“.

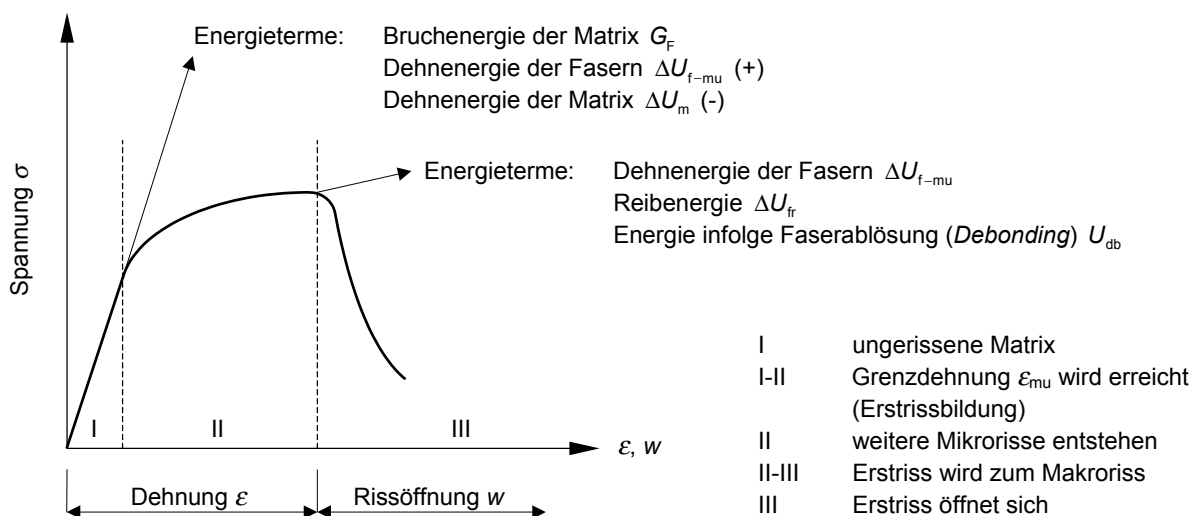


Bild 4.59 Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Faserverbundwerkstoffs bei Mehrfachrissbildung [Tji93a]

Ebenfalls auf der Grundlage energetischer Betrachtungen ermitteln *Tjiptobroto* und *Hansen* [Tji93b] in zwei Rechenschritten überschlägig die elastische Dehnung ε_{mu} des Faserbetons bei Erstrissbildung (Übergang von Phase I zu Phase II in Bild 4.59).

Im ersten Schritt wird die Lasteinleitungslänge l_{ef} zunächst gleich der halben Faserlänge angenommen. Auf diese Weise wird als Näherung die Dehnung $\varepsilon_{\text{mu}}^*$ nach Gleichung (4.77) erhalten.

$$\varepsilon_{\text{mu}}^* \approx \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma_{\text{m}} \cdot (1 - \rho_{\text{f}})}{\left[\frac{3}{4} \cdot E_{\text{i}} - \frac{7}{24} \cdot E_{\text{f}} \cdot \rho_{\text{f,eff}} \cdot (1 + \alpha) \right] \cdot \alpha \cdot l_{\text{f}}}} \quad (4.77)$$

$$\text{mit} \quad \alpha = \frac{E_{\text{m}} \cdot (1 - \rho_{\text{f}})}{E_{\text{f}} \cdot \rho_{\text{f}}} \quad (4.78)$$

γ_{m}	Oberflächenenergie der Matrix
E_{f}	Elastizitätsmodul des Faserwerkstoffs
ρ_{f}	Fasergehalt
$\rho_{\text{f,eff}}$	in Zugrichtung wirksamer Fasergehalt
E_{m}	Elastizitätsmodul der Matrix
E_{i}	ideeller Elastizitätsmodul nach Gleichung (4.66)

Mit Hilfe von $\varepsilon_{\text{mu}}^*$ wird anschließend die tatsächliche Lasteinleitungslänge l_{ef} nach Gleichung (4.79) und hieraus das Verhältnis der tatsächlichen Lasteinleitungslänge zur halben Faserlänge nach Gleichung (4.80) berechnet.

$$l_{\text{ef}} = \frac{d_{\text{f}} \cdot \varepsilon_{\text{mu}}^* \cdot (1 + \alpha) \cdot E_{\text{f}}}{4 \cdot \tau_{\text{fm}}} \quad (4.79)$$

und

$$\beta = \frac{l_{\text{ef}}}{l_{\text{f}}/2} \quad (4.80)$$

In einem zweiten Schritt kann dann die endgültige Dehnung ε_{mu} des Faserverbundwerkstoffs bei Erstrissbildung nach Gleichung (4.81) abgeschätzt werden.

$$\varepsilon_{\text{mu}} \approx \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma_{\text{m}} \cdot (1 - \rho_{\text{f}})}{\left[\frac{3}{4} \cdot E_{\text{i}} - \frac{7}{24} \cdot E_{\text{f}} \cdot \rho_{\text{f,eff}} \cdot (1 + \alpha) \right] \cdot \alpha \cdot \beta \cdot l_{\text{f}}}} \quad (4.81)$$

Die Vorgänge in der Phase II in Bild 4.59 werden von *Tjiptobroto* und *Hansen* nur deskriptiv behandelt. Somit fehlen in dieser Arbeit mechanische Ansätze, wie sie zur Bestimmung von Dehnungswerten oder Rissbreiten benötigt würden.

4.6.4 Mechanisches Modell von Kullaa

Kullaa [Kul98] untersucht analytisch das mechanische Verhalten von Faserverbundwerkstoffen mit spröder Matrix. Sein Rechenmodell basiert auf der Betrachtung einer Einzelfaser mit beliebiger Orientierung im Raum, die durch einen oder mehrere Risse verläuft (Bild 4.60).

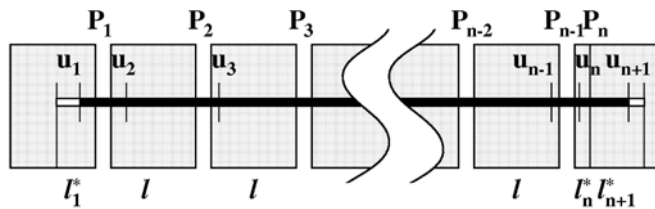


Bild 4.60 Modell einer Einzelfaser, die mehrere Risse durchläuft [Kul98]

Infolge Interaktion mit der Matrix (Verbundwirkung) und den umgebenden Fasern kann die Kraft der Einzelfaser an benachbarten Rissen unterschiedlich groß werden. Für diesen Fall ist das Gleichgewicht bei nur einer betrachteten Faser nicht erfüllt. *Kullaa* führt daher ein fiktives Zwei-Faser-System (Bild 4.61b) ein, bei dem die zweite Faser alle, die erste Faser umgebenden Fasern repräsentiert (Bild 4.61a). Die zweite Faser wird zur Vereinfachung spiegelbildlich zur ersten Faser angenommen.

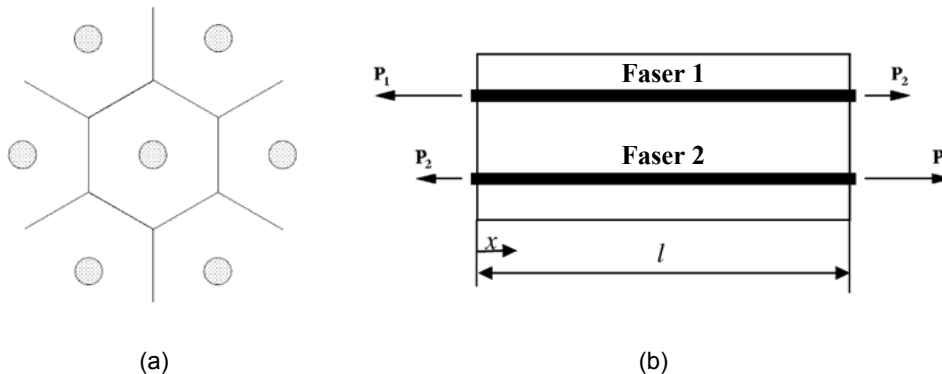


Bild 4.61 Fiktives Zwei-Faser-System nach *Kullaa* [Kul98]

- a) von mehreren Fasern umgebene Einzelfaser (hier: hexagonale Faseranordnung)
- b) Rechenmodell

Die Relativverformungen der Einzelfaser auf der linken (Δ_i^l) bzw. rechten (Δ_i^r) Seite eines Risses i werden ausgedrückt durch die Relativverschiebung der Faser an einer beliebigen Stelle innerhalb eines Zwischenrisselements, dem Schlupf, gemessen von dieser Stelle bis zum Rissufer und der elastischen Dehnung der Faser im Riss. Als Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung wird das ideal-elastisch-abgetrepppt-ideal-plastische Verbundgesetz von *Naaman et al.* [Naa91] nach Bild 4.15 angewendet.

Aus Gründen der Verträglichkeit werden in der Verfestigungsphase des Faserbetons alle Rissbreiten als gleich groß angenommen, während sich in der Entfestigungsphase nur ein Riss weiter öffnet und sich die übrigen Risse schließen. Die Breite des Risses i ergibt sich dabei aus den Relativverschiebungen zu beiden Seiten dieses Risses.

$$w_i = \Delta_i^l - \Delta_i^r \quad (4.82)$$

Im Falle des Faserauszugs sind neben den Faserkräften P_i im Riss auch die Starrkörperbewegungen u_i der Zwischenrisselemente unbekannt (Bild 4.60). Für diesen Fall werden Nebenbedingungen formuliert.

Da die Faserkraft im Riss nahe des Faserendes auch von der folgenden (Nachbar-)Faser mitbestimmt wird, ist die Anzahl der zu lösenden Gleichungen theoretisch unendlich (unendliche Anzahl Risse bei unendlich langem Probekörper). *Kullaa* nimmt daher bei seinem Modell die Zwischenrisselemente, bei denen die Faser nicht über die Mitte des Elements hinausreicht (Randelemente), vereinfachend als unabhängig von den angrenzenden Fasern an. Er erhält schließlich ein Gleichungssystem mit ein bzw. zwei Gleichungen je Riss, mit dem die unbekannten Größen P_i und u_i berechnet werden können. Aus diesen wiederum lassen sich die Spannungsverläufe der Faser und der Matrix sowie die Verbundspannungsverläufe in der Kontaktzone zwischen Faser und Matrix ermitteln.

Auf der Grundlage der Ergebnisse der Einzelfaser entwickelt *Kullaa* für den Fall der Mehrfachrissbildung ein komplexes makromechanisches Modell zur Beschreibung des Trag- und Verformungs-Verhaltens des Faserverbundwerkstoffs. Statistische Parameter sind die Faserorientierung und die Faserverteilung. Für verschiedene Faserkonfigurationen wird jeweils eine eigene Berechnung am fiktiven Zwei-Faser-System durchgeführt. Dabei wird auch der Einfluss der Faserorientierung auf das Ausziehverhalten und auf die Anzahl der von einer Faser durchlaufenen Risse sowie mögliches Faserreißen berücksichtigt.

Durch Mittelung der Einzelergebnisse wird schließlich die Spannungs-Dehnungs- bzw. Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung des Faserverbundwerkstoffs erhalten.

4.6.5 Mechanisches Modell von *Jungwirth*

Jungwirth [Jun06] unterteilt sein mechanisches Modell zur Beschreibung des Zugtragverhaltens faserbewehrter UHPC-Bauteile in die Phasen der initialen Rissbildung, der Multirissbildung, der Rissstabilisierung und der Risslokalisierung.

Wegen der höheren Sprödigkeit kann nach *Jungwirth* die von normalfesten Betonen bekannte, allmähliche Abnahme der Betonzugspannungen bei der Rissöffnung bei ultrahochfesten Betonmatrizen nicht beobachtet werden. Eine Interaktion zwischen der sich entfestigenden Betonmatrix und den aktivierten Fasern wird deshalb ausgeschlossen. Zur initialen Rissbildung kommt es, wenn die Zugfestigkeit der Matrix $f_{ct,m}$ erreicht wird. Da die Faserauszugfestigkeit der rissüberbrückenden Fasern bei großen Fasergehalten höher als die Festigkeit der Matrix ist, kommt es im Anschluss an den Erstriss zu einer Mehrfachrissbildung, die von *Jungwirth* als „multiple Mesorissbildung“ bezeichnet wird (Bild 4.62b). Die Lasteinleitungslänge der Fasern wird dabei unabhängig von der tatsächlich auftretenden Beanspruchung gleich der halben Faserlänge angenommen.

Auf diese Weise ergeben sich der minimale und der maximale Rissabstand zu

$$s_{r,min} = \frac{l_f}{2} \quad (4.83a)$$

bzw.

$$s_{r,max} = l_f \quad (4.83b)$$

Der mittlere Rissabstand wird durch Mittelwertbildung zu

$$s_r = \frac{3}{4} \cdot l_f \quad (4.84)$$

erhalten. Ein Einfluss des Verbundverhaltens auf die Rissabstände, wie er den in Abschnitt 4.4 abgeleiteten Beziehungen zugrunde liegt, wird dabei ausdrücklich ausgeschlossen. Die Anzahl der auftretenden Risse n_r kann unter dieser Voraussetzung für ein Zugglied der Länge l_{elmt} wie folgt bestimmt werden:

$$n_r = \frac{4 \cdot l_{\text{elmt}}}{3 \cdot l_f} \quad (4.85)$$

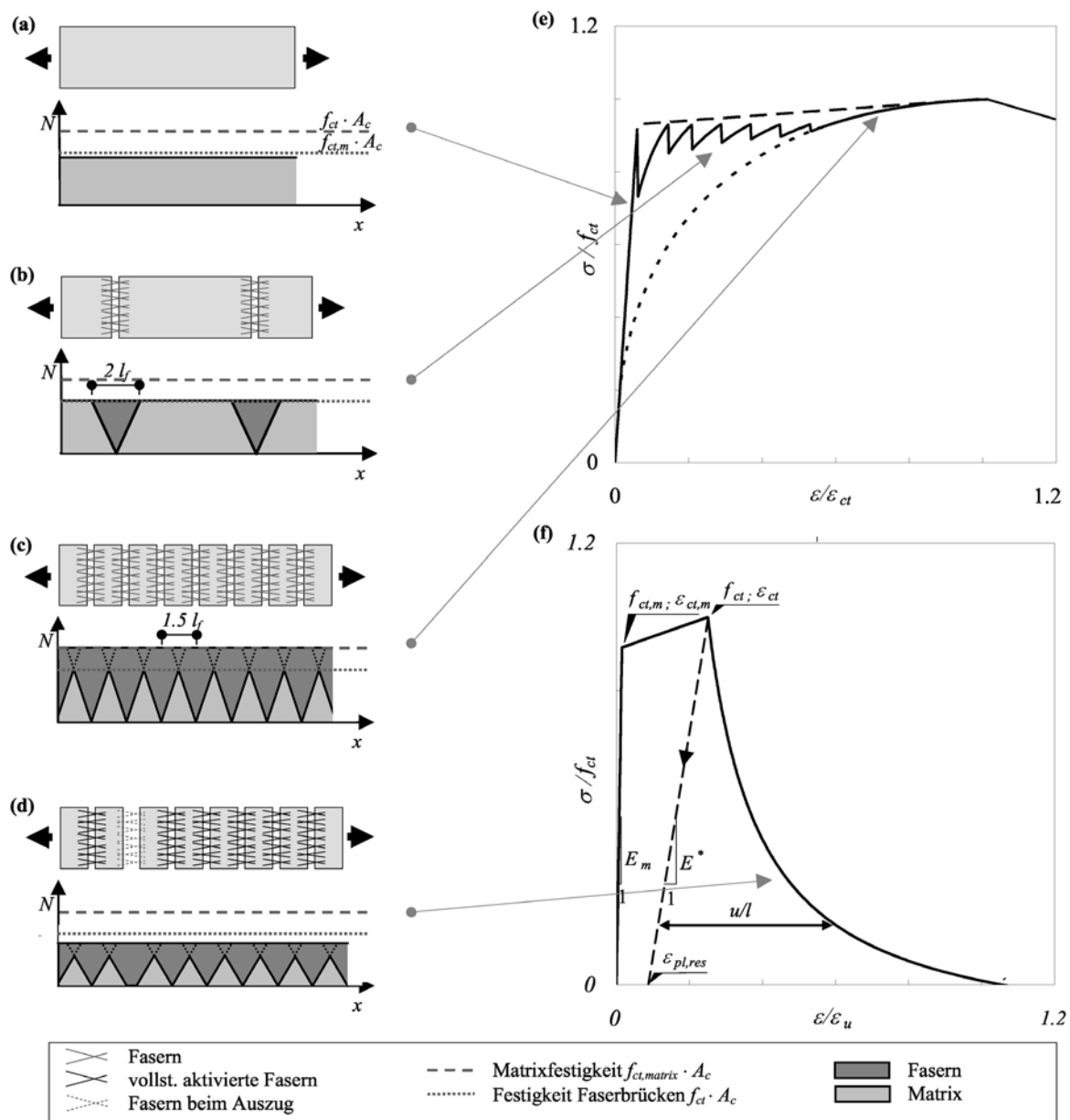


Bild 4.62 Mehrfachrissbildung eines UHPC-Zugelements [Jun06]

- | | |
|------------------------|--|
| a) ungerissene Matrix | d) Risslokalisierung |
| b) Mehrfachrissbildung | e) Modell der Aktivierungsphase |
| c) Rissstabilisierung | f) Modell der entfestigenden Rissöffnungsphase |

Haben sich alle Risse ausgebildet (Rissstabilisierung), werden bei Laststeigerung die rissüberbrückenden Fasern weiter aktiviert, bis schließlich in einem Riss die Faserwirksamkeit (f_{ct}) erreicht wird (Bild 4.62c). Die elastische Verformung des Faserbetons kann für diesen Zustand nach Gleichung (4.86) berechnet werden.

$$\varepsilon_{ct} = \frac{n_r \cdot u_{ct}}{l_{elmt}} + \frac{f_{ct,m}}{k \cdot E_m} \quad (4.86)$$

mit	u_{ct}	Rissöffnung bei vollständiger Faseraktivierung
	$f_{ct,m}$	Zugfestigkeit der Matrix
	E_m	Elastizitätsmodul der Matrix
	k	Faktor zur Berücksichtigung des unregelmäßigen Verlaufs der Dehnung der Matrix ($1 < k < 2$)

Die Verknüpfung des Matrixverhaltens mit dem Rissöffnungsverhalten von n_r Rissen ist in Bild 4.62e veranschaulicht. Der Spannungsverlauf ergibt sich unter der Annahme, dass bei Erreichen der Matrixzugfestigkeit jeweils ein neuer Riss entsteht. Er kann zutreffend durch eine lineare Funktion approximiert werden (gestrichelte Linie in Bild 4.62e).

In der Phase der Entfestigung lokalisiert sich die weitere Verformung in einem einzigen Riss (Bild 4.62d). Dieser wird als Makroriss bezeichnet. Unter der Annahme eines linearen Entlastungsverhaltens des übrigen Bauteils mit dem Entlastungsmodul E^* und durch Überlagerung mit dem Entfestigungsverlauf nach Gleichung (4.69) erhält man schließlich die vollständige idealisierte Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Faserbetons (Bild 4.62f). Diese ist im abfallenden Ast an eine bestimmte Bauteillänge gebunden (maßstabsbehaftet).

Einige Punkte des Modells bedürfen einer kritischen Betrachtung. So stehen die Annahmen hinsichtlich des Entfestigungsverhaltens der Matrix insbesondere für den von *Jungwirth* untersuchten Grobkorn-UHPC in Widerspruch zu den Ergebnissen in [Ma03b]. Weiterhin ist die Lasteinleitungslänge bei Einzelrissbildung nur für den kritischen Fasergehalt gleich der halben Faserlänge. Die Aussagen zu Abständen und Anzahl der Risse nach den Gleichungen (4.83) bis (4.85) sind daher im Allgemeinen unzutreffend. Die Bestimmung der Dehnung ε_{ct} nach Gleichung (4.86) setzt hinsichtlich Matrixfestigkeit und Faserverteilung ein sehr homogenes Bauteil voraus. Da stets der schwächste Querschnitt für das Versagen maßgebend wird, handelt es sich bei ε_{ct} in Wirklichkeit um eine stochastische Größe, die neben der Herstellung auch von der Probengröße abhängt (Maßstabeffekt) [Wei39]. Mit anwachsender Bauteillänge und kleiner werdendem Querschnitt wird daher auch bei sehr hohen Fasergehalten ein rein entfestigendes Verhalten zunehmend wahrscheinlich.

4.6.6 Eigener Vorschlag zur näherungsweisen Berücksichtigung der Auswirkungen der Mehrfachrissbildung

Im Folgenden soll auf der Grundlage von Grenzbetrachtungen eine näherungsweise Berücksichtigung der Auswirkungen der Mehrfachrissbildung auf die in Abschnitt 4.5 für den Einzelriss abgeleitete Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung ermöglicht werden. Damit wird auch für Faserbetone mit verfestigendem Verhalten an der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung als konstitutiver Beziehung grundsätzlich festgehalten.

Durchläuft eine Faser mehrere Risse, so kann das Spannungs-Rissöffnungs-Verhalten auch dann noch mit den für den Einzelriss geltenden Beziehungen beschrieben werden, wenn mindestens eine der beiden folgenden Bedingungen eingehalten ist:

$$s_r \geq 2 \cdot l_{ef} \quad (4.87a)$$

oder

$$s_r \geq l_f / 2 \quad (4.87b)$$

mit l_{ef} Lasteinleitungslänge nach Gleichung (4.5) bzw. (4.14)

Gleichung (4.87a) formuliert das Kriterium für eine noch nicht abgeschlossene Einzelrissbildung bei mit kontinuierlichen Bewehrungselementen verstärkten Zuggliedern. Die zweite Bedingung nach Gleichung (4.87b) resultiert aus der Endlichkeit der eingesetzten Fasern.

Für parallele Fasern sind die beiden Grenzfälle anhand der entsprechenden Spannungsverläufe in Bild 4.63 qualitativ veranschaulicht. Aus Gründen der Einfachheit wurde in der Darstellung auf die Berücksichtigung der Einflüsse aus Schwinden verzichtet. Es wird deutlich, dass sich die Lasteinleitungsbereiche der Fasern an benachbarten Rissen gegenseitig noch nicht beeinflussen.

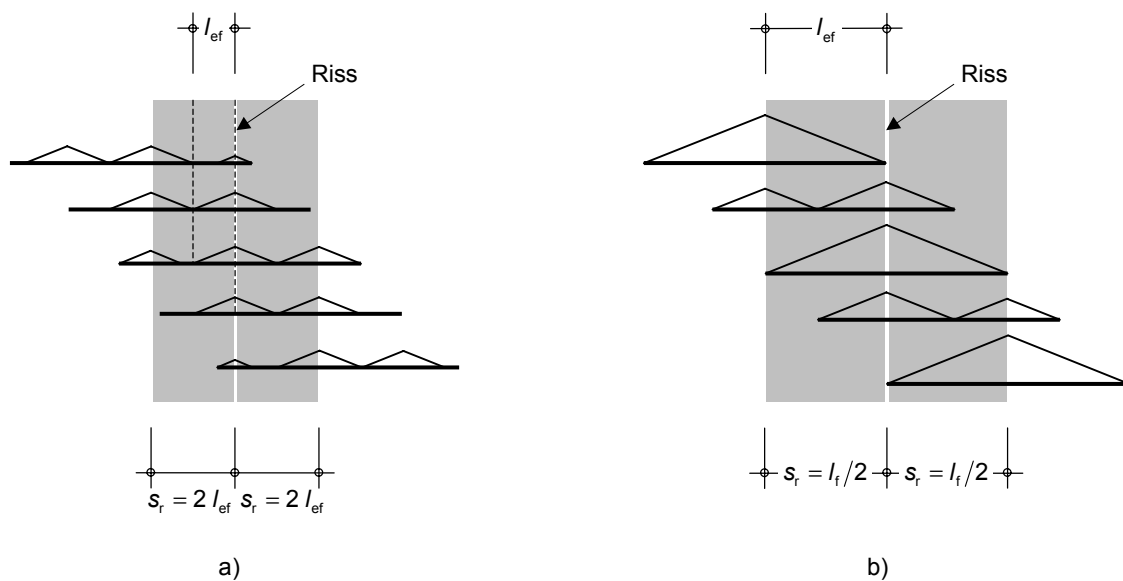


Bild 4.63 Spannungsverläufe über die Faserlängen

- a) für beliebige Faseraktivierung und $s_r = 2 \cdot l_{ef}$
- b) bei vollständiger Faseraktivierung und $s_r = l_f / 2$

Umgekehrt bedeutet dies, dass für $s_r < 2 \cdot l_{ef}$ und gleichzeitig $s_r < l_f / 2$ die in Abschnitt 4.5 für den Einzelriss abgeleiteten Beziehungen ihre Gültigkeit verlieren.

Für $s_r < l_f / 2$ zeigt Bild 4.64 qualitativ die Entwicklung des Spannungsverlaufs einer in Zugrichtung orientierten, mittig in einem der Risse liegenden Faser, wenn die Beanspruchung bis zur vollständigen Aktivierung gesteigert wird (Phasen 1 bis 3 in Bild 4.64). Zur Vereinfachung wurden alle Rissabstände als gleich groß angenommen.

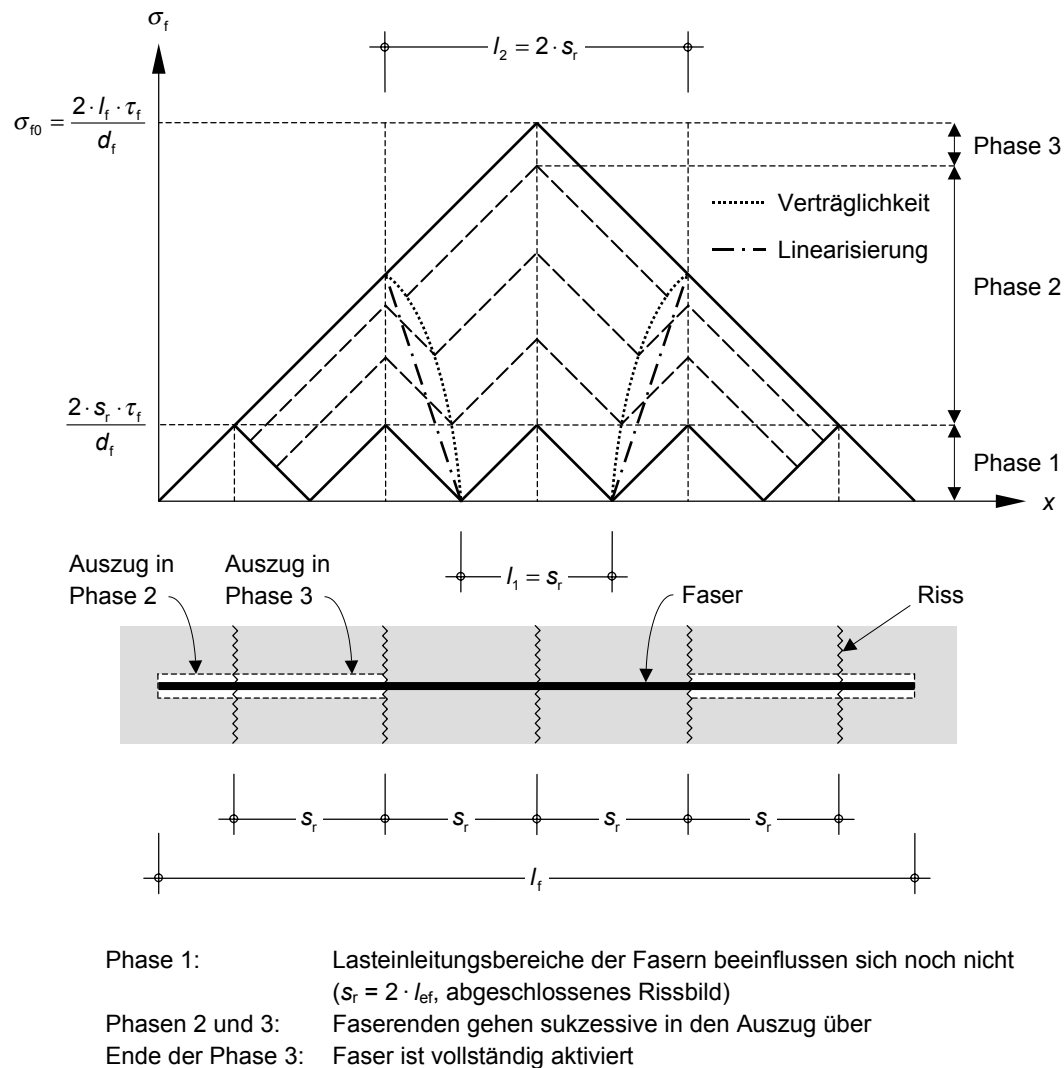


Bild 4.64 Entwicklung des Faserspannungsverlaufs (oben) und Übergang der Faser in den Auszug (unten), wenn die Belastung bis zur vollständigen Aktivierung gesteigert wird ($s_r < l_f/2$, Schwinden nicht berücksichtigt)

Die Rissbreiten können wie für einen Stahlbetonzugstab bei abgeschlossenem Rissbild aus dem mittleren Dehnungsunterschied zwischen Faser und Matrix im jeweiligen Einleitungsbereich links und rechts eines Risses berechnet werden. Bei annähernd homogener Faserverteilung müssen dabei alle Rissbreiten in Bild 4.64 etwa gleich groß sein. Wegen der Endlichkeit der Faser ergeben sich jedoch trotz gleich groß angenommener Rissabstände in allen Rissen unterschiedliche Faserspannungen und damit auch unterschiedliche Einleitungslängen, die unter Beachtung der Verträglichkeit der Verformungen (Gleichheit der Rissbreiten) ermittelt werden können (vgl. hierzu *Kullaa* [Kul98]). Da in den Randbereichen der Faser die Spannung nicht weiter gesteigert werden kann, muss, um Kompatibilität zu gewährleisten, die Faser dort bereits in den Auszug übergehen (Phase 2 in Bild 4.64). Die Rissbreite ergibt sich in diesem Fall aus der Summe der elastischen Dehnung und des Faserausziehwegs. Die Bereiche, in denen sich die Faser bereits im Auszug befindet, wachsen mit zunehmender Faseraktivierung von den Enden her an (Phase 3 in Bild 4.64). Gleichzeitig wird die Länge, über die der Dehnungsunterschied zwischen Faser und Matrix am mittleren Riss zu integrieren ist, größer und erreicht schließlich bei vollständiger Aktivierung der betrachteten Faser die Größe $l_2 = 2 \cdot s_r$. Dies entspricht genau der Länge des Faserabschnitts, der sich bis zur vollständigen Faseraktivierung noch nicht im Auszug befindet (Bild 4.64, unten).

Wird starr-plastisches Verbundverhalten unterstellt und der aus Last herrührende Verformungsanteil der Matrix wie bei der Herleitung in Abschnitt 4.5 vernachlässigt, so gilt für die Rissbreite bei Erreichen der Faserwirksamkeit $w_{\text{multi},0}$:

$$w_{\text{multi},0} = 2 \cdot s_r \cdot (\varepsilon_{\text{fm}} - \varepsilon_{\text{cm}}) = 2 \cdot \frac{s_r}{E_f} \cdot \left(\sigma_{f0} - \frac{2 \cdot s_r \cdot \tau_f}{d_f} \right) = \frac{4 \cdot \tau_f \cdot (l_f - s_r) \cdot s_r}{E_f \cdot d_f} \quad (4.88)$$

Damit ist die Rissbreite $w_{\text{multi},0}$ bei Mehrfachrissbildung in Abhängigkeit des Rissabstands kleiner als w_0 für einen Einzelriss nach Gleichung (4.35).

Bei beliebiger Faserspannung $\sigma_f < \sigma_{f0}$ in Bild 4.64 wird für die Ermittlung der Rissbreite die jeweilige Einleitungslänge benötigt, über die der Dehnungsunterschied zwischen Faser und Matrix zu beiden Seiten eines Risses zu integrieren ist. Diese kann entweder, wie in [Kul98], sehr aufwändig unter Beachtung der Kompatibilität berechnet oder wie hier vorgeschlagen wird, auf der Grundlage von Vereinfachungen abgeschätzt werden.

So ergibt sich unter der Annahme, dass die Rissbreite wie beim Einzelriss stellvertretend für eine mittig im Riss liegende Faser bestimmt werden kann, und dass die Länge des Einleitungsbereichs mit zunehmender Faseraktivierung näherungsweise linear von $l_1 = s_r$ auf $l_2 = 2 \cdot s_r$ anwächst (strichpunktierte Linie in Bild 4.64, oben), ein relativ einfacher Zusammenhang zwischen der Rissbreite und der Faserspannung im mittleren Riss.

$$w_{\text{multi}} = \kappa \cdot s_r \cdot (\varepsilon_{\text{fm}} - \varepsilon_{\text{cm}}) = \kappa \cdot \frac{s_r}{E_f} \cdot \left(\sigma_f - \frac{\kappa \cdot s_r \cdot \tau_f}{d_f} \right) \quad (4.89)$$

mit κ Beiwert zur Abschätzung der Länge der Einleitungsbereiche am mittleren Riss in Bild 4.64a (Linearisierung)

$$\kappa = 1 + \frac{\frac{\sigma_f \cdot d_f}{2 \cdot \tau_f} - s_r}{l_f - s_r} \quad (4.90)$$

σ_f Faserspannung im mittleren Riss

Unter Berücksichtigung des Einflusses des Schwindens erhält man:

$$w_{\text{multi}} = \kappa \cdot s_r \cdot (\varepsilon_{\text{fm}} - \varepsilon_{\text{cm}}) = \kappa \cdot \frac{s_r}{E_f} \cdot \left(\sigma_f - \frac{\kappa \cdot s_r \cdot \tau_f}{d_f} - \varepsilon_{\text{f,shr}}^* \cdot E_f \right) \quad (4.91)$$

mit κ Beiwert zur Abschätzung der Länge der Einleitungsbereiche am mittleren Riss in Bild 4.64a (Linearisierung)

$$\kappa = 1 + \frac{\left(\sigma_f - \varepsilon_{\text{f,shr}}^* \cdot E_f \right) \cdot d_f}{2 \cdot \tau_f} - s_r \leq 1,5 + \frac{\frac{\sigma_f \cdot d_f}{4 \cdot \tau_f} - 0,5 \cdot s_r}{l_f - s_r} \quad (4.92)$$

σ_f Faserspannung im mittleren Riss

Der Zusammenhang zwischen der Faserspannung einer mittig im Riss liegenden Faser und der mittleren Faserspannung im Riss (Berücksichtigung aller möglichen Faseranordnungen) kann in Näherung wieder durch die Gleichungen (4.32) bzw. (4.44) beschrieben werden. Da sich die größte Faserspannung bei Mehrfachrissbildung auch für eine außermittig im Riss

liegende Faser ergeben kann, ist die Anwendung im Sinne des Abschnitts 4.5 eigentlich nur für die Grenzfälle $s_r = 2 \cdot l_{ef}$ und bei vollständiger Faseraktivierung mechanisch korrekt.

In Abhängigkeit des Rissabstandes und des Fortschritts der Faseraktivierung kann die mittlere Fasertension im Riss nun entweder wie für einen Einzelriss nach Abschnitt 4.5, oder, wenn sich die Lasteinleitungsbereiche der Fasern gegenseitig beeinflussen, vereinfachend nach dem hier vorgeschlagenen Modell berechnet werden. Die Auswirkungen der Mehrfachrissbildung auf die Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung des Faserbetons, wie sie sich bei Anwendung der Näherungslösung ergeben, sind in Bild 4.65 für unterschiedliche Verhältnisse l_f/s_r dargestellt. Solange sich die Lasteinleitungsbereiche gegenseitig noch nicht beeinflussen, folgen die Verläufe jeweils der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung des Einzelrisses. Für sehr enge Rissabstände ergeben sich Abweichungen bereits für kleine mittlere Fasertensionen $\sigma_{fm,r}$.

Wie aus Bild 4.64a ersichtlich ist, werden durch die vorgenommene Linearisierung die Längen der Einleitungsbereiche und damit die Rissbreiten in der Phase der Faseraktivierung etwas überschätzt. Somit ergibt sich für die Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen bei Mehrfachrissbildung tatsächlich ein etwas steiferes Verhalten (völligerer Verlauf) als nach Bild 4.65. Die Rissbreiten bei Erreichen der Faserwirksamkeit $w_{multi,0}$ stimmen dagegen wieder mit dem vorgeschlagenen Modell überein.

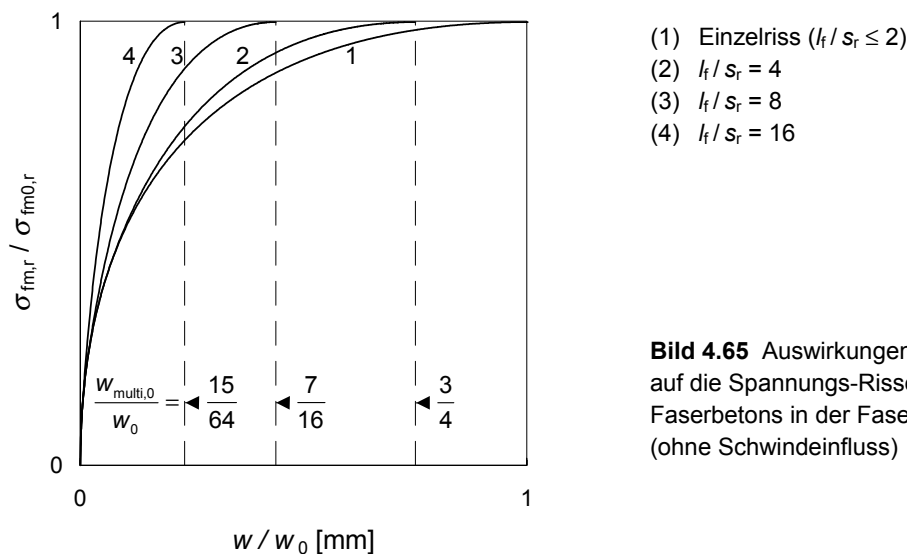


Bild 4.65 Auswirkungen der Mehrfachrissbildung auf die Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung des Faserbetons in der Faseraktivierungsphase (ohne Schwindeinfluss)

Als Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Faserbetons erhält man den von *Jungwirth* in Bild 4.62e angegeben qualitativen Verlauf. Dabei kann für unterschiedliche Verhältnisse l_f/s_r die theoretische maximale Dehnung des Faserbetons $\varepsilon_{ct,max}$ bei Erreichen der Faserwirksamkeit näherungsweise aus der Rissbreite $w_{multi,0}$ und aus dem Rissabstand bestimmt werden:

$$\varepsilon_{ct,max} = \frac{w_{multi,0}}{s_r} \quad (4.93)$$

Für die Grenzfälle $s_r = l_f/2$ (kritischer Fasergehalt) und $s_r \rightarrow 0$ (sehr hohe Faserwirksamkeit) erhält man mit Gleichung (4.88)

$$\varepsilon_{ct,max} = \frac{2 \cdot \tau_f \cdot l_f}{E_f \cdot d_f} \quad \text{für} \quad s_r = l_f/2 \text{ (kritischer Fasergehalt)} \quad (4.94a)$$

$$\varepsilon_{ct,max} = \frac{4 \cdot \tau_f \cdot l_f}{E_f \cdot d_f} \quad \text{für} \quad s_r \rightarrow 0 \text{ (sehr hohe Faserwirksamkeit)} \quad (4.94b)$$

D. h., die Dehnung $\varepsilon_{ct,max}$ kann durch eine Erhöhung des Fasergehalts nicht beliebig gesteigert werden. Für die in Abschnitt 4.5.4 untersuchten Fasertypen ergibt sich mit $\tau_f = 11 \text{ N/mm}^2$ in Abhängigkeit des Rissabstandes (bzw. der Faserwirksamkeit):

$$\varepsilon_{ct,max} = 12,46 \text{ ‰} \dots 24,93 \text{ ‰} \quad \text{für} \quad l_f = 17 \text{ mm}$$

und

$$\varepsilon_{ct,max} = 6,60 \text{ ‰} \dots 13,20 \text{ ‰} \quad \text{für} \quad l_f = 9 \text{ mm}$$

Wie bereits in Abschnitt 4.6.5 erläutert wurde, setzt die Anwendung von Gleichung (4.93) ein homogenes Bauteil voraus, so dass sich vor Beginn der Lokalisierung der Verformungen auch tatsächlich alle möglichen Risse ausbilden können. Wegen der Streuung der Matrixzugfestigkeit und der Faserwirkung wurden erwartungsgemäß für reale Bauteile in Versuchen deutlich kleinere Werte ε_{ct} erhalten [z. B. Rei04, Jun05, Hab05].

Daneben vermindert auch die mit fortschreitender Rissbildung zunehmende Schädigung der Matrix und die damit verbundene Verschlechterung der Verbundverhältnisse die maximale Dehn- und Tragfähigkeit des Faserbetons. So ist bei sehr kleinen Rissabständen mit unregelmäßigen Rissverläufen durchaus auch ein Zerfallen der geschwächten Zwischenrisselemente noch vor der vollständigen Aktivierung der Fasern denkbar. Diese Möglichkeit wurde bereits in Abschnitt 4.5.4.2 bei der Interpretation der relativ niedrigen Faserwirksamkeiten, die für die Versuchskörper mit hohen Fasergehalten erhalten wurden, diskutiert. Entsprechende Effekte sind in dem hier vorgeschlagenen Modell nicht explizit berücksichtigt. Sie können jedoch, den Überlegungen von Voo und Foster [Voo03] folgend, näherungsweise durch den Faserwirksamkeitsbeiwert (bzw. Schädigungsbeiwert) erfasst werden (vgl. Abschnitt 4.5.2).

Im Anschluss an die Faseraktivierungsphase folgt in einem der Risse, in dem die Faserwirksamkeit zuerst erreicht wird (geringe Inhomogenität der Faserverteilung) der Faserauszug. In diesem Riss lokalisiert sich die weitere Verformungszunahme. Abgesehen von der etwas kleineren Rissbreite zu Beginn des Auszugs ergeben sich in dieser Phase für den für das Versagen maßgebenden Riss keine wesentlichen Unterschiede zum Verhalten eines Einzelrisses.

5 Verhalten von mit Stabstahl und Fasern bewehrtem Beton unter Zugbeanspruchung

In den Abschnitten 3 und 4 wurden die grundlegenden mechanischen Zusammenhänge für die Rissbildung des Faserbetons und des Stahlbetons dargestellt. Die Betrachtung diskreter Risse an Zuggliedern mit einer kombinierten Bewehrung aus Fasern und Stabstahl erfordert eine Kopplung der Modelle für Faser- und Stahlbeton. Hierzu wird in Abschnitt 5.2 ein eigenes Rechenmodell vorgestellt. Zuvor wird der bisherige Kenntnisstand auf diesem Gebiet kurz zusammengefasst.

5.1 Bisheriger Kenntnisstand

5.1.1 Untersuchungen von *Pfyl* und *Marti* an normalfestem Beton

Pfyl und *Marti* [Pfy01] führten Zug-, Biege- und Plattenstreifenversuche an normalfestem faserverstärkten Stahlbeton durch. Ziel war es, den Einfluss von in der Praxis verarbeitbaren Mengen handelsüblicher Stahlfasern mit Endhaken auf das Trag- und Verformungsverhalten schwach bewehrter Stahl- und Spannbetonbauteile zu untersuchen. Die vier faser- und stabstahlbewehrten Zugglieder besaßen einen rechteckigen Querschnitt (250 mm×120 mm bzw. 250 mm×160 mm). Sie waren mit jeweils 4 Stäben $d_s = 8$ mm bewehrt, die an den Enden mit einer 30 mm dicken Ankerplatte verschweißt waren. Um ein vorzeitiges Versagen der Längsbewehrung zu vermeiden, waren im Verankerungsbereich zwei weitere Stäbe angeschweißt, die jedoch nicht durchliefen.

Die Verformungen wurden über verschiedene Messstrecken mit induktiven Wegaufnehmern sowie manuell mit Setzdehnungsmessern erfasst. Daneben wurden die Rissbreiten mit einem Rissmaßstab periodisch gemessen und protokolliert.

Die wesentlichen Ergebnisse der Zugversuche fassen *Pfyl* und *Marti* wie folgt zusammen:

- Mit zunehmendem Fasergehalt wurden die Rissabstände kleiner, die Steifigkeit (Mitwirkung des Betons und der Fasern) der Zugglieder nahm zu, und die im Versuch erreichte Höchstlast stieg an. Das Verformungsvermögen wurde mit zunehmendem Fasergehalt dagegen geringer.
- Mit zunehmendem Fasergehalt zeigten die Zugglieder im Bereich plastischer Betonstahldehnungen ein immer ausgeprägter entfestigendes Verhalten, wobei sich die aufgezogenen Verformungen in jeweils einem Riss lokalisierten.
- Das Versagen trat meist in der Mitte der Probekörper auf, da dort zur Fixierung der Bewehrungslängsstäbe zwei Querstäbe in die Schalung eingelegt wurden, die die Faser-Verteilung und -orientierung maßgeblich beeinflussten (Schwachstelle).

Die experimentellen Arbeiten werden von *Pfyl* durch theoretische Untersuchungen im Rahmen seiner Dissertation ergänzt [Pfy03]. Dabei kombiniert er sein Modell für die Faserwirkung mit dem Zuggurtmodell [Mar98], welches das Zugtragverhalten eines Stahlbetonstabs auf der Grundlage eines starr-plastischen Verbundgesetzes beschreibt. Die Aufteilung der bei Rissbildung frei werdenden Zugkraft auf die beiden Bewehrungsarten erfolgt unter

Berücksichtigung des Gleichgewichts und der Verträglichkeit am Einzelriss (siehe hierzu auch Abschnitt 5.2). Dabei nimmt *Pfyl* vereinfachend an, dass die auf den Betonquerschnitt bezogene Spannung aus Faserwirkung direkt am Rissufer in den Beton eingeleitet wird. Für die Nachrechnung der experimentell erhaltenen Last-Verformungs-Diagramme betrachtet *Pfyl* ein Zuggurtelement mit einem Rissabstand, welcher der 1,5-fachen Lasteinleitungslänge entspricht (näherungsweise der mittlere Rissabstand). Die abgeschlossene Einzelrissbildung wird dabei als abgeschlossenes Rissbild unterstellt. Die Möglichkeit einer weiteren Risteilung, wenn nach Abschluss der Einzelrissbildung die Faserwirksamkeit noch nicht erreicht ist, wird theoretisch diskutiert, jedoch nicht analytisch untersucht.

Weiterhin wird darauf hingewiesen, dass die lokale Spannungsausbreitung im Beton die rechnerischen Rissabstände und Rissbreiten maßgeblich beeinflusst, wenn diese für große Faserwirksamkeiten und kurze Fasern in Verbindung mit kleinen Betonstahldurchmessern sehr klein werden. Ebenso vermutet *Pfyl*, dass der Beton selbst im Riss noch nennenswerte Spannungen überträgt. Er erklärt damit die in den Versuchen beobachtete Verästelung von Rissen (vgl. Abschnitt 4.5.3).

Der von *Pfyl* entwickelte Ansatz bildet die Grundlage für das in Abschnitt 5.2 erläuterte eigene mechanische Modell zur Beschreibung der Rissbildung und des Last-Verformungsverhaltens von UHPC mit einer gemischten Bewehrung aus Stabstahl und Stahlfasern.

5.1.2 Untersuchungen am *Research and Development Centre of North Jutland (NUC)* an CRC

In [EU94] wird über experimentelle Untersuchungen zum Zugtragverhalten von CRC (*Compact Reinforced Composite*) berichtet. Es wurden Zugkörper mit Kreisquerschnitt verwendet, die zwecks Einspannung in die Prüfmaschine zum Ende hin konisch geformt waren. Neben ausschließlich faserbewehrten Probekörpern wurden auch acht Zugglieder geprüft, die zusätzlich eine unterschiedliche Anzahl ringförmig angeordneter Stahlstäbe enthielten. Die Herstellung erfolgte stehend, d. h. in Richtung der späteren Beanspruchung, was sich hinsichtlich der Ausrichtung und Wirksamkeit der Fasern als ungünstig erwies. Die Verformungen wurden mit auf der Probenoberfläche und auf der Bewehrung applizierten Dehnungsmessstreifen gemessen.

Die Zugfestigkeit der Proben war aus Gründen der Herstellung mit 6 N/mm^2 gegenüber 10 N/mm^2 aus anderen Versuchen an CRC, bei denen die Probekörper senkrecht zur späteren Belastungsrichtung betoniert wurden, vergleichsweise niedrig.

Während die ausschließlich faserbewehrten Probekörper bereits bei einer Dehnung von etwa 0,2 ‰ eine sichtbare Rissbildung aufwiesen, wurden bei den zusätzlich mit Stabstählen bewehrten Körpern Risse erst bei mittleren Dehnungen von 1,5 bis 2,0 ‰ beobachtet.

Wie aus dem Last-Dehnungs-Diagramm (Bild 5.1) ersichtlich, war die Mitwirkung der Betonmatrix und der Fasern bis zum Erreichen der Streckgrenze der Bewehrung nahezu konstant. Sie entsprach umgerechnet etwa einer Betonspannung von 4 N/mm^2 . Dabei wurde jedoch ein wahrscheinlicher Einfluss des Schwindens auf das Last-Verformungsverhalten nicht berücksichtigt. Während des Fließens lokalisierte sich die Verformung in ein bis zwei Rissen bis schließlich die Bewehrung versagte.

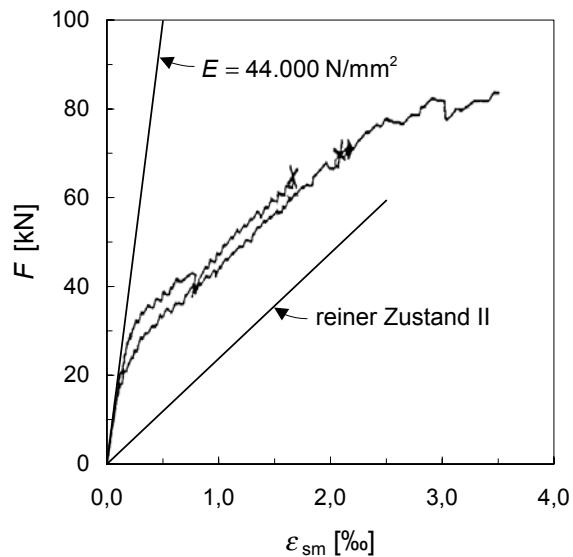


Bild 5.1 Last-Dehnungs-Diagramm der mit vier Bewehrungsstäben $d_s = 6$ mm bewehrten Versuchskörper

5.1.3 Untersuchungen von Habel an CEMTEC[®] multiscale

Habel [Hab04] untersuchte experimentell das Verhalten von Verbundbalken, die aus einem normalfesten Trägerelement und einer darauf aufgetragenen Schicht Feinkorn-UHPC bestehen. Längs- und Querschnitt dieser Biegebalken sind in Bild 5.2 schematisch dargestellt.

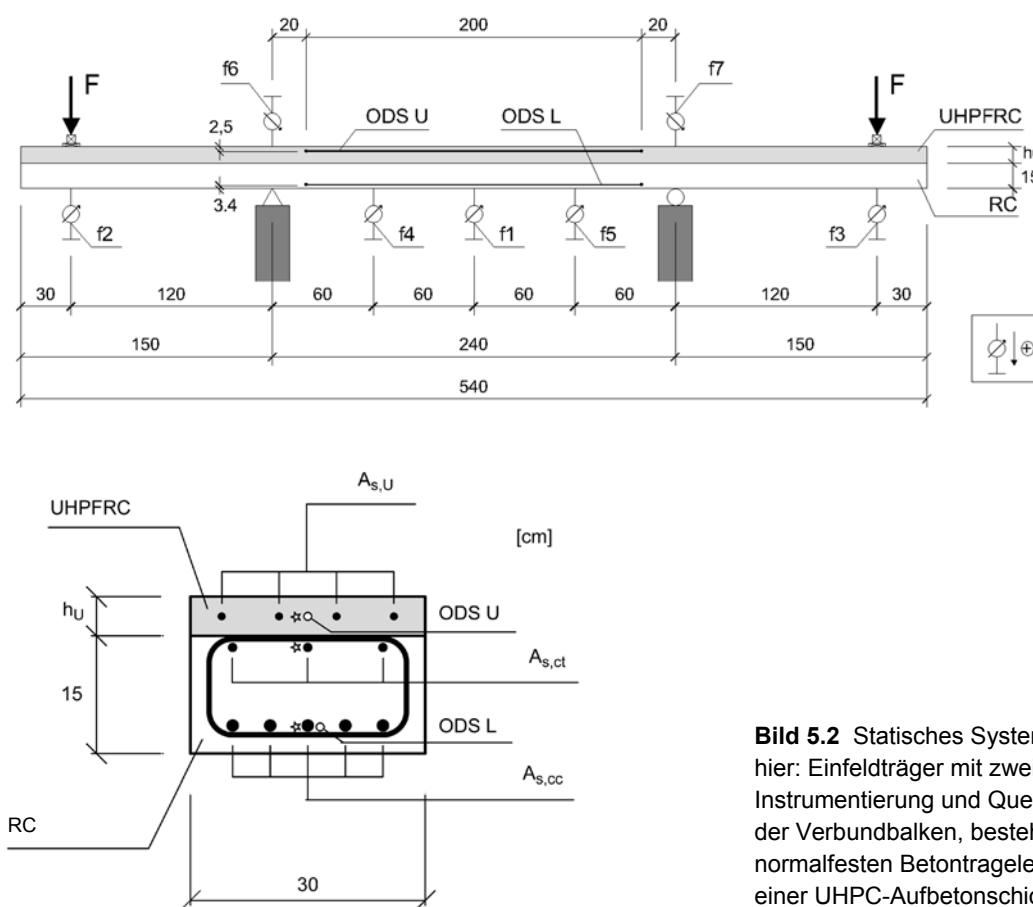


Bild 5.2 Statisches System (oben, hier: Einfeldträger mit zwei Kragarmen), Instrumentierung und Querschnitt (links) der Verbundbalken, bestehend aus einem normalfesten Betonelement und einer UHPC-Aufbetonschicht

Die UHPC-Schichtdicke betrug $h = 3\text{ cm}$, 5 cm bzw. 10 cm . Bei Schichtdicken $h = 5\text{ cm}$ und $h = 10\text{ cm}$ wurde zum Teil zusätzlich eine Stabstahlbewehrung im Aufbeton angeordnet. Der Bewehrungsgehalt ρ_s in der UHPC-Schicht betrug in diesen Fällen jeweils $2,0\%$. Der eingesetzte faserverstärkte Feinkorn-UHPC (CEMTEC_{multiscale}[®]) wies mit 6 Vol.-% einen sehr hohen Fasergehalt auf. Die Fasern waren 10 mm lang und besaßen einen Durchmesser von $0,2\text{ mm}$. Die Streckgrenze wird mit 1200 N/mm^2 angegeben.

Untersucht wurde das Trag- und Verformungsverhalten im frühen Alter, unter Langzeitbeanspruchung und beim Bruch. Dazu wurden die Probekörper als statisch bestimmte (Einfeldträger mit zwei Kragarmen, Bild 5.2) und unbestimmte Balken (Dreifeldträger) gelagert. Bei statisch bestimmter Lagerung wurden die Kragarme belastet, so dass die UHPC-Schicht im Bereich des Feldes infolge des Biegemomentes einer konstanten Zugbeanspruchung ausgesetzt war.

Die Verformung wurde mit Hilfe von induktiven Wegaufnehmern und zwei optischen Verformungssensoren gemessen. Die Rissbildung wurde manuell überwacht. Die Entwicklung lokalisierter Makrorisse wurde zudem mit Hilfe von Dehnungsmessstreifen, die an der Oberseite der Balken angebracht waren, erfasst.

Bei den Versuchen im frühen Betonalter und unter Langzeitbeanspruchung wurden in der UHPC-Schicht Risse mit Breiten zwischen 50 und $100\text{ }\mu\text{m}$ beobachtet. Bei den Kurzzeit-Bruchversuchen waren die Rissbreiten ebenfalls sehr klein ($< 100\text{ }\mu\text{m}$). Mit dem Erreichen der Höchstlast lokalisierte sich die weitere Verformung in ein bis vier Makrorissen. Das Versagen trat durch Betondruckversagen im Normalbeton bzw. durch Reißen der Bewehrungsstäbe ein. Bemerkenswert sind die unterschiedlichen Rissbilder der ausschließlich faserbewehrten UHPC-Schicht einerseits und des zusätzlich mit Bewehrungsstäben verstärkten Aufbetons andererseits. Während sich ohne Stabstähle etwa die für das Normalbeton-Trägerelement zu erwartenden Rissabstände auch in der UHPC-Deckschicht abzeichneten (Bild 5.3a), betrug der maximale Rissabstand in den UHPC-Schichten mit gemischter Bewehrung nur 30 mm (Bild 5.3b).

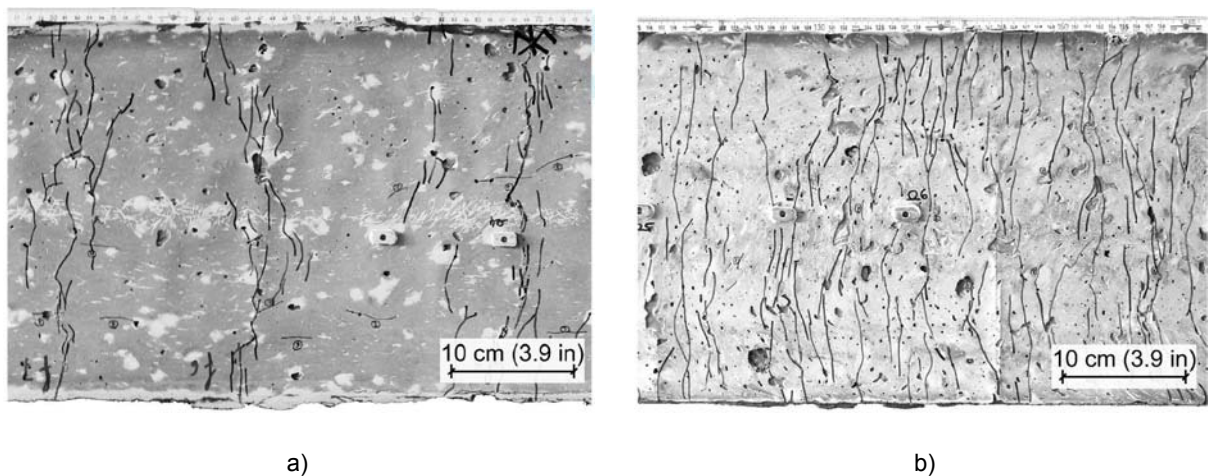


Bild 5.3 Rissbild bei Höchstlast [Hab07]

- a) ausschließlich mit Stahlfasern (6 Vol.-%) bewehrte, 3 cm dicke UHPC-Deckschicht
- b) mit Stahlfasern (6 Vol.-%) und Stabstählen (2%) bewehrte, 5 cm dicke UHPC-Deckschicht

5.1.4 Untersuchungen von Jungwirth und Muttoni an CERACEM®

Jungwirth und *Muttoni* [Jun05] untersuchten das Tragverhalten von ultrahochfestem Beton in Zug-, Druck- und Biegeversuchen. Ergänzend wurden das Verbundverhalten von stabförmigen Bewehrungselementen in Ausziehversuchen (vgl. Abschnitt 3.3.3.4) und das Spannungs-Rissöffnungs-Verhalten des Faserbetons experimentell ermittelt. In einem zweiten Block wurden Bauteilversuche u. a. an einer Probe ohne Bewehrungsstahl, drei schlaff bewehrten und einem vorgespannten Zugelement aus faserverstärktem Grobkorn-UHPC (CERACEM®, Größtkorn 7 mm) durchgeführt. Diese Zugelemente besaßen einen quadratischen Querschnitt (160 mm×160 mm) und waren aus Gründen der Krafteinleitung an den Enden konisch geformt. Die schlaff bewehrten Probekörper waren mit jeweils vier Betonstahlstäben unterschiedlichen Durchmessers (12, 16 und 20 mm) verstärkt. Die eingesetzten Fasern besaßen eine Länge von 20 mm und einen Durchmesser von 0,3 mm. Der Fasergehalt betrug 2 Vol.-%. Die Verformungen wurden zum einen über den gesamten Messbereich von 1000 mm an zwei gegenüberliegenden Seiten und zum anderen über einzelne Abschnitte von je 100 mm mit induktiven Wegaufnehmern bzw. Dehnungsmessstreifen erfasst.

In Bild 5.4 sind die von *Jungwirth* und *Muttoni* erhaltenen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der Versuche an schlaff bewehrten Zuggliedern dargestellt. Die Spannungs-Dehnungs-Linie des reinen Betonstahls ist jeweils als gepunktete Linie angegeben. Die Betonspannung bei Erstrissbildung beträgt danach zwischen 8,6 bis 9,3 N/mm². Bei Höchstlast erreichte der Mitwirkungsanteil des Betons und der Fasern 8,6 bis 9,7 N/mm². Diese Werte liegen in der Größenordnung der Matrixfestigkeit bzw. etwas niedriger als die Faserwirksamkeiten, die in Materialversuchen an kleineren Zugproben (Dicke 50 mm) erhalten wurden. Für das ausschließlich faserbewehrte Zugelement sind leider keine Ergebnisse dokumentiert, so dass ein Vergleich frei von Einflüssen des Maßstabs bzw. der Herstellung nicht möglich ist.

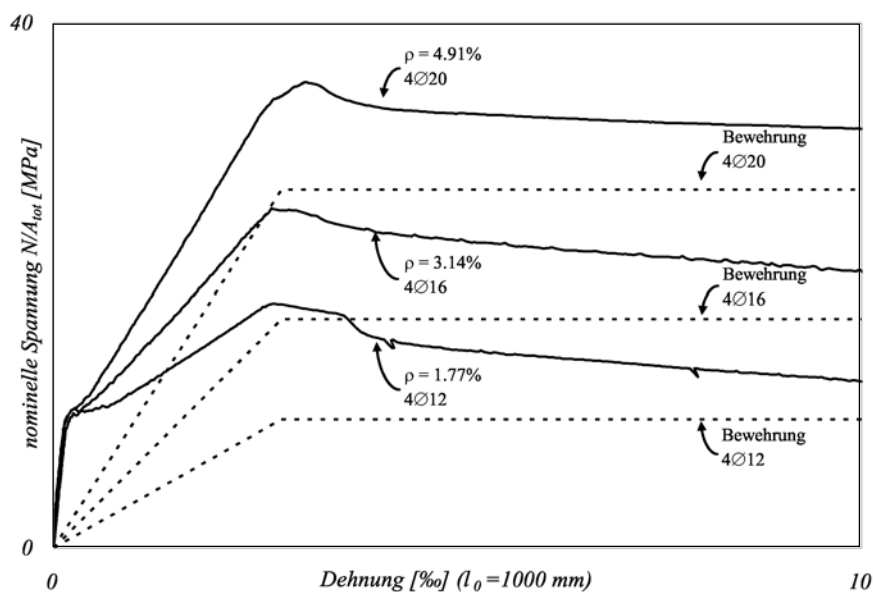


Bild 5.4 Spannungs-Dehnungs-Diagramm der schlaff bewehrten Zugelemente aus faserverstärktem Grobkorn-UHPC

Zur analytischen Beschreibung des Tragverhaltens entwickelt *Jungwirth* [Jun06] ein numerisches Modell, welches schrittweise das Verformungsverhalten des faserbewehrten Grobkorn-UHPC und des Bewehrungsstahls verknüpft. Der faserbewehrte UHPC wird dabei als ein Material und nicht als Verbundwerkstoff begriffen. Das Last-Verformungs-Verhalten wird von Jungwirth durch eine Überlagerung der für den Faserbeton und der für den Bewehrungsstahl gültigen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen erhalten. Wegen der sehr vielen, fein verteilten Risse mit geringen Rissöffnungen, die in der Größenordnung des Rippenabstands der Bewehrung liegen, nimmt *Jungwirth* an, dass es zu keiner Relativverschiebung zwischen Bewehrung und Matrix kommt, und daher auch keine Verbundspannungen zwischen Faserbeton und Stabstahl aktiviert werden. Ist die Faserwirksamkeit des faserbewehrten UHPC erreicht, so wird je nach Konfiguration des Zugelements eventuell eine weitere, durch Verbund mit dem Stabstahl initiierte Rissbildung ausgelöst. Diese Risse bezeichnet *Jungwirth* als Makrorisse, während für die Faseraktivierungsphase der Begriff der Mesorissbildung eingeführt wird.

Grundsätzlich setzt das Modell von *Jungwirth* ein verfestigendes Verhalten des faserbewehrten UHPC voraus, da für die Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens eine Spannungs-Dehnungs-Beziehung benötigt wird. Für UHPC mit unterkritischem Fasergehalt und entfestigendem Verhalten würde sich dagegen rechnerisch kein Einfluss der Fasern auf die Rissbildung und das Tragverhalten ergeben. Betrachtet man in Bild 5.4 ausschließlich den Mitwirkungsanteil des Betons und der Fasern, so lässt sich, in Widerspruch zu dem von *Jungwirth* vorgeschlagenen Modell, ein entfestigendes Verhalten des Faserbetons unmittelbar nach der Erstrissbildung erkennen.

5.1.5 Untersuchungen von *Shionaga* und *Walraven*

Shionaga und *Walraven* [Shi06, Wal06] untersuchten experimentell das Tragverhalten von mit Fasern und Stabstahl bewehrten Probekörpern aus hochfestem und ultrahochfestem Beton (Würfeldruckfestigkeit 130 bzw. 180 N/mm²). Im Rahmen des Versuchsprogramms wurden sowohl zentrische Zugversuche als auch Vier-Punkt-Biegezugversuche an dünnen Platten durchgeführt. Der Fasergehalt betrug 0 (ausschließlich stabstahlbewehrt), 0,8 und 1,6 Vol.-%.

Die Rissbilder einiger zentrisch beanspruchter Versuchskörper sind in Bild 5.5 dargestellt. Die Zugelemente besaßen einen quadratischen Querschnitt 50×50 mm² und waren mittig mit jeweils einem Bewehrungsstab $d_s = 6$ mm bewehrt (Bewehrungsgehalt $\rho_s = 1,1\%$).

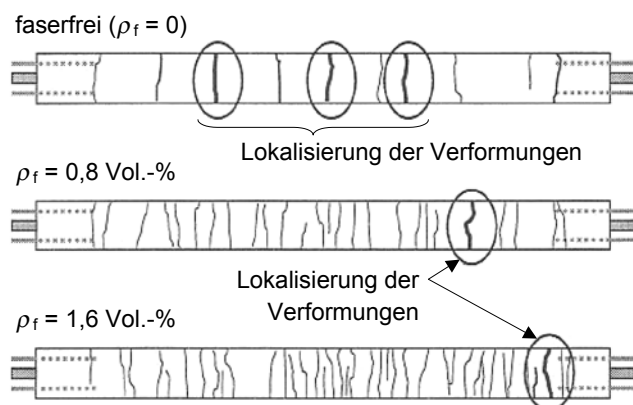


Bild 5.5 Rissbilder der zentrisch beanspruchten Zugelemente mit verschiedenen Fasergehalten [Wal06]

Für die faserbewehrten Proben ergeben sich eine feinere Verteilung der Risse und im Mittel kleinere Rissabstände als für die ausschließlich stabstahlbewehrte Referenz. Die Duktilität nimmt jedoch ab (Lokalisierung der Verformungen in nur einem Riss). Die Verdoppelung des Fasergehalts lässt nur einen verhältnismäßig geringen Einfluss auf das Rissbild erkennen. Dies gilt insbesondere für die maximalen Rissabstände.

Bild 5.6a zeigt für einige stabförmige Zugkörper (Würfeldruckfestigkeit 130 N/mm^2) den in zentrischen Zugversuchen ermittelten Last-Verformungs-Zusammenhang. Für die kombiniert bewehrten Platten sind in Bild 5.6b die aus den Vier-Punkt-Biegezugversuchen erhaltenen Beziehungen zwischen Biegemoment und Mittendurchbiegung angegeben. Um die Faserorientierung gezielt zu beeinflussen, wurden die Probekörper unterschiedlich hergestellt (Fließrichtung der Fasern, x- bzw. y-Richtung). Faserverteilung und -ausrichtung wurden messtechnisch überprüft. Da die Schwindverkürzung der Probekörper bei der Darstellung der Versuchsergebnisse unberücksichtigt blieb, ergeben sich für den faserfreien Zugkörper in Bild 5.6a scheinbar größere Verformungen als für den reinen Stahl (vgl. Abschnitt 3.5.2).

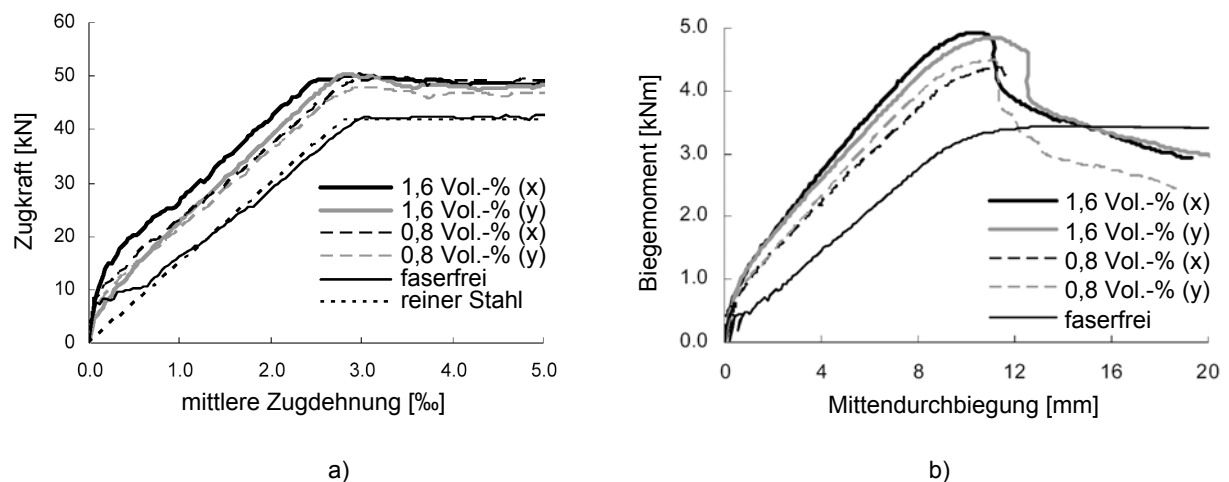


Bild 5.6 Ergebnisse der Versuche von Shionaga und Walraven [Shi06] an stabstahlbewehrten bzw. kombiniert bewehrten Zugkörpern (a) und Platten (b) aus hochfestem Beton

5.1.6 Rechenmodell nach DAfStb-Richtlinienentwurf „Stahlfaserbeton“ bzw. DBV-Merkblatt „Stahlfaserbeton“

Im Jahr 2001 erschien das Merkblatt „Stahlfaserbeton“ [DBV01] des *Deutschen Beton- und Bautechnik-Vereins E. V.* (DBV). Es basiert nach [Fal06] im Wesentlichen auf dem DBV-Merkblatt „Bemessungsgrundlagen für Stahlfaserbeton im Tunnelbau“ [DBV92] (1992, redaktionell überarbeitet 1996), das zusammen mit dem 1991 erschienenen Merkblatt „Grundlagen zur Bemessung von Industriefußböden aus Stahlfaserbeton“ [DBV91] erstmalig Empfehlungen für den Einsatz von Stahlfaserbeton in Deutschland gab. Bei der Ausarbeitung des Merkblatts wurden u. a. auch die DRAMIX[®]-Guideline [Bek97], Arbeiten der RILEM, die inzwischen zum Teil in neueren Fassungen (Schlussfassungen) vorliegen [VAN00, RILEM01, RILEM02, RILEM03], die schweizerische Richtlinie SIA 162/6 [SIA98, SIA99] sowie Ergebnisse, die im Rahmen des *Brite Euram Forschungsprogramms* [Nem02] gewonnen wurden, berücksichtigt.

Da das DBV-Merkblatt selbst keinen Normencharakter besitzt und daher bauaufsichtlich nicht eingeführt ist, erarbeitet der *Deutsche Ausschuss für Stahlbeton* (DAfStb) zur Zeit eine Richtlinie für Stahlfaserbeton [DAfStb05c], welche die Empfehlungen des DBV-Merkblatts in weiten Teilen übernimmt und sich auch an den RILEM-Vorschriften orientiert. Gliederung und Nomenklatur wurden aus DIN 1045-1 (7/2001) [DIN01] übernommen. Die Bemessungsregeln dürfen jedoch nur für Bauteile aus normalfestem Faserbeton bzw. normalfestem faserverstärkten Stahl- und Spannbeton (bis C 50/60) angewendet werden.

Wegen der aufwendigen Krafteinleitung bei zentrischen Zugversuchen, wird das Zugtragverhalten des Faserbetons über Vier-Punkt-Biegeversuche an ungekerbten Balken (150 mm×150 mm×700 mm) bestimmt (Bild 5.7). Aus diesen Untersuchungen werden dann die äquivalenten oder residualen Biegezugfestigkeiten erhalten, die wiederum mit Hilfe von empirisch ermittelten Umrechnungsfaktoren Anhaltswerte für die äquivalente Zugfestigkeit des Stahlfaserbetons liefern sollen.

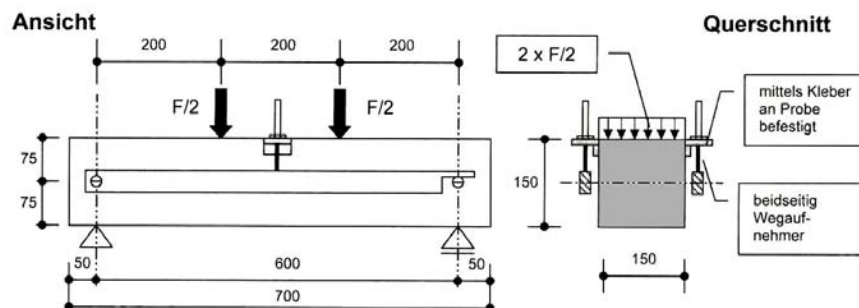


Bild 5.7 Biegezugversuch nach Richtlinienentwurf „Stahlfaserbeton“ des DAfStb [DAfStb05c]

Den beiden Durchbiegungswerten 0,5 und 3,5 mm in Feldmitte des Biegebalkens werden charakteristische Werte der Nachrissbiegezugfestigkeit des Stahlfaserbetons zugeordnet. Von der Durchbiegung bzw. der maximalen Rissöffnung wird dann nach Gleichung (5.1) auf die mittlere Zugdehnung ϵ_{ct} geschlossen.

$$\epsilon_{ct} = \frac{w}{2 \cdot l_{cr}} \quad (5.1)$$

mit l_{cr} rissbeeinflusste Bauteillänge (Rissprozesszone) zu beiden Seiten des Risses, die zu $l_{cr} \approx l_f$ angenommen wird
 l_f Faserlänge, die zu $l_f \approx 60$ mm angenommen wird

Danach entspricht nach Richtlinienentwurf die Durchbiegung 0,5 mm einer Dehnung von 3,5 ‰ und die Durchbiegung 3,5 mm einer Dehnung von 25 ‰. Auf diese Weise wird selbst für Betone ohne verfestigendes Verhalten eine fiktive Spannungs-Dehnungs-Beziehung erhalten (Bild 5.8).

Bei der Bestimmung der Grenztragfähigkeit eines stahlfaserverstärkten Stahlbetonquerschnitts werden dann unter der Annahme ebenbleibender Querschnitte die Spannungen im Stahlfaserbeton in der Zug- und Druckzone sowie die Spannungen der Betonstahlbewehrung aus den entsprechenden Spannungs-Dehnungs-Diagrammen in Abhängigkeit der Querschnittsverzerrung ermittelt und in den Gleichgewichtsbedingungen berücksichtigt.

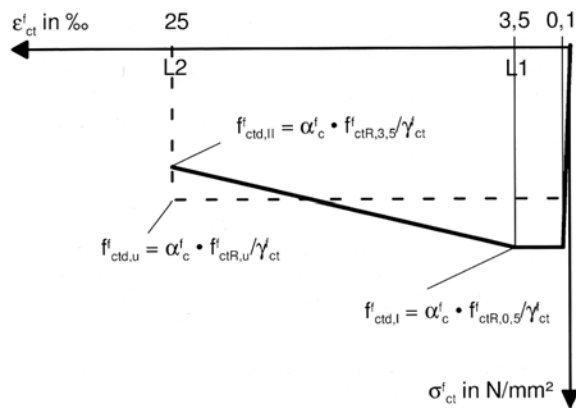


Bild 5.8 Fiktive Spannungs-Dehnungs-Beziehung im Zugbereich des Faserbetons nach Richtlinienentwurf „Stahlfaserbeton“ des DAfStb [DAfStb05c]

Auch für den Nachweis der Begrenzung der Rissbreite in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit werden für den Faserbeton Näherungsgleichungen angegeben, welche die gleiche fiktive Spannungs-Dehnungs-Beziehung im Zugbereich zugrundelegen.

Die Anwendung einer Spannungs-Dehnungs-Beziehung anstelle einer Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung im Zugbereich wird vom Sachstandsbericht „Ultrahochfester Beton“ des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton [DAfStb05a] im Grundsatz übernommen. Allerdings werden die Verformungsgrenze L2 und der zugehörige Spannungswert in Bild 5.8 durch Korrekturbeiwerte empirisch an die Ergebnisse der Nachrechnungen von Biegezugversuchen angepasst.

Wegen der unterschiedlichen Faserlängen/-schlankheiten, der im ungekerbten Biegeversuch zu erwartenden Mehrfachrissbildung und der sehr kleinen Rissbreiten bei Erreichen der Faserwirksamkeit erscheint die Verknüpfung aus Biegeversuchen erhaltener, lokalisierter Verformungen und mittlerer Bauteildehnungen sowie die Festlegung einer starren Grenze (L1), bis zu der verfestigendes Verhalten zu erwarten ist, bei faserbewehrtem UHPC sehr fragwürdig.

5.2 Eigenes Rechenmodell

Das hier vorgestellte Verfahren basiert auf den in den Abschnitten 3 und 4 für Stahl- und Faserbeton abgeleiteten Beziehungen sowie auf dem in Abschnitt 5.1.1 skizzierten Rechenmodell von *Pfyl* [Pfy03]. Es erlaubt sowohl die Bestimmung diskreter Rissabstände und Rissbreiten als auch die Ermittlung des integralen Last-Verformungs-Verhaltens von UHPC-Zugelementen, die mit einer Stabstahlart und einem Fasertyp bewehrt sind. Die Anwendung ist auf den elastischen Verformungsbereich der Stabbewehrung (Gebrauchslastbereich) beschränkt. Überlegungen zur Interaktion der unterschiedlichen Bewehrungselemente im plastischen bzw. verfestigenden Bereich der Stabbewehrung (Grenzzustand der Tragfähigkeit) finden sich u. a. bei *Pfyl* [Pfy03], *Jungwirth* [Jun06] und *Schumacher* [Sch06]. Sie werden in Abschnitt 8 vor dem Hintergrund der Ergebnisse der eigenen Untersuchungen diskutiert.

Im Folgenden werden für die Rissspannung sowie die Phasen der Einzelrissbildung und der sukzessiven Risteilung die mechanischen Zusammenhänge ausführlich dargestellt. Eine Erweiterung auf Bewehrungskonfigurationen, bestehend aus Fasercocktails und kontinuierlichen Bewehrungselementen mit unterschiedlichem Verbundverhalten (auch Vorspannung),

ist unbegrenzt möglich. Hierzu müssen die Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen lediglich um entsprechende Ausdrücke für die weiteren Bewehrungselemente ergänzt werden.

5.2.1 Rissspannung eines UHPC-Zugstabs mit gemischter Bewehrung

Im ungerissenen Zustand verhält sich ein UHPC-Zugglied mit gemischter Bewehrung unter der Annahme starren Verbundes zwischen den Bewehrungselementen und der Betonmatrix analog einem Stahlbeton- oder Faserbetonzugstab. Die Gesamtzugkraft verteilt sich entsprechend der unterschiedlichen Dehnsteifigkeiten auf die drei Komponenten UHPC-Matrix, Stabstahl und Stahlfasern auf.

Wird in der Matrix die Zugfestigkeit f_{ct} erreicht, kommt es, wie in Abschnitt 4.5.3 gezeigt wurde, infolge Überlagerung der Betonentfestigung mit der einsetzenden Faseraktivierung zu einem stabilen (Mikro-)Risswachstum bis schließlich die ideelle Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^i$ erreicht wird. Da die Verformungszunahme infolge Rissöffnung nur sehr gering ist, kann das Last-Verformungs-Verhalten eines Zugstabs in dieser Phase näherungsweise noch als linear-elastisch angenommen werden (vgl. auch [Ave71] und [Tji93b]). Diese Vereinfachung erleichtert es, den Anstieg der Stahlspannung in der Stabbewehrung und dessen Einfluss auf die ideelle Rissspannung des Zuelements $\sigma_{c,cr}^i$ zu berechnen. In Analogie zur Risskraft des Stahlbetonzugstabs F_{cr} nach Gleichung (3.20) ergeben sich für einen Zugstab mit gemischter Bewehrung die folgenden Beziehungen:

$$F_{cr} = A_c \cdot (1 + \alpha_{E,s} \cdot \rho_s / \gamma) \cdot (\sigma_{cf,cr}^i + \varepsilon_{s,shr} \cdot E_s \cdot \rho_s) \quad (5.2)$$

bzw.

$$\sigma_{c,cr}^i = (1 + \alpha_{E,s} \cdot \rho_s / \gamma) \cdot (\sigma_{cf,cr}^i + \varepsilon_{s,shr} \cdot E_s \cdot \rho_s) \quad (5.3)$$

mit	$\sigma_{cf,cr}^i$	ideelle Rissspannung des Faserbetons nach Bild 4.39, ggf. unter Berücksichtigung des Schwindeinflusses der Fasern
	$\varepsilon_{s,shr}$	Schwindverkürzung des Zuelements
	$\alpha_{E,s}$	Verhältnis der Elastizitätsmoduln des Stabstahls E_s und der Betonmatrix E_c nach Gleichung (3.9)
	ρ_s	Längsbewehrungsgehalt der Stabbewehrung nach Gleichung (3.10)
	γ	Beiwert nach Gleichung (4.57)

Der Faktor γ in den Gleichungen (5.2) und (5.3) berücksichtigt die gegenüber der reinen Betonmatrix erhöhte Dehnsteifigkeit des den Bewehrungsstab umgebenden Faserbetons. Da die Elastizitätsmoduln des Stabstahls und der Fasern unterschiedlich groß sein können, wurde der Verhältniswert der Elastizitätsmoduln von Stabstahl und Beton α_E mit dem zusätzlichen Index „s“ versehen. Analog wird der Verhältniswert der Elastizitätsmoduln der Fasern und des Betons künftig mit $\alpha_{E,f}$ bezeichnet.

Bei kombinierter Bewehrung aus Fasern und Stabstahl führt das Zusammenwirken von Betonmatrix und Fasern auch in der Stabbewehrung zu einer nennenswerten Spannungszunahme, während die Interaktion der Stabbewehrung mit dem sich entfestigenden Beton bei Stahlbeton-Zuelementen und üblichen Bewehrungsgehalten die Rissspannung wegen des eng begrenzten Wirkungsbereichs eines Bewehrungsstabs kaum beeinflusst.

5.2.2 Gleichgewicht der Kräfte und Verträglichkeit der Verformungen am Einzelriss

Wird die äußere Belastung über die ideelle Rissspannung des Zugelements $\sigma_{c,cr}^i$ hinaus weiter gesteigert, ergibt sich aus der Überlagerung der Betonentfestigung mit der Spannungszunahme in den Bewehrungselementen zunächst ein entfestigendes Verhalten. Für den Faserbeton ist dies in Bild 4.39 prinzipiell dargestellt. Bei Kraftsteuerung folgt somit ein instabiles Risswachstum eines der Mikrorisse innerhalb der Bruchprozesszonen, bis schließlich die Faser- und die Stabbewehrung ausreichend aktiviert wurden, um die äußere Kraft im nun entstandenen Makroriss ohne die Mitwirkung des Betons zu übernehmen. Aus Gründen des Gleichgewichts gilt im Riss:

$$F_{cr} = F_s + F_f \quad (5.4)$$

bzw.

$$\sigma_{c,cr}^i = \sigma_{cs} + \sigma_{cf} \quad (5.5)$$

mit $F_{cr}, \sigma_{c,cr}^i$ Risskraft bzw. ideelle Rissspannung des Zugelements nach den Gleichungen (5.2) und (5.3)
 F_s, σ_{cs} Traganteil des Stabstahls (als Kraft bzw. ideelle Betonspannung)
 F_f, σ_{cf} Traganteil der Fasern (als Kraft bzw. ideelle Betonspannung)

In gewisser Entfernung vom Riss wird die äußere Last nach wie vor gemeinsam vom Beton und den Bewehrungselementen getragen. Das Zugglied befindet sich dort noch im Stadium der Mikrorissbildung, d. h. die ideelle Rissspannung des Zugelements $\sigma_{c,cr}^i$ wurde noch nicht überwunden. Zwischen diesem Bereich und dem Makroriss ergeben sich infolge Lasteinleitung Dehnungsunterschiede zwischen den Bewehrungselementen und dem Beton. Die entsprechenden Verläufe sind in Bild 5.9 für den schwindfreien Fall qualitativ dargestellt. Die Verzerrungen ε_f gelten dabei für eine in Zugrichtung orientierte, mittig im Riss liegende Faser. Aufgrund günstigerer Verbundbedingungen besitzen die Fasern gegenüber dem Stabstahl die kürzere Lasteinleitungslänge.

Wie bei der Herleitung der mechanischen Zusammenhänge für die Einzelfaser wurde eine nennenswerte Zugkraftübertragung durch Anhaftung der Betonmatrix an der Stirnfläche der Faser ausgeschlossen (Grenzfall einer am Ende spannungslosen Faser). Dennoch ergeben sich wegen der in Abschnitt 4.5 vorgenommenen Vereinfachungen für die Fasern in den Darstellungen dieser und der folgenden Abschnitte kleinere Abweichungen gegenüber den Bildern der Abschnitte 4.4.1 und 4.4.2.

Im Riss selbst ist der Beton dehnungs- und spannungslos. Außerhalb der Lasteinleitungsbereiche ergeben sich unter Vernachlässigung der durch die Mikrorissbildung bedingten Diskontinuitäten sowie unter der Annahme annähernd linear-elastischen Verhaltens und starren Verbundes für die drei Werkstoffe identische Verzerrungen.

$$\varepsilon_c^{I-II} = \varepsilon_s^{I-II} = \varepsilon_f^{I-II} \quad (5.6)$$

mit ε_c^{I-II} Betondehnung am Ende des Lasteinleitungsbereichs
 ε_s^{I-II} Stabstahldehnung am Ende des Lasteinleitungsbereichs
 ε_f^{I-II} Faserdehnung am Ende des Lasteinleitungsbereichs

Der Kopfzeiger „I-II“ steht hier für das Stadium der Mikrorissbildung, also den Übergang vom ungerissenen zum vollständig gerissenen Zustand (Makroriss).

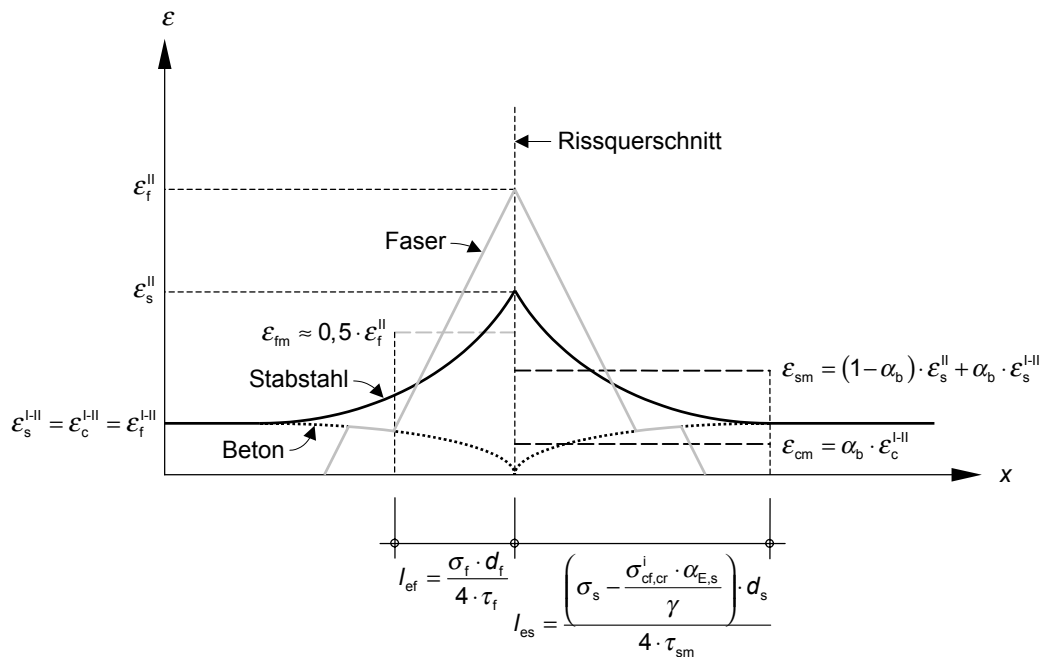


Bild 5.9 Qualitative Verzerrungsverläufe des Stabstahls, der Faser (mittig im Riss) und der Matrix bei Einzelrissbildung

Einfluss des Schwindens

Wie in Abschnitt 3.4.3 erläutert wurde, erfährt die Stabbewehrung und damit das gesamte Zugelement infolge Schwindens des Betons eine Verkürzung $\varepsilon_{s,shr}$. Diese Verkürzung ergibt sich in Abhängigkeit des Bewehrungsgehalts und unter Berücksichtigung der Relaxation des Betons nach Gleichung (3.19). Aufgrund unterschiedlicher Verbundwirkung der beiden Bewehrungselemente muss die Behinderung des Schwindvorgangs durch die glatten, diskontinuierlichen Fasern nicht zwangsläufig in gleicher Weise und im gleichen Umfang wie durch die profilierte, kontinuierliche Stabbewehrung erfolgen (siehe hierzu auch Abschnitt 6.4.1). Hierdurch kann sich zum Zeitpunkt der Rissbildung für die Fasern eine Zwangdehnung $\varepsilon_{f,shr} \neq \varepsilon_{s,shr}$ ergeben. Der gegebenenfalls unterschiedliche Einfluss der Bewehrungselemente auf die Schwindverkürzung des Zugelements muss bei der Anrechnung der Faserbewehrung auf den Bewehrungsgehalt in Gleichung (3.19) entsprechend berücksichtigt werden. Weiterhin ergeben sich Unterschiede in den Verzerrungsverläufen sowohl innerhalb als auch außerhalb der Lasteinleitungsbereiche. Bild 5.10 zeigt qualitativ die Auswirkungen des Schwindens für den Fall $\varepsilon_{f,shr} > \varepsilon_{s,shr}$.

Die Interaktion der Bewehrungen erfordert eine Modifikation der in den Abschnitten 3 und 4 angegebenen Beziehungen. Im Folgenden werden die entsprechenden mechanischen Zusammenhänge unter Berücksichtigung des Einflusses des Schwindens (allgemeiner Fall) abgeleitet. Die äquivalenten Beziehungen für den schwindfreien Fall ergeben sich hieraus, indem jeweils die Schwindverkürzungen $\varepsilon_{s,shr}$ und $\varepsilon_{f,shr}$ zu Null angenommen werden.

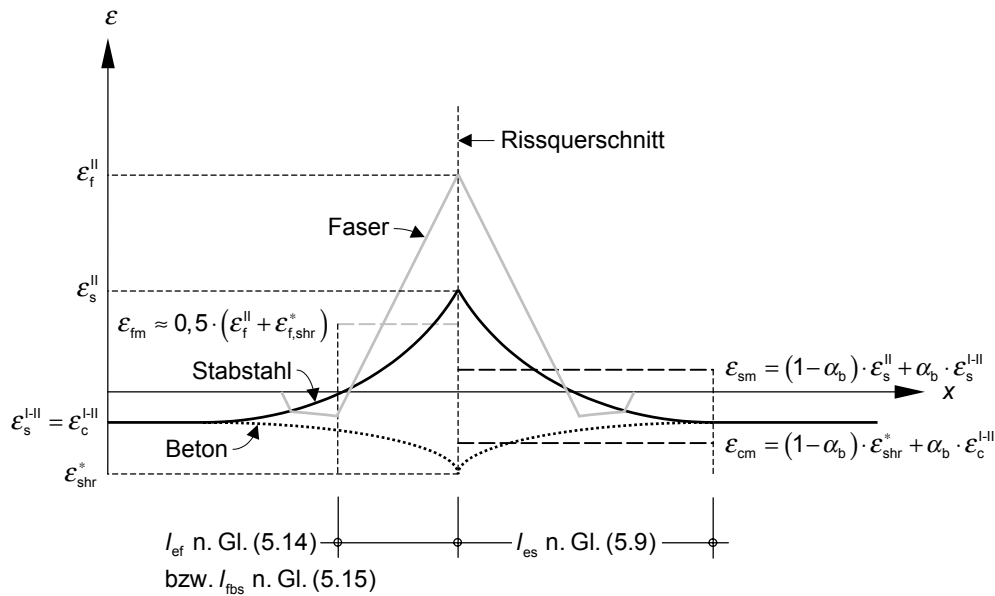


Bild 5.10 Qualitative Verzerrungsverläufe des Stabstahls, der Faser (mittig im Riss) und der Matrix bei Einzelrissbildung unter Berücksichtigung des Schwindens, wobei $\varepsilon_{f,shr} > \varepsilon_{s,shr}$

Bei Rissbildung kann sich der bisher schwindbehinderte Beton durch den Wegfall des inneren Zwangs am Rissufer frei verkürzen. Die Betondehnung ergibt sich infolge dieses rein elastischen Vorgangs dort zu

$$\varepsilon_{shr}^* = \varepsilon_{s,shr} \cdot (1 + \alpha_{E,s} \cdot \rho_s / \gamma) + \varepsilon_{f,shr} \cdot \alpha_{E,f} \cdot \eta \cdot \rho_f \quad (5.7)$$

mit	$\varepsilon_{s,shr}$	Schwindverkürzung der Stabbewehrung bzw. des gesamten Zuelements
	$\varepsilon_{f,shr}$	Schwindverkürzung der Fasern
	$\alpha_{E,s}$	Verhältnis der Elastizitätsmoduln des Stabstahls E_s und der Betonmatrix E_c
	$\alpha_{E,f}$	Verhältnis der Elastizitätsmoduln der Fasern E_f und der Betonmatrix E_c
	ρ_s	Längsbewehrungsgehalt der Stabbewehrung
	η	Faserorientierungsbeiwert
	γ	Beiwert nach Gleichung (4.57)

Die Dehnung der Stabbewehrung am Ende des Lasteinleitungsbereichs erhält man unter der Annahme eines annähernd linear-elastischen Verhaltens des Zuelements in der Phase der Mikrorissbildung nach Gleichung (5.8). Sie entspricht bei starrem Verbund zugleich der Verzerrung der Betonmatrix ε_c^{I-II} und im Falle $\varepsilon_{f,shr} = \varepsilon_{s,shr}$ auch der Verzerrung der Fasern ε_f^{I-II} .

$$\varepsilon_s^{I-II} = \varepsilon_c^{I-II} = \varepsilon_{s,shr} \cdot (1 + \alpha_{E,s} \cdot \rho_s / \gamma) + \frac{\sigma_{cf,cr}^i \cdot \alpha_{E,s}}{\gamma \cdot E_s} \quad (5.8)$$

Für $\varepsilon_{f,shr} \neq \varepsilon_{s,shr}$ ist dagegen auch im ungerissenen Zustand bzw. in der Phase der Mikrorissbildung ein Dehnungsunterschied zwischen den beiden Bewehrungselementen vorhanden (vgl. Bild 5.10).

Für die Lasteinleitungslänge der Stabbewehrung folgt aus Gleichung (5.8):

$$l_{es} = \frac{\left[\sigma_s - \varepsilon_{s,shr} \cdot E_s \cdot (1 + \alpha_{E,s} \cdot \rho_s / \gamma) - \frac{\sigma_{cf,cr}^i \cdot \alpha_{E,s}}{\gamma} \right] \cdot d_s}{4 \cdot \tau_{sm}} \quad (5.9)$$

Die über die Lasteinleitungslänge gemittelten Dehnungen ergeben sich für den Stabstahl und den Beton zu

$$\varepsilon_{sm} = (1 - \alpha_b) \cdot \varepsilon_s^{\text{II}} + \alpha_b \cdot \varepsilon_s^{\text{I-II}} \quad (5.10)$$

$$\varepsilon_{cm} = (1 - \alpha_b) \cdot \varepsilon_{shr}^* + \alpha_b \cdot \varepsilon_c^{\text{I-II}} \quad (5.11)$$

mit α_b Völligkeitsbeiwert zur Beschreibung der gemittelten Stabstahl- und Betondehnungen nach Gleichung (3.55)
 ε_{shr}^* Betondehnung am Rissufer nach Gleichung (5.7)

Die Dehnungsverläufe des Stabstahls und des Betons werden hier vereinfachend mit dem gleichen Völligkeitsbeiwert α_b beschrieben. Tatsächlich sind wegen der im Allgemeinen kürzeren Lasteinleitungslänge der Fasern die Verhältnisse für den Beton etwas günstiger.

Mit der Lasteinleitungslänge nach Gleichung (5.9) und den mittleren Dehnungen nach den Gleichungen (5.10) und (5.11) erhält man sodann die Breite des Einzerrisses für die Stabbewehrung zu

$$w_s = 2 \cdot l_{es} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

$$= \frac{(1 - \alpha_b) \cdot \left[\sigma_s - \varepsilon_{s,shr} \cdot E_s \cdot (1 + \alpha_{E,s} \cdot \rho_s / \gamma) - \frac{\sigma_{cf,cr}^i \cdot \alpha_{E,s}}{\gamma} \right] \cdot d_s}{2 \cdot E_s \cdot \tau_{sm}} \cdot (\sigma_s - \varepsilon_{shr}^* \cdot E_s) \quad (5.12)$$

Der Traganteil der Stabbewehrung in Gleichung (5.5) ergibt sich aus der Stahlspannung im Riss zu

$$\sigma_{cs} = \sigma_s \cdot \rho_s \quad (5.13)$$

Für die Fasern gelten prinzipiell ähnliche mechanische Zusammenhänge. Es muss jedoch unterschieden werden, ob sich die Fasern bei Erstrissbildung noch in der Faseraktivierungsphase oder bereits in der Faserauszugsphase befinden. Wird, wie bei der Herleitung in Abschnitt 4 geschehen, aus Gründen der Einfachheit auf die Berücksichtigung des aus Lastbeanspruchung herrührenden Verformungsanteils der Matrix verzichtet, so kann die Lasteinleitungslänge für die in Zugrichtung orientierte, mittig im Riss liegende Faser bei ansonsten zufälliger Faserausrichtung nach den Gleichungen (5.14) und (5.15) berechnet werden.

$$l_{ef} = \frac{(\sigma_f - \varepsilon_{f,shr}^* \cdot E_f) \cdot d_f}{4 \cdot \tau_f} \leq \frac{\sigma_f \cdot d_f}{8 \cdot \tau_f} + \frac{l_f}{4} \quad (\text{Faseraktivierungsphase}) \quad (5.14)$$

bzw.

$$l_{fbs} = \frac{\sigma_f \cdot d_f}{4 \cdot \tau_f} \quad (\text{Faserauszugsphase}) \quad (5.15)$$

Für $\varepsilon_{f,shr}^*$ gilt dabei

$$\varepsilon_{f,shr}^* = \varepsilon_{f,shr} \cdot \gamma \quad (5.16)$$

Mit dem Völligkeitsbeiwert $\alpha_b = 0,5$ (starr-plastisches Verbundgesetz) erhält man für die Breite des Einzerrisses:

$$w_f = \frac{(\sigma_f - \varepsilon_{f,shr}^* \cdot E_f) \cdot d_f}{4 \cdot E_f \cdot \tau_f} \cdot (\sigma_f + \varepsilon_{f,shr}^* \cdot E_f - 2 \cdot \varepsilon_{shr}^* \cdot E_f) \quad (5.17)$$

(Faseraktivierungsphase)

bzw.

$$w_f = \frac{l_f}{2} - \frac{\sigma_f \cdot d_f}{4 \cdot \tau_f} + \frac{(\sigma_f - \varepsilon_{f,shr}^* \cdot E_f) \cdot d_f}{4 \cdot E_f \cdot \tau_f} \cdot (\sigma_f + \varepsilon_{f,shr}^* \cdot E_f - 2 \cdot \varepsilon_{shr}^* \cdot E_f) \quad (5.18)$$

(Faserauszugsphase)

Der Traganteil der Faserbewehrung in Gleichung (5.5) ergibt sich aus der mittleren Faser-Spannung im Riss zu

$$\sigma_{cf} = \eta \cdot g \cdot \rho_f \cdot \sigma_{fm,r} \quad (5.19)$$

Den Zusammenhang zwischen der mittleren Faserspannung $\sigma_{fm,r}$ im Riss und der Spannung der symmetrisch im Riss liegenden Faser σ_f (Faseraktivierungsphase) bzw. der Verbundlänge l_{fbs} liefern die Gleichungen (4.44) bzw. (4.37).

Tatsächlich existieren unendlich viele Kombinationen σ_{cs} und σ_{cf} , welche der Forderung der Gleichung (5.5) genügen. Für die Aufteilung der Risskraft auf die beiden Bewehrungselemente bedarf es daher einer zusätzlichen Bedingung. Diese wird aus einer Betrachtung der Verträglichkeit der Verformungen erhalten. So muss bei Annahme ebenbleibender Querschnitte an einem Trennriss gelten:

$$w_s = w_f \quad (5.20)$$

mit w_s Rissbreite nach Gleichung (5.12), berechnet für die Stabbewehrung
 w_f Rissbreite nach Gleichung (5.17) bzw. (5.18),
 berechnet für die Faserbewehrung

Mit Hilfe dieser Verträglichkeitsbedingung sowie der Gleichgewichtsbedingung nach Gleichung (5.5) lassen sich die Traganteile der Stab- und der Faserbewehrung im Riss nun eindeutig bestimmen.

Dieser Ansatz zur Ermittlung der inneren Kräfte liegt u. a. auch der Berechnung der Rissbreite im Spannbetonbau (Kombination von Betonstahl und Spannstahl) nach *König* und *Fehling* [Kön88] (vgl. Abschnitt 3.7) sowie dem Modell von *Pfyl* [Pfy03] zugrunde (vgl. Abschnitt 5.1.1). In beiden Fällen werden ausschließlich normalfeste Betone betrachtet.

Bei der Übertragung auf stabstahl- und faserbewehrte Zugelemente aus UHPC gilt es zu bedenken, dass bei faserbewehrtem UHPC infolge der üblicherweise sehr hohen Fasergehalte die bereits mehrfach angesprochenen, für Faserbeton typischen Rissformen nach Bild 4.8 im verstärkten Maße anzutreffen sind. Bedingt durch lokale Effekte der Faserwirkung kommt es

abseits der Stabbewehrung – anders als bei Stahlbeton – nicht immer zu einer vollständigen Trennung des Querschnitts durch einen singulären Riss, sondern mitunter zu einer Verteilung des Verformungszuwachses in Form von Splittungen und Verästelungen auf mehrere in der Phase der Mikrorissbildung entstandene Mikrorisse. Damit erscheint die Anwendung der Bernoulli-Hypothese auf einen Einzelriss zunächst nur bedingt gerechtfertigt. Integral, d. h. über die Gesamtlänge des Zugelements betrachtet, bildet die Verträglichkeitsbedingung jedoch die Voraussetzung für ein Zusammenwirken beider Bewehrungsarten. Entsprechend sollte der Fehler obigen Ansatzes bezüglich der Beschreibung des Last-Verformungsverhaltens eines Zugelements nur unwesentlich sein. Die Breiten und Abstände diskreter Risse werden unter der Annahme ebenbleibender Querschnitte in Bereichen hoher Faserkonzentrationen dagegen eher überschätzt. Diese Unschärfe liegt beim Nachweis der Begrenzung der Rissbreite auf der sicheren Seite und erscheint auch im Sinne der Handhabbarkeit des Modells vertretbar.

Jungwirth [Jun06] schließt wegen der im Vergleich zu normalfestem Beton sehr viel feiner verteilten Risse mit geringen Rissöffnungen und kleinen Rissabständen eine Relativverschiebung zwischen Stabbewehrung und Matrix und damit eine Aktivierung von Verbundspannungen aus (vgl. Abschnitt 5.1.4). Diese Annahme verstößt zumindest integral betrachtet gegen die Verträglichkeit. Andererseits würde mit starr-plastischem Verbundgesetz, welches seinem Rechenmodell zugrunde liegt, die Tragwirkung der Stabbewehrung bei Annahme ebenbleibender Querschnitte wegen der zunächst sehr kleinen Rissbreiten erheblich überschätzt.

Letzteres unterstreicht noch einmal die Notwendigkeit, bei dieser Aufgabenstellung die Verbundwirkung der Stabbewehrung in Abhängigkeit des Schlupfes angemessen zu berücksichtigen, um eine realistische Aufteilung der Kräfte im Riss zu erhalten. Im hier vorgeschlagenen Modell geschieht dies auf der Grundlage des Verbundgesetzes nach Gleichung (3.46).

Die Ermittlung der Rissbreite und der inneren Kräfte mit Hilfe der Gleichgewichts- und der Verträglichkeitsbedingung nach den Gleichungen (5.5) und (5.20) kann wegen der komplexen mathematischen Zusammenhänge sowie der notwendigen Unterscheidung der Phasen der Faseraktivierung und des Faserauszugs nur iterativ erfolgen.

Durch die Faserwirkung verringert sich gegenüber einem reinen Stahlbetonzugglied die Lasteinleitungslänge der Stabbewehrung und damit die Breite eines Einzelrisses.

5.2.3 Abgeschlossene Einzelrissbildung

Wie bei einem Stahlbetonzugstab reißen bei weiterer Laststeigerung auch Querschnitte mit höheren ideellen Rissspannungen $\sigma_{c,cr}^i$, die sich außerhalb der schon existierenden Lasteinleitungsbereiche befinden, bis schließlich ein Dehnungsunterschied zwischen Betonmatrix und Stabbewehrung überall vorhanden ist (abgeschlossene Einzelrissbildung). Der Abstand dieser Risse s_r beträgt dann analog dem abgeschlossenen Rissbild eines Stahlbetonzugstabs das Einfache ($s_{r,min}$) bis Zweifache der Lasteinleitungslänge ($s_{r,max}$) der Stabbewehrung nach Gleichung (5.9).

In Bild 5.11 sind die Verzerrungsverläufe bei abgeschlossener Einzelrissbildung sowohl für den schwindfreien Fall (a) als auch unter Berücksichtigung des Einflusses des Schwindens (b) qualitativ dargestellt.

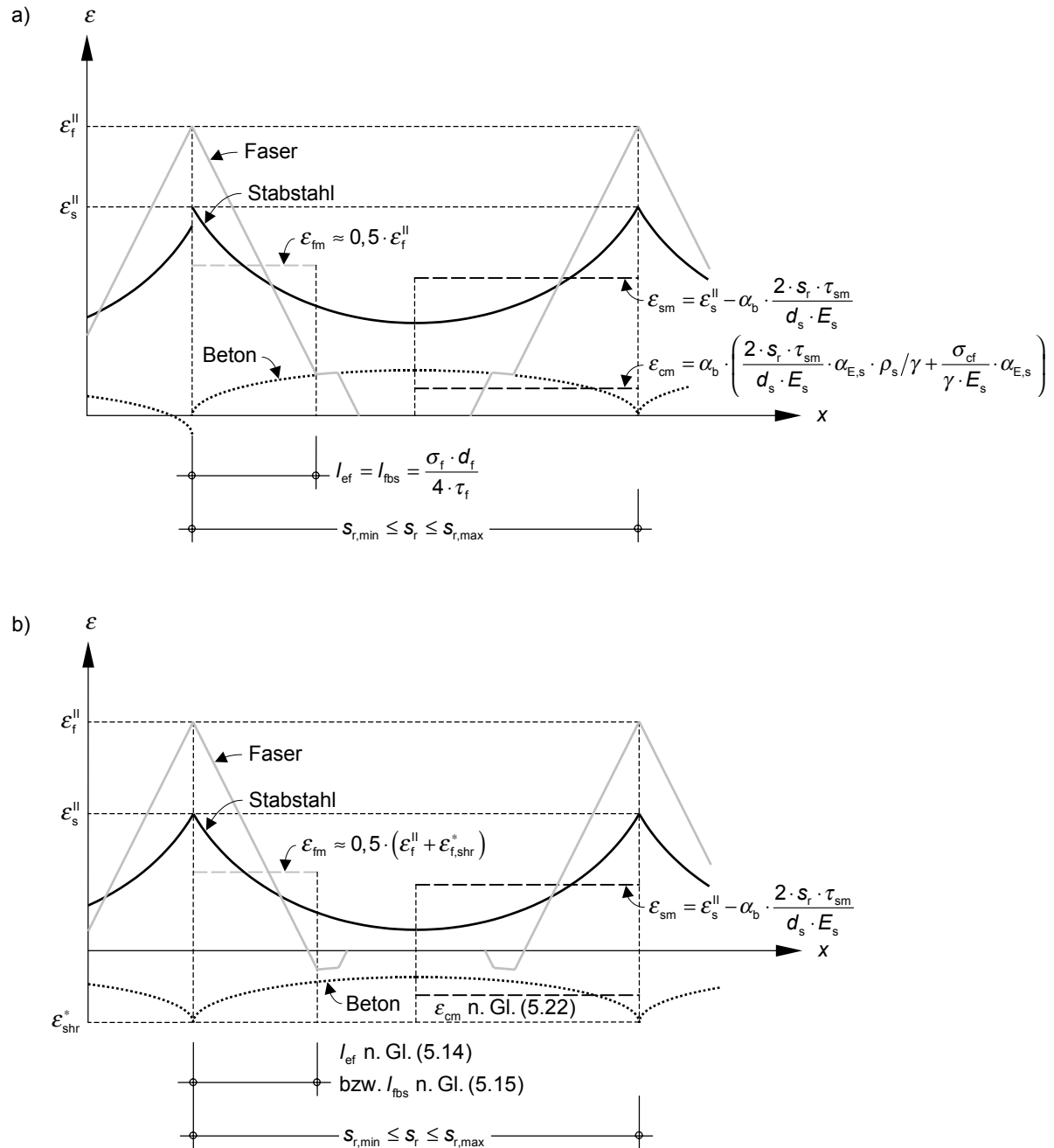


Bild 5.11 Qualitative Verzerrungsverläufe des Stabstahls, der Faser (mittig im Riss) und der Matrix bei abgeschlossener Einzelrissbildung (Dehnungsunterschied zwischen Betonmatrix und Stabbewehrung ist überall vorhanden)

a) ohne Schwindeinfluss

b) unter Berücksichtigung des Schwindens, wobei $\varepsilon_{f,shr} > \varepsilon_{s,shr}$

Die über den Rissabstand $s_{r,min} \leq s_r \leq s_{r,max}$ gemittelte Dehnung ergibt sich nach Abschluss der Einzelrissbildung für den Stabstahl zu

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_s^{\text{II}} - \alpha_b \cdot \frac{2 \cdot s_r \cdot \tau_{sm}}{d_s \cdot E_s} \quad (5.21)$$

Für den Beton gilt unter Berücksichtigung des Einflusses des Schwindens (allgemeiner Fall):

$$\varepsilon_{cm} = \alpha_b \cdot \left(\frac{2 \cdot s_r \cdot \tau_{sm}}{d_s \cdot E_s} \cdot \alpha_{E,s} \cdot \rho_s / \gamma + \frac{\sigma_{cf}}{\gamma \cdot E_s} \cdot \alpha_{E,s} - \varepsilon_{f,shr}^* \cdot \alpha_{E,f} \cdot \eta \cdot \rho_f \right) + \varepsilon_{shr}^* \quad (5.22)$$

mit σ_{cf} Traganteil der Fasern im Riss als ideale Betonspannung nach Gleichung (5.19)

Die Dehnungsverläufe des Stabstahls und des Betons werden dabei wieder vereinfachend durch den gleichen Völligkeitbeiwert α_b beschrieben. Die Rissbreite bei abgeschlossener Einzelrissbildung kann damit für den Stabstahl wie folgt berechnet werden:

$$\begin{aligned} w_s &= s_r \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \\ &= s_r \cdot \left[\frac{\sigma_s}{E_s} - \alpha_b \cdot \left(\frac{2 \cdot s_r \cdot \tau_{sm}}{d_s \cdot E_s} \cdot (1 + \alpha_{E,s} \cdot \rho_s / \gamma) + \frac{\sigma_{cf}}{\gamma \cdot E_s} \cdot \alpha_{E,s} - \varepsilon_{f,shr}^* \cdot \alpha_{E,f} \cdot \eta \cdot \rho_f \right) - \varepsilon_{shr}^* \right] \end{aligned} \quad (5.23)$$

Da sich die Lasteinleitungsbereiche der Fasern wegen der gegenüber der Stabbewehrung günstigeren Verbundverhältnisse bei abgeschlossener Einzelrissbildung nicht überschneiden, gelten für die Faserbewehrung weiterhin die mechanischen Beziehungen, wie sie in Abschnitt 5.2.2 für den Einzelriss abgeleitet wurden.

Die Rissbreite und die inneren Kräfte bei abgeschlossener Einzelrissbildung können analog dem Einzelriss mit Hilfe einer Gleichgewichts- und einer Verträglichkeitsbedingung auf iterativem Wege bestimmt werden.

$$\sigma_c = \sigma_{cs} + \sigma_{cf} \quad (\text{Gleichgewicht}) \quad (5.24)$$

sowie

$$w_s = w_f \quad (\text{Verträglichkeit}) \quad (5.20)$$

Die Traganteile σ_{cs} und σ_{cf} werden hierzu wieder mit den Gleichungen (5.13) und (5.19) aus den Stabstahl- und Faserspannungen im Riss ermittelt.

Der Zustand der abgeschlossenen Einzelrissbildung markiert nach dem Rechenmodell von *Pfyl* [Pfy03] zugleich den Abschluss der Rissbildung. Tatsächlich können bei Steigerung der Belastung durch die Zunahme der Verbundspannung zwischen Beton und Bewehrung entsprechend der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung sowie durch weitere Aktivierung der Fasern neue Risse entstehen. Letzteres bedingt, dass sich die Fasern bei Einzelrissbildung noch nicht in der Auszugsphase befinden. Mit den für UHPC gebräuchlichen Fasergehalten und Faserabmessungen ist diese Bedingung im Allgemeinen erfüllt. Dabei muss, wie in Abschnitt 6.4 bei der Nachrechnung der eigenen Versuche gezeigt werden wird, der Faserbeton selbst kein verfestigendes Verhalten aufweisen. Dies widerspricht der von *Jungwirth* [Jun06] formulierten Voraussetzung für eine multiple Mesorissbildung (vgl. Abschnitt 5.1.4).

5.2.4 Sukzessive Risteilung

Der weitere Rissbildungsprozess kann zur besseren Veranschaulichung in zwei Phasen unterteilt werden. In der ersten Phase entstehen neue Risse vor allem durch die weitere Aktivierung der Fasern bei Laststeigerung. In der zweiten Phase geschieht dies ausschließlich infolge der Zunahme der Verbundspannung zwischen Beton und Stabbewehrung. Befinden sich die Fasern bei Einzelrissbildung bereits im Auszug, so entfällt Phase 1.

5.2.4.1 Phase 1 der sukzessiven Risteilung

Nach Abschluss der Einzelrissbildung ist ein Dehnungsunterschied zwischen Stabbewehrung und Matrix überall vorhanden. Damit ist auch der aus der Schwindverkürzung $\varepsilon_{s,shr}$ herrührende innere Zwang vollständig abgebaut. Dagegen behindern die Fasern außerhalb ihrer Lasteinleitungsbereiche weiterhin das Schwinden des Betons. Ein neuer Riss entsteht somit, wenn infolge Laststeigerung zwischen der Einleitungslänge der Fasern und der des Stabstahls die ideelle Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^i$ erreicht wird. Unter der Annahme einer konstanten Matrixzugfestigkeit und einer gleichmäßigen Faserverteilung ist dies zuerst genau in der Mitte zwischen zwei vorhandenen Rissen der Fall.

Hieraus kann die folgende Bedingung für die Bildung eines neuen Risses abgeleitet werden:

$$\frac{2 \cdot s_r \cdot \tau_{sm}}{d_s} \cdot \rho_s + \sigma_{cf} \geq \sigma_{cf,cr}^i \quad (5.25)$$

Der erste Term in Gleichung (5.25) bezeichnet die von der Stabbewehrung über Verbund in den Beton eingeleitete Betonspannung. Der zweite Ausdruck entspricht dem Traganteil der Fasern im Riss nach Gleichung (5.19).

In Abhängigkeit der unterschiedlichen Verbundeigenschaften des Stabstahls und der Fasern halbieren sich die Rissabstände bei weiterer Laststeigerung fortlaufend, bis entweder die Rissabstände so klein geworden sind, dass sich auch die Lasteinleitungsbereiche der Fasern an benachbarten Rissen gegenseitig beeinflussen ($s_r \leq 2 \cdot l_{ef}$, Fall A), oder die Fasern nach vollständiger Aktivierung in den Auszug übergehen (Fall B). Maßgebend für das Ende der Phase 1 der sukzessiven Risteilung wird, was zuerst eintritt. Die Phase 1 ist etwa mit dem Übergangsbereich in dem von *König* und *Fehling* [Kön88] für eine Kombination aus Beton- und Spannstahl beschriebenen Modell vergleichbar (vgl. Bild 3.43).

Für die beiden Fälle A und B werden im Folgenden die am Ende der Phase 1 der sukzessiven Risteilung maximal möglichen Rissabstände hergeleitet. In Bild 5.12 sind hierzu die Verzerungsverläufe zunächst für den Grenzfall dargestellt, dass die Lasteinleitungslänge der Fasern dem halben Rissabstand entspricht ($s_r = 2 \cdot l_{ef}$, Fall A) und in der Mitte zwischen den Rissen gerade die ideelle Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^i$ erreicht wird. Nach Gleichung (5.14) gilt dabei für die maximale Faserspannung im Riss σ_f , wenn der Einfluss des Schwindens berücksichtigt wird (allgemeiner Fall):

$$\sigma_f = \frac{2 \cdot s_{r,max} \cdot \tau_f}{d_f} + \varepsilon_{f,shr}^* \cdot E_f \geq \left(s_{r,max} - \frac{l_f}{2} \right) \cdot \frac{4 \cdot \tau_f}{d_f} \quad (5.26)$$

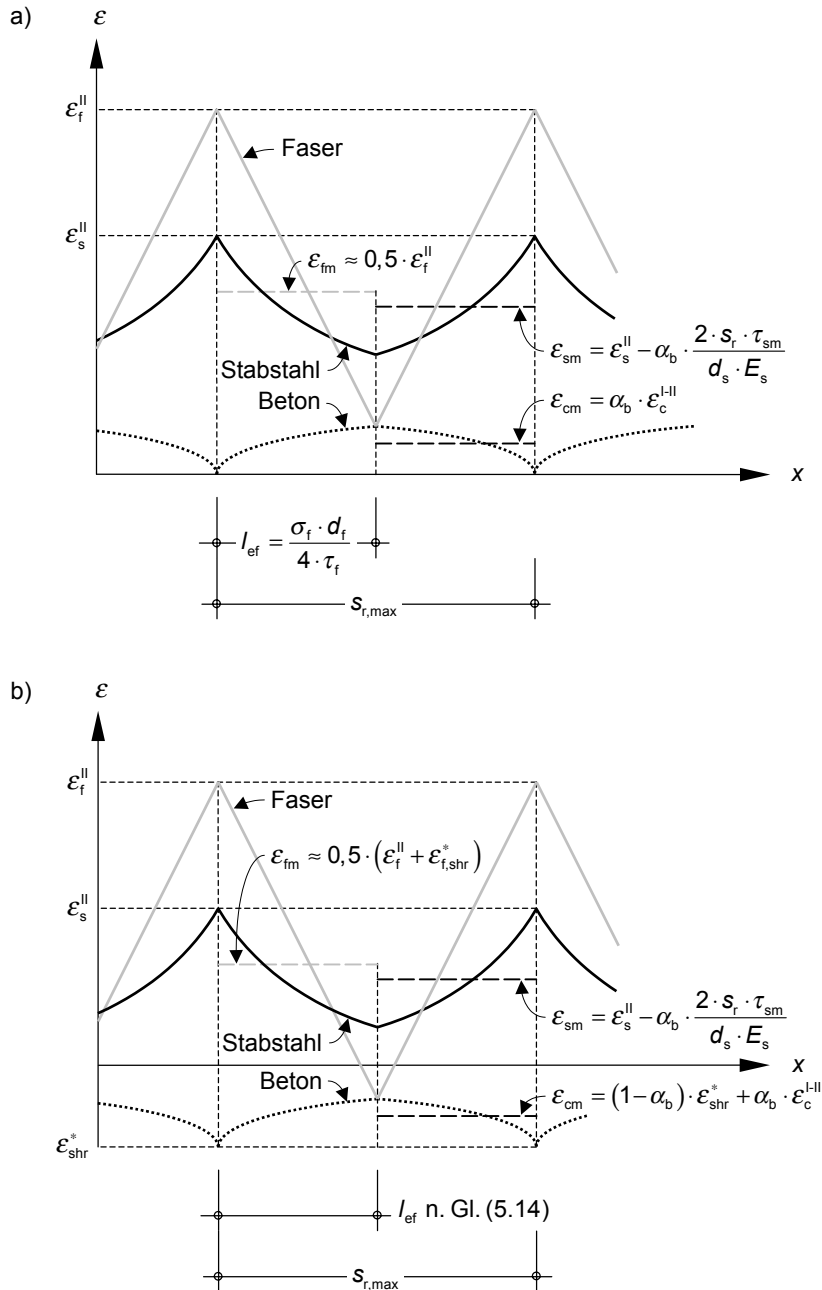


Bild 5.12 Qualitative Verzerrungsverläufe des Stabstahls, der Faser (mittig im Riss) und der Matrix am Ende der Phase 1 der sukzessiven Risssteilung bei maximalem Rissabstand ($s_r = 2 \cdot l_{ef}$, Fall A)

- a) ohne Schwindenfluss
b) unter Berücksichtigung des Schwindens, wobei $\varepsilon_{f,shr}^* > \varepsilon_{s,shr}$

Unter Verwendung von Gleichung (5.19) und des bekannten Zusammenhangs zwischen der Faserspannung σ_f und der mittleren Faserspannung im Riss $\sigma_{fm,r}$ nach Gleichung (4.44) können nun in Gleichung (5.25) die von der Stabbewehrung über Verbund in den Beton eingeleitete Betonspannung und der Traganteil der Fasern σ_{cf} in Abhängigkeit des maximalen Rissabstands $s_{r,max}$ formuliert werden. Dabei erhält man ein Polynom zweiten Grades. Die Gleichung (5.26) macht zudem eine Fallunterscheidung notwendig.

Für $\sigma_f = \frac{2 \cdot s_{r,\max} \cdot \tau_f}{d_f} + \varepsilon_{f,\text{shr}}^* \cdot E_f$ gilt:

$$a_1 \cdot s_{r,\max}^2 + b_1 \cdot s_{r,\max} + c_1 = 0 \quad (5.27)$$

$$\text{mit } a_1 = -\frac{\eta \cdot g \cdot \rho_f \cdot \left(\frac{2 \cdot \tau_f}{d_f}\right)^2}{2 \cdot \left(\frac{2 \cdot l_f \cdot \tau_f}{d_f} - \varepsilon_{f,\text{shr}}^* \cdot E_f\right)} \quad (5.28a)$$

$$b_1 = \frac{2 \cdot \tau_{sm}}{d_s} \cdot \rho_s + \eta \cdot g \cdot \rho_f \cdot \frac{2 \cdot \tau_f}{d_f} \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_{f,\text{shr}}^* \cdot E_f}{2 \cdot \left(\frac{2 \cdot l_f \cdot \tau_f}{d_f} - \varepsilon_{f,\text{shr}}^* \cdot E_f\right)}\right) \quad (5.28b)$$

$$c_1 = \eta \cdot g \cdot \rho_f \cdot \varepsilon_{f,\text{shr}}^* \cdot E_f - \sigma_{cf,cr}^i \quad (5.28c)$$

Für $\sigma_f = \left(s_{r,\max} - \frac{l_f}{2}\right) \cdot \frac{4 \cdot \tau_f}{d_f}$ gilt:

$$a_2 \cdot s_{r,\max}^2 + b_2 \cdot s_{r,\max} + c_2 = 0 \quad (5.29)$$

$$\text{mit } a_2 = -\frac{\eta \cdot g \cdot \rho_f \cdot \left(\frac{4 \cdot \tau_f}{d_f}\right)^2}{2 \cdot \left(\frac{2 \cdot l_f \cdot \tau_f}{d_f} - \varepsilon_{f,\text{shr}}^* \cdot E_f\right)} \quad (5.30a)$$

$$b_2 = \frac{2 \cdot \tau_{sm}}{d_s} \cdot \rho_s + \eta \cdot g \cdot \rho_f \cdot \frac{8 \cdot \tau_f}{d_f} \cdot \left(1 + \frac{1,5 \cdot \varepsilon_{f,\text{shr}}^* \cdot E_f}{2 \cdot \left(\frac{2 \cdot l_f \cdot \tau_f}{d_f} - \varepsilon_{f,\text{shr}}^* \cdot E_f\right)}\right) \quad (5.30b)$$

$$c_2 = -\eta \cdot g \cdot \rho_f \cdot \frac{2 \cdot l_f \cdot \tau_f}{d_f} \cdot \left(1,5 + \frac{\varepsilon_{f,\text{shr}}^* \cdot E_f}{\frac{2 \cdot l_f \cdot \tau_f}{d_f} - \varepsilon_{f,\text{shr}}^* \cdot E_f}\right) - \sigma_{cf,cr}^i \quad (5.30c)$$

Lösen der quadratischen Gleichungen liefert für den Grenzfall, dass die Lasteinleitungslänge der Fasern dem halben Rissabstand entspricht (Fall A) und in der Mitte zwischen den Rissen gerade die ideale Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^i$ erreicht wird, den folgenden (maximalen) Rissabstand $s_{r,\max}^A$:

$$s_{r,\max}^A = \frac{-b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4 \cdot a_1 \cdot c_1}}{2 \cdot a_1} \leq \frac{-b_2 + \sqrt{b_2^2 - 4 \cdot a_2 \cdot c_2}}{2 \cdot a_2} \quad (5.31)$$

Für den Fall, dass die Fasern nach vollständiger Aktivierung in den Auszug übergehen noch bevor sich ihre Lasteinleitungsbereiche gegenseitig beeinflussen (Fall B) und gleichzeitig in der Mitte zwischen den Rissen noch einmal die ideale Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^i$ erreicht wird, ergeben sich die Verzerrungsverläufe nach Bild 5.13.

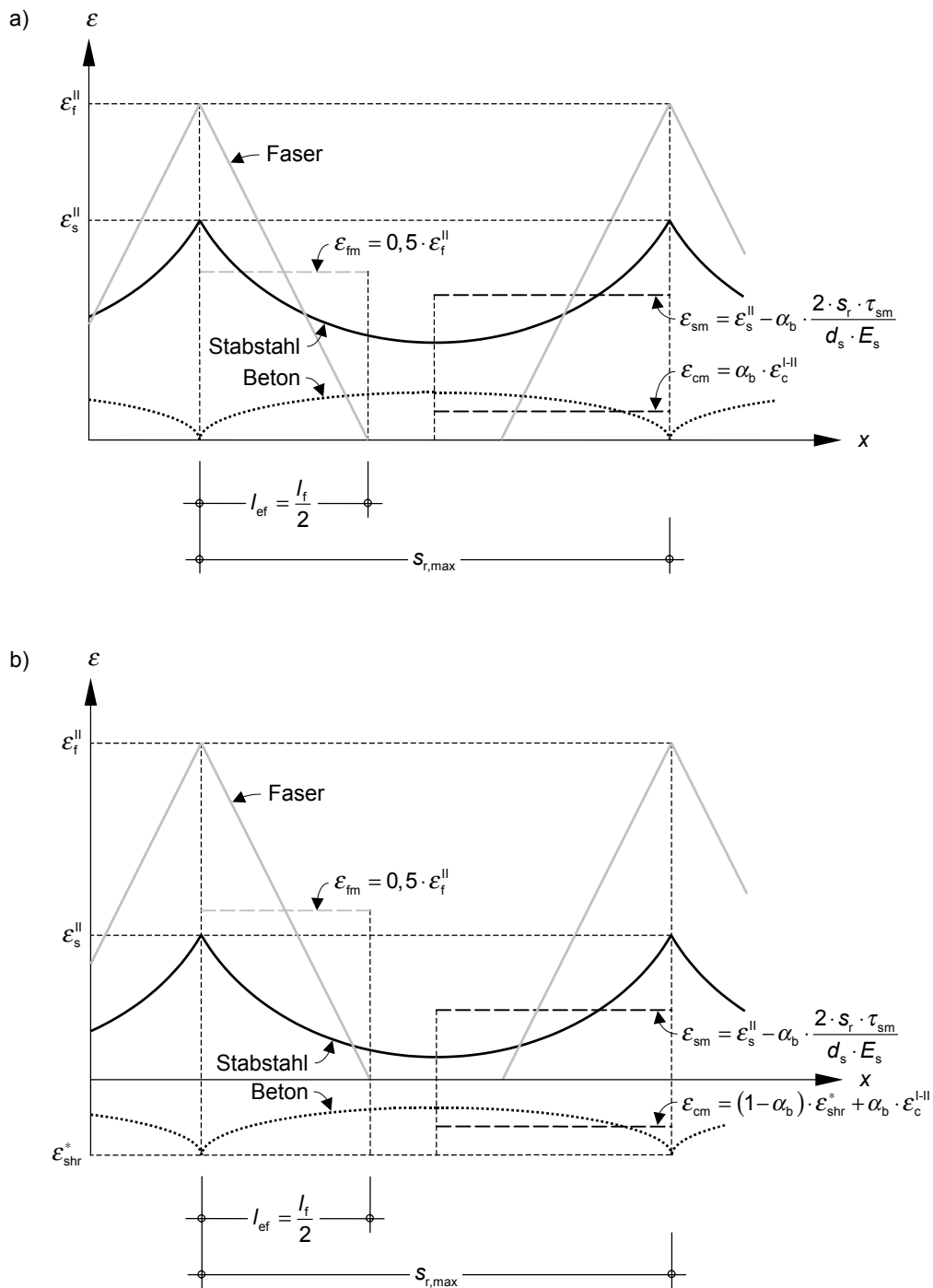


Bild 5.13 Qualitative Verzerrungsverläufe des Stabstahls, der Faser (mittig im Riss) und der Matrix am Ende der Phase 1 der sukzessiven Rissteilung bei maximalem Rissabstand (Übergang in den Faserauszug, Fall B)

- a) ohne Schwindeinfluss
- b) unter Berücksichtigung des Schwindens, wobei $\varepsilon_{f,shr} > \varepsilon_{s,shr}$

Für die maximale Faserspannung im Riss σ_f und den Traganteil der Fasern σ_{cf} gilt dabei:

$$\sigma_f = \sigma_{f0} = \frac{2 \cdot l_f \cdot \tau_f}{d_f} \quad (5.32)$$

und

$$\sigma_{cf} = \sigma_{cf0} = \eta \cdot g \cdot \rho_f \cdot \frac{l_f \cdot \tau_f}{d_f} \quad (5.33)$$

Der Traganteil der Fasern ist in diesem Fall also unabhängig vom Rissabstand. Einsetzen in Gleichung (5.25) und Auflösen nach $s_{r,max}^B$ liefert:

$$s_{r,max}^B = \left(\sigma_{cf,cr}^i - \sigma_{cf0} \right) \cdot \frac{d_s}{2 \cdot \tau_{sm} \cdot \rho_s} \quad (5.34)$$

Gleichung (5.34) gilt sowohl für den schwindfreien Fall als auch bei Berücksichtigung des Schwindeinflusses.

Da bei Faserauszug mindestens einer der beiden Radikanten in Gleichung (5.31) negativ wird, kann durch Auswerten dieser Beziehung leicht überprüft werden, ob Fall A oder Fall B für das Ende der Phase 1 der sukzessiven Risteilung maßgebend wird.

5.2.4.2 Phase 2 der sukzessiven Risteilung

Da die durch die Faserbewehrung über Verbund in den Beton eingeleitete Betonspannung nach dem Ende der Phase 1 nicht mehr weiter gesteigert werden kann bzw. infolge Faserauszugs (Fall B) sogar abnimmt, setzt die Entstehung neuer Risse eine signifikante Zunahme der Verbundspannung zwischen Beton und Stabbewehrung entsprechend der zugrunde gelegten Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung voraus. Für starr-plastisches Verbundgesetz der Stabbewehrung ist mit dem Ende der Phase 1 die Rissbildung abgeschlossen.

Auch wenn das starr-plastische Verbundgesetz nicht gilt, sind im Fall A die zur Verfügung stehenden Einleitungslängen wegen der bereits sehr kleinen Rissabstände in der Regel zu kurz, um signifikante Kräfte von der Stabbewehrung auf den Beton zu übertragen, zumal der Schlupf wegen der noch nicht im Auszug befindlichen Fasern nur wenig zunimmt. Auch ergeben sich, wie die Nachrechnung der eigenen Versuche zeigen wird, für Fall A am Ende der Phase 1 sehr hohe mittlere Dehnungen, die häufig über der elastischen Dehngrenze der Stabbewehrung liegen. Zur Beschreibung des Spannungs-Rissöffnungs-Zusammenhangs des Faserbetons in der Phase 2, Fall A, kann das in Abschnitt 4.6.6 vorgeschlagene Modell (Mehrfachrissbildung mit kleinen Rissabständen) angewendet werden.

Ist Faserauszug für das Ende der Phase 1 maßgebend (Fall B), so muss die Stabbewehrung bei weiterer Laststeigerung neben dem gesamten äußeren Kraftzuwachs auch einen immer größer werdenden Lastanteil, der bisher von den Fasern aufgenommen wurde, übernehmen. In der Folge nimmt die Stahlspannung und damit die Relativverschiebung zwischen Stabbewehrung und Beton überproportional zur Gesamtzugkraft zu. Wegen des damit einhergehenden deutlichen Anwachsens der Verbundspannung kann bei noch ausreichend großen Rissabständen unter Umständen genügend Kraft in den Beton eingeleitet werden, um diesen erneut zum Reißen zu bringen. Dies kann im Fall B wie in der Phase 1 anhand von Gleichung (5.25) über-

prüft werden. Der Spannungs-Rissöffnungs-Zusammenhang des Faserbetons kann in Phase 2, Fall B, wie für einen Einzelriss beschrieben werden (siehe Abschnitt 5.2.2, Faserauszug).

5.3 Rechnerische Ermittlung des Last-Verformungs-Verhaltens und der Rissbreiten von Zuelementen mit gemischter Bewehrung aus Stabstahl und Fasern

5.3.1 Allgemeines

Reale Werkstoffe sind im Allgemeinen anisotrop und inhomogen. Aus ihnen hergestellte Bauteile besitzen darüber hinaus verschiedene geometrische Imperfektionen (z. B. Krümmung, Schiefstellung) und Schwachstellen (z. B. veränderliche Querschnittsabmessungen). Hinzu kommen noch Unsicherheiten, die aus der Lasteinleitung herrühren.

Die Ausprägung der Anisotropie und Inhomogenität, die Größe der Imperfektionen sowie die Anzahl und Verteilung der Schwachstellen können die Bauteileigenschaften (z. B. Tragfähigkeit, Verformungsverhalten) maßgeblich beeinflussen. Durch hohe Sorgfalt bei der Herstellung bzw. durch Qualitätskontrollen lässt sich zwar die Homogenität eines Werkstoffs bzw. Bauteils verbessern, die Streuung einzelner Parameter jedoch nicht vollkommen ausschließen. Die Streuung der Kenngrößen realer Werkstoffe bzw. Bauteile hängt dabei neben dem Herstellungsprozess und den Qualitätskontrollen auch von der betrachteten Grundgesamtheit ab [Tho04]. So zeigen die Kenngrößen von Einzelstücken, Chargen und der gesamten Produktion eine Variabilität bezüglich Mittelwert und Streuung (Bild 5.14).

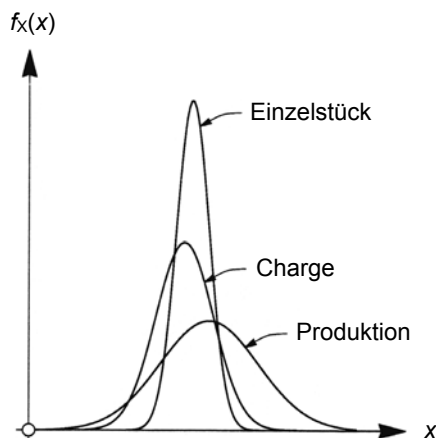


Bild 5.14 Variabilität einer Werkstoff- bzw. Bauteilkenngröße in Abhängigkeit der Grundgesamtheit [Tho04]

Häufig interessieren im Bauwesen kleine Versagenswahrscheinlichkeiten (z. B. Tragfähigkeitsnachweis) und daher nur das Verhalten der Verteilungsfunktionen in den Randbereichen (0,05-Quantile, 0,95-Quantile). Für die Beurteilung des integralen Bauteilverhaltens (z. B. Last-Verformungs-Verhalten) ist dagegen die Verteilungsdichtefunktion einer Kenngröße, d. h. neben dem Mittelwert auch ihre Streuung relevant. Da zwischen einzelnen Parametern statistische Abhängigkeiten bestehen können, führt dies bei Bauteilen mit sehr vielen Zufallsvariablen zu komplexen stochastischen Modellen.

Auf eine eingehende Behandlung geeigneter Lösungsstrategien wird hier verzichtet, da dies den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde. Eine ausführliche Darstellung der Grundlagen

stochastischer Modelle und deren Anwendung auf Probleme im Bauwesen findet sich u. a. in [Tho04].

Sehr häufig kann die Anzahl der veränderlichen Parameter eines Systems ohne nennenswerten Verlust an Genauigkeit verringert werden, indem Werkstoffkenngrößen, die vergleichsweise geringen Streuungen unterliegen (z. B. sehr geringe Streuung des Elastizitätsmoduls des Stahls im Vergleich zur Matrixzugfestigkeit des Betons) oder aus anderen Gründen das Gesamtergebnis nur wenig beeinflussen, lediglich mit ihren Mittelwerten in die Betrachtung einfließen. Ist nur das mittlere (integrale) Verhalten (z. B. Last-Verformungs-Verhalten) eines theoretisch unendlich langen Bauteils von Interesse, genügt es meist, ausschließlich mittlere Werkstoffeigenschaften in der Berechnung zu berücksichtigen.

Bei dem im folgenden Abschnitt vorgestellten Modell zur Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens eines UHPC-Zugelements mit gemischter Bewehrung aus Stabstahl und Stahlfasern werden, um zugleich auch Aussagen zur Verteilungsdichte der Rissabstände und Rissbreiten (u. a. für Vergleich mit Versuchsdaten und für Rissbreitennachweis) zu erhalten, der Faserorientierungsbeiwert η (zur Berücksichtigung der unterschiedlichen Faserverteilung und -ausrichtung) sowie der Rissabstand s_r bei Abschluss der Einzelrissbildung als veränderliche Kenngrößen eingeführt. Diese Parameter beeinflussen durch ihre Streuung sehr maßgeblich den Rissbildungsprozess (ideelle Rissspannung $\sigma_{cf,cr}^i$, Rissbreiten). Die übrigen Material- und Geometrieparameter werden aus Gründen der Einfachheit und um die Übersichtlichkeit zu bewahren, als konstant angenommen.

5.3.2 Modellbildung

Die Ermittlung des Last-Verformungs-Verhaltens eines UHPC-Zugelements mit gemischter Bewehrung aus Stabstahl und Stahlfasern erfolgt numerisch auf der Grundlage des mechanischen Modells aus Abschnitt 5.2.

Betrachtet werden $N \cdot M$ Bauteilelemente diskreter Länge (Bild 5.15). Diese unterscheiden sich untereinander hinsichtlich des in Zugrichtung wirksamen Fasergehalts (ausgedrückt durch N unterschiedliche Faserorientierungsbeiwerte η) und in ihrer Länge ($N \cdot M$ verschiedene Längen). Jeweils M Elemente weisen den gleichen Faserorientierungsbeiwert auf. Die Elemente selbst werden hinsichtlich Faserverteilung und Faserorientierung als homogen angenommen. Diese Einschränkung mindert, wie die Nachrechnung der eigenen Versuche in Abschnitt 6 zeigen wird, nur bei wenigen Probekörpern die Aussagekraft des Modells.

Die Längen der Bauteilelemente entsprechen dem Rissabstand s_r bei abgeschlossener Einzelrissbildung, der gemäß Abschnitt 5.2.3 das Einfache ($s_{r,min}$) bis Zweifache ($s_{r,max}$) der Lasteinleitungslänge der Stabbewehrung nach Gleichung (5.9) betragen kann. Im Modell werden für die N wirksamen Fasergehalte jeweils M unterschiedliche Rissabstände $s_{r,min} \leq s_r \leq s_{r,max}$ berücksichtigt. Jedes Element besitzt also in seiner Mitte genau einen Riss. Es wird daher im Folgenden auch als „Risselement“ bezeichnet.

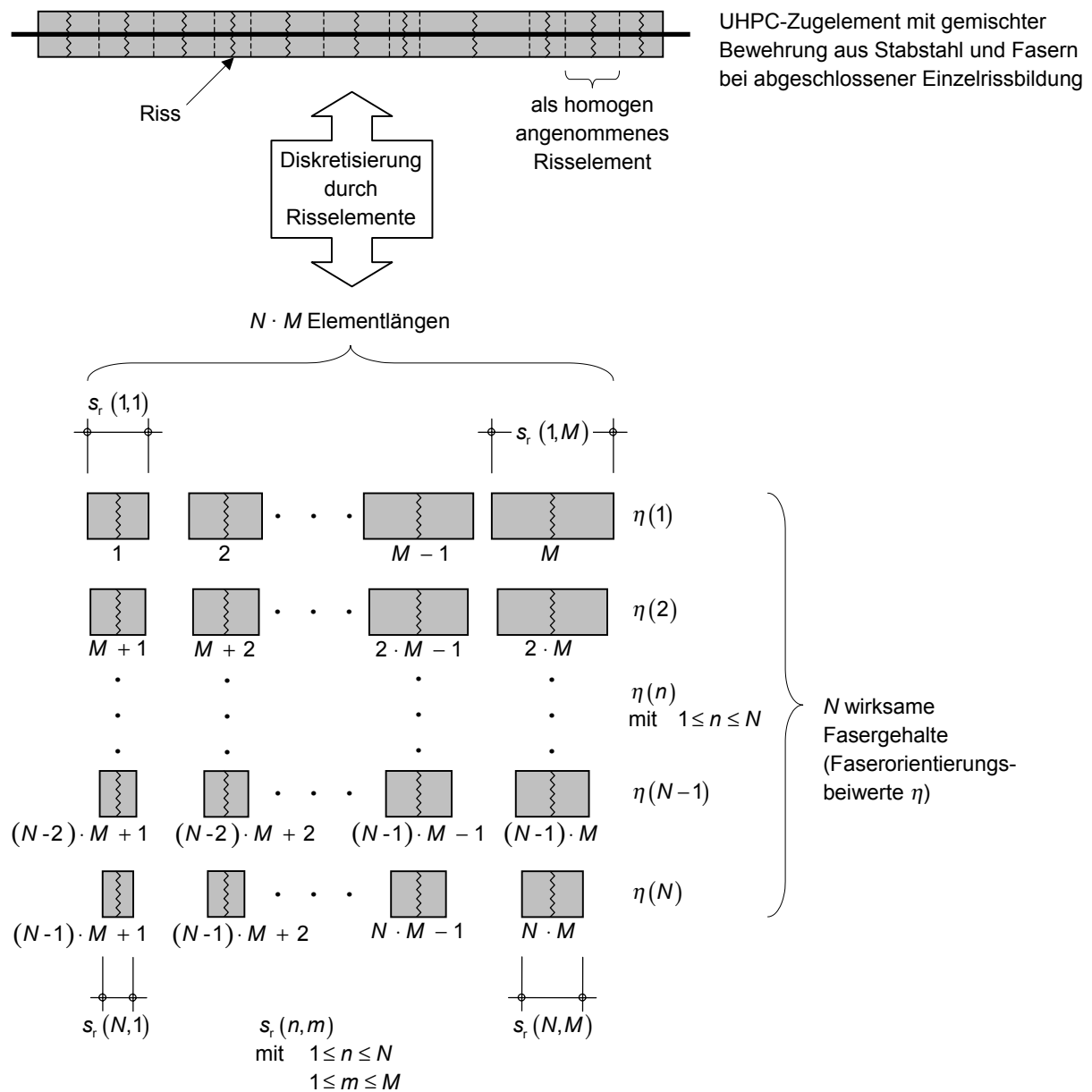


Bild 5.15 Diskretisierung eines UHPC-Zugglieds mit gemischter Bewehrung durch $N \cdot M$ Risselemente

Für sämtliche Risselemente erfolgt eine gesonderte Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens nach den in Abschnitt 5.2 hergeleiteten Beziehungen, wobei die äußere Last sukzessive gesteigert wird. Der genaue Ablauf der programmgesteuerten Berechnung ist in Abschnitt 5.3.3 detailliert beschrieben.

Das Last-Verformungs-Verhalten des UHPC-Zugelements wird schließlich durch Überlagerung der Ergebnisse der einzelnen Risselemente erhalten. Dabei gilt es zu berücksichtigen, dass die durch die $N \cdot M$ Elemente repräsentierten Struktureigenschaften entsprechend der Verteilungsdichtefunktionen der veränderlichen Parameter in einem realen Bauteil unterschiedlich häufig vorkommen. Bei der Superposition ist also eine Wichtung der Teilergebnisse vorzunehmen.

Als Verteilungsdichtefunktion des in Zugrichtung wirksamen Fasergehalts (entspricht im Modell der Verteilungsdichtefunktion des Faserorientierungsbeiwerts η) kommen die für die Beschreibung von Festigkeitswerten (z. B. Betondruckfestigkeit) gebräuchlichen Ansatzfunktionen in Betracht (z. B. Normalverteilung, logarithmische Normalverteilung), die jedoch wegen der endlichen Anzahl Risselemente im Modell nur in diskretisierter Form abgebildet werden können. Die Grenzen der betrachteten Verteilungsfunktion können sich dabei an den für die Nachweise im Bauwesen relevanten Fraktilwerten (5 %, 95 %) orientieren (Bild 5.16a).

Für die Verteilungsdichte der Rissabstände gilt Gleichung (3.56). Die Grenzen der Verteilungsdichtefunktion entsprechen jeweils den extremalen Rissabständen bei abgeschlossenem Einzelrissbild $s_{r,min}$ und $s_{r,max}$. Wegen der unterschiedlichen Einleitungslängen der Stabbewehrung ergeben sich für jeden Faserorientierungsbeiwert η andere Grenzen (Elementlängen werden mit zunehmendem η kürzer). Die Verteilungsdichtefunktion der Rissabstände wird im Modell entsprechend der Elementierung durch M Stützstellen diskretisiert (Bild 5.16b).

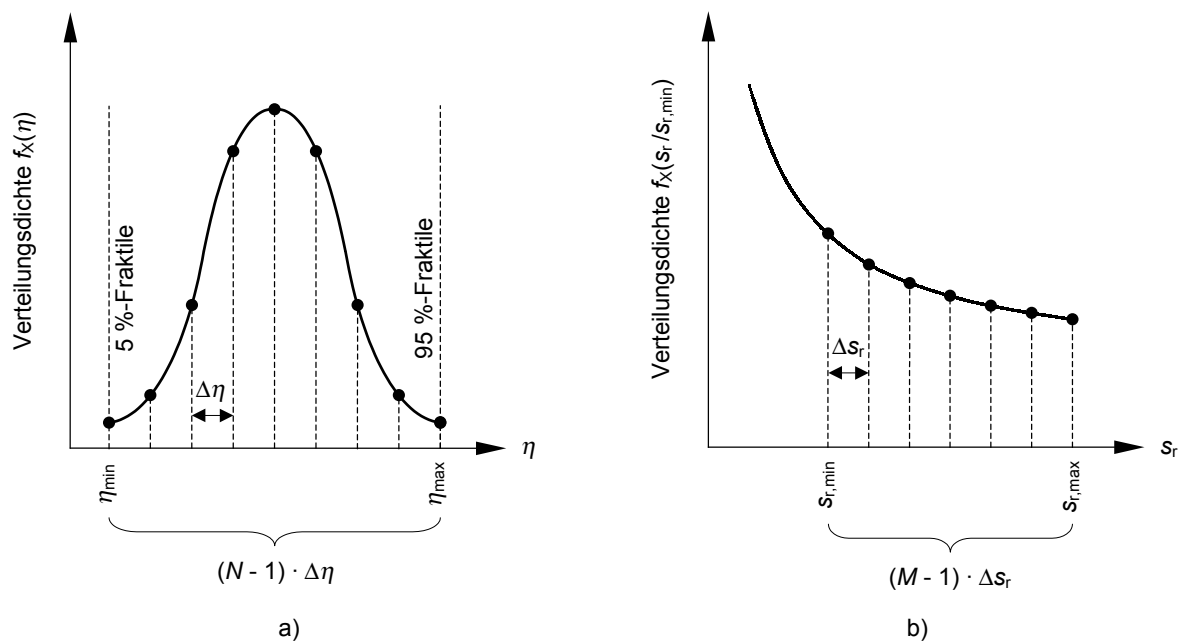


Bild 5.16 Verteilungsdichtefunktionen und deren Diskretisierung im mechanischen Modell

- a) wirksamer Fasergehalt, ausgedrückt durch den Faserorientierungsbeiwert η
 b) Rissabstand s_r

5.3.3 Programmgesteuerte Durchführung der Berechnung

Im Rahmen der programmgesteuerten Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens von UHPC-Zuggliedern mit gemischter Bewehrung werden für die UHPC-Matrix, die Stabbewehrung und die Fasern die in Tabelle 5.1 angegebenen Kenngrößen berücksichtigt.

Dabei wird der Faserorientierungsbeiwert η entsprechend der Verteilungsdichtefunktion nach Bild 5.16a als streuend angenommen.

Tabelle 5.1 Eingangsparameter (Geometrie- und Materialkenngrößen) für die programmgesteuerte Berechnung

UHPC-Matrix	Stabbewehrung	Fasern
<ul style="list-style-type: none"> - Matrixzugfestigkeit f_{ct} - Bruchenergie der Matrix G_F - Elastizitätsmodul E_c 	<ul style="list-style-type: none"> - Stabdurchmesser d_s - Elastizitätsmodul E_s - Bewehrungsgehalt ρ_s - Verbundparameter s_1, α und $\tau_{b \max}$ - Schwindverkürzung $\varepsilon_{s,shr}$ - Vordehnung $\varepsilon_{p,p}^{(0)}$ (bei Vorspannung) 	<ul style="list-style-type: none"> - Faserlänge l_f - Faserdurchmesser d_f - Elastizitätsmodul E_f - Fasergehalt ρ_f - Verbundspannung τ_f - Faserorientierungsbeiwert (Mittelwert $\bar{\eta}$ / Standardabweichung s) - Faserwirksamkeitsbeiwert g - Schwindverkürzung $\varepsilon_{f,shr}$

Zu Beginn werden für alle Elemente die ideellen Rissspannungen $\sigma_{c,cr}^i$ aus den gegebenen Werkstoffkenngrößen iterativ ermittelt. Die anschließende Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens der einzelnen Elemente erfolgt kraftgesteuert. Hierzu wird die äußere Belastung, beginnend mit der kleinsten ideellen Rissspannung aller betrachteten Risselemente $\min \sigma_{c,cr}^i$ (Erstrissspannung), um einen inkrementellen Spannungswert $\Delta \sigma_c$ gesteigert. In jeder Laststufe werden u. a. die inneren Kräfte, die Rissbreite und die über das Risselement gemittelte Stabstahldehnung iterativ unter Beachtung der Gleichgewichtsbedingung (5.5) und der Verträglichkeitsbedingung (5.20) bestimmt und zwischengespeichert.

Wegen der N wirksamen Fasergehalte ergeben sich für die Elemente unterschiedlich hohe Rissspannungen. Dies bedeutet für die unteren Laststufen, dass einzelne Elemente bereits vollständig gerissen sind (Makroriss), während andere sich noch in der Phase der Mikrorissbildung befinden. Für Elemente mit höheren wirksamen Fasergehalten werden dann ersatzweise die noch näherungsweise elastischen Verformungen aus der Dehnsteifigkeit des ideellen Querschnitts berechnet.

In jeder Laststufe wird nach Gleichung (5.25) überprüft, ob im Beton im Abstand $s_r/2$ vom Riss die ideelle Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^i$ erneut erreicht wird. Ist dies der Fall, wird für die nächste Laststufe der Rissabstand halbiert und die Anzahl der Risse für das betrachtete Element verdoppelt. In der Phase der sukzessiven Rissbildung werden damit vereinfachend alle Rissabstände und Rissbreiten eines Elements als gleich groß angenommen. Auch ist, in Widerspruch zu realen Bauteilen, der wirksame Fasergehalt im Laufe des fortschreitenden Rissbildungsprozesses nicht veränderlich (homogenes Risselement).

Da die Bestimmung der rissmechanischen Größen nach den in Abschnitt 5.2 angegebenen Beziehungen elastisches Verhalten der Stabbewehrung voraussetzt, kann die Berechnung abgebrochen werden, wenn im Riss die Streck- bzw. Dehngrenze des Stabstahls erreicht ist. Im Anschluss an die Berechnung sämtlicher Risselemente erfolgt für jede Laststufe die statistische Auswertung (Häufigkeitsverteilung der Rissabstände und der Rissbreiten, Extrem- und Mittelwertbildung usw.) und die Überlagerung der über die Elemente gemittelten Stabstahldehnungen. Dabei werden die Ergebnisse der $N \cdot M$ Elemente entsprechend ihrer Verteilungsdichte gewichtet (siehe Abschnitt 5.3.2). Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung des UHPC-Zuglements wird erhalten, indem die über die Elemente gemittelte Stabstahldehnung in Abhängigkeit der Belastung (Laststufe) aufgetragen wird.

Der prinzipielle Ablauf der programmgesteuerten Berechnung ist in Bild 5.17 anhand des Hauptprogramms schematisch dargestellt.

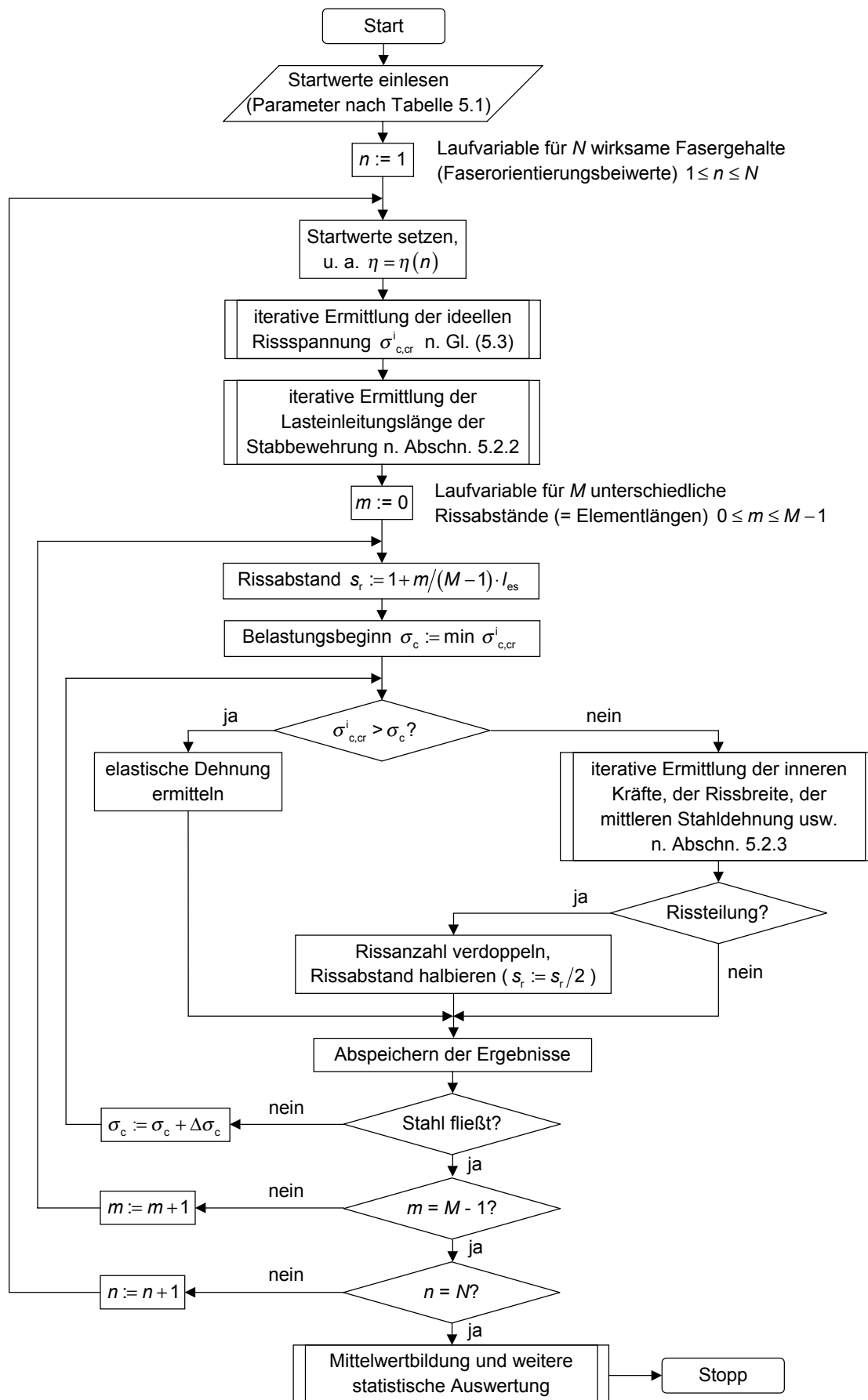
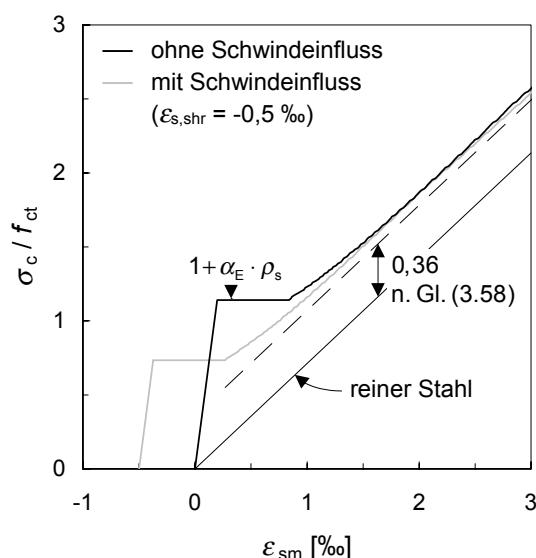


Bild 5.17 Ablauf der programmgesteuerten Berechnung (Hauptprogramm)

Bild 5.18 zeigt die Ergebnisse programmgesteuerter Berechnungen, bei denen ausschließlich stabstahlbewehrte UHPC-Zugelemente durch 30 Risselemente ($N = 1$, $M = 30$, vgl. Bild 5.15) diskretisiert wurden. Bei ansonsten identischen Rechengrößen wurde in einem Fall (grauer Verlauf) eine Schwindverkürzung $\varepsilon_{s,shr} = -0,5\text{‰}$ berücksichtigt. Als Bewehrung wurde Betonstahl mit den Verbundparametern nach Tabelle 3.4, Spalte 1 zugrundegelegt. Alle weiteren Parameter sind in Bild 5.18 angegeben. Die Darstellung erfolgt in Form eines Betonspannungs-Dehnungs-Diagramms, wobei als Bezugsgröße für die Betonspannung die Matrixzugfestigkeit gewählt wurde.

Wegen der als konstant angenommenen Matrixzugfestigkeit ergibt sich bis zur abgeschlossenen Einzelrissbildung ein Plateau auf dem Niveau der Erstrissspannung. Neben der Arbeitslinie des reinen Stahls ist in Bild 5.18 auch der von *Krips* [Kri84] für Stahlbeton analytisch ermittelte untere Grenzwert der Betonmitwirkung als gestrichelte Linie angegeben.

Sowohl die theoretischen Überlegungen von *Krips* als auch die Erkenntnisse zum Einfluss des Schwindens aus Abschnitt 3.5.2 können mit Hilfe des Modells auf numerischem Wege sehr gut nachvollzogen werden.



Matrix:

$$f_{ct} = 8,5 \text{ N/mm}^2$$

$$E_c = 43.000 \text{ N/mm}^2$$

$$G_F = 60 \text{ N/m}$$

Stabbewehrung:

$$d_s = 12 \text{ mm}$$

$$E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$$

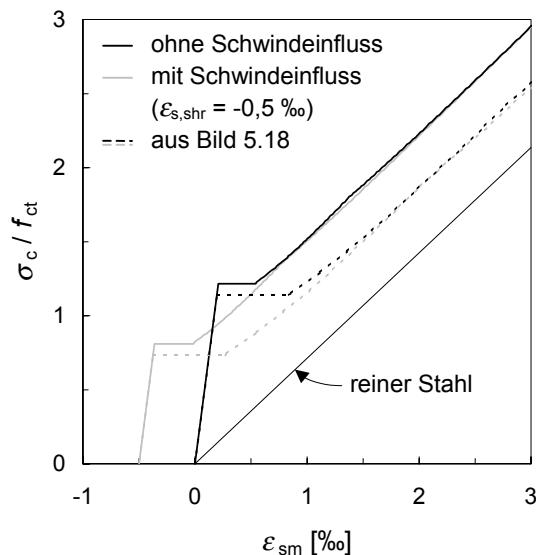
$$\rho_s = 3,0 \%$$

s_1 , α und $\tau_{b \max}$ nach Tabelle 3.4, Spalte 1

Bild 5.18 Rechnerische Betonspannungs-Dehnungs-Beziehungen ausschließlich stabstahlbewehrter UHPC-Zugelemente

Für eine fiktive Faserbetonmischung veranschaulicht Bild 5.19 den Einfluss einer Faserzugabe auf das Last-Verformungs-Verhalten der zuvor betrachteten UHPC-Zugelemente. Den Berechnungen wurden wieder 30 Risselemente ($N = 1$, $M = 30$) zugrundegelegt. Eine ungleichmäßige Faserverteilung über die Länge des Zugelements wurde nicht berücksichtigt. Entsprechende Untersuchungen, insbesondere zum Einfluss der Streuung des wirksamen Fasergehalts auf die Verteilung der Rissabstände und Rissbreiten, erfolgen in Abschnitt 6.4 im Rahmen der Nachrechnung realer UHPC-Zugelemente.

Zum Vergleich wurden die Verläufe aus Bild 5.18 mit in Bild 5.19 aufgenommen (gestrichelte Linien). Die Faserzugabe führt zu einer Steigerung der Erstrissspannung (Stichwort: ideelle Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^i$) und zu einem signifikanten Steifigkeitsgewinn nach Abschluss der Einzelrissbildung. Das Spannungsplateau in der Phase der Einzelrissbildung ist dagegen weniger stark ausgeprägt. Hinsichtlich des Einflusses des Schwindens ergeben sich ähnliche Verhältnisse wie bei den ausschließlich stabstahlbewehrten Zugelementen.



Matrix und Stabbewehrung: siehe Bild 5.18

Fasern:

$l_f = 17 \text{ mm}$
 $d_f = 0,15 \text{ mm}$
 $E_f = 200.000 \text{ N/mm}^2$
 $\rho_f = 1,0 \text{ Vol.-%}$
 $\tau_f = 11 \text{ N/mm}^2$
 $\eta = 0,5$
 $g = 1,0$

Bild 5.19 Rechnerische Betonspannungs-Dehnungs-Beziehungen von UHPC-Zugelementen mit gemischter Bewehrung

Die Bilder 5.20a, b und c zeigen für unterschiedliche Bewehrungskonfigurationen die Entwicklung der bezogenen nominellen Betonspannung σ_c / f_{ct} in Abhängigkeit der mittleren Dehnung ϵ_{sm} (schwarze Linien). Betrachtet wird jeweils das Risselement mit dem aktuell größten Rissabstand (maßgebend hinsichtlich der Rissbreitenbegrenzung und der Tragfähigkeit). Bei Abschluss der Einzelrissbildung ist dies das Risselement mit $s_{r,max} = 2 \cdot l_{es}$. Da eine Steigerung der Belastung über das Erstrisslastniveau hinaus für dieses Risselement unmittelbar zu einer Risteilung führt, wird im Anschluss der Rissabstand eines anderen Risselements maximal. Dies setzt sich in gleicher Weise fort. Die Betrachtung wechselt also bei jeder Risteilung auf ein anderes Risselement. Die grauen Linien beschreiben die Traganteile der Fasern und des Stabstahls. Aus ihrer Addition ergibt sich die Gesamtlast. Die Traganteile der Fasern sind wegen der besseren Lesbarkeit in Bild 5.20d noch einmal gesondert dargestellt.

Den Verläufen in Bild 5.20a liegt die Bewehrungskonfiguration entsprechend Bild 5.19 zugrunde. Für Bild 5.20b wurde der Stabstahlbewehrungsgehalt gegenüber dieser Ausgangskonfiguration halbiert. Bild 5.20c ergibt sich für eine geänderte Fasergeometrie ($l_f/d_f = 9 \text{ mm}/0,15 \text{ mm}$). Der Fasergehalt wurde dabei so gewählt, dass sich rechnerisch die gleiche Faserwirksamkeit wie für die 17 mm langen Fasern der Ausgangskonfiguration einstellt. Mit $\sigma_{cf0}/f_{ct} = 0,73$ weist der Faserbeton selbst kein verfestigendes Verhalten auf. Um die Vergleichbarkeit der Ergebnisse zu gewährleisten, wurde das Verhalten der Stabbewehrung in allen drei Fällen im Darstellungsbereich als linear elastisch angenommen. Ein Einfluss des Schwindens wurde nicht berücksichtigt.

Der Übergang der Fasern von der Aktivierungs- in die Auszugsphase ist in den Diagrammen jeweils durch ein Dreieck gekennzeichnet. Wie sich zeigt, wird für die drei Bewehrungskonfigurationen die Faserwirksamkeit bei unterschiedlichen mittleren Dehnungen erreicht (Bild 5.20d). Während die 9 mm langen Fasern bereits bei einer mittleren Dehnung des Risselements $\epsilon_{sm} = 0,59 \text{ ‰}$ vollständig aktiviert werden, gehen die 17 mm langen Fasern erst bei größeren mittleren Dehnungen in den Auszug über. Für einen Stabstahlbewehrungsgehalt $\rho_s = 1,5 \text{ ‰}$ ist dies bei $\epsilon_{sm} = 2,24 \text{ ‰}$ der Fall, für die Ausgangskonfiguration nach Bild 5.19 ($\rho_s = 3,0 \text{ ‰}$) hingegen erst bei $\epsilon_{sm} = 5,45 \text{ ‰}$, d. h. nicht mehr im elastischen Verformungsbereich üblicher Betonstahlbewehrung. Der Rückgang des Traganteils der Fasern nach Erreichen der Faserwirksamkeit (Entfestigung) ist nicht sehr ausgeprägt.

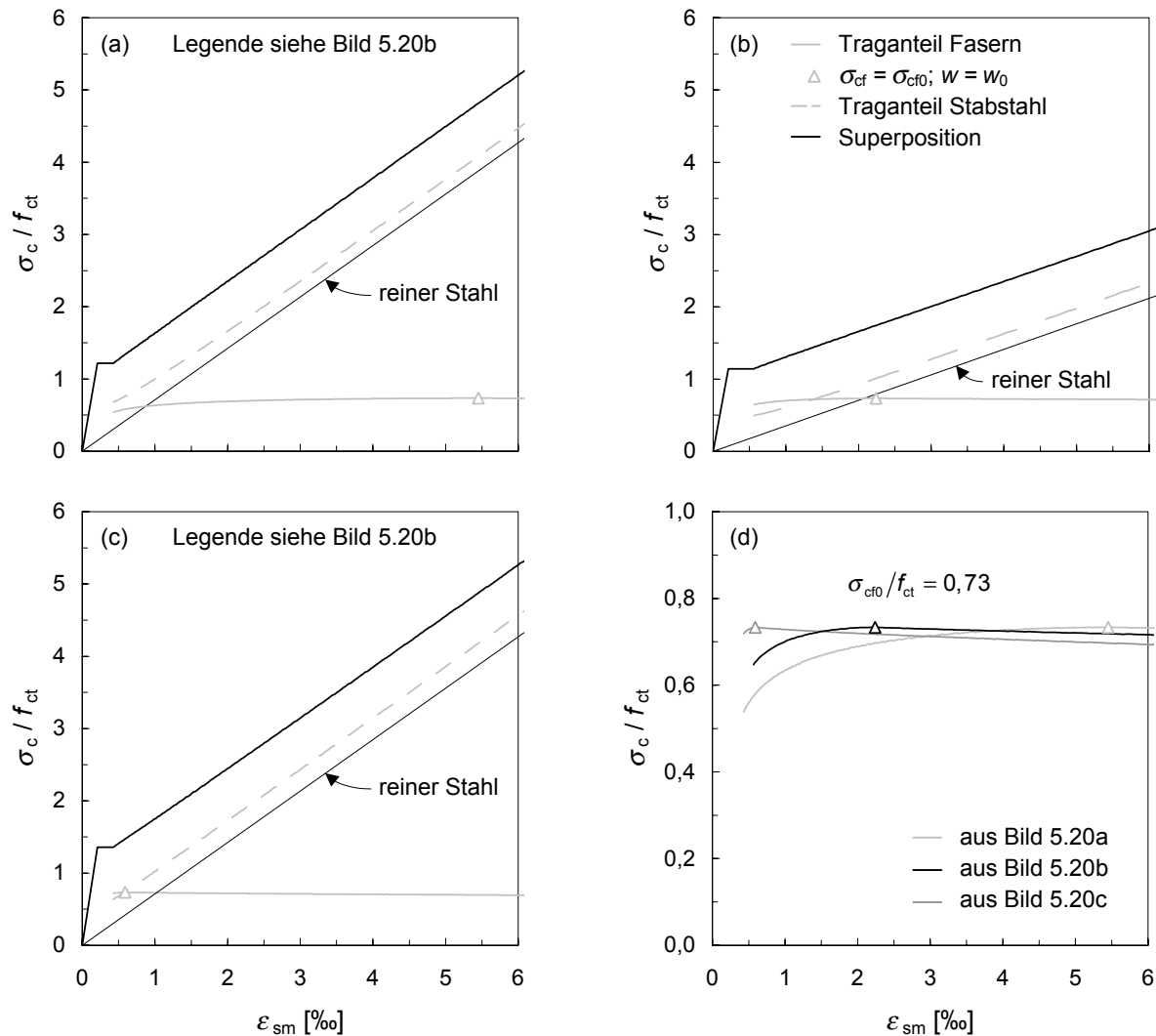


Bild 5.20 Einfluss der Bewehrungskonfiguration auf das Last-Verformungs-Verhalten bei maximalem Rissabstand – Traganteil der Fasern, Traganteil des Stabstahls und Superposition

- Bewehrungskonfiguration nach Bild 5.19 (Ausgangskonfiguration)
- Stabstahlbewehrungsgehalt gegenüber Ausgangskonfiguration halbiert ($\rho_s = 1,5 \%$)
- Fasergeometrie ($l_f / d_f = 9 \text{ mm} / 0,15 \text{ mm}$) und Fasergehalt ($\rho_f = 1,8 \text{ Vol.-%}$) gegenüber Ausgangskonfiguration variiert
- Traganteile der Fasern für die drei Bewehrungskonfigurationen

Aus den Ergebnissen können folgende Erkenntnisse abgeleitet werden:

- Die Faserwirksamkeit eines Faserbetons wird in Kombination mit Stabstahl zum Teil erst bei sehr hohen mittleren Dehnungen erreicht. Dies gilt auch für Faserbetone, die selbst kein verfestigendes Verhalten aufweisen.
- Die Ableitung einer konstitutiven Spannungs-Dehnungs-Linie des Faserbetons (z. B. für Verformungsberechnungen, Querschnittsbemessung) aus der in Versuchen an Faserbetonproben erhaltenen Faserwirksamkeit ist nicht zielführend, da die Lastaufteilung zwischen Fasern und Stabstahl maßgeblich durch die Bewehrungskonfiguration, d. h. die Fasergeometrie, den Stabstahlbewehrungsgehalt und insbesondere die Elastizitätsgrenze der Stabbewehrung bestimmt wird. Eine Überlagerung isoliert ermittelter Spannungs-Dehnungs-Linien verstößt daher gegen die Verträglichkeit.

6 Eigene Versuche an UHPC-Zugkörpern mit gemischter Bewehrung aus Stabstahl und Stahlfasern

6.1 Versuchsprogramm

Zur Validierung des in Abschnitt 5 vorgeschlagenen mechanischen Modells wurden Versuche an scheibenförmigen Zugkörpern mit gemischter Bewehrung aus Stabstahl und Stahlfasern durchgeführt. Dabei wurde der Einfluss folgender Parameter auf das Trag- und Verformungsverhalten unter kurzzeitiger monotoner Lastbeanspruchung untersucht:

- Faserlänge l_f (9 und 17 mm)
- Fasergehalt ρ_f (0,9 bis 2,5 Vol.-%)
- Stabstahlart (Betonstahl BSt 500, hochfester Stahl St 1420/1570 bzw. 1470/1620)
- Stabdurchmesser d_s (8 und 12 mm)
- Stabstahlbewehrungsgehalt ρ_s (1,3 und 3,0 %)
- Anordnung einer Querbewehrung

Auf die verwendeten Fasern und Fasergehalte wurde bereits in Abschnitt 4.5.4.1 im Zusammenhang mit den zur Ermittlung der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung durchgeführten Versuchen ausführlich eingegangen. Weiterhin wurden auch stabstahlbewehrte Scheiben ohne Fasern geprüft.

Der Einsatz eines hochfesten gerippten Bewehrungsstahls ermöglichte es, die Rissbildung und Rissbreitenentwicklung auch bei sehr großen mittleren Dehnungen noch im elastischen Verformungsbereich des Stabstahls zu beobachten. Zudem sollten die Auswirkungen des gegenüber Betonstahl unterschiedlichen Verbundverhaltens untersucht werden (vgl. Abschnitt 3.3.3.5). Die Spannungs-Dehnungs-Linien der eingesetzten Stahlgüten sind in Bild 3.16 dargestellt. Einen Überblick über die untersuchten Parameterkombinationen gibt Tabelle 6.1. Von jedem Typ wurden ein bzw. zwei Versuchskörper hergestellt.

Tabelle 6.1 Versuchsprogramm: Zugversuche mit gemischter Bewehrung

Zeile	Spalte	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
	Bezeichnung	d8F9/0.9	d12F9/0.9	d8F9/2.5	d12F9/2.5	d8F17/0.9	d12F17/0.9	d8F17/1.45	d12F17/1.45	d8F17/2.0	d12F17/2.0	Qd8F17/0.9	BStd8F17/0.9	BStd12F17/0.9	QBStd8F17/0.9	d8	BStd8	
1	Fasertyp nach Tabelle 4.4	Fasertyp 1				Fasertyp 2										-		
2	Faserlänge l_f in mm	9				17										-		
3	Faserdurchmesser d_f in mm	0,15																-
4	Fasergehalt ρ_f in Vol.-%	0,9		2,5		0,9		1,45		2,0		0,9				-		
5	Stabstahlart																	
6	- BSt 500	X		X		X		X		X		X	X	X	X	X	X	
7	- St 1420/1570		X		X		X		X		X							
	- St 1470/1620																	
8	Stabdurchmesser d_s in mm	8	12	8	12	8	12	8	12	8	12	8	12	8	12	8		
9	Bewehrungsgehalt ρ_s in %	1,3	3,0	1,3	3,0	1,3	3,0	1,3	3,0	1,3	3,0	1,3	3,0	1,3	3,0	1,3		
10	Querbewehrung	-										X	-		X	-		

6.2 Versuchskörper

Die Zugscheiben aus Feinkorn-UHPC der Mischung M2Q (Tabelle 2.1) besaßen einen Querschnitt von $70\text{ mm} \times 220\text{ mm}$ und eine Länge von 1300 mm . Sie waren in Zugrichtung einlagig mittig mit jeweils vier Stahlstäben bewehrt. Bei einigen Probekörpern wurde innerhalb des späteren Messbereichs zusätzlich eine Querbewehrung wechselweise zu beiden Seiten der Längsbewehrung angeordnet. Der Achsabstand sowohl der Längs- als auch der Querstäbe betrug 50 mm . Die Abmessungen und die Bewehrungsführung der Zugscheiben sind in Bild 6.1 dargestellt.

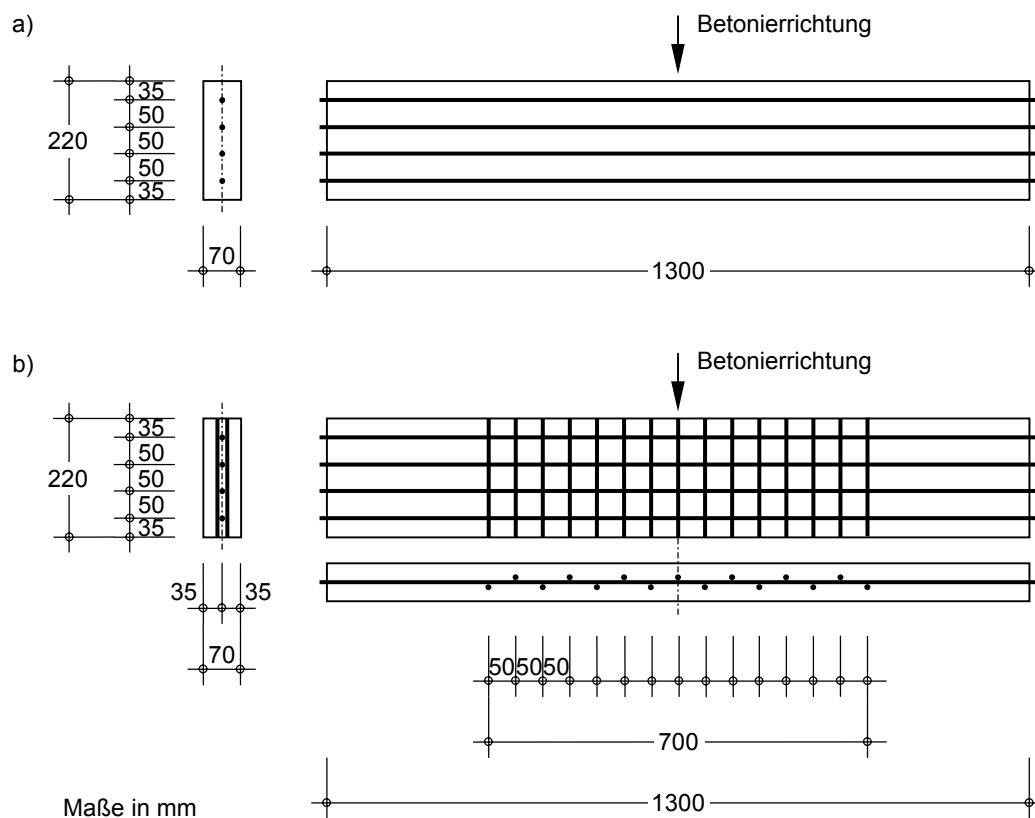


Bild 6.1 Abmessungen und Bewehrungsführung der UHPC-Zugscheiben

a) ohne Querbewehrung

b) mit Querbewehrung

Die Herstellung der Scheiben erfolgte auf dem Rütteltisch stehend, wobei der Beton, wie in Bild 6.1 dargestellt, auf einer der schmalen Querschnittsseiten eingebracht wurde. Um die Faserausrichtung möglichst wenig zu beeinflussen, wurde der Beton ohne Kelle, direkt aus einem rechteckigen Mörtelkübel, der etwa die Länge der Versuchskörper besaß, in die Schalung gefüllt. Aus einer Betoncharge wurden jeweils drei Probekörper gleichzeitig hergestellt.

Bereits während des Einfüllens sowie weitere 2 Minuten im Anschluss daran wurden die auf dem Rütteltisch gespannten Proben bei einer Frequenz von 50 Hz verdichtet. Das Ausschalen erfolgte nach 2 Tagen. Anschließend wurden die Versuchskörper 48 Stunden lang bei 90 °C wärmebehandelt. Um die Rissbildung besser sichtbar werden zu lassen, wurden die Probekörper im Bereich der Messlänge mit wasserverdünnter weißer Farbe gestrichen.

6.3 Versuchsdurchführung

Die Probekörper wurden über Klemmbacken in eine servohydraulische, elektronisch gesteuerte Zugprüfmaschine (Bild 6.2) eingespannt. Geometrische Imperfektionen der Scheiben machten es erforderlich, Differenzen im Bereich der Klemmbacken durch Distanzbleche auszugleichen. Die beim Einspannen aufgezwungenen Verformungen wurden durch die bereits aktivierte Messwertaufzeichnung erfasst. Die Belastung erfolgte weggesteuert mit einer konstanten Wegzunahme von $2\text{ }\mu\text{m/s}$ im Bereich kleiner Dehnungen (bis etwa 1,0 ‰ Gesamtdehnung) sowie $10\text{ }\mu\text{m/s}$ im Anschluss daran.

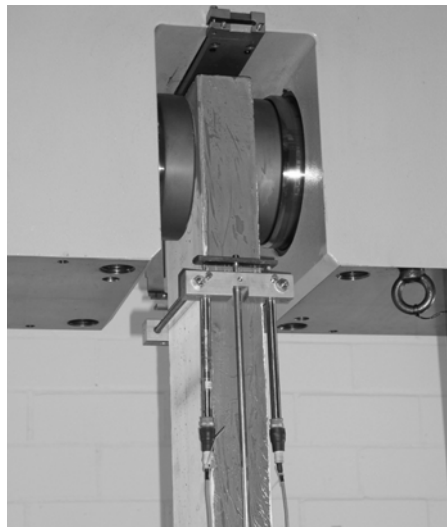
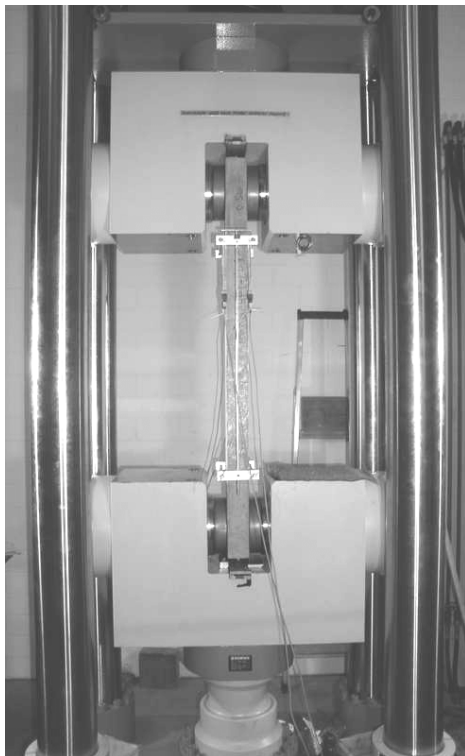


Bild 6.2 Belastungsvorrichtung mit eingebautem Probekörper (links) und Detail des Einspannbereichs mit Instrumentierung (oben)

Die Verformungen wurden mit vier induktiven Wegaufnehmern W10TK der Fa. HBM integral über einen Messbereich von 750 mm in der Mitte des Prüfkörpers erfasst und über eine Vielstellenmessenanlage UPM 100 durch das Messwerterfassungsprogramm CATMAN aufgezeichnet. Der Messbereich wurde ausreichend entfernt von den Klemmbacken gewählt (Bild 6.2), so dass ein Einfluss der Lasteinleitung (räumlich diskontinuierlicher Spannungszustand) auszuschließen war. Die Rissbildung und Rissbreitenentwicklung wurde für diskrete Dehnungszustände visuell mit Hilfe einer Risslupe überwacht. Hierzu wurde der Belastungsvorgang bei mittleren Dehnungen von ca. 1, 3 und 5 ‰ (hochfeste Bewehrung) bzw. 1, 2 und 3 ‰ (Betonstahl), jeweils bezogen auf die unbelastete Prüfkörperlänge, kurzzeitig angehalten. Risse mit Breiten ab ca. 10 bis 20 μm konnten visuell erkannt und auf dem Probekörper angezeichnet werden. Bild 6.3 zeigt einen mit Hilfe der Risslupe noch wahrnehmbaren Riss. Eine Aufnahme der Rissbreitenentwicklung erfolgte für Risse mit Breiten ab ca. 50 μm . Aussagen über die Verteilung der Rissbreiten sollten zudem indirekt über die bestehende Korrelation zwischen Rissbreiten und Rissabständen gewonnen werden.

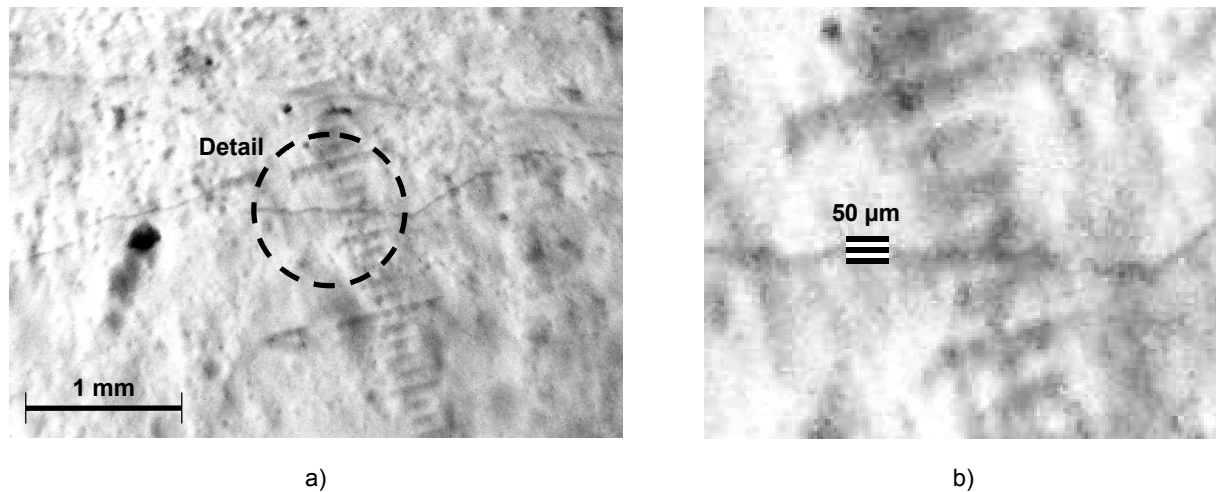


Bild 6.3 Aufnahme eines Risses mit einer Breite von ca. 15 bis 20 µm durch die Risslupe (a) und digitale Vergrößerung (b)

Um bei der für Faserbetone charakteristischen Rissbildung mit Rissversätzen, Aufspaltung und Verästelung von Rissen (Bild 4.8) innerhalb der Parameterstudie, insbesondere hinsichtlich der Rissabstände, vergleichbare Ergebnisse zu erhalten, wurden auf Vorder- und Rückseite des Probekörpers jeweils drei Messstrecken definiert (Bild 6.4), entlang derer das Rissbild aufgenommen wurde. Die Schnittpunkte der Risse mit den durch Linien auf den Probekörpern gekennzeichneten Messstrecken wurden für jeden Dehnungszustand mit unterschiedlicher Farbe markiert, so dass die eigentliche Auswertung nach Versuchsende erfolgen konnte. Die Rundung der gemessenen Rissabstände erfolgte auf 0,5 mm. Die Messstrecken waren entweder direkt über einem Bewehrungsstab (zwei Messstrecken) oder genau zwischen zwei Bewehrungsstäben (eine Messstrecke) angeordnet. Damit sollte ein etwaiger Einfluss der Bewehrungslage (Wirkungsbereich der Bewehrung) auf die Rissbildung erfasst werden. Die festgestellte Anzahl der an einem Probekörper entlang aller Messstrecken aufgenommenen Rissabstände lag je nach Bewehrungskonfiguration zwischen 257 und 744.

Bei einem Versuch wurden die lokalen Verformungszustände in einem räumlich eng begrenzten Bereich der Scheibe mit Hilfe des spannungsoptischen Messsystems ARAMIS (*GOM mbH Optical Measuring Techniques*) aufgezeichnet.

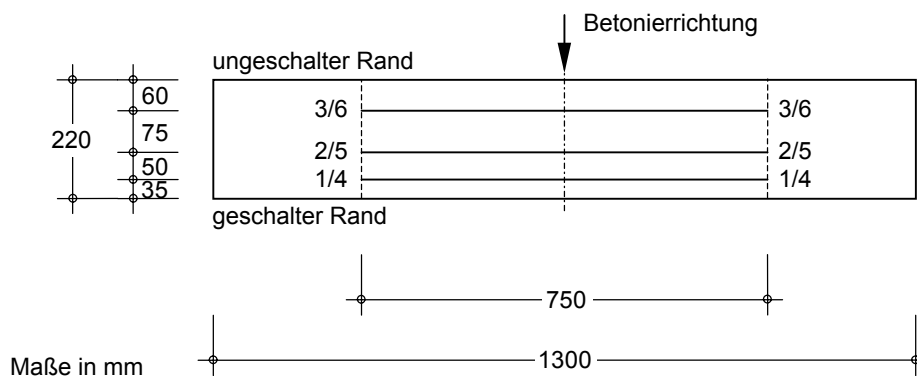


Bild 6.4 Lage und Bezeichnung der Messstrecken für die Aufnahme der Rissbreiten und Rissabstände

6.4 Versuchsergebnisse

6.4.1 Schwindverkürzung

Wie bereits in Abschnitt 3.4.2 erläutert wurde, kann für eine realistische Beschreibung des Zugtragverhaltens von bewehrtem UHPC der Einfluss des Schwindens auf die Rissbildung nicht vernachlässigt werden. Die Berechnung der Schwindverkürzung eines bewehrten Bauteils nach Gleichung (3.19) setzt voraus, dass Kriechen und Schwinden affin zueinander verlaufen. Dies kann jedoch wegen der Wärmebehandlung im jungen Betonalter, welche die Festigkeits- und Steifigkeitsentwicklung des Betons sowie den Schwindprozess zeitlich rafft, nicht ohne weiteres angenommen werden. Die Schwindverkürzung $\varepsilon_{s,shr}$ wurde daher nicht rechnerisch, sondern messtechnisch über die Längenänderung der an den Enden der Scheibe herausstehenden Bewehrungsstäbe ermittelt. Hierzu wurde eine für diesen Zweck gefertigte steife Vorrichtung mit Messuhr eingesetzt und die Länge der Stäbe vor dem Einbau in die Schalung sowie ein weiteres Mal einige Tage nach Abschluss der Wärmebehandlung der erhärteten Prüfkörper gemessen. Stichprobenartige Überprüfungen zu späteren Zeitpunkten ergaben, dass keine weiteren Längenänderungen, z. B. infolge fortgesetzten Schwindens oder Relaxation, mehr stattgefunden hatten.

Bei der Berechnung der Schwindverkürzung nach Gleichung (6.1) wurde vernachlässigt, dass der innere Zwang erst über Verbund mit dem Beton aufgebaut werden muss und somit der Stahl an der Austrittsstelle aus dem Beton spannungslos ist. Die Längenänderung der Bewehrung müsste also auf eine reduzierte Scheibenlänge bezogen werden. Aufgrund der im Vergleich zur Scheibenlänge sehr kurzen Lasteinleitungslängen sollte der Fehler jedoch vernachlässigbar sein.

$$\varepsilon_{s,shr} = \frac{\Delta l_{s,shr}}{l_c} \quad (6.1)$$

mit $\Delta l_{s,shr}$ Längenänderung der Bewehrung infolge Schwindens des Betons
(Mittelwert der vier Bewehrungsstäbe, gemessen nach Abschluss
der Wärmebehandlung)
 l_c Länge der scheibenförmigen Probekörper (1300 mm)

Für die ausschließlich stabstahlbewehrten Scheiben wurden bei einem Stabdurchmesser $d_s = 8 \text{ mm}$ ($\rho_s = 1,3 \%$) Schwindverkürzungen $\varepsilon_{s,shr}$ zwischen $-0,65 \%$ und $-0,73 \%$ und bei einem Stabdurchmesser $d_s = 12 \text{ mm}$ ($\rho_s = 3,0 \%$) Schwindverkürzungen zwischen $-0,42 \%$ und $-0,48 \%$ erhalten, wobei für den Betonstahl jeweils die etwas größeren Verformungen gemessen wurden. Bei den mit Stäben $d_s = 12 \text{ mm}$ bewehrten Scheiben ist anzumerken, dass es während der Wärmebehandlung, infolge inneren Zwangs zu vereinzelter Rissbildung gekommen war. Innerhalb der ungeschädigten Bereiche ist die tatsächliche Schwindverkürzung dieser Scheiben betragsmäßig also etwas größer.

Bei den Scheiben mit gemischter Bewehrung aus Stabstahl und Fasern ergaben sich für $d_s = 8 \text{ mm}$ Schwindverkürzungen $\varepsilon_{s,shr}$ zwischen $-0,56 \%$ und $-0,79 \%$ und für $d_s = 12 \text{ mm}$ Schwindverkürzungen zwischen $-0,48 \%$ und $-0,57 \%$. Ein Einfluss der Rippengeometrie (Stabstahltyp) auf die Schwindverkürzung war nicht feststellbar. Innerhalb der einzelnen Serien (je drei Probekörper) wiesen die Ergebnisse eine nur sehr geringe Streuung auf bzw.

waren in sich konsistent (bei verschiedenen Stabstahlbewehrungsgehalten). Zwischen den einzelnen Serien ergaben sich dagegen etwas größere Unterschiede.

Aus den gemessenen Schwindverkürzungen der ungerissenen Prüfkörper kann nach Abschnitt 3.4.2 durch Gleichgewichtsbetrachtung die durch die Verformungsbehinderung des Bewehrungsstahls verursachte innere Zwangbeanspruchung (Zugbeanspruchung) des Betons unmittelbar angegeben werden. Ebenso können für die ausschließlich stabstahlbewehrten Scheiben die Rissbreiten nach den Abschnitten 3.4.3 und 3.4.4 sowie die Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach Abschnitt 3.5.2 unter Berücksichtigung des Schwindeinflusses berechnet werden. Hinsichtlich des Einflusses einer Faserzugabe auf die Schwindverkürzung ergibt sich dagegen kein eindeutiges Bild.

Zur Veranschaulichung sind in Bild 6.5 die erhaltenen Schwindverkürzungen aller untersuchten Scheiben in Abhängigkeit des Gesamtbewehrungsgebietes dargestellt. Der Fasergehalt der einzelnen Scheiben ist ebenfalls in Bild 6.5 angegeben. Er wurde in erster Näherung zur Hälfte auf den Stabstahlbewehrungsgehalt angerechnet. Um die Aussagekraft zu erhöhen, sind neben den Ergebnissen der Scheiben auch die gemessenen Schwindverkürzungen einiger stabförmiger Zugglieder in die Darstellung mit aufgenommen. Diese, im Rahmen einer Vorversuchsreihe untersuchten Probekörper [Leu04] besaßen einen quadratischen Querschnitt. Sie waren aus der Mischung M1Q (Tabelle 2.1) hergestellt und ebenfalls mit einer Kombination aus Fasern (Länge 17 mm, Durchmesser 0,15 mm, 1,0 Vol.-%) und einem mittig angeordneten Stabstahl (unterschiedliche Durchmesser) bewehrt.

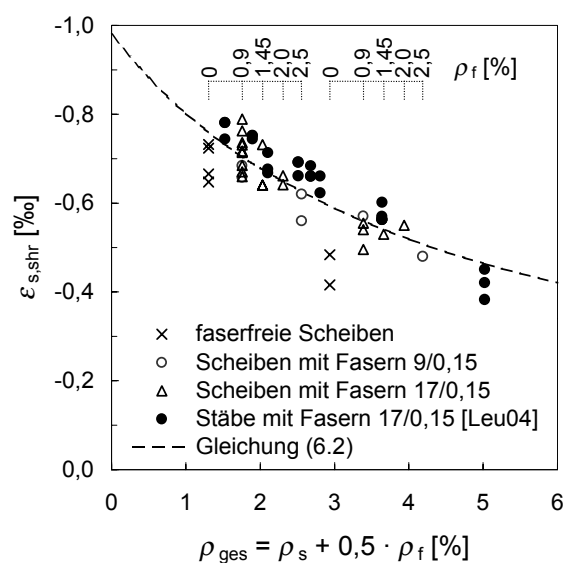


Bild 6.5 Gemessene Schwindverkürzungen der mit Stabstahl und Faser bewehrten UHPC-Zugkörper als Funktion des Gesamtbewehrungsgebietes (Fasergehalt zur Hälfte angerechnet)

In [Feh05] wurden für den faserfreien und für den faserbewehrten Feinkorn-UHPC der Mischung M1Q (Faserlänge 9 mm, Faserdurchmesser 0,15 mm, Fasergehalt 2,5 Vol.-%) unabhängig von der Art der Nachbehandlung etwa gleich große Schwindmaße erhalten (vgl. Abschnitt 2.2). Der größte Unterschied hatte sich bei den unter Normklima gelagerten Proben nach etwa 250 Tagen ergeben. Die Verminderung der Schwindverkürzung durch die Fasern betrug in diesem Fall 0,04 mm/m.

Auch die eigenen, an den Scheiben durchgeführten Verformungsmessungen lassen keinen signifikanten Einfluss der Faserzugabe erkennen. Die Schwindverkürzungen liegen bei den mit Stäben $d_s = 8$ mm bewehrten Scheiben nahezu unabhängig vom Fasergehalt in der Größenordnung der faserfreien Prüfkörper. Bei den mit Stäben $d_s = 12$ mm bewehrten Scheiben konnte offensichtlich durch die Faserwirkung eine durch Eigenspannungen initiierte Makrorissbildung während der Wärmebehandlung verhindert werden, so dass sich für die faserbewehrten Scheiben betragsmäßig größere Schwindverkürzungen als für die sichtbar gerissenen faserfreien Scheiben ergeben.

Lediglich bei zwei der mit 9 mm langen Fasern bewehrten Scheiben (Fasergehalt jeweils 2,5 Vol.-%) lassen die gegenüber den übrigen Scheiben etwas geringeren Schwindverkürzungen einen Einfluss der Fasern auf das Schwindverhalten des Betons vermuten (Rissinitiation durch Eigenspannungen).

In diesem Zusammenhang stellt sich die Frage, in welcher Form die Fasern das Schwinden des Betons behindern. Geschieht dies, anders als in Abschnitt 4.4 angenommen, nicht über Verbundwirkung, sondern durch Spitzendruck, käme vorrangig nicht dem Fasergehalt, sondern der Faseranzahl und der Querschnittsfläche der Fasern Bedeutung zu. In diesem Fall würden bei gleichem Fasergehalt die 9 mm langen Fasern aufgrund der etwa doppelt so großen Faseranzahl, dem Schwinden des Betons einen annähernd zweimal so großen Widerstand entgegensetzen wie die 17 mm langen Fasern. Inwieweit ein eventuell durch die Fasern ausgeübter Zwang, der nicht bereits im frühen Betonalter oder infolge zusätzlicher Eigenspannungen (Wärmebehandlung) zur (Mikro-)Rissbildung führt, durch Relaxieren des Betons wieder abgebaut werden kann, lässt sich weder anhand der Rissspannungen aus Abschnitt 4.5.4.2 (Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen) noch anhand der gemessenen Schwindverkürzungen abschließend klären. Nur bei Kenntnis der Stahlfaserdehnung $\epsilon_{f,shr}$ könnte analog der Stabstahlbewehrung die Größe der durch die Fasern initiierten inneren Zwangsbeanspruchung durch Gleichgewichtsbetrachtung angegeben werden. Zum Einfluss der Fasern auf das Schwindverhalten des Betons besteht somit noch Forschungsbedarf.

Durch Regressionsanalyse wurde für die in Bild 6.5 dargestellten Wertepaare der funktionelle Zusammenhang zwischen Bewehrungsgehalt und Schwindverkürzung wie folgt ermittelt:

$$\epsilon_{s,shr} = \frac{-0,98 \text{ ‰}}{1 + 22,2 \cdot \rho_{ges}} \quad (6.2)$$

Als Ansatzfunktion diente Gleichung (3.19). Der Faktor 22,2 beschreibt hierin die Größe des Ausdrucks $\alpha_E \cdot (1 + \rho \cdot \varphi)$. Als freies Schwindmaß lässt sich $\epsilon_{cs} = -0,98 \text{ ‰}$ ableiten. Es liegt in der Größenordnung des in [Feh05] angegebenen Gesamtschwindmaßes. Der Funktionsverlauf nach Gleichung (6.2) ist in Bild 6.5 angegeben.

Die gemessenen Schwindverkürzungen werden bei der Darstellung der Versuchsergebnisse (Last-Verformungs-Verhalten) und im mechanischen Modell als Vorverformung des Bewehrungsstahls berücksichtigt.

6.4.2 Last-Verformungs-Verhalten der UHPC-Zugkörper

Durch Vergleich mit experimentellen Ergebnissen und durch eine Parameterstudie soll eine Validierung des in Abschnitt 5.3 vorgeschlagenen Modells erfolgen. Dabei wird zunächst das integrale Last-Verformungs-Verhalten der UHPC-Zugkörper betrachtet. In Abschnitt 6.4.3 schließt sich dann die Nachrechnung diskreter Rissabstände und Rissbreiten an.

6.4.2.1 Versuchskörper mit 17 mm langen Fasern

Für die mit einer Kombination aus hochfesten Stabstählen St 1470/1620, $d_s = 12$ mm und 17 mm langen Fasern bewehrten UHPC-Zugkörper (d12F17/0.9, d12F17/1.45 und d12F17/2.0 aus Tabelle 6.1) zeigt Bild 6.6a die aus den Versuchen erhaltenen Stahlspannungs-Dehnungs-Beziehungen. Daneben ist in Bild 6.6b für die drei Versuchskörper der Mitwirkungsanteil des Faserbetons, d. h. die Differenz zwischen der Spannungs-Dehnungs-Linie des UHPC-Zugkörpers und der des reinen Stahls, isoliert in Form einer mittleren Betonspannungs-Dehnungs-Beziehung angegeben. Die mittleren Stahldehnungen ε_{sm} wurden aus den gemittelten Messwerten der vier induktiven Wegaufnehmer und der gemessenen Schwindverkürzung aus Abschnitt 6.4.1 berechnet. Die Schwindverkürzung kann als Startwert der Spannungs-Dehnungs-Linie (Vordehnung) direkt aus Bild 6.6a abgelesen werden. Die Stahlspannung σ_s ergibt sich aus der aufgetragenen Zugkraft bezogen auf die Stahlquerschnittsfläche.

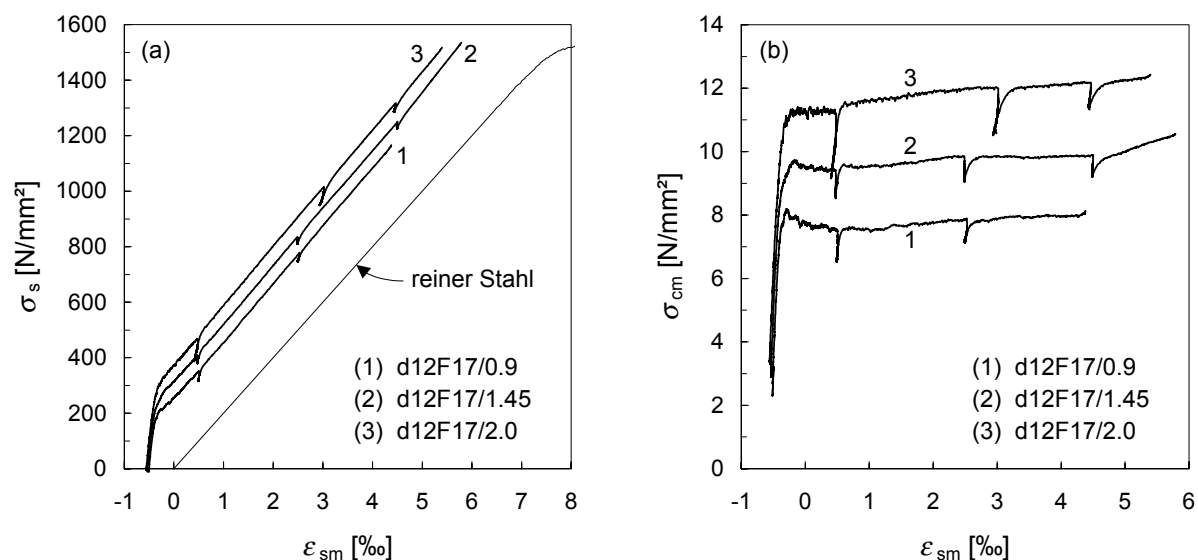


Bild 6.6 Last-Verformungs-Verhalten der mit hochfesten Stabstählen St 1470/1620, $d_s = 12$ mm und 17 mm langen Fasern bewehrten UHPC-Zugkörpern

- a) Stahlspannungs-Dehnungs-Beziehung
- b) Mitwirkungsanteil des Faserbetons

Die markanten Spannungssprünge in Bild 6.6 sind auf kurzzeitige Unterbrechungen des Belastungsvorgangs zurückzuführen (Relaxieren des Betons), die zur Aufnahme der Rissabstände und Rissbreiten notwendig waren.

Als Folge des diskontinuierlichen Spannungszustands nahe der Klemmbacken kam es bei Erreichen der Elastizitätsgrenze der Bewehrung häufig zu einer exzessiven Rissbildung außerhalb des eigentlichen Messbereichs. Bei den mit Stäben $d_s = 12$ mm bewehrten Probekörpern war aufgrund der hohen lokalen Verbundspannungen im Lasteinleitungsbereich ein Verbundversagen an der Einspannstelle zu beobachten, so dass die Versuche bei unterschiedlichen mittleren Dehnungen abgebrochen werden mussten.

Grundsätzlich lassen die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen einen signifikanten Einfluss des Fasergehalts auf den Mitwirkungsanteil des Faserbetons erkennen. Insbesondere die Steigerung der Erstrissspannung mit zunehmendem Fasergehalt ist deutlich ausgeprägt.

Für die Nachrechnung der Versuche mit Hilfe des in Abschnitt 5.3 vorgestellten numerischen Verfahrens sind die Eingangsparameter nach Tabelle 5.1 zu definieren. Während die geometrischen Kenngrößen sowie einige Materialkenngrößen (z. B. Elastizitätsmodul des Stabstahls) leicht angegeben werden können, bestehen Unsicherheiten insbesondere hinsichtlich der bruchmechanischen Kennwerte, der Verbundparameter und der Faserorientierung/-wirksamkeiten.

Eine recht gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Modell wird mit den in Tabelle 6.2 angegebenen Rechengrößen erhalten.

Tabelle 6.2 Geometrie- und Materialkenngrößen für die Nachrechnung des Last-Verformungs-Verhaltens der mit hochfesten Stabstählen St 1470/1620, $d_s = 12$ mm und 17 mm langen Fasern bewehrten UHPC-Zugkörper

Zeile	Spalte	1	2	3	
	Bezeichnung	d12F17/0.9	d12F17/1.45	d12F17/2.0	
UHPC-Matrix					
1	Matrixzugfestigkeit f_{ct}	in N/mm ²	8,5		
2	Bruchenergie der Matrix G_F	in N/m	60		
3	Elastizitätsmodul E_c	in N/mm ²	43.000		
Stabbewehrung					
4	Stabdurchmesser d_s	in mm	12		
5	Elastizitätsmodul E_s	in N/mm ²	205.000		
6	Bewehrungsgehalt ρ_s	in %	3,024		
7	Verbundparameter s_1 , α und $\tau_{b \max}$	nach Tabelle 3.4, Spalte 2			
8	Schwindverkürzung $\varepsilon_{s,shr}$ (aus Verformungsmessung)	in ‰	-0,50	-0,53	-0,55
Fasern					
9	Faserlänge l_f	in mm	17		
10	Faserdurchmesser d_f	in mm	0,15		
11	Elastizitätsmodul E_f	in N/mm ²	200.000		
12	Fasergehalt ρ_f	in Vol.-%	0,9	1,45	2,0
13	Verbundspannung τ_f	in N/mm ²	11		
14	Faserorientierungsbeiwert (Mittelwert $\bar{\eta}$ /Standardabweichung s)		0,75/0,12	0,75/0,19	0,75/0,23
15	Faserwirksamkeitsbeiwert g		1,13	0,85	0,76
16	Schwindverkürzung $\varepsilon_{f,shr}$	in ‰	0		

Die Bruchenergie der Matrix wurde entsprechend der Ergebnisse in [Ma03b] zu $G_F = 60$ N/m und die Faserorientierung aufgrund der großen Faserlänge/-schlankheit als überwiegend zweidimensional angenommen (vgl. Bild 4.31 sowie [Mar06]). Wie Bild 6.7 veranschaulicht,

integrale Last-Verformungs-Verhalten nur in der Phase der Einzelrissbildung erkennen. In der Phase der sukzessiven Risseilung ergaben sich im Verlauf selbst dann keine signifikanten Unterschiede, wenn nur der Mittelwert der Verteilungsdichtefunktion in der Berechnung berücksichtigt wurde (vgl. Abschnitt 5.3.1). Dagegen ist, wie in Abschnitt 6.4.3 gezeigt werden wird, die Streuung der Faserverteilung und der Faserorientierung für die Verteilung und die Extremwerte der Rissabstände und Rissbreiten von grundlegender Bedeutung. Hier kann mit den in Tabelle 6.2 und Bild 6.8 angegebenen Standardabweichungen s des Faserorientierungsbeiwerts eine gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Modell erzielt werden. Aus Gründen der Konsistenz wurden diese Standardabweichungen auch der Nachrechnung des Last-Verformungs-Verhaltens zugrundegelegt.

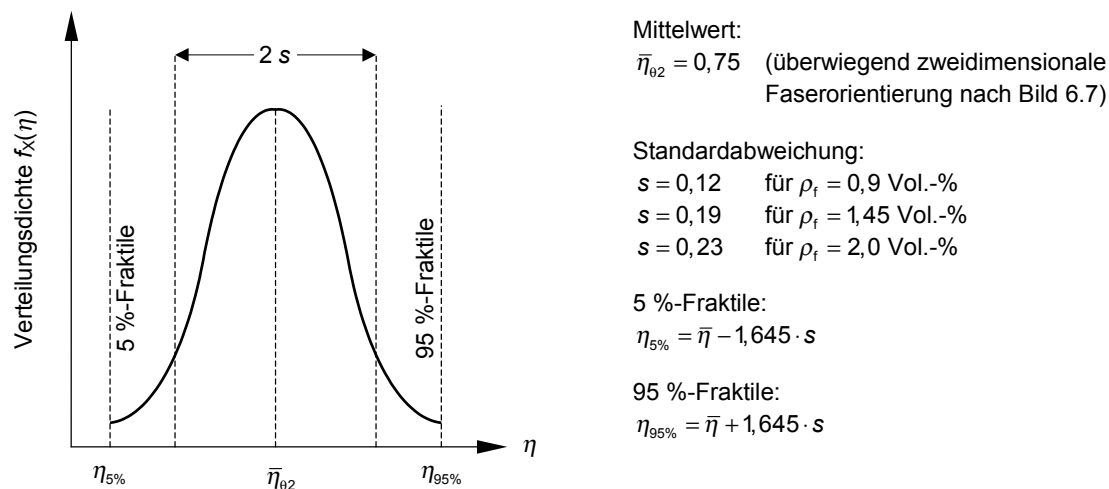


Bild 6.8 Verteilungsdichtefunktion des Faserorientierungsbeiwerts für die Nachrechnung der mit 17 mm langen Fasern bewehrten Versuchskörper

Für die programmgesteuerte Berechnung erfolgte eine Diskretisierung der UHPC-Zugglieder durch 100 Risselemente ($N = 10$, $M = 10$, siehe Abschnitt 5.3.2). Die Ergebnisse der Nachrechnung (schwarz) sind in Bild 6.9 den experimentell erhaltenen Verläufen aus Bild 6.6 (grau) gegenübergestellt. Die rechnerischen Spannungs-Dehnungs-Linien enden jeweils mit dem Erreichen der nominellen Elastizitätsgrenze des Stabstahls. Der rechnerische Abschluss der Einzelrissbildung und das Ende der Phase 1 der sukzessiven Risseilung sind in Bild 6.9b durch Symbole gekennzeichnet. Das Ende der Phase 1 der sukzessiven Risseilung ist auch anhand eines leichten Knicks der Spannungs-Dehnungs-Beziehung recht gut zu erkennen.

Aufgrund unvermeidlicher geometrischer Imperfektionen der Probekörper (Verkrümmung/Verwindung) war die nahezu starre Einspannung der Scheibenenden in die Prüfmaschine nicht zwangsfrei möglich (Biegung/Torsion). Hierdurch kam es insbesondere bei den Probekörpern mit niedrigen Fasergehalten zu einer Verminderung der Erstrisskraft. Folglich ergeben sich in der Phase der Einzelrissbildung (bis etwa 0,5 ‰ mittlere Stahldehnung) etwas größere Abweichungen zwischen Versuch und Nachrechnung. Unabhängig davon kann das überproportionale Anwachsen der Erstrissspannung mit zunehmendem Fasergehalt, welches nach Abschnitt 4.5.3 aus der Überlagerung der Betonentfestigung und der Faseraktivierung resultiert, anhand der experimentell ermittelten Verläufe sehr gut nachvollzogen werden.

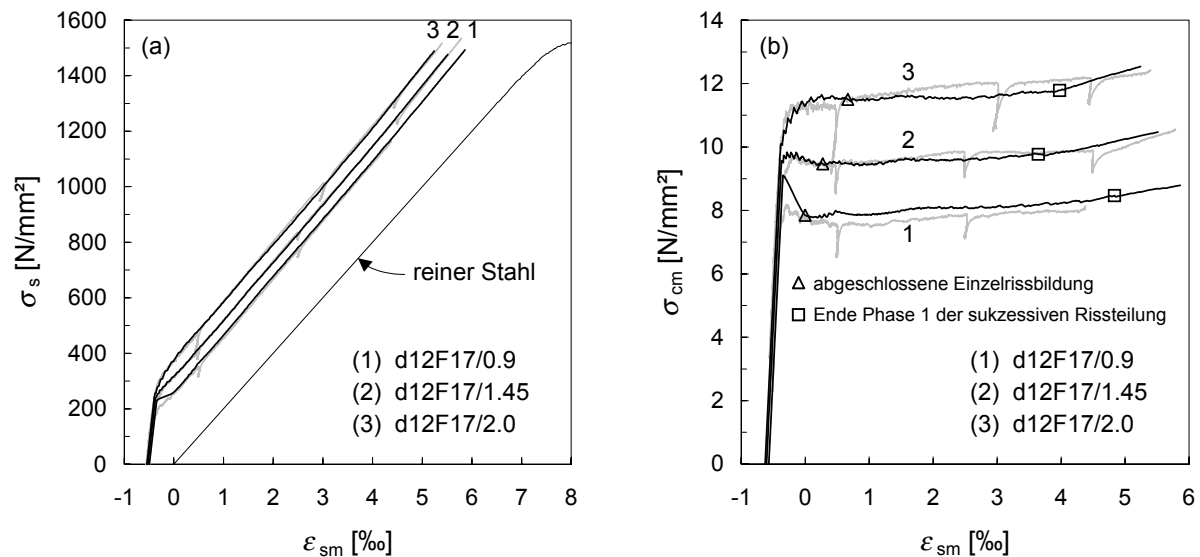


Bild 6.9 Nachrechnung des Last-Verformungs-Verhaltens der mit hochfesten Stabstählen St 1470/1620, $d_s = 12$ mm und 17 mm langen Fasern bewehrten UHPC-Zugkörper (schwarz) – Vergleich mit Versuchsergebnissen (grau)

- a) Stahlspannungs-Dehnungs-Beziehung
b) Mitwirkungsanteil des Faserbetons

Insgesamt ergibt sich mit den Rechengrößen nach Tabelle 6.2 eine recht gute Übereinstimmung zwischen Versuch und mechanischem Modell. Da für einige dieser Rechengrößen experimentell abgesicherte Werte fehlen, soll die Sensitivität der Ergebnisse gegenüber Änderungen einzelner Parameter im Rahmen einer Parameterstudie untersucht werden. Die dabei als kritisch angesehenen Kenngrößen sind

- der mittlere Faserorientierungsbeiwert $\bar{\eta}$,
- der Faserwirksamkeitsbeiwert g ,
- der Faser-Matrix-Verbund (Verbundspannung τ_f),
- der Schwindeinfluss der Fasern (Schwindverkürzung $\varepsilon_{f,shr}$),
- die Matrixzugfestigkeit f_{ct} und
- die Bruchenergie der Matrix G_F .

Weiterhin wird die Bedeutung des Stabstahl-Matrix-Verbundes (Parameter s_1 , α und $\tau_{b,max}$ nach Tabelle 3.4) und des Stabstahlbewehrungsgehalts ρ_s für das Last-Verformungs-Verhalten anhand rechnerischer und experimenteller Ergebnisse aufgezeigt.

Die Studie wird für die Fasergehalte 0,9 und 2,0 Vol.-% (17 mm lange Fasern) durchgeführt. Dabei wird stets nur der aktuell betrachtete Parameter gegenüber den Werten der Tabelle 6.2 variiert. Wegen der besseren Lesbarkeit werden die Auswirkungen der Änderung jeweils anhand der mittleren Betonspannungs-Dehnungs-Diagramme veranschaulicht.

Einfluss des mittleren Faserorientierungsbeiwerts $\bar{\eta}$

In Bild 6.10 sind die durch Veränderung des Parameters $\bar{\eta}$ um $\pm 10\%$ (entspricht $\bar{\eta} = 0,825$ bzw. $\bar{\eta} = 0,675$) erhaltenen Mitwirkungsanteile des Faserbetons (grau) den Verläufen für $\bar{\eta} = 0,75$ (schwarz) gegenübergestellt.

Eine Änderung des Faserorientierungsbeiwerts kommt im mechanischen Modell einer Änderung des (wirksamen) Fasergehalts gleich. Es ergeben sich daher die bereits aus Bild 6.9 bekannten Einflüsse auf die Rissspannung und den Mitwirkungsanteil des Faserbetons. Wegen des größeren Grundwerts wirkt sich die gleiche prozentuale Änderung (Streuung) des wirk-samen Fasergehalts bei höheren Fasergehalten stärker als bei niedrigen Fasergehalten aus.

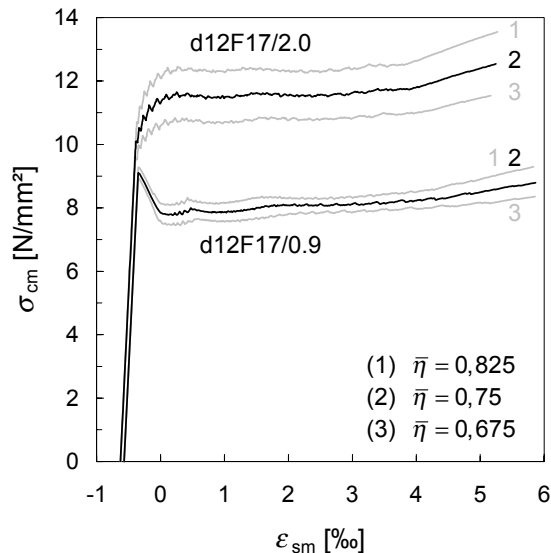


Bild 6.10 Einfluss des mittleren Faserorientierungsbeiwerts $\bar{\eta}$ auf das Last-Verformungs-Verhalten (Mitwirkungsanteil des Faserbetons)

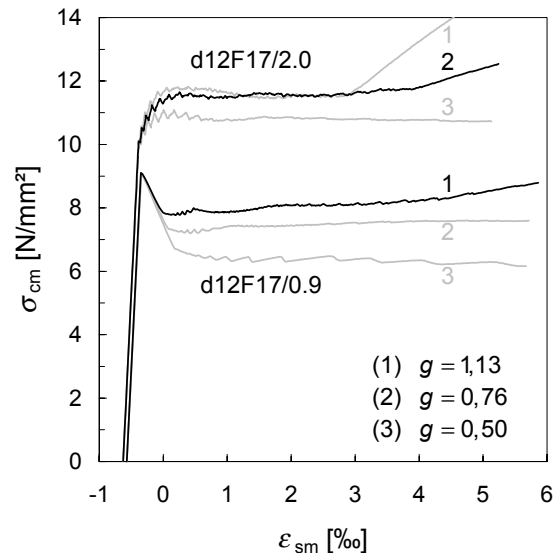


Bild 6.11 Einfluss des Faserwirksamkeitsbeiwerts g auf das Last-Verformungs-Verhalten (Mitwirkungsanteil des Faserbetons)

Einfluss des Faserwirksamkeitsbeiwerts g

Der Faserwirksamkeitsbeiwert berücksichtigt nach Abschnitt 4.5.2.3 das Verhältnis des mittleren Auszieh Widerstands aller Fasern zum Auszieh Widerstand einer in Beanspruchungsrichtung orientierten Faser (Einfluss des für unterschiedliche Neigungswinkel unterschiedlich großen Auszieh Widerstands) und näherungsweise die Verschlechterung der Verbundverhältnisse durch die gegenseitige Beeinflussung der Fasern bei hohen Fasergehalten bzw. Igelbildung. Er wird im Modell, ausgehend vom ungerissenen Zustand bzw. der Phase der Mikrorissbildung ($g = 1$), bis zum Erreichen der Faserwirksamkeit in Abhängigkeit der mittleren Faserspannung im Riss $\sigma_{fm,r}$ als linear veränderlich angenommen (erhöhte Reibungskräfte bzw. Schädigung entwickeln sich allmählich, vgl. Abschnitt 4.5.4.2). Daher bleibt, anders als bei einer Änderung des Faserorientierungsbeiwerts, die ideelle Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^i$ und damit auch die ideelle Erstrissspannung der Scheiben $\sigma_{cf,cr}^i$ von einer Variation des Faserwirksamkeitsbeiwerts unberührt. Letzteres wird in Bild 6.11 unmittelbar anhand der für unterschiedliche Parameter g erhaltenen Mitwirkungsanteile des Faserbetons deutlich. Eine Änderung von $\bar{\eta}$ und g hat also rechnerisch unterschiedliche Auswirkungen auf das Last-Verformungs-Verhalten eines UHPC-Zugelements. Die Faserwirksamkeit selbst wird jedoch durch das Produkt aus Faserorientierungs- und Faserwirksamkeitsbeiwert bestimmt.

Mit zunehmender Faseraktivierung ergeben sich etwas größere Unterschiede in den mittleren Betondehnungs-Dehnungs-Verläufen. Das Abknicken und der starke Anstieg der mittleren

Betonspannungs-Dehnungs-Beziehung lassen den Abschluss der Rissbildung im Falle von $\rho_f = 2,0 \text{ Vol.-%}$ und $g = 1,13$ besonders deutlich werden (Bild 6.11, Linie 1). Der Maximalwert der Betonmitwirkung wird dabei maßgeblich durch die Faserwirksamkeit bestimmt.

Einfluss des Faser-Matrix-Verbundes (Verbundspannung τ_f)

In Bild 6.12 sind die durch Variation der Faserverbundspannung τ_f um $\pm 2 \text{ N/mm}^2$ erhaltenen Mitwirkungsanteile des Faserbetons (grau) den Verläufen für $\tau_f = 11 \text{ N/mm}^2$ (schwarz) gegenübergestellt.

Im mechanischen Modell beeinflusst die Faserverbundspannung wie der Fasergehalt oder der Faserorientierungsbeiwert die Faserwirkung im gesamten Verformungsspektrum der Faseraktivierungs- und Faserauszugsphase. Da auch die Rissbreite bei Erreichen der Faserwirksamkeit w_0 von der Faserverbundspannung abhängt, sind die Auswirkungen einer Änderung des Parameters τ_f einer Änderung des Faserorientierungsbeiwerts η (Bild 6.10) zwar ähnlich, rechnerisch aber nicht identisch.

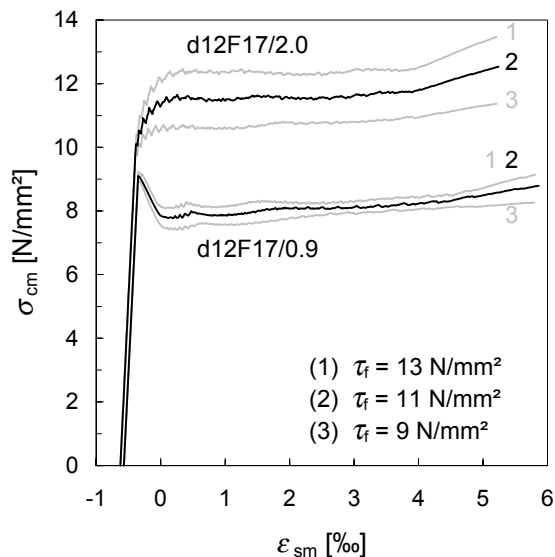


Bild 6.12 Einfluss der Faserverbundspannung τ_f auf das Last-Verformungs-Verhalten (Mitwirkungsanteil des Faserbetons)

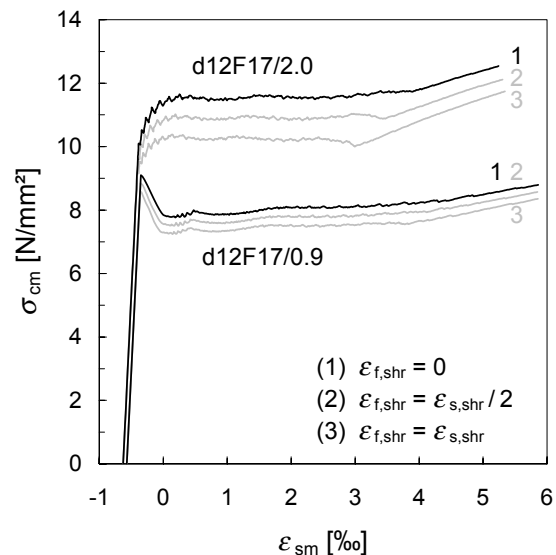


Bild 6.13 Einfluss der Schwindverkürzung $\epsilon_{f,shr}$ auf das Last-Verformungs-Verhalten (Mitwirkungsanteil des Faserbetons)

Einfluss der Schwindverkürzung der Fasern $\epsilon_{f,shr}$

Inwiefern die Fasern das Schwindverhalten und damit die Rissspannung des Betons beeinflussen, lässt sich weder anhand der Ergebnisse aus Abschnitt 4.5.4.2 noch anhand der gemessenen Schwindverkürzungen aus Abschnitt 6.4.1 abschließend klären. Daher sind in Bild 6.13 neben $\epsilon_{f,shr} = 0$ (schwarz) auch die rechnerischen Verläufe für $\epsilon_{f,shr} = 0,5 \cdot \epsilon_{s,shr}$ und $\epsilon_{f,shr} = \epsilon_{s,shr}$ (jeweils grau) dargestellt. Da eine durch die Fasern initiierte Zwangbeanspruchung die ideale Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^i$ und auch die ideale Erstrissspannung der Scheiben $\sigma_{cf,cr}^i$ vermindert, die Faserwirksamkeit σ_{cf0} dagegen nicht beeinflusst, hat eine Variation von $\epsilon_{f,shr}$ in erster Linie in den Phasen der Einzelrissbildung und der sukzessiven Risssteilung Auswirkungen auf das Last-Verformungs-Verhalten. Nach Abschluss der Rissbildung wird

der Maximalwert der Betonmitwirkung maßgeblich durch die Faserwirksamkeit bestimmt, so dass sich die Verläufe für unterschiedliche Werte $\varepsilon_{f,shr}$ in Bild 6.13 annähern. Wegen des wachsenden Verformungswiderstandes (Zwang) nimmt der Einfluss der Schwindverkürzung der Fasern auf den Mitwirkungsanteil des Faserbetons mit steigendem Fasergehalt zu.

Einfluss der Matrixzugfestigkeit f_{ct}

Die Gegenüberstellung der durch Variation der Matrixzugfestigkeit f_{ct} um $\pm 10\%$ (entspricht $f_{ct} = 7,65 \text{ N/mm}^2$ bzw. $f_{ct} = 9,35 \text{ N/mm}^2$) erhaltenen Mitwirkungsanteile des Faserbetons (grau) und der Verläufe für $f_{ct} = 8,5 \text{ N/mm}^2$ (schwarz) in Bild 6.14 lässt bei niedrigem Fasergehalt einen signifikanten Einfluss auf das Last-Verformungs-Verhalten erkennen. Bei hohen Fasergehalten wird, wie Bild 6.15 veranschaulicht, die ideale Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^i$ kaum durch die Matrixzugfestigkeit f_{ct} beeinflusst. Einer höheren Rissspannung $\sigma_{cf,cr}$ nach Gleichung (4.64) steht ein steilerer Entfestigungsverlauf (konstante Bruchenergie vorausgesetzt) gegenüber, wobei sich die beiden Effekte nahezu aufheben. Daher zeigt eine Änderung der Matrixzugfestigkeit rechnerisch kaum Auswirkungen auf das Last-Verformungs-Verhalten bei hohen Fasergehalten.

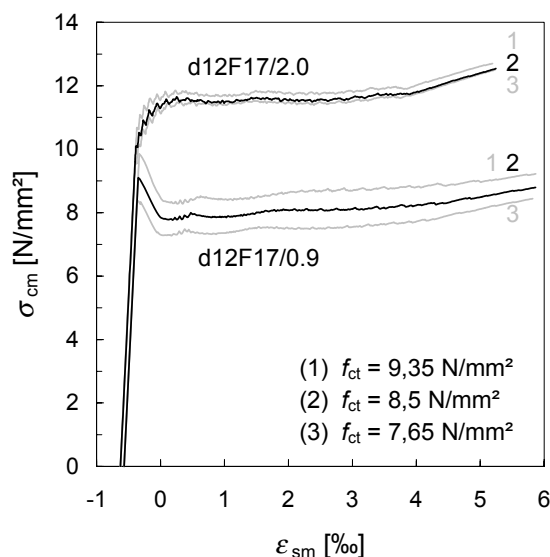


Bild 6.14 Einfluss der Matrixzugfestigkeit f_{ct} auf das Last-Verformungs-Verhalten (Mitwirkungsanteil des Faserbetons)

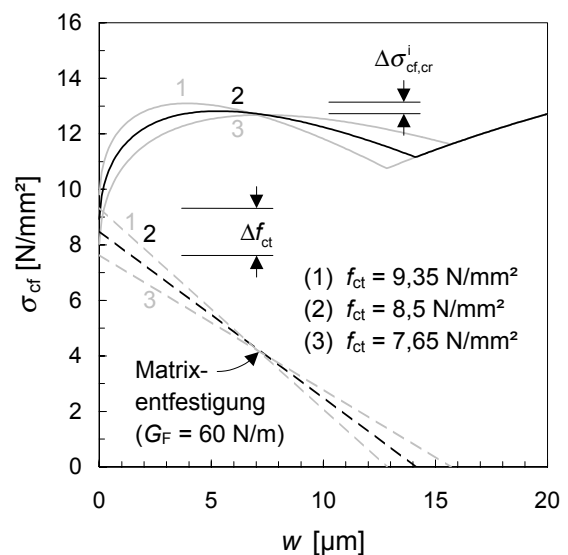


Bild 6.15 Einfluss der Matrixzugfestigkeit f_{ct} auf die ideale Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^i$ bei 17 mm langen Fasern und $\rho_f = 2,0 \text{ Vol.-%}$

Einfluss der Bruchenergie der Matrix G_F

Die ideale Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^i$ ergibt sich aus einer Überlagerung der Faseraktivierung und der Betonentfestigung. Die Rissbreite, bis zu der stabiles Risswachstum vorliegt, wird dabei maßgeblich durch die Bruchenergie der Matrix bestimmt. Für $G_F = 0$ entspricht $\sigma_{cf,cr}^i$ der Rissspannung des ideellen Querschnitts $\sigma_{cf,cr}$ nach Gleichung (4.64).

Bild 6.16 zeigt den Einfluss der Bruchenergie der Matrix auf die Mitwirkung des Faserbetons. Neben $G_F = 60 \text{ N/m}$ (schwarz) sind in Bild 6.16 auch die rechnerischen Verläufe für $G_F = 30 \text{ N/m}$ und $G_F = 0$ (jeweils grau) dargestellt. Bei niedrigem Fasergehalt sind die Aus-

wirkungen wegen der gegenüber $\sigma_{cf,cr}$ nur unbedeutend höheren ideellen Rissspannung $\sigma_{cf,cr}^i$ gering (vgl. Rissspannungen in Tabelle 4.7). Dagegen ergeben sich bei hohem Fasergehalt, infolge einer ausgeprägten Faser-Matrix-Interaktion (vgl. ebenfalls Tabelle 4.7), signifikante Unterschiede, die sich auch im Last-Verformungs-Verhalten der UHPC-Scheiben widerspiegeln. Der Vergleich mit den Versuchsergebnissen in Bild 6.9 bestätigt dies sehr eindrucksvoll. Aus diesem Grund ist eine Modellbildung, die ein Zusammenwirken der sich entfestigenden Betonmatrix und der dabei aktivierten Fasern in der Phase der Mikrorissbildung nicht berücksichtigt, für eine wirklichkeitsnahe Abbildung des Last-Verformungs-Verhaltens bei höheren Fasergehalten ungeeignet.

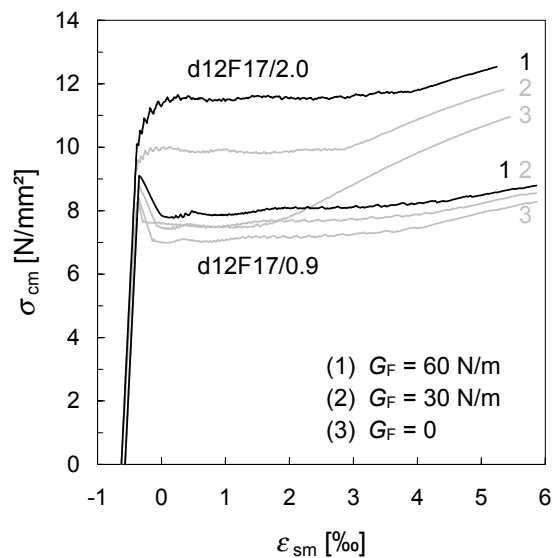


Bild 6.16 Einfluss der Bruchenergie der Matrix G_F auf das Last-Verformungs-Verhalten (Mitwirkungsanteil des Faserbetons)

Einfluss des Stabstahl-Matrix-Verbundes (Parameter s_1 , α und τ_{max} nach Tabelle 3.4)

Der Einfluss des Stabstahl-Matrix-Verbundes auf die Mitwirkung des Faserbetons soll durch Anwendung unterschiedlicher Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen bei der Nachrechnung des Last-Verformungs-Verhaltens sowie anhand experimenteller Ergebnisse veranschaulicht werden.

In Bild 6.17c sind die rechnerisch erhaltenen Verläufe für die in Tabelle 3.4 definierten Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen dargestellt.

Die Aufteilung der äußeren Zugkraft bei Rissbildung auf Fasern und Stabstahl erfolgt nach Abschnitt 5.2 unter Berücksichtigung der Verträglichkeit. Da sich für Betonstahl ein steiferes Verbundverhalten einstellt als für den gerippten Spannstahl St 1470/1620, werden die Fasern bei Rissbildung (Einzelrissbildung, sukzessive Risteilung) zunächst weniger stark aktiviert. Aus diesem Grund ist die Mitwirkung des Faserbetons in der Rissbildungsphase für Betonstahl (graue Verläufe in Bild 6.17c) etwas geringer. Bei sehr hohen mittleren Dehnungen (Rissbildung abgeschlossen, Fasern werden vollständig aktiviert) nähern sich die Verläufe an.

Grundsätzlich sind nach dem mechanischen Modell die Auswirkungen unterschiedlichen Stabstahl-Matrix-Verbundes auf die Mitwirkung des Faserbetons nur wenig ausgeprägt. Entsprechend schwierig ist es, den Einfluss des Verbundverhaltens, der an realen UHPC-Zugkörpern durch die Streuung weiterer Parameter überlagert wird, experimentell zu verifizieren.

In den Bildern 6.17a und b sind jeweils zwei der experimentell erhaltenen Verläufe aus Bild 6.6 (hochfester Stabstahl St 1470/1620, $d_s = 12$ mm) und das Ergebnis eines mit Betonstahl BSt 500, $d_s = 12$ mm und 0,9 Vol.-% Stahlfasern (Länge 17 mm) bewehrten Prüfkörpers dargestellt. Auch wenn die theoretischen Überlegungen durch diesen Versuch bestätigt werden, besitzt das Ergebnis aus oben genanntem Grund noch keine sehr weitreichende Aussagekraft.

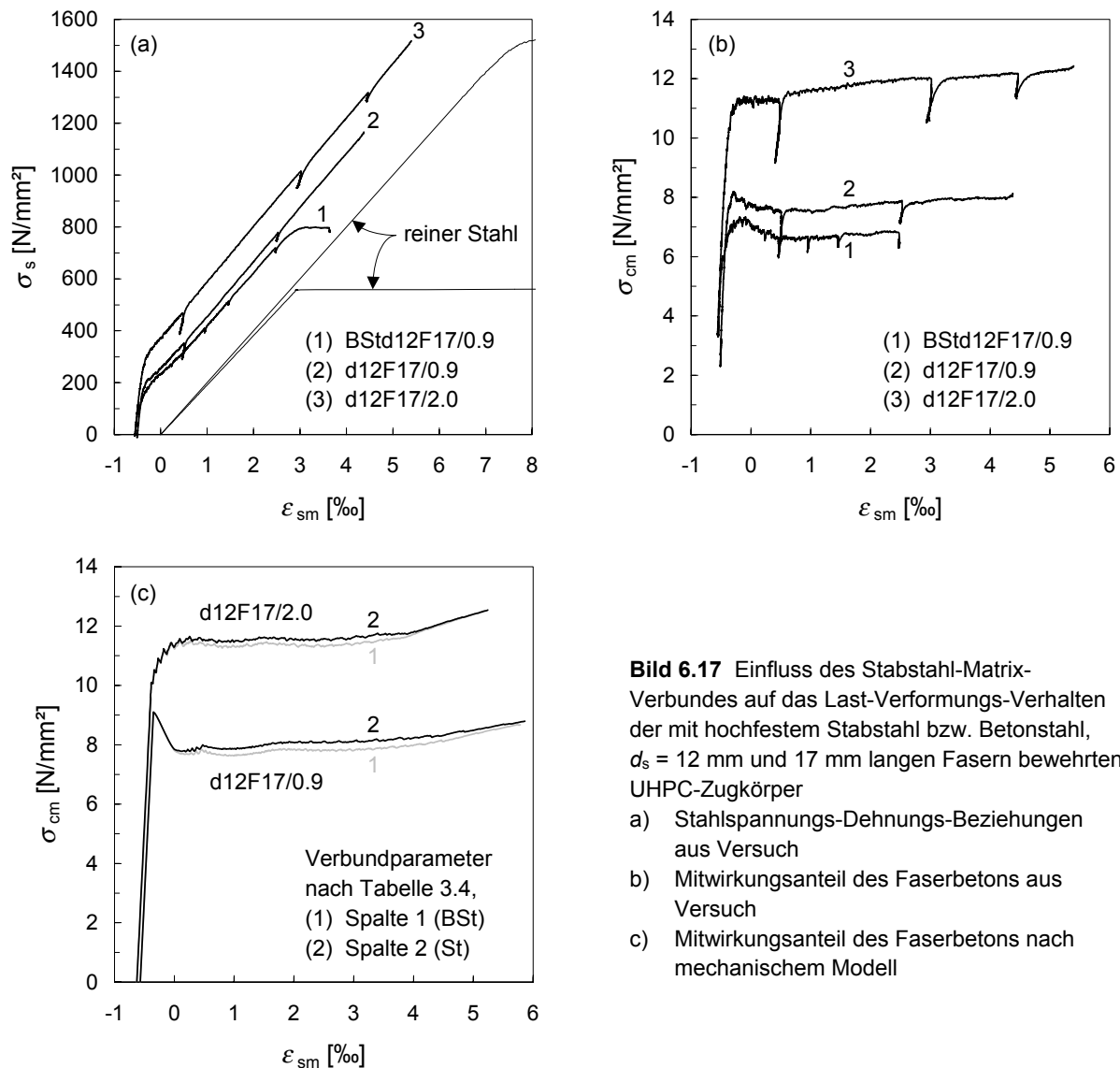


Bild 6.17 Einfluss des Stabstahl-Matrix-Verbundes auf das Last-Verformungs-Verhalten der mit hochfestem Stabstahl bzw. Betonstahl, $d_s = 12$ mm und 17 mm langen Fasern bewehrten UHPC-Zugkörper

- a) Stahlspannungs-Dehnungs-Beziehungen aus Versuch
- b) Mitwirkungsanteil des Faserbetons aus Versuch
- c) Mitwirkungsanteil des Faserbetons nach mechanischem Modell

Einfluss des Stabstahlbewehrungsgehalts ρ_s

Unterschiedliche Stabstahlbewehrungsgehalte ρ_s (1,3 und 3,0 %) wurden im Rahmen der Versuchsreihe durch den Einsatz von Bewehrungsstäben mit Durchmessern $d_s = 8$ mm und $d_s = 12$ mm realisiert. Daher sind bei den betreffenden UHPC-Zugkörpern die Einflüsse des Stabstahlbewehrungsgehalts, des Stabdurchmessers und gegebenenfalls auch des Stabstahl-Matrix-Verbundes (größere Betonüberdeckung für $d_s = 8$ mm) überlagert, was die Interpretation der in den Bildern 6.18a und b zusammengestellten Versuchsergebnisse erschwert.

In Bild 6.18c sind die rechnerisch erhaltenen Mitwirkungsanteile des Faserbetons für $\rho_s = 3,0\%$ (schwarz) und für $\rho_s = 1,3\%$ bei unterschiedlichen Stabdurchmessern und Verbundverhältnissen (grau) angegeben. Für guten Verbund (steiferes Verbundverhalten des Betonstahls, kleine Stabdurchmesser) und höhere Stabstahlbewehrungsgehalte (höherer Traganteil der Stabbewehrung) werden die Fasern bei Rissbildung (Einzelrissbildung, sukzessive Risteilung) weniger stark aktiviert. Dies erklärt die unterschiedliche Mitwirkung des Faserbetons in der Rissbildungsphase. Eine Änderung des Stabstahlbewehrungsgehalts ρ_s und des Stabdurchmessers d_s hat also ähnliche Auswirkungen wie eine Änderung des Stabstahl-Matrix-Verbundes.

Wegen der Streuung weiterer Parameter (unterschiedliche Betonchargen) lässt sich der rechnerisch nur unbedeutende Einfluss des Stabstahlbewehrungsgehalts ρ_s bzw. des Stabdurchmessers d_s anhand der experimentell erhaltenen Mitwirkungsanteile der UHPC-Zugkörper nicht eindeutig identifizieren. Die Stahlspannungs-Dehnungs-Beziehungen selbst unterscheiden sich darstellungsbedingt (Bezugsgröße ist der Stabstahlquerschnitt) in Abhängigkeit des Stabstahlbewehrungsgehalts ρ_s sehr deutlich.

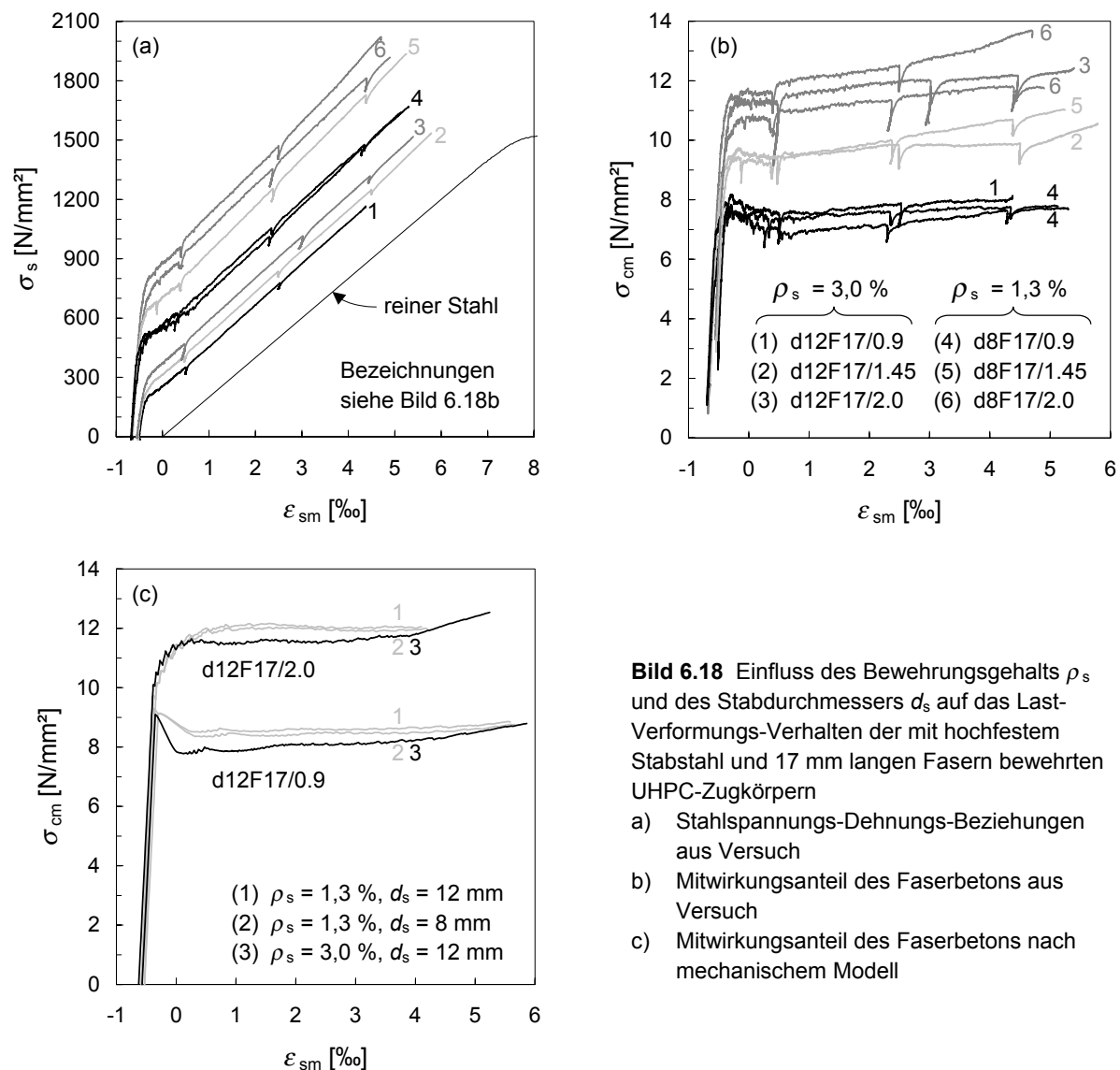


Bild 6.18 Einfluss des Bewehrungsgehalts ρ_s und des Stabdurchmessers d_s auf das Last-Verformungs-Verhalten der mit hochfestem Stabstahl und 17 mm langen Fasern bewehrten UHPC-Zugkörpern

a) Stahlspannungs-Dehnungs-Beziehungen aus Versuch

b) Mitwirkungsanteil des Faserbetons aus Versuch

c) Mitwirkungsanteil des Faserbetons nach mechanischem Modell

6.4.2.2 Versuchskörper mit 9 mm langen Fasern

Für die mit hochfestem Stabstahl und 9 mm langen Fasern bewehrten UHPC-Zugkörper zeigt Bild 6.19 die experimentell erhaltenen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen und die daraus berechneten Mitwirkungsanteile des Faserbetons.

Bei den Versuchskörpern mit 2,5 Vol.-% Fasergehalt unterscheiden sich die Mitwirkungsanteile des Faserbetons für verschiedene Stabstahlbewehrungsgehalte kaum (vgl. Versuchskörper mit 17 mm langen Fasern in Bild 6.18). Bei den UHPC-Zugkörpern mit Stahlstäben $d_s = 8$ mm und 0,9 Vol.-% Stahlfasern kam es infolge exzentrischer Belastung (starke Vorkrümmung) bei Erstrissbildung jeweils zu einem Biegeriss in der Mitte der Scheiben (Geradeziehen), der sich im Vergleich zu den übrigen Rissen sehr schnell öffnete. Bei ca. 0,5 ‰ mittlerer Dehnung war die Rissbreite bereits größer 0,2 mm (Bild 6.20). Dies hatte eine starke Verformungszunahme und sehr ungleiche Dehnungen an den beiden Längsseiten der Scheiben zur Folge. Die Ergebnisse dieser Probekörper sind somit hinsichtlich des mittleren Last-Verformungs-Verhaltens nur bedingt aussagekräftig. Für die Nachrechnung werden daher die mit Stahlstäben $d_s = 12$ mm bewehrten Scheiben ausgewählt.

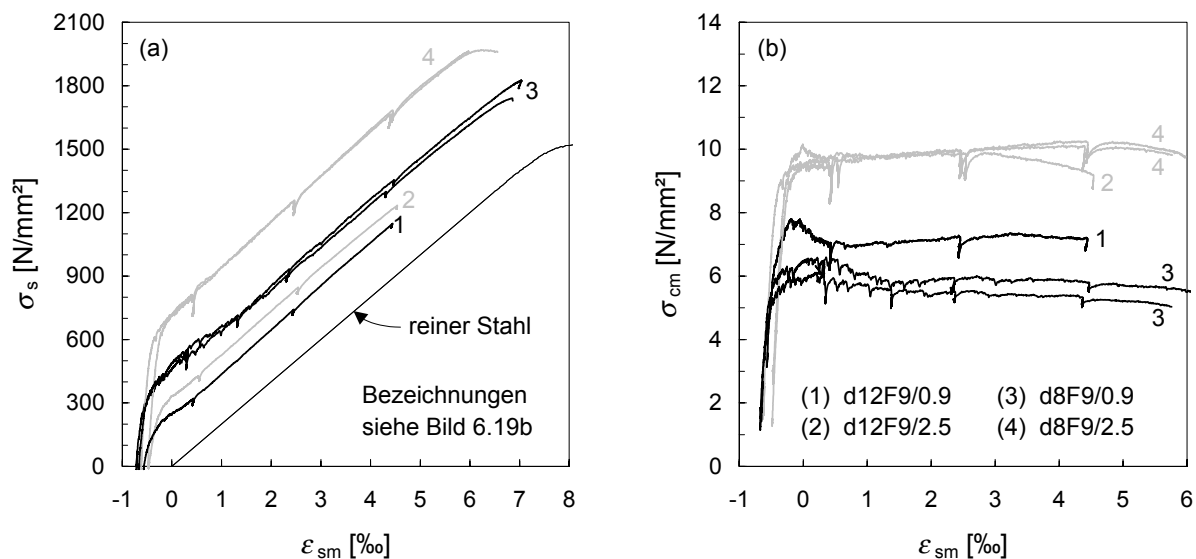
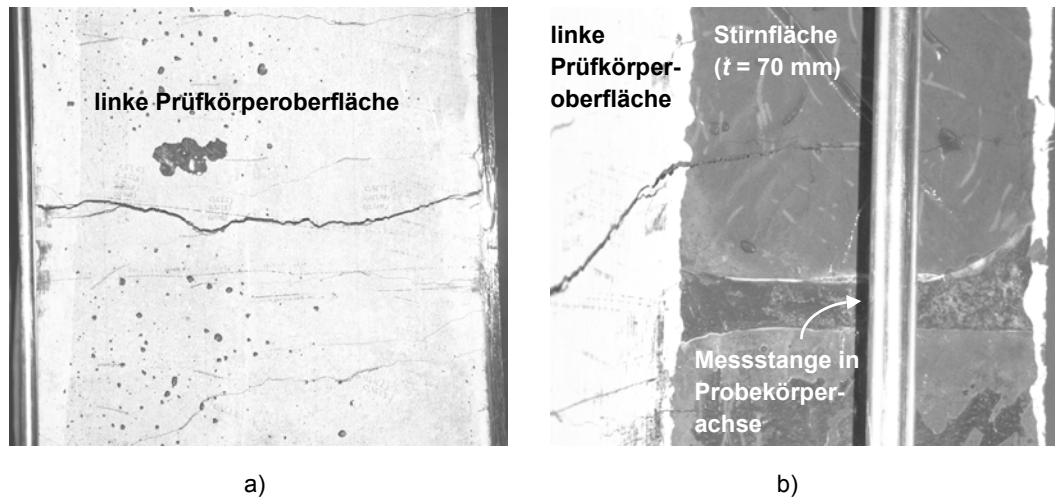


Bild 6.19 Last-Verformungs-Verhalten der mit hochfestem Stabstahl und 9 mm langen Fasern bewehrten UHPC-Zugkörper

- a) Stahlspannungs-Dehnungs-Beziehung
- b) Mitwirkungsanteil des Faserbetons

Eine gute Übereinstimmung zwischen Versuch und mechanischem Modell liefern die in Tabelle 6.3 angegebenen Parametergrößen. Anders als für die 17 mm langen Fasern wurde die Faserorientierung der kürzeren (gedrungeneren) 9 mm langen Fasern als ideal-dreidimensional (Grenzfall) angenommen. Die Faserwirksamkeitsbeiwerte orientieren sich an den durch Rückrechnung aus den Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen erhaltenen Werten g_{03} nach Tabelle 4.7. Der Faserverteilung/-orientierung wurde die Verteilungsdichtefunktion nach Bild 6.8 mit einer Standardabweichung $s = 0,12$ zugrundegelegt.

**Bild 6.20** Stark exzentrische Öffnung eines Risses in der Mitte der Prüfkörper

a) Rissöffnung auf der linken Prüfkörperoberfläche

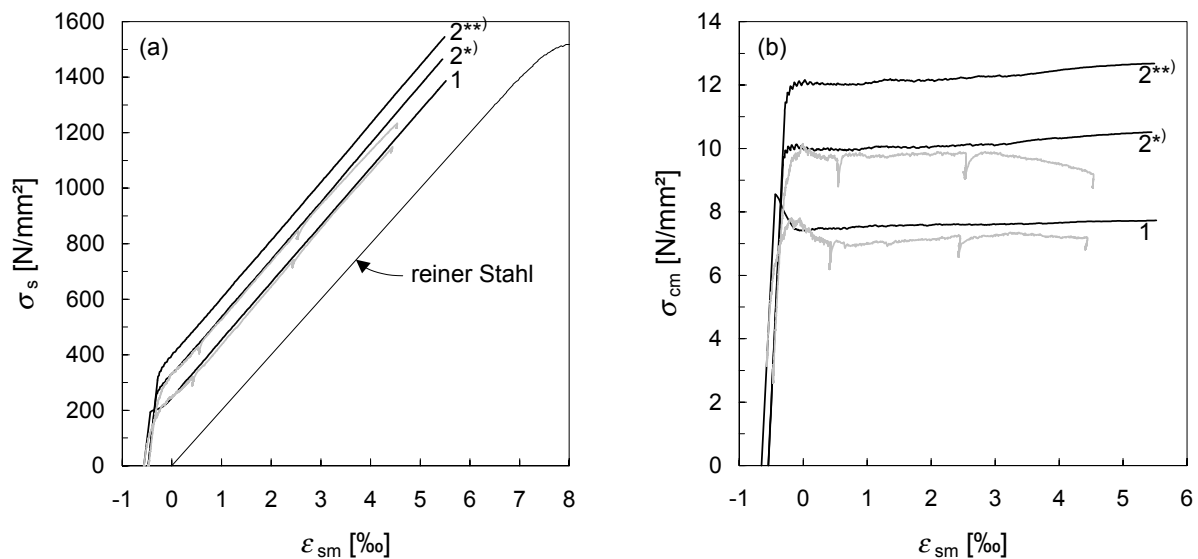
b) Rissverlauf über die Querschnittsdicke ($t = 70 \text{ mm}$, zunehmende Rissbreite von rechts nach links)**Tabelle 6.3** Geometrie- und Materialkenngrößen für die Nachrechnung des Last-Verformungs-Verhaltens der mit hochfesten Stabstählen St 1470/1620, $d_s = 12 \text{ mm}$ und 9 mm langen Fasern bewehrten UHPC-Zugkörper

Zeile	Spalte	1	2
	Bezeichnung	d12F9/0.9	d12F9/2.5
UHPC-Matrix			
1	Matrixzugfestigkeit f_{ct}	in N/mm ²	8,5
2	Bruchenergie der Matrix G_F	in N/m	60
3	Elastizitätsmodul E_c	in N/mm ²	43.000
Stabbewehrung			
4	Stabdurchmesser d_s	in mm	12
5	Elastizitätsmodul E_s	in N/mm ²	205.000
6	Bewehrungsgehalt ρ_s	in %	3,024
7	Verbundparameter s_1 , α und $\tau_{b \max}$	nach Tabelle 3.4, Spalte 2	
8	Schwindverkürzung $\varepsilon_{s,shr}$ (aus Verformungsmessung)	in ‰	-0,57 -0,48
Fasern			
9	Faserlänge l_f	in mm	9
10	Faserdurchmesser d_f	in mm	0,15
11	Elastizitätsmodul E_f	in N/mm ²	200.000
12	Fasergehalt ρ_f	in Vol.-%	0,9 2,5
13	Verbundspannung τ_f	in N/mm ²	11
14	Faserorientierungsbeiwert (Mittelwert $\bar{\eta}$ /Standardabweichung s)	0,50/0,12	0,50/0,12
15	Faserwirksamkeitsbeiwert g	2,40	1,24
16	Schwindverkürzung $\varepsilon_{f,shr}$	in ‰	0

Bei überwiegend zweidimensionaler Faserorientierung würde nach Gleichung (4.68) bei den vorliegenden Faser- und Probekörperabmessungen gelten (vgl. auch Bild 6.7):

$$\eta_{02} = \frac{1,0 \cdot (9 \cdot 220 + 4 \cdot 9 \cdot 12) + 0,637 \cdot (61 \cdot 220 - 4 \cdot 9 \cdot 12 - \pi \cdot 12^2)}{70 \cdot 220 - \pi \cdot 12^2} = 0,70$$

Wie Bild 6.21 veranschaulicht, ergeben sich mit $\eta_{\theta 2}$ für den Versuchskörper mit 2,5 Vol.-% Fasergehalt rechnerisch sehr deutliche Abweichungen von den experimentell erhaltenen Verläufen. Sowohl die Erstrissspannung als auch die Mitwirkung des Faserbetons werden in diesem Fall durch das Modell erheblich überschätzt. Beobachtungen, wonach die Faserlänge bzw. Faserschlankeit die Ausrichtung der Fasern im Frischbeton beeinflusst (vgl. Abschnitt 4.5.2.2), werden somit durch die Nachrechnung der Versuche mit 9 bzw. 17 mm langen Fasern indirekt bestätigt. Auch die rechnerisch erhaltene Entwicklung der Rissabstände in Abschnitt 6.4.3.2 unterstützt diese Einschätzung.



- (1) d12F9/0.9; Nachrechnung mit $\eta_{\theta 3} = 0,50$ und $g_{\theta 3} = 2,40$ nach Tabelle 6.3
 (2) d12F9/2.5; *) Nachrechnung mit $\eta_{\theta 3} = 0,50$ und $g_{\theta 3} = 1,24$ nach Tabelle 6.3
 **) Nachrechnung mit $\eta_{\theta 2} = 0,70$ und $g_{\theta 2} = 1,08$

Bild 6.21 Nachrechnung des Last-Verformungs-Verhaltens der mit hochfesten Stabstählen St 1470/1620, $d_s = 12$ mm und 9 mm langen Fasern bewehrten UHPC-Zugkörper (schwarz) – Vergleich mit Versuchsergebnissen (grau)
 a) Stahlspannungs-Dehnungs-Beziehung
 b) Mitwirkungsanteil des Faserbetons

Für $\rho_f = 0,9$ Vol.-% ist der Einfluss der Faserorientierung auf das Last-Verformungs-Verhalten vergleichsweise gering, so dass in diesem Fall auf eine Darstellung der Verläufe für überwiegend zweidimensionale Faserorientierung verzichtet wurde.

Neben einer ungünstigeren Faserorientierung kommt als weitere Ursache für die verminderte Mitwirkung des Faserbetons auch innerer Zwang infolge Verformungsbehinderung durch die Fasern bzw. eine Kombination beider Effekte in Betracht. Die gemessenen Schwindverkürzungen in Abschnitt 6.4.1 lassen besonders für die mit 2,5 Vol.-% Stahlfasern bewehrten Versuchskörper einen Einfluss der Fasern auf das Schwinden des Betons vermuten, erlauben jedoch keine Aussage über die Größe des hieraus resultierenden inneren Zwangs.

6.4.2.3 Versuchskörper mit 17 mm langen Fasern und Querbewehrung

Eine quer zur Zugrichtung angeordnete Bewehrung stellt hinsichtlich der Faserverteilung und -orientierung eine Störstelle dar. So trat bei den Zugversuchen von *Pfyl* [Pfy01] der Erstriss meist an der Stelle der zur Fixierung der Längsstäbe angeordneten Querstäbe $d_s = 4$ mm in der Mitte der Probekörper auf. Auch die spätere Lokalisierung der Verformungen und das Reißen der Bewehrungsstäbe erfolgte trotz der im Vergleich zur Gesamtdicke (120 bzw. 160 mm) geringen Schwächung mit nur einer Ausnahme stets in diesem Querschnitt.

Auch bei den eigenen Versuchen konnte die Störwirkung der Querbewehrung (Anordnung siehe Bild 6.1) anhand der Rissbildung sehr gut nachvollzogen werden. Hierauf wird in Abschnitt 6.4.3 im Rahmen der Auswertung der Rissabstände und Rissbreiten der UHPC-Zugkörper noch ausführlicher eingegangen.

Den Einfluss der Querbewehrung auf das Last-Verformungs-Verhalten der Probekörper veranschaulicht Bild 6.22. Danach sind die Erstrissspannung (wegen Querschnittsschwächung) und die Mitwirkung des Faserbetons bei den sowohl in Längs- als auch in Querrichtung bewehrten Scheiben unabhängig vom verwendeten Stabstahl deutlich geringer als für den ausschließlich in Zugrichtung bewehrten Zugkörper. Dieser Verlust an Steifigkeit resultiert zum einen aus einer geringeren Faserwirkung im Bereich der Querstäbe, zum anderen aber auch aus einer Verschlechterung der Verbundverhältnisse der Längsstäbe an den Kreuzungspunkten der Bewehrungsstäbe (verbundfreie Länge). Eine Anpassung rechnerischer Verläufe an die Versuchsergebnisse ließe sich z. B. durch geeignete Wahl des mittleren Faserorientierungsbeiwerts erreichen. Bei einer solchen „verschmierten“ Betrachtung würden die mechanischen Zusammenhänge jedoch nur unzureichend berücksichtigt. Deshalb wird an dieser Stelle auf eine Nachrechnung des integralen Last-Verformungs-Verhaltens verzichtet. Die Auswirkungen der Querbewehrung auf diskrete Rissabstände und Rissbreiten werden dann in Abschnitt 6.4.3 auch anhand des mechanischen Modells diskutiert.

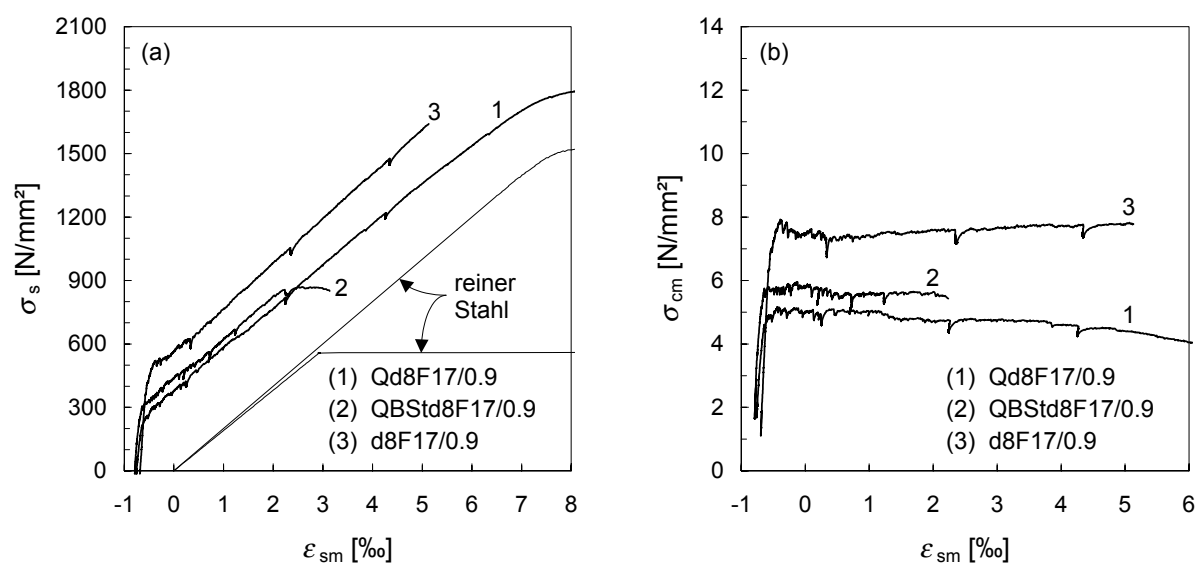


Bild 6.22 Einfluss der Querbewehrung auf das Last-Verformungs-Verhalten der mit unterschiedlichen Stabstählen, $d_s = 8$ mm und 17 mm langen Fasern bewehrten UHPC-Zugkörper

- a) Stahlspannungs-Dehnungs-Beziehung
- b) Mitwirkungsanteil des Faserbetons

6.4.2.4 Faserfreie Versuchskörper

Neben den mit einer Kombination aus Stabstahl und Fasern bewehrten UHPC-Zugelementen wurden auch zwei ausschließlich stabstahlbewehrte Zugkörper geprüft. In Bild 6.23 ist das Last-Verformungs-Verhalten (Spannungs-Dehnungs-Beziehung und Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen) dieser Proben den nach Abschnitt 3.5 für Stahlbeton rechnerisch zu erwartenden Verläufen gegenübergestellt. Da sich hinsichtlich des Last-Verformungs-Verhaltens für unterschiedliche Verbundgesetze keine nennenswerten Unterschiede ergeben, wurden dem mechanischen Modell die Verbundparameter nach Spalte 2 der Tabelle 3.4 zugrundegelegt. Die weiteren Kenngrößen können Tabelle 6.4 entnommen werden.

Zum Vergleich sind in Bild 6.23 auch die Versuchsergebnisse eines mit 0,9 Vol.-% Stahlfasern (Länge 17 mm) bewehrten UHPC-Zugkörpers angegeben.

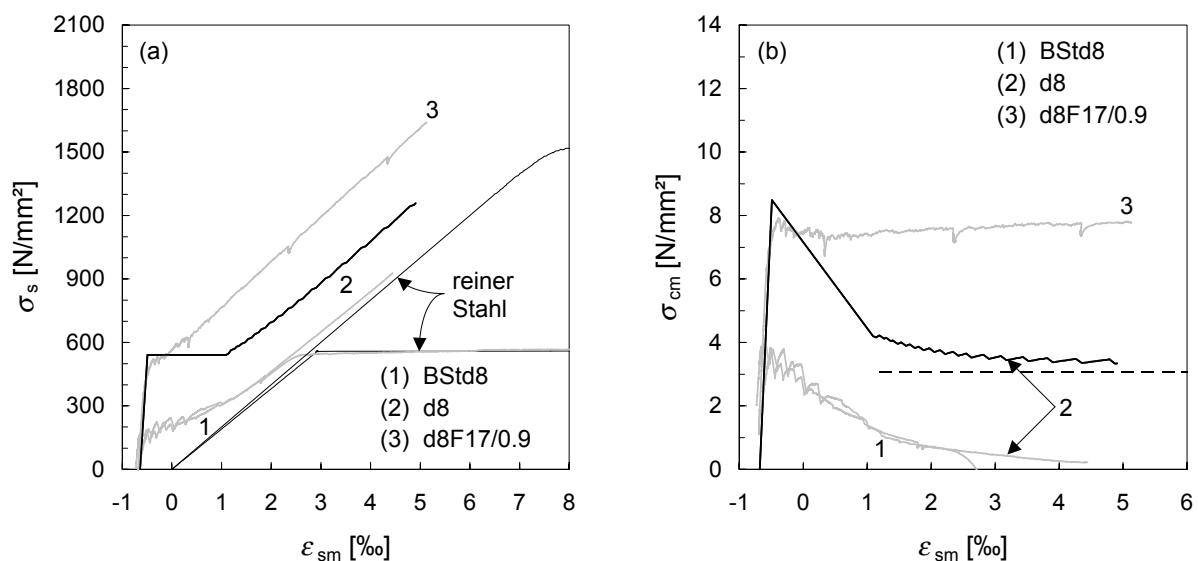


Bild 6.23 Last-Verformungs-Verhalten ausschließlich stabstahlbewehrter UHPC-Zugkörper und eines Probekörpers mit gemischter Bewehrung (grau) – Vergleich mit mechanischem Modell für Stahlbeton (schwarz)
a) Stahlspannungs-Dehnungs-Beziehung
b) Mitwirkungsanteil des Faserbetons

Tabelle 6.4 Geometrie- und Materialkenngrößen für die Nachrechnung des Last-Verformungs-Verhaltens des mit hochfesten Stabstählen St 1420/1570, $d_s = 8$ mm bewehrten UHPC-Zugkörpers

Zeile	Spalte	1
	Bezeichnung	d8
UHPC-Matrix		
1	Matrixzugfestigkeit f_{ct}	in N/mm ² 8,5
2	Bruchenergie der Matrix G_F	in N/m 60
3	Elastizitätsmodul E_c	in N/mm ² 43.000
Stabbewehrung		
4	Stabdurchmesser d_s	in mm 12
5	Elastizitätsmodul E_s	in N/mm ² 205.000
6	Bewehrungsgehalt ρ_s	in % 1,324
7	Verbundparameter s_1 , α und $\tau_{b \max}$	nach Tabelle 3.4, Spalte 2
8	Schwindverkürzung $\varepsilon_{s,shr}$ (aus Verformungsmessung)	in ‰ -0,65

Wegen der Schwindbehinderung durch die Bewehrung wiesen die Scheiben eine nur geringe Rissspannung auf, bzw. waren bereits während der Wärmebehandlung infolge inneren Zwangs vorgeschädigt worden. Zudem resultierten aus der Einspannung der Scheibenenden in die Prüfmaschine Zwangsmomente (Scheiben nicht ideal gerade), welche die zur Erzeugung weiterer Risse benötigte Zugkraft verminderten. Die Rissentstehung war sowohl optisch als auch akustisch gut wahrzunehmen.

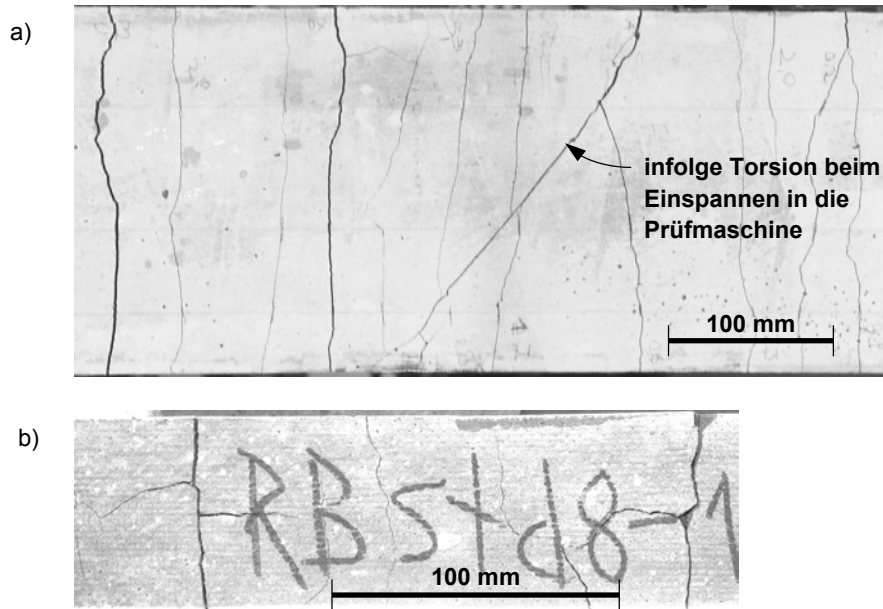


Bild 6.24 Rissbild des ausschließlich betonstahlbewehrten UHPC-Zugkörpers (a) und Längsrissbildung an der Schmalseite in der Achse der Stabbewehrung (b), aufgenommen nach Erreichen der Streckgrenze der Bewehrung

Wie die Spannungs-Dehnungs-Linien erkennen lassen (Bild 6.23a), war die Einzelrissbildung bei einer mittleren Stahldehnung von etwa 1 ‰ abgeschlossen. Jedoch entstanden auch bei größeren Dehnungen noch vereinzelt weitere Risse. Mit steigender Last wurden insbesondere an den Schmalseiten der Scheiben Längsrisse sichtbar (Bild 6.24b), welche die Probekörper in der Achse der Bewehrung aufspalteten. Die fortschreitende Schädigung des Verbundes zwischen Bewehrung und Beton führte zu sehr unterschiedlichen Rissbreiten (Durchrutschen der Bewehrung, Bild 6.24a) und zum Versatz von Rissufern. Dies hatte schließlich bei dem mit hochfestem Stahl bewehrten Probekörper ein Absprengen der Betondeckung im Einspannbereich (Lasteinleitung) zur Folge, so dass dieser Versuch bei einer mittleren Dehnung von etwa 4,5 ‰ abgebrochen werden musste. Den kontinuierlichen Rückgang der Betonmitwirkung zwischen den Rissen zeigt Bild 6.23b. Dagegen nähert sich der rechnerische Verlauf asymptotisch dem von *Krips* [Kri84] analytisch ermittelten Grenzwert nach Gleichung (3.58). Hier ergeben sich also sehr große Unterschiede zwischen Versuch und Modell.

Wegen der Sprödigkeit der Matrix kann vermutet werden, dass die zur Erzeugung von Sekundärrissen von der Stabbewehrung in den Beton einzuleitende Zugkraft geringer ist als die Risskraft des Gesamtquerschnitts (Stichwort: Wirkungsbereich der Bewehrung). Zur Definition der Größe der an der Rissbildung beteiligten Betonzugzone bedarf es jedoch noch weiterer Untersuchungen.

6.4.2.5 Zusammenfassung

Die Ergebnisse der Nachrechnung des Last-Verformungs-Verhaltens der UHPC-Zugkörper mit kombinierter Bewehrung aus Stabstahl und Fasern zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Versuche, wenn dem mechanischen Modell die experimentell ermittelten Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen (Stabstahl) und Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung (Fasern) zugrundegelegt werden.

Im Rahmen einer Studie wurde der Einfluss der maßgeblichen Berechnungsparameter auf die Mitwirkung des Faserbetons analysiert. Während Änderungen der Kenngrößen des Stabstahls (Bewehrungsgehalt, Stabdurchmesser, Verbundgesetz) hier kaum Auswirkungen zeigen, ergeben sich bei einer Variation der Matrix- oder Faserkenngrößen teils signifikante Unterschiede. Besondere Bedeutung kommt dabei der Faserverteilung und Faserorientierung zu. Bei höheren Fasergehalten wird zudem die Mitwirkung des Faserbetons maßgeblich durch die Bruchenergie der Matrix G_F bestimmt. Bei niedrigen Fasergehalten ist die Abhängigkeit von der Matrixzugfestigkeit f_{ct} kennzeichnend.

Die Steigerung der Rissspannungen mit zunehmendem Fasergehalt konnte anhand der Versuchsergebnisse gut nachvollzogen werden. Es wurde die Notwendigkeit deutlich, diesen Effekt im mechanischen Modell angemessen zu berücksichtigen. Der eigene Ansatz konnte in diesem Zusammenhang durch Nachrechnung bestätigt werden.

Die Anordnung einer Querbewehrung beeinflusst sehr maßgeblich die Rissbildung und das Last-Verformungs-Verhalten. Die ungünstigere Faserwirkung im Bereich der Querstäbe und die verbundfreie Länge der Längsstäbe an den Kreuzungspunkten mit der Querbewehrung hat einen Verlust an Steifigkeit gegenüber den ausschließlich in Zugrichtung bewehrten Prüfkörpern zur Folge. Bei überwiegend einaxial beanspruchten Bauteilen sollte daher auf die Anordnung einer Querbewehrung verzichtet und die Aufnahme der aus behinderter Querkontraktion resultierenden Zwangsschnittgrößen durch die Fasern sichergestellt werden.

Anhand der Ergebnisse der ausschließlich stabstahlbewehrten UHPC-Scheiben konnte die Bedeutung der Fasern für die Verbundsicherung der Stabbewehrung aufgezeigt werden. Eine sichere Verankerung von Bewehrungsstäben sowie eine gezielte Begrenzung der Rissbreite sind wegen der Unzuverlässigkeit des Stabstahl-Matrix-Verbundes und der Sprödigkeit des faserfreien UHPC nur erschwert möglich (z. B. sehr große Betonüberdeckungen).

6.4.3 Rissabstände und Rissbreiten der UHPC-Zugkörper

6.4.3.1 Versuchskörper mit 17 mm langen Fasern

Bild 6.25 zeigt die Rissbilder der mit einer Kombination aus hochfesten Stabstählen St 1470/1620, $d_s = 12$ mm und 17 mm langen Fasern bewehrten UHPC-Zugkörper. Die Risse wurden während des Versuchs durch unterschiedliche farbige Markierungen entlang der Messstrecken gekennzeichnet (siehe Abschnitt 6.3).

Die Auswertung der Aufzeichnungen lieferte die in den Bildern 6.26a, c, und e zahlenmäßig angegebenen und durch unterschiedliche Symbole angedeuteten maximalen, minimalen und mittleren Rissabstände. Die Bilder 6.26b, d und f zeigen die relative Häufigkeitsverteilung der

Rissabstände bei Versuchsende in Form von Histogrammen (graue Balken). Für die Darstellung wurde eine Klassenbreite von 0,5 mm gewählt (entspricht dem Aufzeichnungsrastrer).

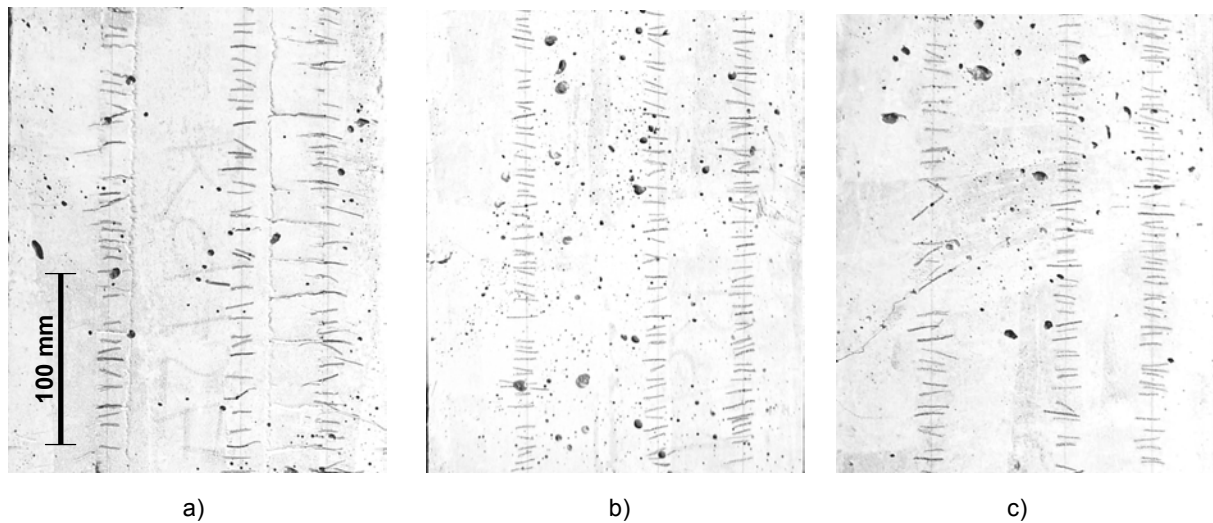


Bild 6.25 Einfluss des Fasergehalts auf das Rissbild der mit hochfesten Stabstählen St 1470/1620, $d_s = 12$ mm und 17 mm langen Fasern bewehrten Probekörper

- a) Fasergehalt 0,9 Vol.-%
- b) Fasergehalt 1,45 Vol.-%
- c) Fasergehalt 2,0 Vol.-%

Der Nachrechnung der Rissbreiten und Rissabstände wurden die bereits bei der Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens verwendeten Parametergrößen der Tabelle 6.2 sowie die Verteilungsdichtefunktion des Faserorientierungsbeiwerts nach Bild 6.8 zugrundegelegt. Die UHPC-Zugkörper wurden hierzu durch 400 Risselemente ($N = 20$, $M = 20$) diskretisiert.

Die rechnerische Entwicklung der maximalen, minimalen und mittleren Rissabstände (schwarze Linien) sind für die drei unterschiedlichen Fasergehalte in den Bildern 6.26a, c und e den experimentell ermittelten Werten gegenübergestellt. Die Verläufe des maximalen und mittleren Rissabstands beginnen jeweils mit dem rechnerischen Abschluss der Einzelrissbildung, da erst dann entsprechende Aussagen sinnvoll möglich sind. Die durch Nachrechnung erhaltenen relativen Häufigkeitsverteilungen der Rissabstände bei Versuchsende sind in den Bildern 6.26b, d und f durch schwarze Balken veranschaulicht.

Sowohl die Rissbilder als auch die statistische Aufbereitung der experimentell ermittelten Daten in Bild 6.26 lassen einen vergleichsweise geringen Einfluss des Fasergehalts auf die Rissabstände und den Prozess der Rissbildung erkennen. Jedoch nimmt die Streuung der Rissabstände mit steigendem Fasergehalt deutlich zu. Die für einen Fasergehalt von 0,9 Vol.-% erhaltenen Ergebnisse bestätigen zugleich das eigene mechanische Modell, wonach der mit einer Stabbewehrung kombinierte Faserbeton selbst kein verfestigendes Verhalten aufweisen muss, um eine sukzessive Rissteilung mit sehr kleinen Rissabständen zu ermöglichen. Mit Modellvorstellungen, die im Wesentlichen eine Superposition der Spannungs-Dehnungs-Linien des reinen Faserbetons mit dem des reinen Stahls vorsehen (u. a. Jungwirth [Jun06], DBV-Merkblatt „Stahlfaserbeton“ [DBV01], DAfStB-Richtlinie „Stahlfaserbeton“ [DAfStB05c]), lassen sich die entsprechenden Ergebnisse hingegen nicht nachvollziehen.

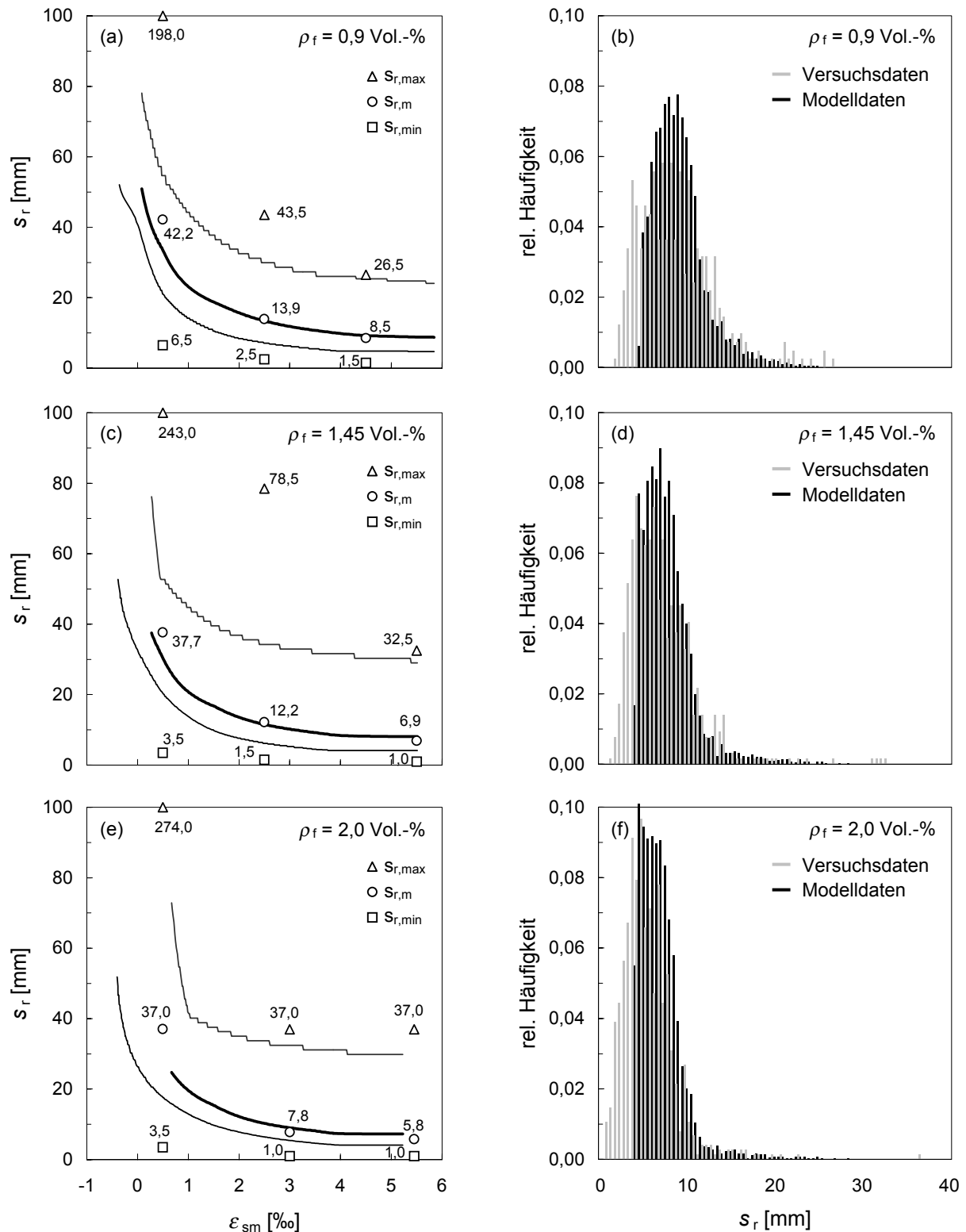


Bild 6.26 Ergebnisse der mit hochfesten Stabstählen St 1470/1620, $d_s = 12$ mm und 17 mm langen Fasern bewehrten Probekörper – Vergleich mit mechanischem Modell (Parameter nach Tabelle 6.2)

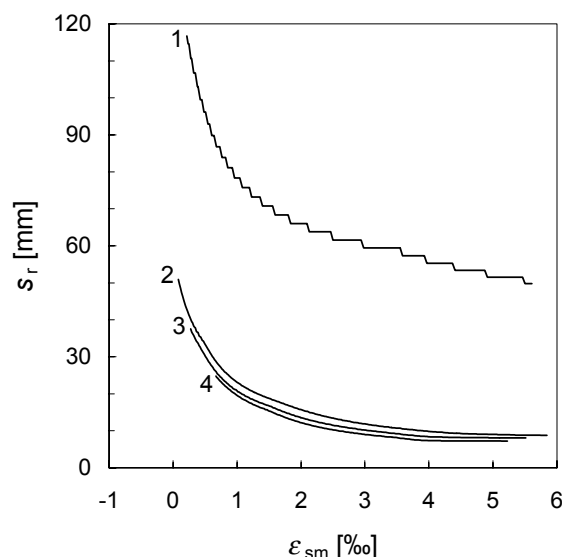
a), c), e) maximale, minimale (beide dünne Linien) und mittlere (dicke Linie) Rissabstände für Fasergehalte $\rho_f = 0,9$ Vol.-%, 1,45 Vol.-% und 2,0 Vol.-%

b), d), f) relative Häufigkeit der Rissabstände bei Versuchsende für Fasergehalte $\rho_f = 0,9$ Vol.-%, 1,45 Vol.-% und 2,0 Vol.-%

Da, wie in den vorangegangenen Abschnitten bereits ausführlich diskutiert wurde, mit zunehmendem Fasergehalt neben der Faserwirksamkeit σ_{cf0} auch die ideale Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^i$ signifikant anwächst, ergeben sich hinsichtlich des Rissbildungsprozesses zwei gegenläufige Effekte. Einerseits nimmt die bei Rissbildung durch die Fasern aufnehmbare Zugkraft mit steigendem Fasergehalt zu. Allerdings wächst, wie unter anderem auch die eigenen Versuche in Abschnitt 4.5.4 bestätigen, die Faserwirksamkeit wegen der gegenseitigen Beeinflussung der Fasern in ihrem Ausziehverhalten und der Gefahr der Igelbildung nur unterproportional. Andererseits ist bei hohen Fasergehalten die zur Erzeugung eines neuen Makrorisses von der Stab- und Faserbewehrung in den Beton einzuleitende Zugkraft wegen der ausgeprägten Faser-Matrix-Interaktion höher als bei niedrigen Fasergehalten. Dies gilt für unterschiedliche Faserorientierungen η analog. Wachsen σ_{cf0} und $\sigma_{cf,cr}^i$ mit zunehmendem Fasergehalt etwa im gleichen Verhältnis, so ergeben sich, wie in den Versuchen beobachtet, vergleichsweise geringe Auswirkungen auf die Anzahl bzw. Abstände der Risse. Dieser Zusammenhang wird durch die Nachrechnungen bestätigt.

Den bereits sehr günstigen Einfluss eines kleinen Faservolumens auf den Rissbildungsprozess veranschaulicht Bild 6.27. Dort sind die rechnerischen Verläufe der mittleren Rissabstände aus den Bildern 6.26a, c und e sowie die Entwicklung für ein ausschließlich stabstahlbewehrtes UHPC-Zugglied ($\rho_f = 0$) einander gegenübergestellt. Bei allen vier Berechnungen wurden im mechanischen Modell für die UHPC-Matrix und die Stabstahlbewehrung identische Parametergrößen entsprechend Tabelle 6.2 zugrundegelegt, d. h. das vermutlich ungünstigere Verbundverhalten der Stabbewehrung bei einem ausschließlich stabstahlbewehrten UHPC-Zugkörper blieb außer Betracht (vgl. Abschnitt 6.4.2.4).

Auch ohne dies verringert die Zugabe von 0,9 Vol.-% Stahlfasern den mittleren Rissabstand bei Erreichen der Elastizitätsgrenze der Bewehrung rechnerisch bereits von 49,8 auf 9,4 mm.



- (1) faserfrei ($\rho_f = 0$)
- (2) Fasergehalt $\rho_f = 0,9$ Vol.-%
- (3) Fasergehalt $\rho_f = 1,45$ Vol.-%
- (4) Fasergehalt $\rho_f = 2,0$ Vol.-%

Bild 6.27 Rechnerischer Einfluss des Fasergehalts (Faserlänge 17 mm) auf die Entwicklung des mittleren Rissabstands eines stabstahlbewehrten UHPC-Zugkörpers (hochfester Stahl St 1470/1620, $d_s = 12$ mm, $\rho_s = 3,0$ %)

Wie die Histogramme (Bilder 6.26b, d und f) verdeutlichen, können die sehr kleinen Rissabstände (< 3 bis 4 mm) der faserbewehrten Versuchskörper mit dem mechanischen Modell nicht in Gänze nachvollzogen werden. Bereits in Abschnitt 5.2.2 wurde festgestellt, dass die Annahme ebenbleibender Querschnitte und eines einzigen, die gesamte Querschnittsfläche

durchtrennenden Rissen in Bereichen hoher Faserkonzentration ihre Gültigkeit verliert. Durch die Faser-Matrix-Interaktion kommt es zu den in den Versuchen beobachteten, für Faserbeton typischen Verästelungen und Splittungen von Rissen. Die Verformung verteilt sich also auf mehrere benachbarte, in der Phase der Mikrorissbildung entstandene Risse. Daher ergeben sich im Versuch bereits bei geringen mittleren Dehnungen sehr kleine Rissabstände. Im Modell werden Mikrorisse dagegen nicht in diskreter Form berücksichtigt.

Wie Bild 6.28 veranschaulicht, kommt es in der Nähe von Rissverzweigungen zudem zu Unschärfen, wenn die Rissabstände schematisch entlang der Messstrecken aufgenommen werden. Insgesamt beeinflussen die Rissverläufe sehr maßgeblich den minimalen Rissabstand und damit auch dessen Mittelwert.

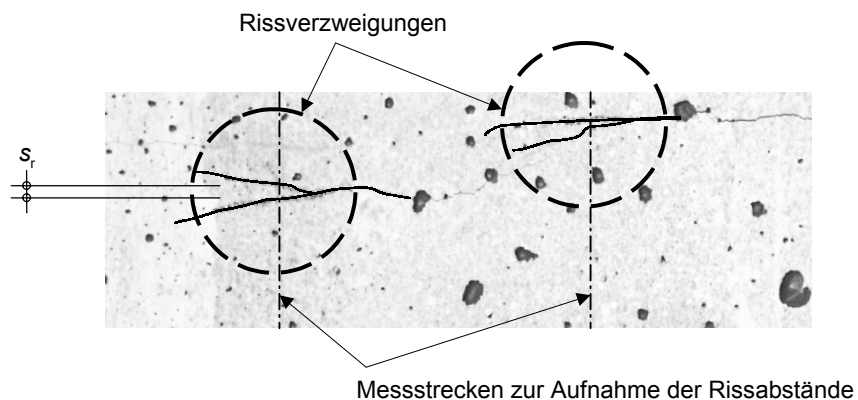


Bild 6.28 Sehr kleine Rissabstände bei Rissverzweigungen in der Nähe der Messstrecken

Bei den maximalen Rissabständen aus Versuchen handelt es sich meist um Einzelwerte mit sehr geringer Auftretenshäufigkeit („Ausreißer“). Für die in den Bildern 6.26b, d und f dargestellten Häufigkeitsverteilungen sind daher in Tabelle 6.5 neben den Mittel- und Maximalwerten auch die oberen Fraktile (95%-Fraktile) des Rissabstands angegeben. Für diese ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Nachrechnung.

Tabelle 6.5 Mittelwerte, Maximalwerte und 95%-Fraktile des Rissabstands für die in den Bildern 6.26b, d und f dargestellten Häufigkeitsverteilungen

Zeile	Spalte	1	2	3
	Bezeichnung	d12F17/0.9	d12F17/1.45	d12F17/2.0
	Mittelwert des Rissabstands $s_{r,m}$			
1	- aus Versuchdaten in mm	8,5	6,9	5,8
2	- aus Modelldaten in mm	9,4	8,1	7,2
	Maximalwert des Rissabstands $s_{r,max}$			
3	- aus Versuchdaten in mm	26,5	32,5	37,0
4	- aus Modelldaten in mm	25,4	29,0	28,5
	95 %-Fraktile des Rissabstands $s_{r,95 \%}$			
5	- aus Versuchdaten in mm	16,0	13,5	10,5
6	- aus Modelldaten in mm	15,0	13,0	11,0

Bild 6.29 zeigt für die zuvor untersuchten Bewehrungskonfigurationen die rechnerische Entwicklung des Kleinst-, Größt- und Mittelwerts der Rissbreite. Zum Vergleich sind sämtliche

entlang der sechs Messstrecken aufgenommenen Rissbreiten $w \geq 50 \mu\text{m}$ zahlenmäßig angegeben und durch Symbole angedeutet.

Da bei der gewählten Form der Auswertung bis zu sechs Messwerte für einen durchlaufenden Riss erhalten werden (je Messstrecke ein Messwert), ist die eigentliche Anzahl der Risse mit Breiten $w \geq 50 \mu\text{m}$ sehr viel kleiner als die Anzahl der Einzelwerte. Die größten Rissbreiten und Rissabstände ergaben sich in den Versuchen stets am ungeschalteten Rand (abgezogene Oberfläche) der Probekörper (vgl. auch Rissbilder in Bild 6.25), was auf eine unterschiedliche Faserverteilung bzw. Faserausrichtung über die Höhe schließen lässt (z. B. infolge Einfluss der Schalflächen, Entmischen). Nachdem die Fasern am ungeschalteten Rand in den Auszug übergegangen waren (rechnerisch bei $w_0 = 0,106 \text{ mm}$, vgl. Abschnitt 4.5.4.2), erfolgte eine starke Zunahme der Rissbreite auf dieser Seite und, da die Verdrehung in der Scheibenebene durch die Einspannbacken der Maschine nicht behindert war, eine Rotation der Körper (vgl. Spannungs-Rissöffnungs-Verhalten der Prismen in Abschnitt 4.5.4.2). Die in Bild 6.29 angegebenen, teils sehr großen Rissbreiten (z. B. $0,30 \text{ mm}$ bei $2,0 \text{ Vol.}\%$ Fasergehalt) resultieren aus diesem Effekt. Sie traten jeweils nur lokal, an den dem ungeschalteten Rand nächstgelegenen Messstrecken auf. In Bild 6.25c ist dies am linken Rand des unteren Bilddrittels zu erkennen.

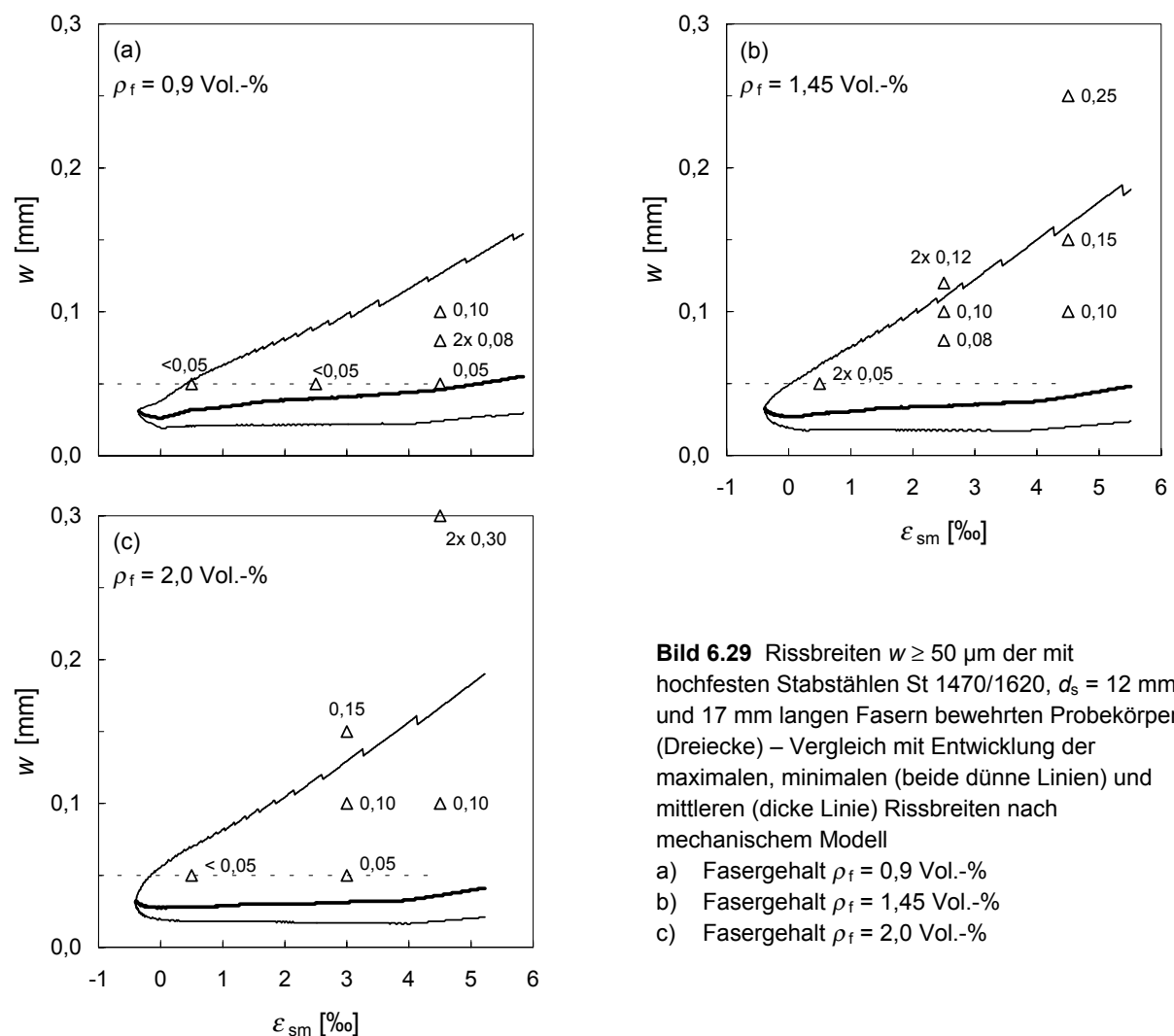


Bild 6.29 Rissbreiten $w \geq 50 \mu\text{m}$ der mit hochfesten Stabstählen St 1470/1620, $d_s = 12 \text{ mm}$ und 17 mm langen Fasern bewehrten Probekörper (Dreiecke) – Vergleich mit Entwicklung der maximalen, minimalen (beide dünne Linien) und mittleren (dicke Linie) Rissbreiten nach mechanischem Modell

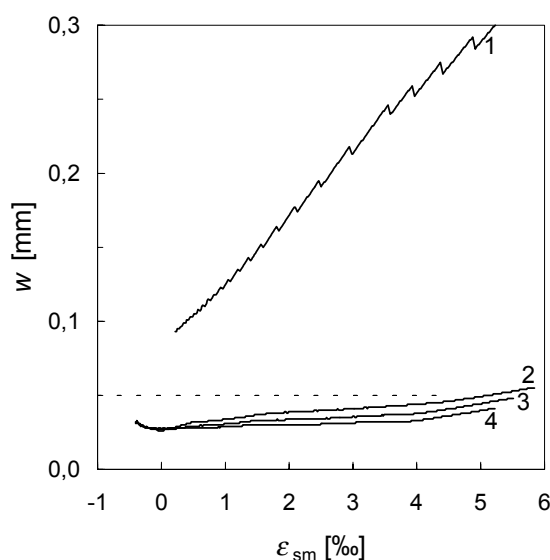
- a) Fasergehalt $\rho_f = 0,9 \text{ Vol.}\%$
- b) Fasergehalt $\rho_f = 1,45 \text{ Vol.}\%$
- c) Fasergehalt $\rho_f = 2,0 \text{ Vol.}\%$

Wie Tabelle 6.6 verdeutlicht, wies die Mehrzahl der Risse selbst bei einer mittleren Dehnung von ca. 4,5 ‰ Breiten unter 50 µm auf. Da die sehr kleinen Rissabstände (< 3 bis 4 mm) durch das Modell nicht abgebildet werden, wird auch die Häufigkeit der Rissbreiten $w \geq 50 \mu\text{m}$ durch die Nachrechnung überschätzt. Zum Vergleich wurden daher neben $w = 50 \mu\text{m}$ auch Berechnungen für die Grenzzrissbreiten $w = 60 \mu\text{m}$ und $w = 70 \mu\text{m}$ durchgeführt. Letztere liefern bereits annähernd die aus den Versuchsdaten ermittelten Summenhäufigkeiten. Der Fehler des Modells liegt somit in ähnlicher Größenordnung wie die Auflösungsgenauigkeit der bei der Rissbreitenmessung eingesetzten Risslupe.

Tabelle 6.6 Relative Summenhäufigkeiten der Rissbreiten bei einer mittleren Stahldehnung von ca. 4,5 ‰ für die mit hochfesten Stabstählen St 1470/1620, $d_s = 12 \text{ mm}$ und 17 mm langen Fasern bewehrten Probekörper – Vergleich mit mechanischem Modell (Parametergrößen nach Tabelle 6.2)

Zeile	Spalte	1	2	3
	Bezeichnung	d12F17/0.9	d12F17/1.45	d12F17/2.0
1	relative Summenhäufigkeit der Rissbreiten $w < 50 \mu\text{m}$			
	- aus Versuchsdaten in %	99,3	99,4	99,6
2	- aus Modelldaten in %	71,7	81,9	89,3
3	relative Summenhäufigkeit der Rissbreiten $w < 60 \mu\text{m}$			
	- aus Modelldaten in %	87,3	90,6	93,4
4	relative Summenhäufigkeit der Rissbreiten $w < 70 \mu\text{m}$			
	- aus Modelldaten in %	93,3	94,6	95,9

Der in Bild 6.27 veranschaulichte Einfluss des Fasergehalts auf die Entwicklung des mittleren Rissabstands spiegelt sich in entsprechender Weise auch in den rechnerischen Verläufen der mittleren Rissbreite wieder (Bild 6.30). Der bereits sehr günstige Einfluss eines kleinen Faser-volumens bestätigt sich erneut.



- (1) faserfrei ($\rho_f = 0$)
- (2) Fasergehalt $\rho_f = 0,9 \text{ Vol.-%}$
- (3) Fasergehalt $\rho_f = 1,45 \text{ Vol.-%}$
- (4) Fasergehalt $\rho_f = 2,0 \text{ Vol.-%}$

Bild 6.30 Rechnerischer Einfluss des Fasergehalts (Faserlänge 17 mm) auf die Entwicklung der mittleren Rissbreite eines stabstahlbewehrten UHPC-Zugkörpers (hochfester Stahl St 1470/1620, $d_s = 12 \text{ mm}$, $\rho_s = 3,0 \%$)

Einfluss der Streuung der Faserverteilung/-orientierung

Der Verteilungsdichtefunktion des Faserorientierungsbeiwerts η wurden bei der Nachrechnung der Versuche unterschiedliche Standardabweichungen s zugrundegelegt (vgl. Tabelle 6.2 und Bild 6.8), da auch die Streuung der experimentell erhaltenen maximalen Rissabstände und Rissbreiten mit steigendem Fasergehalt zunimmt.

Den Einfluss der Streuung der Faserverteilung bzw. Faserorientierung auf die rechnerisch zu erwartenden Rissabstände und Rissbreiten veranschaulicht Tabelle 6.7. Dort sind für die zuvor betrachteten Bewehrungskonfigurationen die Mittelwerte, die Maximalwerte und die 95%-Fraktilen der Rissabstände sowie die relativen Summenhäufigkeiten der Rissbreiten $w < 50 \mu\text{m}$ bei unterschiedlich stark streuender Faserverteilung/-orientierung angegeben. Die übrigen Modellparameter wurden nicht verändert.

Tabelle 6.7 Rechnerische Mittelwerte, Maximalwerte und 95%-Fraktilen des Rissabstands bei Versuchsende sowie relative Summenhäufigkeiten der Rissbreiten $w < 50 \mu\text{m}$ bei einer mittleren Stahldehnung $\varepsilon_{sm} = 4,5 \text{ ‰}$ für unterschiedliche Standardabweichungen s des Faserorientierungsbeiwerts η

Zeile	Spalte	1	2	3
	Bezeichnung	d12F17/0.9	d12F17/1.45	d12F17/2.0
	Mittelwert des Rissabstands $s_{r,m}$			
1	- für $s = 0,05$ in mm	9,3	7,9	6,9
2	- für $s = 0,15$ in mm	9,4	8,0	7,0
3	- für $s = 0,25$ in mm	9,5	8,2	7,3
	Maximalwert des Rissabstands $s_{r,max}$			
4	- für $s = 0,05$ in mm	15,8	12,4	10,6
5	- für $s = 0,15$ in mm	29,6	22,6	15,1
6	- für $s = 0,25$ in mm	45,5	37,2	32,1
	95 %-Fraktile des Rissabstands $s_{r,95 \text{ ‰}}$			
7	- für $s = 0,05$ in mm	12,5	10,5	9,0
8	- für $s = 0,15$ in mm	16,5	12,5	10,0
9	- für $s = 0,25$ in mm	21,0	17,0	12,5
	relative Summenhäufigkeit der Rissbreiten $w < 50 \mu\text{m}$			
10	- für $s = 0,05$ in %	74,7	89,9	99,5
11	- für $s = 0,15$ in %	72,2	82,6	91,7
12	- für $s = 0,25$ in %	75,5	81,6	87,6

Wegen der Symmetrie der Verteilungsdichtefunktion des Faserorientierungsbeiwerts η wächst mit zunehmender Streuung auch die (absolute) Zahl der Risse mit sehr kleinen Breiten/Abständen. Entsprechend beeinflusst die Standardabweichung s die Mittelwerte der Rissabstände und die Summenhäufigkeit der Risse mit Breiten $w < 50 \mu\text{m}$ vergleichsweise wenig. Für die Maximal- und Fraktilewerte ergeben sich dagegen signifikante Unterschiede.

Als Verhältnis von maximalem zu mittlerem Rissabstand ergeben sich hierdurch sehr große Zahlenwerte. Der für Stahlbeton gemäß der Verteilungsdichtefunktion des Rissabstands (Bild 3.35) gültige Zusammenhang

$$s_{r,max}/s_{r,m} = 2 \cdot s_{r,min}/1,443 \cdot s_{r,min} = 1,386$$

behält bei Zugkörpern mit gemischter Bewehrung nur für den theoretischen Fall einer homogenen Faserverteilung ($s = 0$) Gültigkeit.

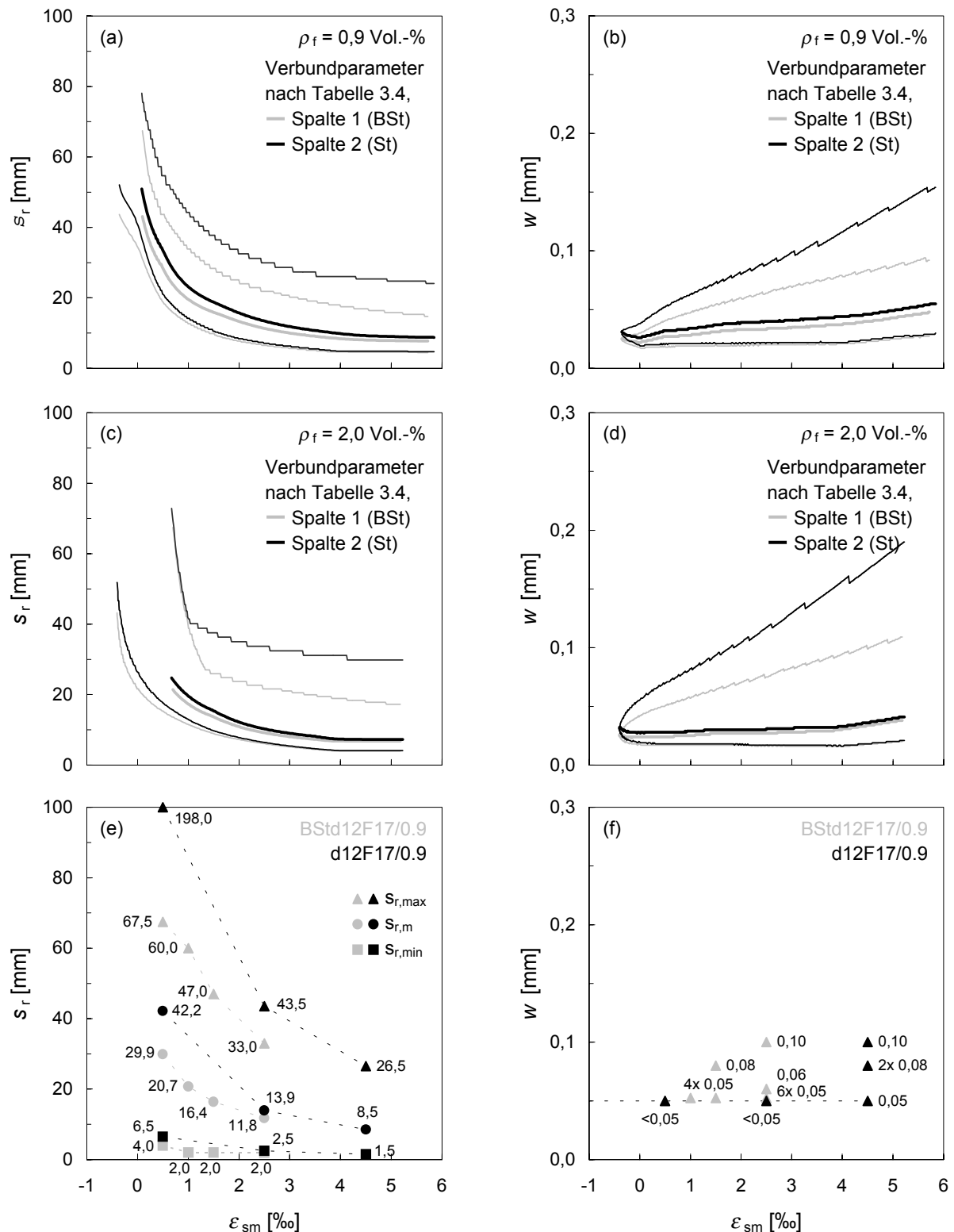


Bild 6.31 Einfluss des Stabstahl-Matrix-Verbundes auf die Entwicklung der Rissabstände und Rissbreiten der mit Stabstahl ($d_s = 12 \text{ mm}$, $\rho_s = 3,0 \%$) und 17 mm langen Fasern bewehrten Probekörper

a) bis d) maximale, minimale (beide dünne Linien) und mittlere (dicke Linie) Rissabstände und Rissbreiten für Fasergehalte $\rho_f = 0,9 \text{ Vol.-%}$ und $2,0 \text{ Vol.-%}$ (nach mechanischem Modell)

e) Kleinst-, Größt- und Mittelwerte der Rissabstände für die mit hochfestem Stabstahl bzw. Betonstahl sowie $0,9 \text{ Vol.-%}$ Stahlfasern bewehrten UHPC-Zugkörper (aus Versuch)

f) Rissbreiten $w \geq 50 \mu\text{m}$ für die mit hochfestem Stabstahl bzw. Betonstahl und $0,9 \text{ Vol.-%}$ Stahlfasern bewehrten UHPC-Zugkörper (aus Versuch)

Einfluss des Stabstahl-Matrix-Verbundes

Die Bilder 6.31a bis d zeigen den rechnerischen Einfluss unterschiedlichen Stabstahl-Matrix-Verbundes auf die Entwicklung der Rissabstände und Rissbreiten der mit einem Fasergehalt von 0,9 bzw. 2,0 Vol.-% bewehrten UHPC-Zugkörper (d12F17/0.9 und d12F17/2.0). Als Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen des Stabstahls wurden die in Tabelle 3.4 und Bild 3.30 angegebenen Verbundgesetze verwendet. Alle weiteren Modellparameter blieben gegenüber Tabelle 6.2 unverändert.

Unabhängig vom Fasergehalt ergeben sich bei günstigerem Verbundverhalten der Stabbewehrung (Verbundgesetz nach Tabelle 3.4, Spalte 1, Betonstahl) jeweils etwas kleinere Rissabstände und Rissbreiten. Besonders in Rissen mit nur wenigen Fasern bzw. ungünstiger Faserorientierung werden die Rissbreite und der weitere Rissbildungsfortschritt maßgeblich durch den Stabstahl-Matrix-Verbund bestimmt. Deshalb sind die Unterschiede für die maximalen Rissabstände und Rissbreiten rechnerisch am größten. Der Einfluss auf die Entwicklung der minimalen und mittleren Rissabstände nimmt dagegen mit fortschreitender Rissteilung ab, da die zur Verfügung stehenden Einleitungslängen zu klein werden, um trotz Zunahme der mittleren Verbundspannung nennenswerte Kräfte von der Stabbewehrung auf den Beton zu übertragen. Der Beitrag der Stabbewehrung zur Erzeugung neuer Risse ist also entgegen der Modellbildung *Jungwirths* [Jun06] nicht gegen Ende, sondern vielmehr zu Beginn der Rissbildungsphase am größten.

Dieser Zusammenhang kann anhand der in den Versuchen beobachteten Rissentwicklung der mit hochfesten Stabstählen bzw. Betonstahl bewehrten UHPC-Scheiben (Bild 6.31e) recht gut nachvollzogen werden. Für den mit Betonstahl verstärkten Probekörper stehen wegen der niedrigeren Elastizitätsgrenze der Bewehrung Ergebnisse nur bis zu einer mittleren Stahldehnung von 2,5 ‰ zur Verfügung. Die relative Summenhäufigkeit der gemessenen Rissbreiten $w \geq 50 \mu\text{m}$ ergibt sich für diesen Dehnungszustand zu 2,2 ‰. Sie liegt damit in ähnlicher Größenordnung wie für die hochfeste Stabbewehrung.

Einfluss des Stabstahlbewehrungsgehalts ρ_s

Die Bilder 6.32c und 6.33c zeigen für die mit hochfestem Stabstahl bewehrten UHPC-Zugkörper d8F17/0.9 und d12F17/0.9 sowie d8F17/2.0 und d12F17/2.0 die experimentell erhaltene Entwicklung der Rissabstände. Da für d8F17/2.0 keine Aufnahme der Rissbreiten erfolgte, ist ein Vergleich der Entwicklung der Rissbreiten nur im Falle der Probekörper mit 0,9 Vol.-% Fasergehalt möglich (Bild 6.32d).

Bei der rechnerischen Ermittlung der Rissabstände und Rissbreiten (Bilder 6.32a und b sowie 6.33a und b) wurde, wie in den Versuchen, gleichzeitig mit dem Stabstahlbewehrungsgehalt auch der Stabdurchmesser variiert. Allen Darstellungen liegen somit die beiden Parameterkombinationen $d_s = 8 \text{ mm} / \rho_s = 1,3 \%$ und $d_s = 12 \text{ mm} / \rho_s = 3,0 \%$ zugrunde. Die übrigen Modellparameter wurden nicht verändert.

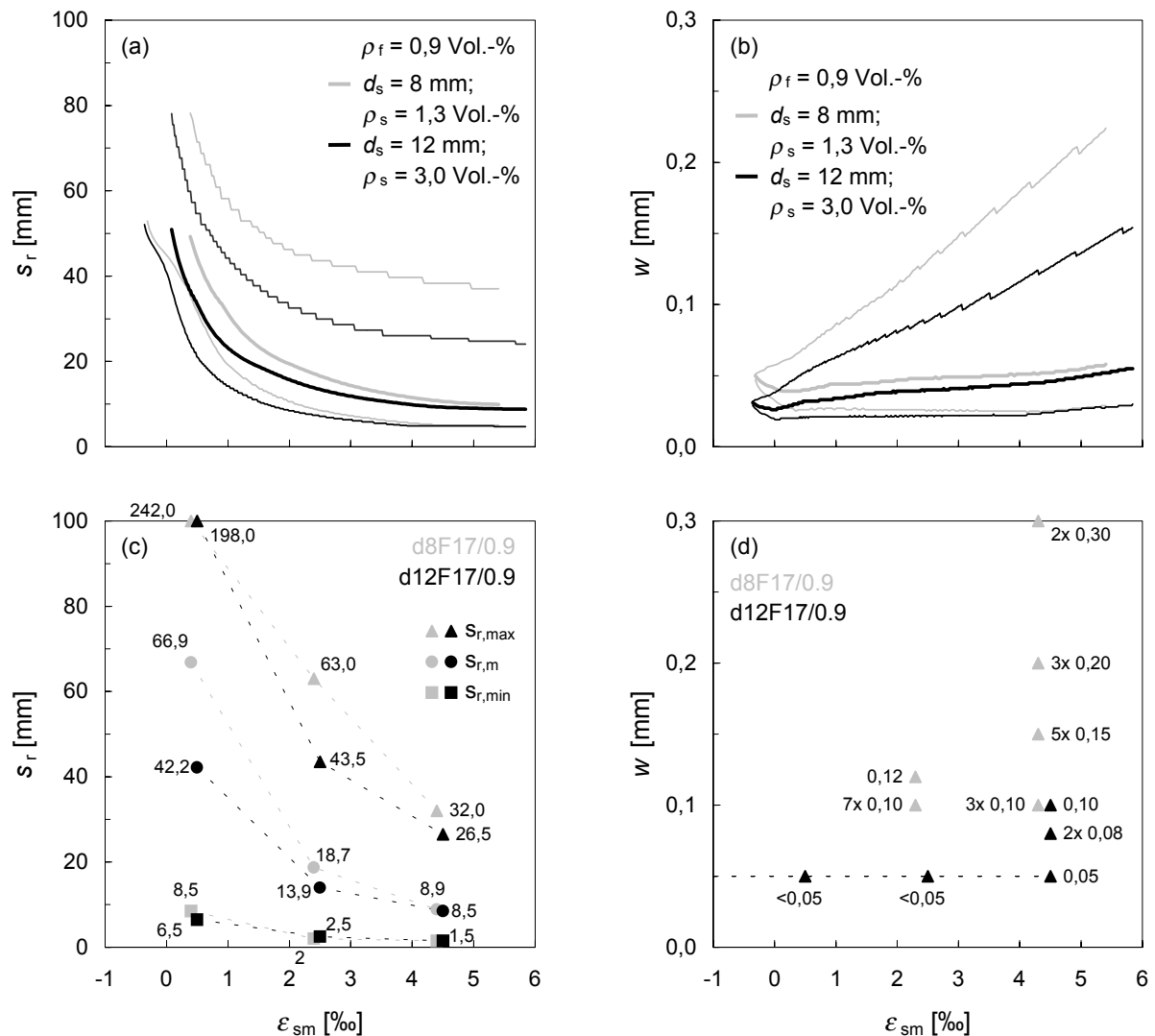


Bild 6.32 Einfluss des Stabstahlbewehrungsgehalts ρ_s und des Stabdurchmessers d_s auf die Entwicklung der Rissabstände und Rissbreiten der mit hochfestem Stabstahl und $\rho_f = 0,9$ Vol.-% 17 mm langen Fasern bewehrten Probekörper

a) und b) maximale, minimale (beide dünne Linien) und mittlere (dicke Linie) Rissabstände und Rissbreiten nach mechanischem Modell

c) Kleinst-, Größt- und Mittelwerte der Rissabstände aus Versuch

d) Rissbreiten $w \geq 50 \mu\text{m}$ aus Versuch

Eine Variation des Stabstahlbewehrungsgehalts wirkt sich aus den gleichen Gründen wie ein unterschiedlicher Stabstahl-Matrix-Verbund in erster Linie auf die maximalen Rissabstände und Rissbreiten aus. Erwartungsgemäß ergeben sich für $\rho_s = 1,3\%$ die größeren Rissbreiten. Die gegenläufigen Effekte aus reduziertem Stabstahlbewehrungsgehalt und kleinerem Stabdurchmesser kompensieren sich nur zu einem geringen Teil.

Mit zunehmender mittlerer Stahldehnung werden sowohl im Versuch als auch im Modell unabhängig vom Stabstahlbewehrungsgehalt bzw. Stabdurchmesser ähnliche mittlere und minimale Rissabstände erhalten.

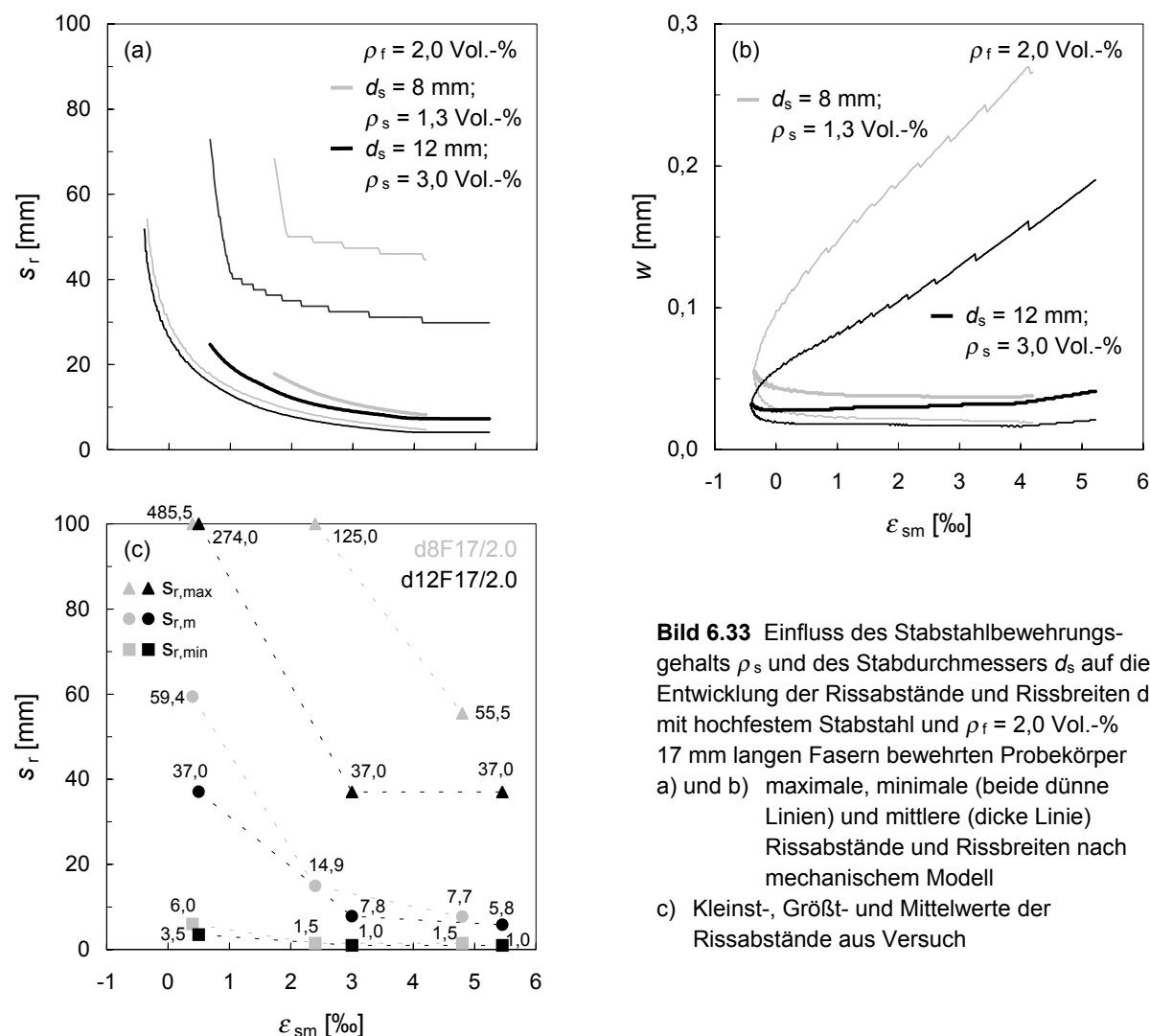


Bild 6.33 Einfluss des Stabstahlbewehrungsgehalts ρ_s und des Stabdurchmessers d_s auf die Entwicklung der Rissabstände und Rissbreiten der mit hochfestem Stabstahl und $\rho_f = 2,0 \text{ Vol.-%}$ 17 mm langen Fasern bewehrten Probekörper
a) und b) maximale, minimale (beide dünne Linien) und mittlere (dicke Linie) Rissabstände und Rissbreiten nach mechanischem Modell
c) Kleinst-, Größt- und Mittelwerte der Rissabstände aus Versuch

6.4.3.2 Versuchskörper mit 9 mm langen Fasern

In Bild 6.34 sind für die mit einer Kombination aus hochfesten Stabstählen (St 1470/1620), $d_s = 12 \text{ mm}$ und 9 mm langen Fasern bewehrten UHPC-Zugkörper die maximalen, minimalen und mittleren Rissabstände sowie die relativen Häufigkeitsverteilungen der Rissabstände bei Versuchsende angegeben. Den experimentell ermittelten Daten sind die Ergebnisse der Nachrechnung gegenübergestellt. Als Parametergrößen wurden die Werte der Tabelle 6.3 verwendet. Die in Abschnitt 6.4.2.2 erhaltenen Ergebnisse ließen wegen der besseren Übereinstimmung zwischen Versuch und Modell auf eine dreidimensionale Ausrichtung der 9 mm langen Fasern schließen. Diese Einschätzung wird durch die Entwicklung der Rissabstände und Rissbreiten sowie durch die Histogramme bestätigt. Für den Versuchskörper mit einem Fasergehalt von 0,9 Vol.-% ist zum Vergleich die rechnerische Entwicklung des mittleren Rissabstands auch für eine überwiegend zweidimensionale Faserorientierung ($\eta_{02} = 0,70$) angegeben. Die Rissabstände werden in diesem Fall deutlich überschätzt.

In Querschnitten mit nur wenigen Fasern gehen die 9 mm langen Fasern bei Einzelrissbildung unmittelbar in den Faserauszug über. Damit ist, sieht man von der Zunahme der Verbundspannung zwischen Beton und Stabbewehrung bei weiterer Rissöffnung ab, die Rissbildung in

diesen Bereichen weitgehend abgeschlossen. Es bleibt also bei relativ großen Rissabständen. In Querschnitten mit größerer Faseranzahl befinden sich die Fasern bei Einzelrissbildung noch in der Aktivierungsphase, was eine sukzessive Risteilung (Phase 1) und sehr kleine Rissabstände, vergleichbar den 17 mm langen Fasern ermöglicht. Dies erklärt die gleichermaßen hohe relative Häufigkeit kleiner und mittlerer Rissabstände (ca. 15 bis 20 mm).

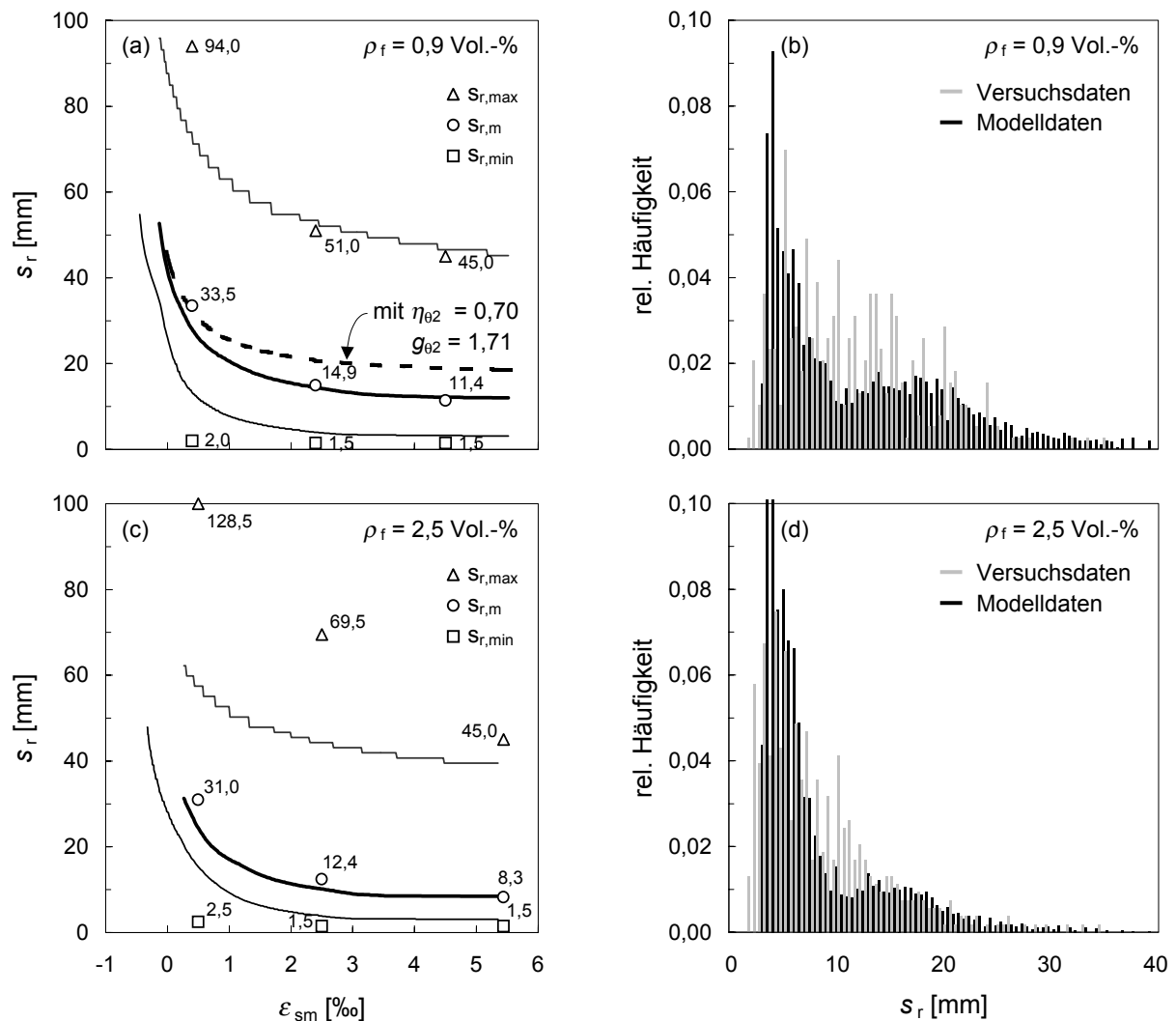


Bild 6.34 Ergebnisse der mit hochfesten Stabstählen St 1470/1620, $d_s = 12$ mm und 9 mm langen Fasern bewehrten Probekörper – Vergleich mit mechanischem Modell (Parameter nach Tabelle 6.3)

- a), c) maximale, minimale (beide dünne Linien) und mittlere (dicke Linie) Rissabstände für Fasergehalte $\rho_f = 0,9$ Vol.-% und 2,5 Vol.-%
 b), d) relative Häufigkeit der Rissabstände bei Versuchs- und Modellenden für Fasergehalte $\rho_f = 0,9$ Vol.-% und 2,5 Vol.-%

Bei den mit 9 mm langen Fasern bewehrten Zugkörpern ist der Einfluss des Fasergehalts auf die Entwicklung des mittleren Rissabstands größer als bei den mit 17 mm langen Fasern bewehrten Probekörpern. Als günstig erweisen sich bei diesem Fasertyp die verminderte Gefahr einer Igelbildung und die bei kürzeren Fasern niedrigeren Umlenkkräfte, wodurch Verbund schädigende Abplatzungen der Matrix am Faseraustritt vermieden werden können. Wegen der überwiegend dreidimensionalen Faserausrichtung ist zudem der Anteil der geneigt zur Zugrichtung orientierten Fasern, die einen höheren Auszieh Widerstand besitzen, größer.

Daher sind die durch Rückrechnung aus den Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen gewonnenen Faserwirksamkeitsbeiwerte g für die 9 mm langen Fasern deutlich größer als für die 17 mm langen Fasern. Die besondere Bedeutung des Faserwirksamkeitsbeiwerts für die Entwicklung der Rissabstände und Rissbreiten wurde bereits im vorherigen Abschnitt diskutiert. So erklären sich auch die erstaunlich kleinen Rissabstände, die bereits für ein Faservolumen von nur 0,9 Vol.-% erhalten wurden. Insgesamt wirkt sich die räumliche Faserorientierung bei kurzen Fasern hinsichtlich der Rissbildung also günstig aus.

In Tabelle 6.8 sind die Mittel-, Maximal- und oberen Fraktilwerte (95%-Fraktile) des Rissabstands der in den Bildern 6.34b und d dargestellten Häufigkeitsverteilungen angegeben. Die relativen Summenhäufigkeiten der Rissbreiten bei einer mittleren Dehnung von ca. 4,5 ‰ sind in Tabelle 6.9 zusammengestellt. Wie für die 17 mm langen Fasern werden die Rissbreiten und Rissabstände durch die Nachrechnung etwas überschätzt. Die Streuung des wirkamen Fasergehalts ist insgesamt jedoch niedriger als für die mit 17 mm langen Fasern bewehrten Versuchskörper, was aufgrund der Ergebnisse aus Abschnitt 4.5.4.2 (Streuung der Faserwirksamkeiten) auch plausibel erscheint.

Tabelle 6.8 Mittelwerte, Maximalwerte und 95%-Fraktilen des Rissabstands für die in den Bildern 6.34b und d dargestellten Häufigkeitsverteilungen

Zeile	Spalte	1	2
	Bezeichnung	d12F9/0.9	d12F9/12.5
	Mittelwert des Rissabstands $s_{r,m}$		
1	- aus Versuchdaten in mm	11,4	8,3
2	- aus Modelldaten in mm	12,0	8,5
	Maximalwert des Rissabstands $s_{r,max}$		
3	- aus Versuchdaten in mm	45,0	45,0
4	- aus Modelldaten in mm	45,2	39,5
	95 %-Fraktile des Rissabstands $s_{r,95 \%}$		
5	- aus Versuchdaten in mm	22,0	19,5
6	- aus Modelldaten in mm	28,5	21,0

Tabelle 6.9 Relative Summenhäufigkeiten der Rissbreiten bei einer mittleren Stahldehnung von ca. 4,5 ‰ für die mit hochfesten Stabstählen St 1470/1620, $d_s = 12$ mm und 9 mm langen Fasern bewehrten Probekörper – Vergleich mit mechanischem Modell (Parametergrößen nach Tabelle 6.3)

Zeile	Spalte	1	2
	Bezeichnung	d12F9/0.9	d12F9/2.5
	relative Summenhäufigkeit der Rissbreiten $w < 50 \mu m$		
1	- aus Versuchdaten in %	88,6	98,1
2	- aus Modelldaten in %	56,4	74,2
	relative Summenhäufigkeit der Rissbreiten $w < 70 \mu m$		
3	- aus Modelldaten in %	64,6	82,7
	relative Summenhäufigkeit der Rissbreiten $w < 100 \mu m$		
4	- aus Modelldaten in %	81,5	92,7

In Bild 6.35 sind die rechnerische Entwicklung des Kleinst-, Größt- und Mittelwerts der Rissbreite für überwiegend dreidimensionale Faserorientierung und sämtliche entlang der sechs Messstrecken aufgenommenen Rissbreiten $w \geq 50 \mu m$ zahlenmäßig angegeben. Da die 9 mm

langen Fasern bereits bei sehr kleinen Rissbreiten in den Faserauszug übergehen (rechnerisch bei $w_0 = 0,030 \text{ mm}$), ergeben sich bei höheren mittleren Dehnungen trotz der kleinen Rissabstände vergleichsweise große Rissbreiten.

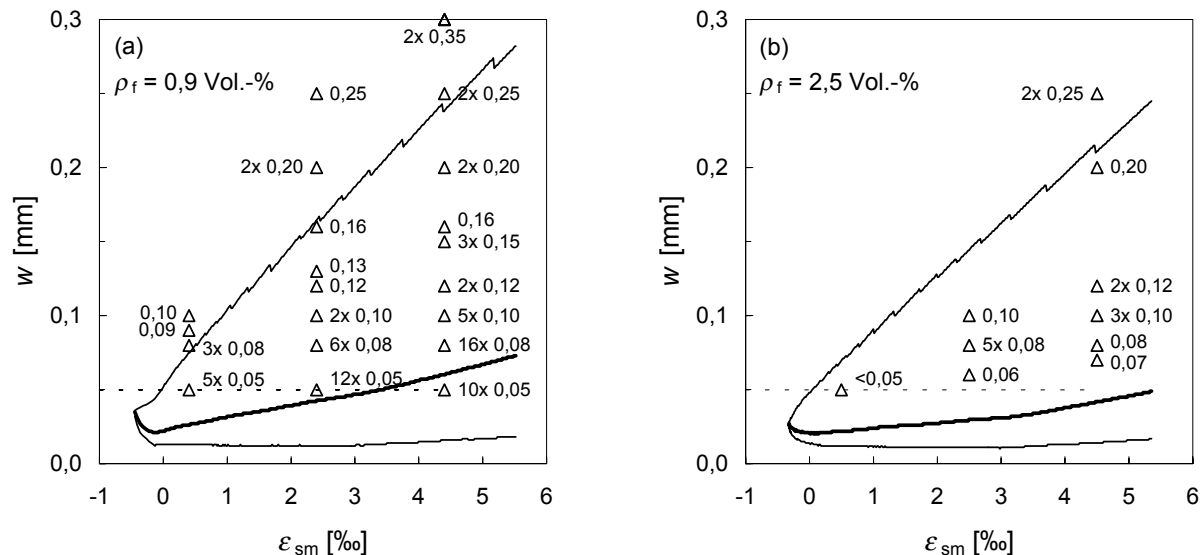


Bild 6.35 Rissbreiten $w \geq 50 \mu\text{m}$ der mit hochfesten Stabstählen St 1470/1620, $d_s = 12 \text{ mm}$ und 9 mm langen Fasern bewehrten Probekörper (Dreiecke) – Vergleich mit Entwicklung der maximalen, minimalen (beide dünne Linien) und mittleren (dicke Linie) Rissbreiten nach mechanischem Modell

a) Fasergehalt $\rho_f = 0,9 \text{ Vol.-%}$

b) Fasergehalt $\rho_f = 2,5 \text{ Vol.-%}$

Hinsichtlich des Einflusses des Stabstahlbewehrungsgehalts, des Stabdurchmessers und des Stabstahl-Matrix-Verbundes auf die Entwicklung der Rissabstände und Rissbreiten ergeben sich prinzipiell die gleichen Zusammenhänge wie für die 17 mm langen Fasern. Auf eine Nachrechnung dieser Versuche wird daher verzichtet.

Für einen mit hochfesten Stahlstäben $d_s = 8 \text{ mm}$ ($\rho_s = 1,3 \%$) und $2,5 \text{ Vol.-%}$ Stahlfasern (Länge 9 mm) bewehrten UHPC-Zugkörper wurde die Rissbildung in einem Teilbereich des Probekörpers mit dem spannungsoptischen Messsystem ARAMIS der Fa. *GOM mbH Optical Measuring Techniques* aufgezeichnet. Bei dem angewendeten Verfahren wird zunächst mit einem Lackspray ein stochastisches Muster auf die zu untersuchende Probenoberfläche aufgebracht. Während der Belastung erfolgt die Aufnahme des Musters durch zwei CCD-Kameras mit synchroner Bildaufnahme (Stereokameraaufbau). 3D-Koordinaten, 3D-Verschiebungen und der ebene Dehnungstensor werden mittels photogrammetrischer Auswertungsverfahren automatisch berechnet. Die Ergebnisse wie 3D-Visualisierungen, Schnittdiagramme, Verlaufsanalysen oder Analogwerte können in Messberichten dargestellt oder in Standardformate exportiert werden.

Anhand der Aufnahmen sollten die sukzessive Risteilung bis hin zu sehr großen mittleren Dehnungen qualitativ nachvollzogen und damit die visuellen Beobachtungen sowie die Ergebnisse der Nachrechnungen bestätigt werden. Da der Aufnahmebereich nicht zu klein gewählt werden durfte, um noch einen repräsentativen Ausschnitt des Rissbildes zu erhalten, konnten bei einer Größe des Messfeldes von $28,754 \text{ mm} \times 25,686 \text{ mm}$ und einer Auflösung

der Kameras von einem Megapixel die Rissbreiten selbst nicht mehr vom System berechnet werden. Die beiden Kameras waren 275 mm von der Probenoberfläche entfernt angeordnet (Bild 6.36).

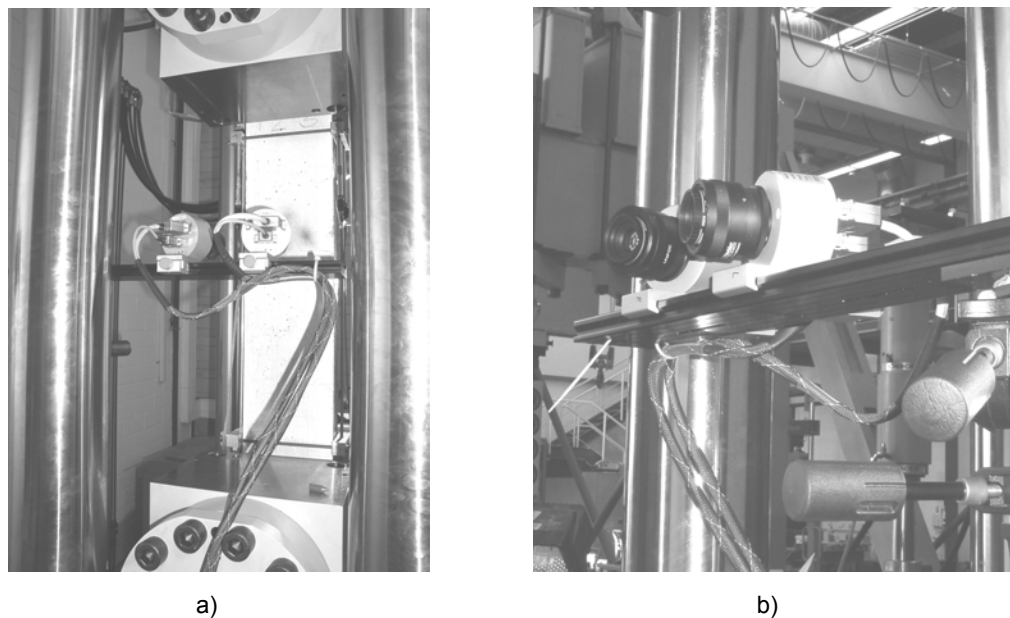


Bild 6.36 Spannungsoptische Verformungsmessung mit dem Messsystem ARAMIS (*GOM mbH Optical Measuring Techniques*)

- a) Versuchsanordnung mit Stereokameraaufbau
- b) Detailaufnahme der beiden CCD-Kameras

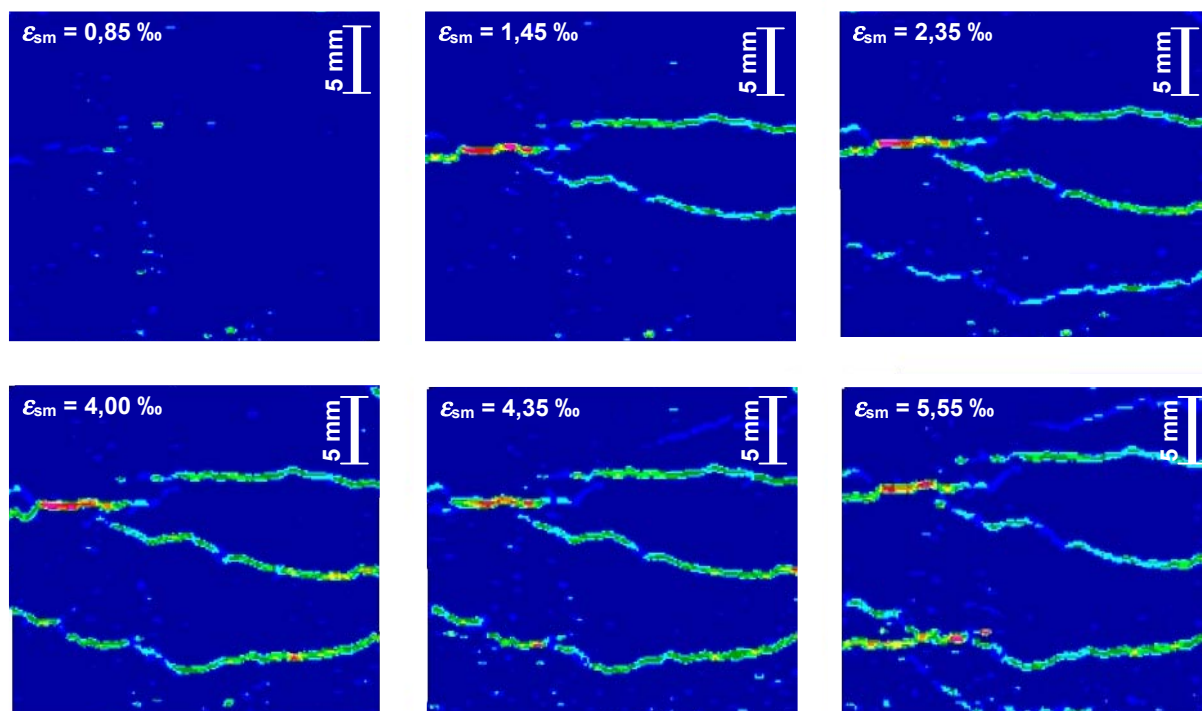


Bild 6.37 Visualisierung der mit dem System ARAMIS gemessenen Verzerrungen (Zugrichtung) für unterschiedliche mittlere Stahldehnungen

Die Aufzeichnung erfolgte diskontinuierlich für diskrete Verformungszustände. Bild 6.37 zeigt einige Visualisierungen der gemessenen Verzerrungen, welche die Rissentwicklung qualitativ recht gut nachvollziehen lassen. Wegen der sehr großen Rissabstände in der Phase der Einzelrissbildung war bis zu einer mittleren Dehnung von 0,85 % noch keine nennenswerte Rissbildung innerhalb des Messfeldes festzustellen. Die Aufnahmen zeigen die für Faserbeton typischen Rissverläufe ohne eigentliche Trennrissbildung. Die Risse öffnen sich allmählich und pflanzen sich dabei weiter fort. In Übereinstimmung mit dem eigenen Modell ist selbst bei sehr großen mittleren Dehnungen ein Abschluss der Rissbildung nicht erkennbar. Es ergeben sich die auch visuell beobachteten sehr kleinen Rissabstände.

6.4.3.3 Versuchskörper mit 17 mm langen Fasern und Querbewehrung

Eine quer zur Zugrichtung angeordnete Stabbewehrung vermindert die Risskraft der Zug-elemente (vgl. Bild 6.22). Der Abstand der Querstäbe bestimmt dabei maßgeblich den Rissabstand in der Phase der Einzelrissbildung. Bei faserbewehrtem Beton steht im Bereich der Querbewehrung nach der Rissbildung nur eine verminderte Faserwirkung zur Verfügung, um in ungeschwächten Bereichen weitere Risse zu erzeugen. Daher kommt die sukzessive Riss-teilung früher zum Abschluss als bei ausschließlich in Zugrichtung bewehrten Versuchs-körpern. Bild 6.38 zeigt das Rissbild eines UHPC-Zugkörpers, der in Längs- und Querrichtung mit hochfestem Stabstahl $d_s = 8$ mm und mit 17 mm langen Fasern (0,9 Vol.-%) bewehrt ist. Der Abstand der Querbewehrung beträgt 50 mm (vgl. Bild 6.1b). Das Rissbild lässt zum Teil recht gut die Lage der Querstäbe erkennen.

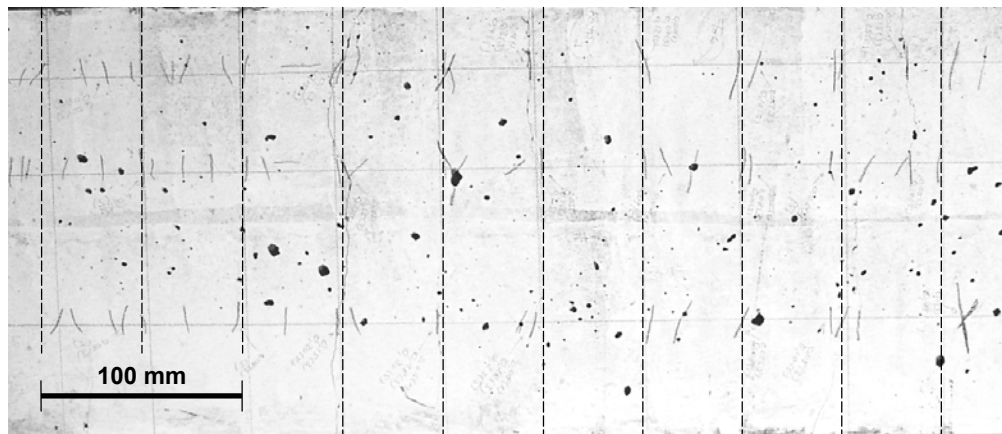


Bild 6.38 Typisches Rissbild eines Versuchskörpers mit Querbewehrung (Lage der Querstäbe durch gestrichelte Linien gekennzeichnet)

Den Einfluss der Querbewehrung auf die in den Versuchen erhaltenen Rissabstände veranschaulicht Bild 6.39. Danach ergibt sich bei orthogonal bewehrtem Probekörper ein im Mittel fast doppelt so großer Rissabstand. Selbst bei Versuchsende liegen zahlreiche Rissabstände noch in der Größenordnung des Stababstandes der Querbewehrung (vgl. auch Bild 6.38). Bei einer mittleren Dehnung von ca. 4,5 % betrug die relative Summenhäufigkeit der Risse mit Breiten $w \geq 50 \mu\text{m}$ etwa 15 % (zum Vergleich: ohne Querbewehrung 0,7 %).

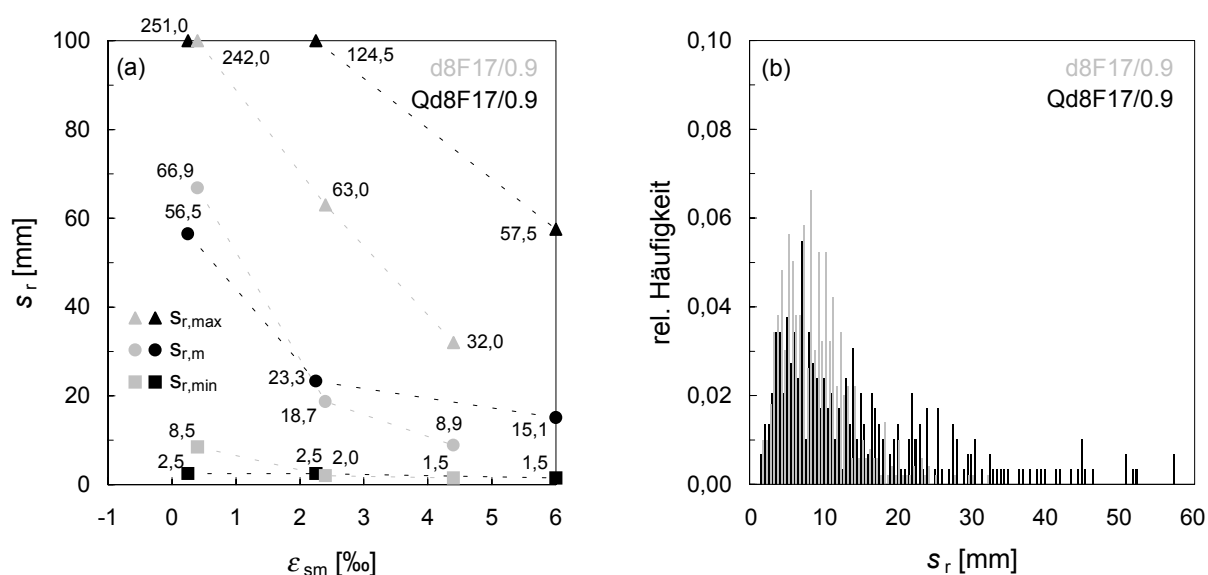


Bild 6.39 Einfluss einer quer zur Zugrichtung angeordneten Bewehrung (Probekörper Qd8F17/0.9) auf die Rissabstände der mit hochfesten Stabstählen, $d_s = 8$ mm und 0,9 Vol.-% Stahlfasern (Länge 17 mm) bewehrten UHPC-Zugkörper

- a) Kleinst-, Größt- und Mittelwerte der Rissabstände aus Versuch
b) relative Häufigkeit der Rissabstände bei Versuchsende

Im mechanischen Modell wird ein „Risselement“ nach Abschnitt 5.3.2 hinsichtlich Querschnitt, Faserverteilung und Faserorientierung als homogen angenommen. Die Auswirkungen der lokalen Schwächungen durch die Querstäbe können daher nur näherungsweise berücksichtigt werden. Dazu ist in Bild 6.40 der Schnitt durch ein Zugelement im Bereich eines Querstabs dargestellt. Für die überwiegend zweidimensionale Faserausrichtung der 17 mm langen Fasern kann daraus als oberer Grenzwert der Faserorientierungsbeiwert $\eta_{\theta 2}^q$ wie folgt abgeleitet werden:

$$\eta_{\theta 2}^q = \frac{1,0 \cdot (17 \cdot 220 + 4 \cdot 17 / 2 \cdot 8) + 0,637 \cdot (45 \cdot 220 - 4 \cdot 17 / 2 \cdot 8 - \pi \cdot 8^2)}{70 \cdot 220 - \pi \cdot 8^2} = 0,66$$

Inwieweit die Querbewehrung darüber hinaus den Fließvorgang des Frischbetons beeinflusst, lässt sich anhand dieser Überlegungen jedoch nicht angeben.

Im ungestörten Bereich erhält man in Analogie zu Bild 6.7:

$$\eta_{\theta 2} = \frac{1,0 \cdot (17 \cdot 220 + 4 \cdot 17 \cdot 8) + 0,637 \cdot (53 \cdot 220 - 4 \cdot 17 \cdot 8 - \pi \cdot 8^2)}{70 \cdot 220 - \pi \cdot 8^2} = 0,74$$

Im Modell werden die beiden Faserorientierungsbeiwerte innerhalb eines Risselements vereinfachend wie folgt berücksichtigt:

Die Berechnung des Traganteils der Fasern im Riss und der über Verbund in den Beton eingeleiteten Zugkraft erfolgt mit dem Faserorientierungsbeiwert $\eta_{\theta 2}^q$, da im (Einzel-)Riss die Faserwirkung zur Übertragung von Zugkräften und zur Erzeugung neuer Risse durch die Querbewehrung vermindert ist. Die zur Erzeugung eines neuen Risses benötigte Zugkraft definiert sich dagegen über die Risskraft des Faserbetons im ungeschwächten Bereich. Der

Bestimmung der ideellen Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^i$ wird daher der Faserorientierungsbeiwert $\eta_{\theta 2}$ zugrundegelegt.

Wie Bild 6.41 veranschaulicht, ist die erste Annahme eigentlich nur für die erste und näherungsweise für die zweite Risteilung gerechtfertigt. Im Anschluss können weitere Risse auch ohne Beteiligung der geschwächten Zonen entstehen, so dass sich dort die Rissabstände weiter halbieren. Diese Differenzierung kann das mechanische Modell jedoch nicht leisten (homogene Risselemente). Die für den Nachweis der Begrenzung der Rissbreite relevanten maximalen Rissabstände und Rissbreiten sollten aber zutreffend abgebildet werden.

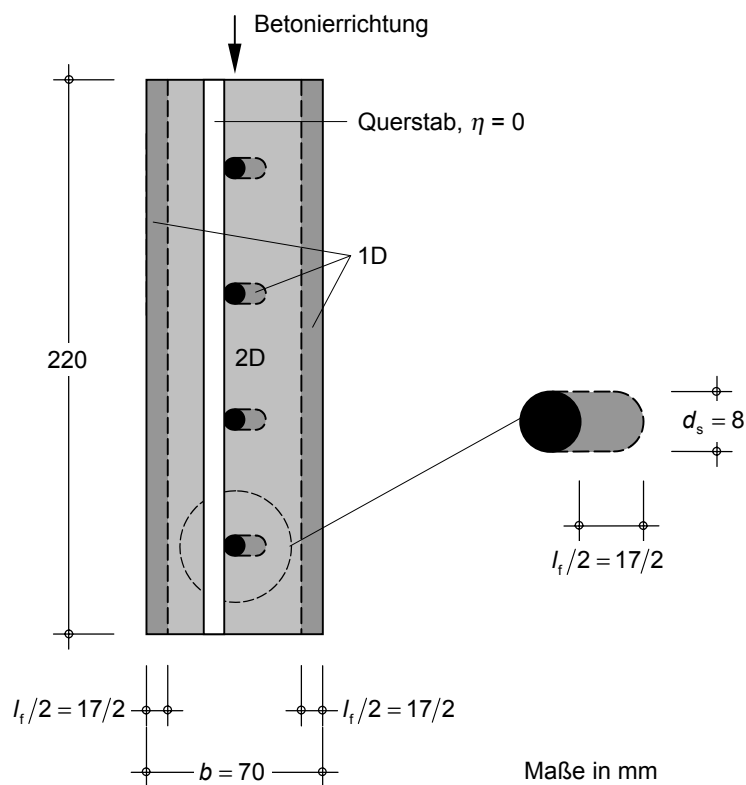


Bild 6.40 Rechnerische Ermittlung des Faserorientierungsbeiwerts der UHPC-Zugkörper mit Querbewehrung für eine überwiegend zweidimensionale Faserausrichtung (17 mm lange Fasern)

In Bild 6.42 sind die mit $\eta_{\theta 2}^q = 0,66$ und $\eta_{\theta 2} = 0,74$ rechnerisch erhaltenen Rissabstände und Rissbreiten den entsprechenden Versuchsergebnissen gegenübergestellt. Mit der gewählten Modellierung ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Versuch und Nachrechnung. Unabhängig davon besteht zur Klärung des Einflusses der Querbewehrung auf die Faserverteilung/-orientierung noch weiterer Forschungsbedarf.

Eine ebenfalls untersuchte Modifikation des Verbundgesetzes der Stabbewehrung (weicherer Verbundverhalten) zur näherungsweisen Berücksichtigung der verbundfreien Länge an den Kreuzungspunkten mit der Querbewehrung hatte kaum Auswirkungen auf die rechnerischen Rissabstände (vgl. auch Abschnitt 6.4.3.1).

6.4.3.4 Zusammenfassung

Die in den Versuchen beobachtete Entwicklung der Rissabstände und Rissbreiten kann mit dem mechanischen Modell gut nachvollzogen werden. Den Berechnungen wurden die gleichen, aus Versuchen abgeleiteten Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen (Stabstahl) und Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung (Fasern) zugrundegelegt, die bereits in Abschnitt 6.3 bei der Nachrechnung des Last-Verformungs-Verhaltens Anwendung fanden.

Die sehr kleinen Rissabstände (< 3 bis 4 mm), die vor allem von Rissverzweigungen herühren, können jedoch wegen der Annahme ebenbleibender Querschnitte und verschmierter Betrachtung der Mikrorissbildungsphase nicht durch das Modell abgebildet werden.

Bereits eine geringe Faserzugabe verbessert die Rissverteilung nachhaltig. Für hohe Fasergehalte werden sowohl im Versuch als auch rechnerisch nur unwesentlich kleinere Rissabstände erhalten. Ursachen hierfür sind die mit zunehmendem Fasergehalt nur unterproportional anwachsende Faserwirksamkeit und die gleichzeitig mit der Faserwirksamkeit zunehmende Risskraft des Faserbetons, die durch Stabstahl und Fasern über Verbund in den Beton eingeleitet werden muss.

Die Verteilungsdichtefunktion des Faserorientierungsbeiwerts lässt sich für die unterschiedlichen Faserbetonmischungen anhand der Versuchsergebnisse nicht ohne weiteres angeben. Allerdings deuten die extremalen Rissabstände und Rissbreiten in Übereinstimmung mit der Nachrechnung bei den 17 mm langen Fasern auf eine größere Streuung der Faserverteilung/-orientierung innerhalb eines Versuchskörpers hin. Dies gilt besonders für die höheren Fasergehalte (Igelbildung).

Die Annahme einer überwiegend zweidimensionalen Ausrichtung der 17 mm langen Fasern und einer überwiegend dreidimensionalen Ausrichtung der 9 mm langen Fasern konnte auch anhand der Entwicklung der Rissabstände und Rissbreiten bestätigt werden. Maßgeblichen Einfluss auf den Rissbildungsprozess besitzt der Faserwirksamkeitsbeiwert g . Wegen der geringeren Gefahr einer Igelbildung und des größeren Auszieh Widerstands bei überwiegend räumlicher Faserorientierung erweisen sich die 9 mm langen Fasern in diesem Zusammenhang als günstiger. Der Nachteil der kürzeren Einbindetiefe wird damit zum Teil kompensiert.

Die Rissbreiten und die weitere Risseilung werden in Rissen mit niedrigem wirksamen Fasergehalt maßgeblich durch die Stabbewehrung bestimmt. Änderungen der Kenngrößen des Stabstahls (Bewehrungsgehalt, Stabdurchmesser, Verbundgesetz) wirken sich daher vornehmlich auf die maximalen Rissabstände und Rissbreiten aus. Bei den orthogonal bewehrten Zugkörpern waren dies die Schnitte mit Querstäben, an denen vorzugsweise die Einzelrisse entstehen. Durch die Anordnung einer Querbewehrung ergeben sich deutlich größere Rissabstände und Rissbreiten. Besonders bei dünnen Bauteilen sollte daher nach Möglichkeit auf die Anordnung einer Querbewehrung verzichtet werden.

Alternativ wäre auch der Einsatz von Bewehrungsnetzen (z. B. geschweißte Betonstahlmatten) mit kleinen Stabdurchmessern und auf die Faserlänge abgestimmten Stababständen (ca. 15 bis 30 mm) vorstellbar. Auf diese Weise könnte die durch die Querbewehrung verursachte Querschnittsschwächung vermindert, der Rissabstand vorgegeben und die Faserausrichtung gezielt beeinflusst werden.

7 Praxisgerechtes Verfahren zur Begrenzung der Rissbreite von mit Stabstahl und Fasern bewehrtem UHPC

Anders als für das Last-Verformungs-Verhalten ist für die Begrenzung der Rissbreite nur der größtmögliche Rissabstand eines Zugelements von Interesse. Eine aufwändige Berücksichtigung der Verteilungsdichtefunktion streuender Kenngrößen, wie sie bei der Entwicklung des numerischen Modells in Abschnitt 5.3 erfolgte, erübrigt sich in diesem Fall. Vielmehr lassen sich, ausgehend von den Gleichungen des Abschnitts 5.2, durch weitere Vereinfachung handhabbare Beziehungen ableiten und in ein praxisgerechtes Nachweisformat überführen, welches die Ermittlung der zusätzlichen Stabstahlbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite sowohl für Zwang- als auch Lastbeanspruchung meist auf direktem Wege ermöglicht. Die hierzu notwendigen Schritte werden im Folgenden beschrieben.

7.1 Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung des Faserbetons

In Abschnitt 4 wurde die Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung des Faserbetons für den allgemeinen Fall hergeleitet, dass die Fasern ähnlich der Stabbewehrung infolge Schwindens des Betons eine Vorverformung (Stauchung $\varepsilon_{f,shr}$) erfahren. Dabei entstehen im Beton Zug- und in den Fasern Druckspannungen. Leider entzieht sich $\varepsilon_{f,shr}$ einer direkten messtechnischen Bestimmung.

Durch den Eigenspannungszustand vermindert sich die ideelle Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^i$. Der Einfluss auf das weitere Spannungs-Rissöffnungs-Verhalten ist rechnerisch hingegen sehr gering (vgl. Bilder 4.48 und 4.49) und kann daher experimentell kaum nachvollzogen werden. Die Ergebnisse der Nachrechnung des Last-Verformungs-Verhaltens in Abschnitt 6.4.2 lassen jedenfalls nicht auf eine signifikante Schwindverkürzung $\varepsilon_{f,shr}$ schließen. Besonders bei kleineren Fasergehalten ($\rho_f < 2,0$ Vol.-%) erscheint es daher gerechtfertigt, auf die Berücksichtigung einer möglichen Vorverformung der Fasern zu verzichten. Hierdurch ergeben sich wesentliche Vereinfachungen der mechanischen Beziehungen.

Die Faseraktivierungsphase lässt sich in diesem Fall durch Umformen der Gleichung (4.54) wie folgt beschreiben:

$$\sigma_{cf} = \sigma_{cf0} \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{w}{w_0}} - \frac{w}{w_0} \right) \quad (\text{Faseraktivierungsphase}) \quad (7.1)$$

$$\text{mit } \sigma_{cf0} \quad \text{Faserwirksamkeit} \\ \sigma_{cf0} = \eta \cdot g \cdot \rho_f \cdot \frac{\tau_f \cdot l_f}{d_f} \quad (4.56)$$

$$w_0 \quad \text{Rissbreite bei Erreichen der Faserwirksamkeit} \\ w_0 = \frac{\tau_f \cdot l_f^2}{E_f \cdot d_f} \quad (4.35)$$

Gleichung (7.1) findet sich in dieser Form u. a. auch bei *Behloul* [Beh96b], *Pfyl* [Pfy03], *Jungwirth* [Jun06] sowie im Sachstandsbericht „Ultrahochfester Beton“ [DAfStb05a].

Die Verbundspannung τ_f kann dabei wie folgt abgeschätzt werden:

$$\tau_f = 1,3 \cdot f_{ctm} \quad (7.2)$$

mit f_{ctm} mittlere Zugfestigkeit der reinen Betonmatrix

Der Zusammenhang zwischen der mittleren Matrixzugfestigkeit und der Druckfestigkeit wird recht gut durch Gleichung (7.3) beschrieben.

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (7.3)$$

Mit der in DIN 1045-1 [DIN01] für hochfeste Betone angegebenen Beziehung

$$f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1 + f_{cm}/10) \quad (7.4)$$

wird die Zugfestigkeit ultrahochfester Betonmatrizen hingegen deutlich unterschätzt (siehe auch Tabelle 4.2).

Für den im Rahmen der eigenen Versuche eingesetzten Feinkorn-UHPC werden nach den Gleichungen (7.2) und (7.3) für $f_{ck} \approx 150 \text{ N/mm}^2$ (reine Betonmatrix) die experimentell bzw. durch Nachrechnung bestätigten Materialkenngrößen erhalten:

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{150^2} = 8,5 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_f = 1,3 \cdot 8,5 = 11 \text{ N/mm}^2$$

In der Phase des Faserauszugs nimmt die von den Fasern übertragene Spannung mit zunehmender Rissöffnung nur sehr langsam ab (vgl. Bilder 4.48 und 4.49). In dem für den Rissbreitennachweis relevanten Verformungsbereich kann daher in guter Näherung auch ein konstanter Verlauf auf dem Niveau der Faserwirksamkeit angenommen werden.

$$\sigma_{cf} = \sigma_{cf0} \quad (\text{Faserauszugsphase}) \quad (7.5)$$

Die Faserwirksamkeit σ_{cf0} kann wegen der komplexen mechanischen Zusammenhänge bislang nur experimentell in zentrischen Zugversuchen oder näherungsweise durch Umrechnung der Traglasten aus Biegezugversuchen, z. B. in Anlehnung an die DAfStb-Richtlinie „Stahlfaserbeton“ [DAfStb05c] bzw. den Sachstandsbericht „Ultrahochfester Beton“, ermittelt werden. In beiden Quellen wird hierzu in etwas abweichender Schreibweise die folgende Beziehung angegeben:

$$\sigma_{cf0} = 0,4 \cdot \sigma_{cf,fl}^I \quad (7.6)$$

mit $\sigma_{cf,fl}^I$ Nachrissbiegezugfestigkeit, nach Zustand I berechnet

Die Ableitung des Faktors 0,4 ist in Bild 7.1 veranschaulicht.

In jedem Fall ist bei der Übertragung experimentell ermittelter Ergebnisse auf andere Bauteilgeometrien der Einfluss der Schalflächen und der Herstellrichtung angemessen zu berücksichtigen. Dies kann beispielsweise rechnerisch in Anlehnung an das in [AFGC02] vorgeschlagene Verfahren geschehen (vgl. auch Ermittlung der Faserorientierungsbeiwerte für die Nachrechnung der eigenen Versuche in den Abschnitten 4.5.4.2 und 6.4).

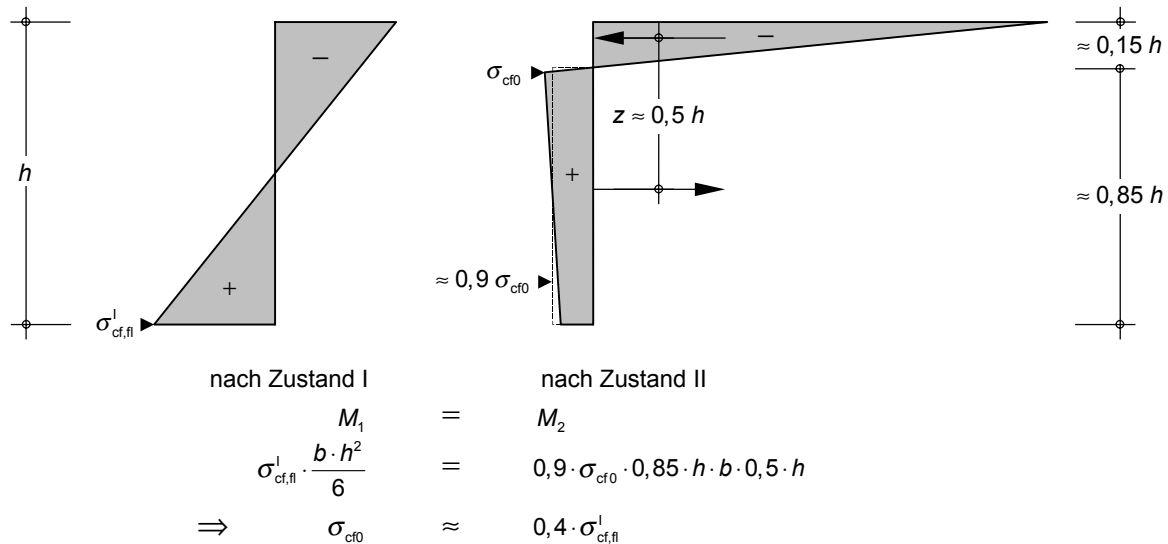


Bild 7.1 Näherungsweise Ermittlung der zentrischen Nachrisszugfestigkeit (Faserwirksamkeit) aus der Nachrissbiegezugfestigkeit nach Sachstandsbericht "Ultrahochfester Beton" [DAfStb05a]

7.2 Näherungsweise Ermittlung der ideellen Rissspannung des Faserbetons

Wird in den Gleichungen (4.61) und (4.62) aus Abschnitt 4.5.3 der Dehnungsbetrag $\Delta \varepsilon_{cm}$ nach Gleichung (4.59) vernachlässigt und weiterhin die Rissspannung $\sigma_{cf,cr}$ näherungsweise gleich der Matrixzugfestigkeit angenommen, so lässt sich Gleichung (4.62) mit $\varepsilon_{f,shr} = 0$ wie folgt schreiben:

$$\sigma_{cf} = f_{ctm} \cdot \left(1 - \frac{w}{w_{ct}} \right) + \sigma_{cf0} \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{w}{w_0}} - \frac{w}{w_0} \right) \quad (7.7)$$

mit w_{ct} Grenzzrissbreite, bis zu der Betonzugspannungen übertragen werden können (linearer Entfestigungsverlauf unterstellt)

$$w_{ct} = \frac{2 \cdot G_F}{f_{ctm}} \quad (7.8)$$

Die Rissbreite w^* , für die Gleichung (7.7) maximal wird, kann durch Nullsetzen der ersten Ableitung gefunden werden. Man erhält

$$w^* = \frac{w_0}{\left(1 + \frac{w_0 \cdot f_{ctm}^2 \cdot g}{2 \cdot \sigma_{cf0} \cdot G_F} \right)^2} \quad (7.9)$$

Der Faserwirksamkeitsbeiwert g in Gleichung (7.9) wird aus der in Versuchen erhaltenen Faserwirksamkeit wie folgt ermittelt:

$$g = \frac{\sigma_{cf0} \cdot d_f}{\eta \cdot \rho_f \cdot \tau_f \cdot l_f} \quad (7.10)$$

Der Faserorientierungsbeiwert η kann entweder experimentell bestimmt (mögliche Verfahren siehe Abschnitt 4.5.2.2) oder in geeigneter Weise rechnerisch ermittelt werden (z. B. Ansatz nach [AFGC02]). Dabei kann, wie sowohl die Untersuchungen von *Markovic* [Mar06] als auch die Nachrechnung der eigenen Versuche zeigen, für Faserschlankeiten $\lambda_f \geq 80$ in guter Näherung von einer überwiegend zweidimensionalen Faserorientierung senkrecht zur Beto-nierrichtung ausgegangen werden. Für gedrungene Fasern stellt sich hingegen eine eher drei-dimensionale Ausrichtung ein.

Bestehen Unsicherheiten hinsichtlich der Faserorientierung, so sollte bei der Auswertung der Gleichung (7.10) auf der sicheren Seite liegend eine überwiegend zweidimensionale Faser-orientierung angenommen werden. Auf diese Weise wird der Faserwirksamkeitsbeiwert g eher unter- und die ideelle Rissspannung des Faserbetons überschätzt.

Für die ideelle Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^i$ gilt schließlich näherungsweise

$$\sigma_{cf,cr}^i = f_{ctm} \cdot \left(1 - \frac{w^* \cdot f_{ctm}}{2 \cdot G_F} \right) + \sigma_{cf0} \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{w^*}{w_0}} - \frac{w^*}{w_0} \right) \quad (7.11)$$

mit w^* zu $\sigma_{cf,cr}^i$ zugehörige Rissbreite nach Gleichung (7.9)

Für Feinkorn-UHPC (Größtkorn 0,5 bis 1 mm) kann die Bruchenergie G_F entsprechend der Untersuchungen in [Ma03b] unabhängig von der Druckfestigkeit zu etwa 60 N/m angenommen werden. Bei Anwendung eines bilinearen Entfestigungsverlaufs (z. B. Grob-korn-UHPC) ist in den vorstehenden Beziehungen für G_F nur der in Bild 7.2 grau hinterlegte Anteil der Bruchenergie anzusetzen (initiale Entfestigung ist maßgebend).

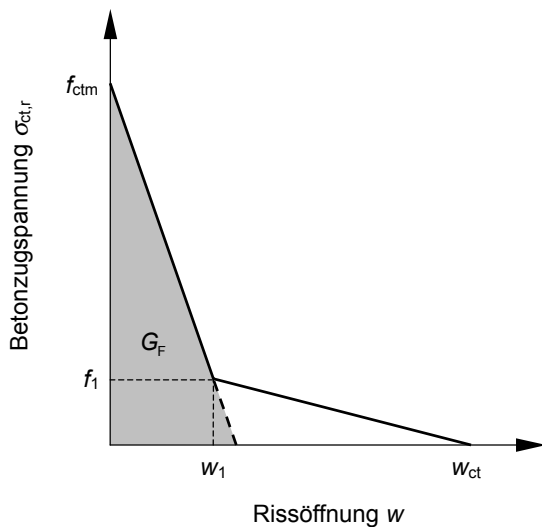


Bild 7.2 Ansatz der Bruchenergie G_F von Grobkorn-UHPC bei der näherungsweisen Ermittlung der ideellen Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^i$

7.3 Ermittlung der zusätzlichen Stabstahlbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite (Nachweiskonzept)

7.3.1 Einzelriss

Für den Einzelriss wurden die mechanischen Zusammenhänge bei gemischter Bewehrung in Abschnitt 5.2.2 hergeleitet. Mit der vereinfachten Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung des Faserbetons nach Abschnitt 7.1 und unter Vernachlässigung der aus Lastbeanspruchung herrührenden Betondehnung erhält man durch Umformen der Gleichung (5.12) die erforderliche Stabbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite wie folgt:

$$A_s = \frac{F - F_f}{\sqrt{\frac{5 \cdot w_k \cdot E_s \cdot \tau_{sm}}{d_s} + \varepsilon_{shr}^* \cdot E_s}} \quad (\text{Einzelriss}) \quad (7.12)$$

mit	F	äußere Zugkraft	
	F_f	Traganteil der Fasern im Riss	
	$F_f = F_{f0} \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{w_k}{w_0}} - \frac{w_k}{w_0} \right) \leq F_{f0}$		(7.13)
	F_{f0}	maximal aufnehmbare Zugkraft der Fasern im Riss	
	$F_{f0} = A_c \cdot \sigma_{cf0k,0,05}$		(7.14)
	$\sigma_{cf0k,0,05}$	charakteristischer Wert der Faserwirksamkeit (5%-Fraktile)	
	w_0	Rissbreite bei Erreichen der Faserwirksamkeit nach Gleichung (4.35)	
	w_k	Rechenwert, auf den die Rissbreite begrenzt werden soll	
	E_s	Elastizitätsmodul der Stabbewehrung	
	τ_{sm}	mittlere Verbundspannung zwischen Betonmatrix und Stabstahl	
	d_s	Durchmesser der Stabbewehrung	
	ε_{shr}^*	Betondehnung am Rissufer nach der Rissbildung unter Berücksichtigung des Schwindens und der Relaxation des Betons; näherungsweise gleich dem freien Schwindmaß des Betons	

Für den Sonderfall $\varepsilon_{shr}^* = 0$ vereinfacht sich Gleichung (7.12) zu

$$A_s = \sqrt{\frac{(F - F_f)^2 \cdot d_s}{5 \cdot w_k \cdot \tau_{sm} \cdot E_s}} \quad (7.15)$$

Der Völligkeitsbeiwert α_b wurde in den Gleichungen (7.12) und (7.15) in Näherung zu 0,6 angenommen.

Werden n verschiedene Fasertypen (Fasercoktail) mit einer Stabstahlart kombiniert, so ist in den Gleichungen (7.12) und (7.15) der Traganteil der Fasern F_f durch die Summe der Traganteile der n Fasertypen zu ersetzen.

$$\sum_{i=1}^n F_{fi} = F_{f1} + F_{f2} + \dots + F_{fn} \quad (7.16)$$

mit	F_{fi}	nach Gleichung (7.13)
-----	----------	-----------------------

Der charakteristische Wert der Faserwirksamkeit $\sigma_{cf0k;0,05}$ ist durch statistische Auswertung von Versuchsergebnissen zu ermitteln. Nach DAfStb-Richtlinie „Stahlfaserbeton“ besteht zwischen der 5 %-Fraktile und dem Mittelwert sinngemäß folgender Zusammenhang:

$$\sigma_{cf0k;0,05} = 0,7 \cdot \sigma_{cf0m} \quad (7.17)$$

mit σ_{cf0m} Mittelwert der Faserwirksamkeit einer Serie von mindestens sechs Probekörpern

Der Einfluss der Fasergeometrie und des Fasergehalts (Verarbeitbarkeit, Igelbildung) auf die Streuung der Faserwirksamkeit bleibt bei diesem Ansatz unberücksichtigt. Gleichung (7.17) liefert daher für die in den Abschnitten 4 und 6 untersuchten Faserbetonmischungen nicht zwangsläufig auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse.

Für die untersuchten UHPC-Scheiben lässt sich der charakteristische Wert der Faserwirksamkeit $\sigma_{cf0k;0,05}$ auch indirekt aus den der Nachrechnung zugrundegelegten Standardabweichungen des Faserorientierungsbeiwerts ableiten. So ergibt sich beispielsweise für den mit 17 mm langen Fasern bewehrten Probekörper d12F17/0.9:

$$\sigma_{cf0k;0,05} = \left(1 - \frac{1,645 \cdot s}{\bar{\eta}}\right) \cdot \sigma_{cf0m} = \left(1 - \frac{1,645 \cdot 0,12}{0,75}\right) \cdot \sigma_{cf0m} = 0,74 \cdot \sigma_{cf0m}$$

mit s Standardabweichung der Verteilungsdichtefunktion des Faserorientierungsbeiwerts nach Tabelle 6.2

$\bar{\eta}$ Mittelwert des Faserorientierungsbeiwerts nach Tabelle 6.2

Bei der Übertragung experimentell ermittelter Fraktilewerte auf andere Bauteilgeometrien ist zu beachten, dass der charakteristische Wert der Faserwirksamkeit $\sigma_{cf0k;0,05}$ maßstabbehaftet ist. So sind bei Flächentragwerken die Streuungen geringer als bei stabförmigen Bauteilen mit kleiner Querschnittsfläche. Ein auf Versuchsnachrechnungen begründeter Ansatz zur Berücksichtigung dieses Umstandes findet sich z. B. in der DAfStb-Richtlinie „Stahlfaserbeton“.

Die mittlere Verbundspannung zwischen Stabstahl und Beton τ_{sm} ist abhängig von der Rissbreite w . Unterstellt man, wie in Abschnitt 3.4.5.2 vorgeschlagen, einen linearen Zusammenhang zwischen der Verbundfestigkeit $\tau_{b\max}$ und der mittleren Matrixzugfestigkeit f_{ctm} , so ergeben sich für die Verbundgesetze nach Tabelle 3.4 die in Bild 7.3 dargestellten bezogenen mittleren Verbundspannungen τ_{sm}/f_{ctm} . Für den in Hinblick auf die Dauerhaftigkeit (Chlorideinwirkung) relevanten Rechenwert der Rissbreite $w_k = 50 \mu\text{m}$ erhält man danach im Mittel etwa

$$\tau_{sm} = 2,0 \cdot f_{ctm} \quad \text{für Betonstahl} \quad (7.18a)$$

$$\tau_{sm} = 1,2 \cdot f_{ctm} \quad \text{für gerippten Spannstahldraht} \quad (7.18b)$$

Die Auswertung der Gleichungen (7.18a) und (7.18b) liefert für den im Rahmen der eigenen Versuche eingesetzten Feinkorn-UHPC

$$\tau_{sm} = 2,0 \cdot 8,5 = 17 \text{ N/mm}^2 \quad \text{für Betonstahl}$$

$$\tau_{sm} = 1,2 \cdot 8,5 = 10,2 \text{ N/mm}^2 \quad \text{für gerippten Spannstahldraht}$$

Diese Werte liegen für größere Rechenwerte der Rissbreite grundsätzlich auf der sicheren Seite. Wegen des Anstiegs der mittleren Verbundspannung mit zunehmender Rissbreite erhält man jedoch im Einzelfall unwirtschaftliche Bewehrungsmengen. Für eine genauere Berechnung empfiehlt es sich daher, die mittlere Verbundspannung τ_{sm} in Abhängigkeit von w_k Bild 7.3 zu entnehmen.

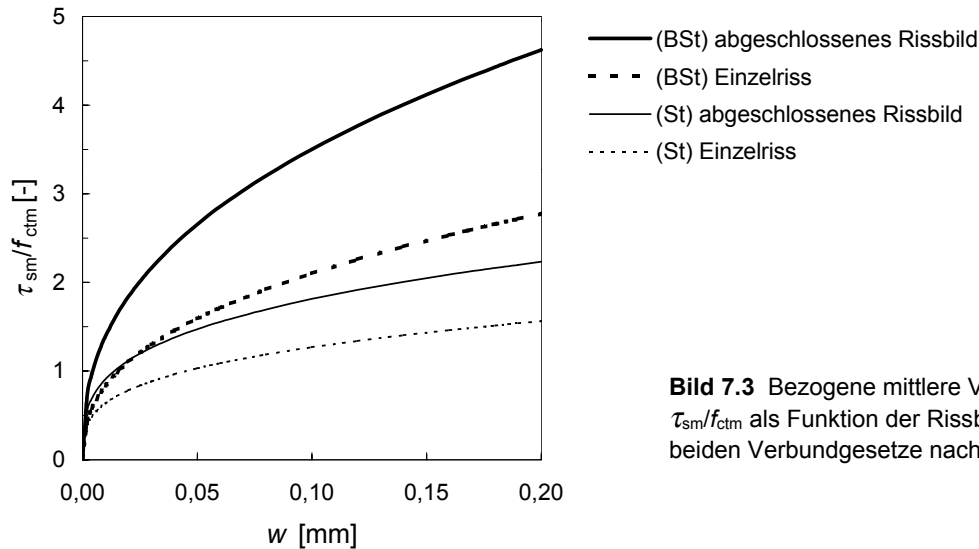


Bild 7.3 Bezogene mittlere Verbundspannung τ_{sm}/f_{ctm} als Funktion der Rissbreite w für die beiden Verbundgesetze nach Tabelle 3.4

7.3.2 Abgeschlossene Einzelrissbildung und sukzessive Risteilung

Die Einzelrissbildung ist in einem Bereich mit ungünstiger Faserwirkung (5 %-Fraktile) abgeschlossen, wenn die äußere Zugkraft F größer als die Risskraft des Querschnitts F_{cr} ist. Diese kann näherungsweise nach Gleichung (7.19) ermittelt werden.

$$F_{cr} = F_{f,cr} + \varepsilon_{shr}^* \cdot E_s \cdot A_s \quad (7.19)$$

mit $F_{f,cr}$ Risskraft des Faserbetonquerschnitts

$$F_{f,cr} = A_c \cdot \sigma_{cf,cr k;0,05}^i \quad (7.20)$$

$\sigma_{cf,cr k;0,05}^i$ charakteristischer Wert der ideellen Rissspannung des Faserbetons (5%-Fraktile)

$$\sigma_{cf,cr k;0,05}^i = f_{ctm} \cdot \left(1 - \frac{w^* \cdot f_{ctm}}{2 \cdot G_F} \right) + \sigma_{cf0k;0,05} \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{w^*}{w_0}} - \frac{w^*}{w_0} \right) \quad (7.21)$$

w^* Rissbreite bei Erreichen der ideellen Rissspannung des Faserbetons

$$w^* = \frac{w_0}{\left(1 + \frac{w_0 \cdot f_{ctm}^2 \cdot g}{2 \cdot \sigma_{cf0k;0,05} \cdot G_F} \right)^2} \quad (7.22)$$

In einem Bereich mit günstigerer Faserwirkung kann dies, abhängig von der Streuung der Faserverteilung, erst bei einer sehr viel höheren Zugkraft der Fall sein. Es kommt daher, wie in den Versuchen beobachtet werden konnte, nicht zwangsläufig zu dem von Stahlbeton bekannten Plateau der Spannungs-Dehnungs-Beziehung in der Phase der Einzelrissbildung.

Bei reiner Lastbeanspruchung ist dies ohne Bedeutung. Bei Zwangsbeanspruchung wird die Zwangsschnittgröße dagegen maßgeblich durch die Steifigkeit des Zugelements und damit durch die Rissbildung bestimmt. Um nicht durch Unterschätzen der Dehnsteifigkeit eines Bauteils unsichere Ergebnisse zu erhalten, sollte in diesem Fall beim Nachweis der Rissbreitenbegrenzung als Zwangsnormalkraft die Risskraft eines Querschnitts mit günstiger Faserwirkung (95 %-Fraktile) angesetzt werden. Die Berechnung dieser Risskraft kann nach den Gleichungen (7.20) bis (7.22) erfolgen, wobei $\sigma_{cf0k;0,05}$ durch $\sigma_{cf0k;0,95}$ zu ersetzen ist.

Der maximale Rissabstand kann nach Abschluss der Einzelrissbildung aus der Bedingung abgeleitet werden, dass in der Mitte zwischen zwei Rissen infolge der durch Fasern und Stabstahl über Verbund in den Beton eingeleiteten Zugkraft gerade die ideale Rissspannung des Faserbetons $\sigma_{cf,cr}^i$ erreicht wird. Durch Umformen der Gleichung (5.25) erhält man

$$S_{r,max} = \frac{(\sigma_{cf,cr}^i - \sigma_{cf}) \cdot d_s}{2 \cdot \tau_{sm} \cdot \rho_s} = \frac{(F_{f,cr} - F_f) \cdot d_s}{2 \cdot \tau_{sm} \cdot A_s} \quad (7.23)$$

Einsetzen in Gleichung (5.23) liefert unter Vernachlässigung sämtlicher aus Lastbeanspruchung herrührender Verformungsanteile des Betons ein Polynom 2. Grades in ρ_s . Die erforderliche Stabstahlbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite ergibt sich hieraus zu

$$A_s = \Omega \cdot \left(-\varepsilon_{shr}^* + \sqrt{\varepsilon_{shr}^{*2} + 2 \cdot \frac{(F - F_f) - 0,6 \cdot (F_{f,cr} - \Delta F_f)}{\Omega \cdot E_s}} \right) \text{ (sukzessive Risteilung)} \quad (7.24)$$

$$\text{mit} \quad \Omega = \frac{(F_{f,cr} - \Delta F_f) \cdot d_s}{4 \cdot w_k \cdot \tau_{sm}} \quad (7.25)$$

F äußere Zugkraft
 F_f Traganteil der Fasern im Riss nach Gleichung (7.13)
 $F_{f,cr}$ Risskraft des Faserbetonquerschnitts nach Gleichung (7.20)
 ΔF_f über Verbund in den Beton eingeleiteter Traganteil der Fasern
 in der Mitte zwischen zwei Rissen; ist in der Phase 1 der sukzessiven
 Risteilung gleich dem Traganteil der Fasern im Riss ($\Delta F_f = F_f$)

Bei abgeschlossenem Rissbild bzw. in der Phase 2 der sukzessiven Risteilung ist ΔF_f gegebenenfalls nach Gleichung (7.29) zu bestimmen. Näheres hierzu siehe Abschnitt 7.3.3.

Wie durch Einsetzen der Gleichung (7.19) in Gleichung (7.24) gezeigt werden kann, ist die zur Abdeckung der Risskraft F_{cr} erforderliche Bewehrung A_s unabhängig von der Größe Betondehnung ε_{shr}^* (vgl. auch Abschnitt 3.4 sowie Bild 3.36). Bei Zugspannungen infolge im Bauteil selbst hervorgerufenen Zwangs kann die Mindestbewehrung daher stets mit $\varepsilon_{shr}^* = 0$ ermittelt werden. Dies hat den Vorteil, dass in Gleichung (7.19) der Querschnitt der Stabbewehrung nicht im Voraus geschätzt werden muss.

Für $\varepsilon_{shr}^* = 0$ vereinfacht sich Gleichung (7.24) zu

$$A_s = \sqrt{\frac{\left[(F - F_f) - 0,6 \cdot (F_{f,cr} - \Delta F_f) \right] \cdot (F_{f,cr} - \Delta F_f) \cdot d_s}{2 \cdot w_k \cdot \tau_{sm} \cdot E_s}} \quad (7.26)$$

Im Übrigen gelten die Erläuterungen des Abschnitts 7.3.1 sinngemäß.

7.3.3 Abgeschlossenes Rissbild (bzw. Phase 2 der sukzessiven Risteilung)

Das Ende der Phase 1 der sukzessiven Risteilung ist nach Abschnitt 5.2.4.1 genau dann erreicht, wenn sich die Lasteinleitungsbereiche der Fasern an benachbarten Rissen gegenseitig beeinflussen (Fall A) oder die Fasern in den Auszug übergehen (Fall B). Gilt starr-plastisches Verbundgesetz, so ist damit das Rissbild abgeschlossen.

Bei niedrigen Fasergehalten und kurzen Fasern ist in der Regel Faserauszug (Fall B) für das Ende der Phase 1 der sukzessiven Risteilung maßgebend. Die erforderliche Stabbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite kann in diesem Fall weiterhin nach den Gleichungen (7.24) bzw. (7.26) ermittelt werden. Dagegen steht, wenn sich die Lasteinleitungsbereiche der Fasern überschneiden (Fall A), nicht mehr der gesamte Traganteil der Fasern zur Verfügung, um in der Mitte zwischen zwei Rissen einen neuen Riss zu erzeugen ($\Delta F_f < F_f$). Der maximale Rissabstand ist in diesem Fall nach Gleichung (5.31) aus Abschnitt 5.2.4.1 zu ermitteln. Für $\varepsilon_{f,shr} = 0$ vereinfacht sich diese recht komplexe Beziehung zu

$$s_{r,max} = \omega \cdot l_f \quad (7.27)$$

$$\text{mit} \quad \omega = \frac{\tau_{sm} \cdot l_f \cdot A_s}{d_s \cdot F_{f0}} + 1 - \sqrt{\left(\frac{\tau_{sm} \cdot l_f \cdot A_s}{d_s \cdot F_{f0}} + 1 \right)^2 - \frac{F_{f,cr}}{F_{f0}}} \quad (7.28)$$

Wegen des Wurzelausdrucks in Gleichung (7.28) kann die erforderliche Stabbewehrung A_s zur Begrenzung der Rissbreite nach Einsetzen in Gleichung (5.23) nicht analytisch ermittelt, sondern nur auf iterativem Wege gefunden werden. Die Gleichungen (7.24) und (7.26) können dabei in ihrer bisherigen Schreibweise beibehalten werden. Im Unterschied zur Phase 1 der sukzessiven Risteilung ist nun jedoch der über Verbund in den Beton eingeleitete Traganteil der Fasern in der Mitte zwischen zwei Rissen selbst abhängig von A_s , d. h., A_s muss zunächst geschätzt werden. Man erhält:

$$\Delta F_f = F_{f0} \cdot (2 \cdot \omega - \omega^2) \quad (7.29)$$

mit ω Verhältniswert des maximalen Rissabstands zur Faserlänge $s_{r,max}/l_f$ nach Gleichung (7.28)

Auswerten der Gleichung (7.29) und Einsetzen in Gleichung (7.24) bzw. (7.26) zeigt, ob A_s hinreichend genau geschätzt wurde, oder ob die Berechnung mit einer neuen Schätzung wiederholt werden muss. Im Übrigen gelten die gleichen Beziehungen und Bezeichnungen wie für Phase 1 der sukzessive Risteilung.

Für die Nachweisführung ist es zweckmäßig, die erforderliche Stabbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite zunächst stets nach den Gleichungen des Abschnitts 7.3.2 zu ermitteln. Im Anschluss ist dann zu überprüfen, ob mindestens eine der beiden folgenden Bedingung eingehalten ist:

$$s_{r,max} > l_f \quad \text{oder} \quad (7.30)$$

$$w > \omega^2 \cdot w_0 \quad (7.31)$$

Ist dies der Fall, so handelt es sich bei dem Ergebnis um die korrekte Lösung. Andernfalls muss die Berechnung unter Berücksichtigung der Gleichungen (7.27) bis (7.29) dieses Abschnitts fortgesetzt werden (Phase 2 der sukzessiven Risteilung nach Fall A).

7.4 Anwendungsbeispiele

Die Anwendung der in den vorangegangenen Abschnitten abgeleiteten Beziehungen wird im Folgenden anhand von zwei Rechenbeispielen veranschaulicht.

7.4.1 Beispiel 1: Begrenzung der Rissbreite einer dünnen UHPC-Deckschicht für Zwangsbeanspruchung

Bild 7.4 zeigt den Querschnitt einer dünnen UHPC-Deckschicht, die örtlich auf eine bestehende Betonplatte aufgebracht wird (Sanierung). Für die UHPC-Deckschicht soll der Nachweis der Begrenzung der Rissbreite auf $w_k = 0,05 \text{ mm}$ unter zentrischem Zwang infolge Schwindens geführt werden. Der Nachweis des Verbundes mit dem Unterbeton ist nicht Gegenstand des Rechenbeispiels.

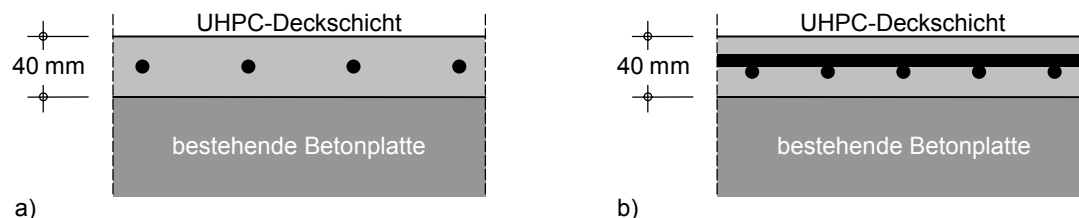


Bild 7.4 Querschnitt einer dünnen UHPC-Deckschicht, aufgebracht auf eine bestehende Betonplatte

- a) einlagig bewehrt
- b) orthogonal bewehrt

Die Gleichungen des Abschnitts 7.3 wurden für eine Kurzzeitbelastung abgeleitet. Die Auswirkungen langandauernder und wiederholter Belastung auf das Verbundverhalten wurden für UHPC noch nicht in ausreichendem Maße untersucht. Insbesondere der Einfluss langandauernder bzw. wiederholter Belastung auf das Ausziehverhalten der Fasern bedarf noch der Klärung. Für das folgende Beispiel wird die Verschlechterung der Verbundverhältnisse unter Langzeitbeanspruchung in Anlehnung an DIN 1045-1 [DIN01] und CEB-FIP Model Code 90 [MC90] näherungsweise durch eine Reduzierung des Völligkeitsbeiwerts α_b von 0,6 auf 0,4 berücksichtigt. Die Übertragbarkeit dieses für normal- und hochfeste Betone gültigen Ansatzes auf UHPC bedarf jedoch noch einer experimentellen Bestätigung.

Es werden zwei Fälle untersucht:

- Z1: die Zwangsbeanspruchung tritt nur in einer Richtung auf (theoretischer Fall);
die UHPC-Deckschicht ist nur einlagig bewehrt
- Z2: die UHPC-Deckschicht ist orthogonal bewehrt

Die UHPC-Mischung sei M2Q nach Tabelle 2. Als Faserbewehrung wird Fasertyp 2 nach Tabelle 4.4 (17 mm lange Fasern) mit einem Fasergehalt $\rho_f = 0,9 \text{ Vol.-%}$ eingesetzt. Für diese Faserbetonmischung wurden die maßgeblichen Festigkeitskennwerte und sonstigen Rechengrößen experimentell bzw. durch Nachrechnung in den Abschnitten 4.5.4 und 6.4 ermittelt. Die hiervon benötigten Parameter sind in Tabelle 7.1 noch einmal zusammengestellt (vgl. Tabelle 6.2).

Tabelle 7.1 Kennwerte der Faserbetonmischung

Zeile	Spalte	1
	Bezeichnung	F17-0.9
	UHPC-Matrix	
1	- Matrixzugfestigkeit f_{ct} in N/mm ²	8,5
2	- Bruchenergie der Matrix G_F in N/m	60
	Fasern (Fasertyp 2 nach Tabelle 4.4)	
3	- Faserlänge l_f in mm	17
4	- Faserdurchmesser d_f in mm	0,15
5	- Elastizitätsmodul E_f in N/mm ²	200.000
6	- Fasergehalt ρ_f in Vol.-%	0,9
7	- Verbundspannung τ_f in N/mm ²	11
8	- Faserwirksamkeitsbeiwert g	1,13

Z1: UHPC-Deckschicht ist einlagig bewehrt

Entsprechend der Erkenntnisse aus Abschnitt 6.4 wird eine überwiegend zweidimensionale Faserorientierung angenommen. Der Faserorientierungsbeiwert ergibt sich wegen des fehlenden Einflusses von Schallflächen senkrecht zur Betonierichtung in diesem Fall zu

$$\eta_{02} = \eta_{2D} = 0,637$$

Der Einfluss der Bewehrungsstäbe auf die Faserorientierung wurde dabei auf der sicheren Seite liegend vernachlässigt.

Für den Mittelwert der Faserwirksamkeit gilt nach Gleichung (4.56):

$$\sigma_{cf0m} = \eta \cdot g \cdot \rho_f \cdot \frac{\tau_f \cdot l_f}{d_f} = 0,637 \cdot 1,13 \cdot 0,009 \cdot \frac{11 \cdot 17}{0,15} = 8,08 \text{ N/mm}^2$$

Der Ermittlung der Fraktilwerte der Faserwirksamkeiten wird wie bei der Nachrechnung der entsprechenden UHPC-Zugkörper in Abschnitt 6.4 eine Standardabweichung des Faserorientierungsbeiwerts $s = 0,12$ zugrundegelegt. Tatsächlich ergeben sich wegen der gegenüber den Versuchskörpern „unbegrenzten“ Querschnittsbreite vermutlich etwas günstigere Verhältnisse (vgl. Abschnitt 7.3.1).

$$\sigma_{cf0k;0,05} = \left(1 - \frac{1,645 \cdot s}{\bar{\eta}}\right) \cdot \sigma_{cf0m} = \left(1 - \frac{1,645 \cdot 0,12}{0,637}\right) \cdot 8,08 = 5,58 \text{ N/mm}^2$$

Für die Rissbreite bei Erreichen der Faserwirksamkeit gilt nach Gleichung (4.35):

$$w_0 = \frac{\tau_f \cdot l_f^2}{E_f \cdot d_f} = \frac{11 \cdot 17^2}{200.000 \cdot 0,15} = 0,106 \text{ mm}$$

Die ideelle Rissspannung des Faserbetons wird näherungsweise nach den Gleichungen (7.21) und (7.22) ermittelt.

$$w^* = \frac{w_0}{\left(1 + \frac{w_0 \cdot f_{ctm}^2 \cdot g}{2 \cdot \sigma_{cf0k;0,05} \cdot G_F}\right)^2} = \frac{0,106 \cdot 10^3}{\left(1 + \frac{0,106 \cdot 8,5^2 \cdot 1,13}{2 \cdot 5,58 \cdot 60 \cdot 10^{-3}}\right)^2} = 0,55 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{cf,cr k};0,05}^i &= f_{\text{ctm}} \cdot \left(1 - \frac{w^* \cdot f_{\text{ctm}}}{2 \cdot G_F}\right) + \sigma_{\text{cf0k};0,05} \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{w^*}{w_0}} - \frac{w^*}{w_0}\right) \\ &= 8,5 \cdot \left(1 - \frac{0,55 \cdot 8,5}{2 \cdot 60}\right) + 5,58 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{0,55 \cdot 10^{-3}}{0,106}} - \frac{0,55 \cdot 10^{-3}}{0,106}\right) = 8,94 \text{ N/mm}^2\end{aligned}$$

Für die Risskraft des Faserbetonquerschnitts gilt schließlich nach Gleichung (7.20):

$$F_{\text{f,cr}} = A_c \cdot \sigma_{\text{cf,cr k};0,05}^i = 0,040 \cdot 8,94 = 0,358 \text{ MN/m}$$

Der Traganteil der Fasern im Riss beträgt nach Gleichung (7.13):

$$\begin{aligned}F_f &= F_{f0} \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{w_k}{w_0}} - \frac{w_k}{w_0}\right) \\ &= 0,223 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{0,05}{0,106}} - \frac{0,05}{0,106}\right) = 0,201 \text{ MN/m} \leq F_{f0} = 0,223 \text{ MN/m}\end{aligned}$$

$$\text{mit } F_{f0} = A_c \cdot \sigma_{\text{cf0k};0,05} = 0,040 \cdot 5,58 = 0,223 \text{ MN/m}$$

Als Zwangsnormalkraft wird, wie in Abschnitt 7.3.2 vorgeschlagen, die Risskraft eines Querschnitts mit günstiger Faserwirkung (95 %-Fraktile) angesetzt. Die Ermittlung der Risskraft erfolgt nach den Gleichungen (7.20) bis (7.22), wobei $\sigma_{\text{cf0k};0,05}$ durch $\sigma_{\text{cf0k};0,95}$ ersetzt wird. Ist die Verteilungsdichtefunktion des Faserorientierungsbeiwerts bezüglich ihres Mittelwerts symmetrisch, so gilt:

$$\sigma_{\text{cf0k};0,95} = \left(1 + \frac{1,645 \cdot s}{\bar{\eta}}\right) \cdot \sigma_{\text{cf0m}} = \left(1 + \frac{1,645 \cdot 0,12}{0,637}\right) \cdot 8,08 = 10,58 \text{ N/mm}^2$$

Als oberen Fraktilwert der Risskraft des Faserbetonquerschnitts erhält man

$$F_{\text{f,cr};0,95} = A_c \cdot \sigma_{\text{cf,cr k};0,95}^i = 0,040 \cdot 9,99 = 0,400 \text{ MN/m}$$

mit

$$\begin{aligned}w^* &= \frac{w_0}{\left(1 + \frac{w_0 \cdot f_{\text{ctm}}^2 \cdot g}{2 \cdot \sigma_{\text{cf0k};0,95} \cdot G_F}\right)^2} = \frac{0,106 \cdot 10^3}{\left(1 + \frac{0,106 \cdot 8,5^2 \cdot 1,13}{2 \cdot 10,58 \cdot 60 \cdot 10^{-3}}\right)^2} = 1,73 \mu\text{m} \\ \sigma_{\text{cf,cr k};0,95}^i &= f_{\text{ctm}} \cdot \left(1 - \frac{w^* \cdot f_{\text{ctm}}}{2 \cdot G_F}\right) + \sigma_{\text{cf0k};0,95} \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{w^*}{w_0}} - \frac{w^*}{w_0}\right) \\ &= 8,5 \cdot \left(1 - \frac{1,73 \cdot 8,5}{2 \cdot 60}\right) + 10,58 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{1,73 \cdot 10^{-3}}{0,106}} - \frac{1,73 \cdot 10^{-3}}{0,106}\right) = 9,99 \text{ N/mm}^2\end{aligned}$$

Die erforderliche Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite kann nun nach Gleichung (7.26) ermittelt werden.

Wird in Gleichung (7.26) die Verschlechterung des Verbundverhaltens unter Langzeitbeanspruchung, wie zuvor beschrieben, näherungsweise durch eine Reduzierung des Völligkeits-

beiwerts α_b von 0,6 auf 0,4 berücksichtigt, so ergibt sich mit $F = F_{f,cr,0,95}$ und einem Stabdurchmesser $d_s = 8 \text{ mm}$:

$$A_s = \sqrt{\frac{[(F - F_f) - 0,4 \cdot (F_{f,cr} - \Delta F_f)] \cdot (F_{f,cr} - \Delta F_f) \cdot d_s}{2 \cdot w_k \cdot \tau_{sm} \cdot E_s}}$$

$$= 10^4 \cdot \sqrt{\frac{[(0,400 - 0,201) - 0,4 \cdot (0,358 - 0,201)] \cdot (0,358 - 0,201) \cdot 8}{2 \cdot 0,05 \cdot 17 \cdot 200.000}} = 7,09 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Die mittlere Verbundspannung zwischen Matrix und Stabstahl τ_{sm} wurde für $w_k = 0,05 \text{ mm}$ nach Gleichung (7.18a) ermittelt.

Der maximale Rissabstand beträgt nach Gleichung (7.23)

$$s_{r,max} = \frac{(F_{f,cr} - F_f) \cdot d_s}{2 \cdot \tau_{sm} \cdot A_s} = \frac{(0,358 - 0,201) \cdot 8}{2 \cdot 17 \cdot 7,09} \cdot 10^4 = 52,1 \text{ mm} > l_f = 17 \text{ mm}$$

Die Lasteinleitungsbereiche der Fasern überschneiden sich nicht. Die Anwendung der für Phase 1 der sukzessiven Risteilung gültigen Beziehungen war somit gerechtfertigt.

Z2: UHPC-Deckschicht ist orthogonal bewehrt

Der wesentliche Unterschied zur einlagigen Bewehrung besteht in der durch die Querstäbe lokal deutlich verschlechterten Faserwirkung. Der Traganteil der Fasern wird daher in Analogie zu Abschnitt 6.4.3.3 für einen durch einen Querstab geschwächten Querschnitt ermittelt. Die zur Erzeugung eines neuen Risses einzuleitende Zugkraft wird dagegen wie bisher für einen ungeschwächten Querschnitt bestimmt. Die weiteren Rechenschritte entsprechen denen des vorherigen Beispiels und müssen daher nicht mehr in der bisherigen Ausführlichkeit angegeben werden.

Der Traganteil der Fasern im Riss beträgt im Bereich eines Querstabs:

$$F_f = F_{f0} \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{w_k}{w_0}} - \frac{w_k}{w_0} \right)$$

$$= 0,179 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{0,05}{0,106}} - \frac{0,05}{0,106} \right) = 0,161 \text{ MN/m} \leq F_{f0} = 0,179 \text{ MN/m}$$

$$\text{mit } F_{f0} = A_{c,red} \cdot \sigma_{cf0k,0,05} = (0,040 - 0,008) \cdot 5,58 = 0,179 \text{ MN/m}$$

Wird die Verschlechterung des Verbundverhaltens unter Langzeitbeanspruchung wieder durch eine Reduzierung des Völligkeitsbeiwerts α_b von 0,6 auf 0,4 berücksichtigt, so ergibt sich:

$$A_s = \sqrt{\frac{[(F - F_f) - 0,4 \cdot (F_{f,cr} - \Delta F_f)] \cdot (F_{f,cr} - \Delta F_f) \cdot d_s}{2 \cdot w_k \cdot \tau_{sm} \cdot E_s}}$$

$$= 10^4 \cdot \sqrt{\frac{[(0,400 - 0,161) - 0,4 \cdot (0,358 - 0,161)] \cdot (0,358 - 0,161) \cdot 8}{2 \cdot 0,05 \cdot 17 \cdot 200.000}} = 8,62 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Für den maximalen Rissabstand gilt:

$$s_{r,\max} = \frac{(F_{f,cr} - F_f) \cdot d_s}{2 \cdot \tau_{sm} \cdot A_s} = \frac{(0,358 - 0,161) \cdot 8}{2 \cdot 17 \cdot 8,62} \cdot 10^4 = 53,4 \text{ mm} > l_f = 17 \text{ mm}$$

Wird die Stabbewehrung kreuzweise mit einem Achsabstand $a = 50 \text{ mm}$ verlegt ($d_s = 8 \text{ mm}/a = 50 \text{ mm} \hat{=} 10,06 \text{ cm}^2/\text{m}$), so bildet sich sehr wahrscheinlich an jedem Querstab ein Riss.

7.4.2 Beispiel 2: Begrenzung der Rissbreite eines UHPC-Zugstabs für Lastbeanspruchung

Bild 7.5 zeigt den Quer- und Längsschnitt eines mit vier Stahlstäben bewehrten UHPC-Zugelements, das nach seiner Herstellung einer Wärmebehandlung unterzogen wird. Die Rissbreite soll unter der Gebrauchslast $F = 0,500 \text{ MN}$ auf $w_k = 0,10 \text{ mm}$ begrenzt werden.

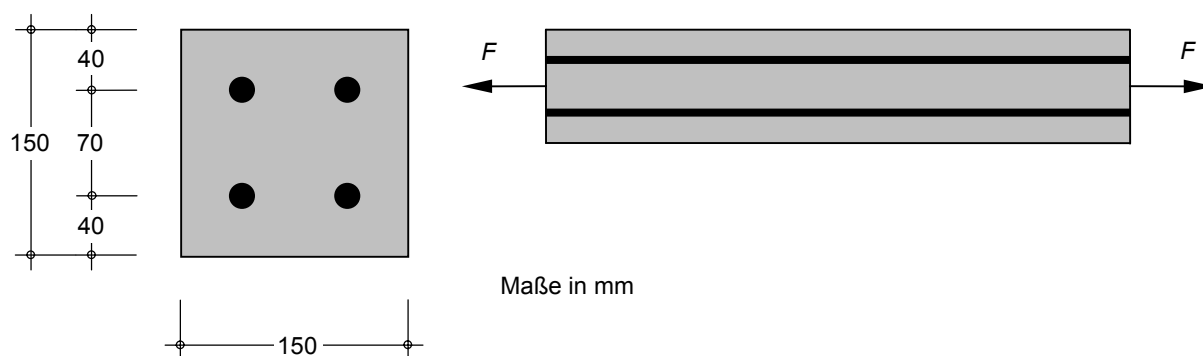


Bild 7.5 Quer- (links) und Längsschnitt (rechts) eines UHPC-Zuglements

Zur Berücksichtigung des Einflusses langandauernder bzw. wiederholter Belastung auf das Verbundverhalten der Bewehrung wird wie im vorherigen Beispiel der Völligkeitsbeiwert α_b von 0,6 auf 0,4 reduziert (Erläuterungen hierzu siehe Abschnitt 7.4.1).

Es werden zwei Fälle untersucht:

- L1: das UHPC-Zuglement ist mit Stabstahl und Stahlfasern bewehrt
- L2: das UHPC-Zuglement ist ausschließlich stabstahlbewehrt

Anhand der beiden Fälle soll der bereits sehr günstige Einfluss eines kleinen Faservolumens auf die zu erwartenden Rissbreiten bzw. auf die erforderliche Stabstahlbewehrung veranschaulicht werden.

L1: UHPC-Zuglement ist mit Stabstahl und Stahlfasern bewehrt

Es wird die gleiche Faserbetonmischung wie im Beispiel 1 verwendet. Die benötigten Material- und Verbundkennwerte können Tabelle 7.1 entnommen werden.

Unter Berücksichtigung des günstigen Einflusses der Schalflächen gemäß Bild 7.6 ergibt sich der Faserorientierungsbeiwert bei einer überwiegend zweidimensionalen Faserorientierung wie folgt:

$$\eta_{02} = \frac{\eta_{1D} \cdot l_f + \eta_{2D} \cdot (b - l_f)}{b} = \frac{1,0 \cdot 17 + 0,637 \cdot (150 - 17)}{150} = 0,68$$

Der geringe Einfluss der Bewehrungsstäbe auf die Faserorientierung wurde dabei wieder vernachlässigt.

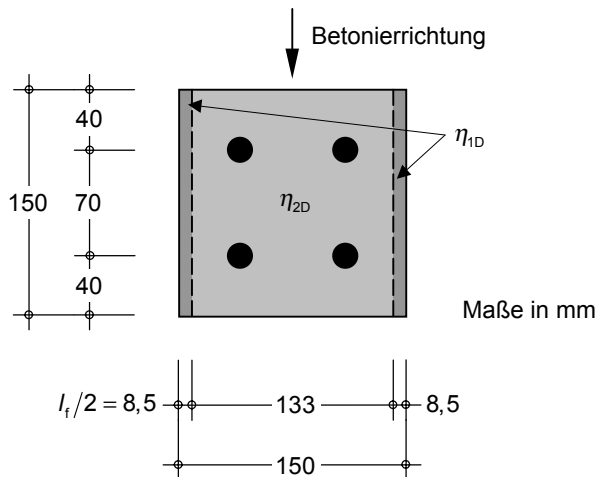


Bild 7.6 Ermittlung des Faserorientierungsbeiwerts für eine überwiegend zweidimensionale Faserorientierung

Für den Mittelwert der Faserwirksamkeit gilt nach Gleichung (4.56):

$$\sigma_{cf0m} = \eta \cdot g \cdot \rho_f \cdot \frac{\tau_f \cdot l_f}{d_f} = 0,68 \cdot 1,13 \cdot 0,009 \cdot \frac{11 \cdot 17}{0,15} = 8,62 \text{ N/mm}^2$$

Legt man eine Standardabweichung des Faserorientierungsbeiwerts $s = 0,12$ zugrunde, so erhält man als charakteristischen Wert der Faserwirksamkeit

$$\sigma_{cf0k;0,05} = \left(1 - \frac{1,645 \cdot s}{\bar{\eta}}\right) \cdot \sigma_{cf0m} = \left(1 - \frac{1,645 \cdot 0,12}{0,68}\right) \cdot 8,62 = 6,12 \text{ N/mm}^2$$

Für die ideelle Rissspannung des Faserbetons gilt nach den Gleichungen (7.21) und (7.22):

$$\begin{aligned} w^* &= \frac{w_0}{\left(1 + \frac{w_0 \cdot f_{ctm}^2 \cdot g}{2 \cdot \sigma_{cf0k;0,05} \cdot G_F}\right)^2} = \frac{0,106 \cdot 10^3}{\left(1 + \frac{0,106 \cdot 8,5^2 \cdot 1,13}{2 \cdot 6,12 \cdot 60 \cdot 10^{-3}}\right)^2} = 0,65 \mu\text{m} \\ \sigma_{cf,cr k;0,05}^i &= f_{ctm} \cdot \left(1 - \frac{w^* \cdot f_{ctm}}{2 \cdot G_F}\right) + \sigma_{cf0k;0,05} \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{w^*}{w_0}} - \frac{w^*}{w_0}\right) \\ &= 8,5 \cdot \left(1 - \frac{0,65 \cdot 8,5}{2 \cdot 60}\right) + 6,12 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{0,65 \cdot 10^{-3}}{0,106}} - \frac{0,65 \cdot 10^{-3}}{0,106}\right) = 9,03 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

Die Risskraft des Faserbetonquerschnitts ergibt sich nach Gleichung (7.20) zu

$$F_{f,cr} = A_c \cdot \sigma_{cf,cr;k;0,05}^i = 0,150^2 \cdot 9,03 = 0,203 \text{ MN}$$

Der Traganteil der Fasern im Riss beträgt nach Gleichung (7.13)

$$\begin{aligned} F_f &= F_{f0} \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{w_k}{w_0}} - \frac{w_k}{w_0} \right) \\ &= 0,138 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{0,10}{0,106}} - \frac{0,10}{0,106} \right) = 0,138 \text{ MN} \leq F_{f0} = 0,138 \text{ MN} \end{aligned}$$

$$\text{mit } F_{f0} = A_c \cdot \sigma_{cf0;k;0,05} = 0,150^2 \cdot 6,12 = 0,138 \text{ MN}$$

Die mittlere Verbundspannung zwischen Matrix und Stabbewehrung kann für $w_k = 0,10 \text{ mm}$ mit Hilfe von Bild 7.3 zu etwa $\tau_{sm} \approx 3,3 \cdot f_{ctm} = 3,3 \cdot 8,5 = 28 \text{ N/mm}^2$ ermittelt werden (annähernd abgeschlossenes Rissbild).

Die Auswertung der Gleichung (7.24) erfordert nun noch eine Abschätzung der Betondehnung am Rissufer nach der Rissbildung. Wird das Relaxieren des Beton auf der sicheren Seite liegend vernachlässigt, so entspricht ε_{shr}^* dem freien Schwindmaß des Betons. Dieses beträgt für die Mischung M2Q etwa $\varepsilon_{cs} = -1 \text{ ‰}$.

Mit $\alpha_b = 0,4$ anstelle von 0,6 und $d_s = 16 \text{ mm}$ liefert Gleichung (7.24)

$$\begin{aligned} A_s &= \Omega \cdot \left(-\varepsilon_{shr}^* + \sqrt{\varepsilon_{shr}^{*2} + 2 \cdot \frac{(F - F_f) - 0,4 \cdot (F_{f,cr} - \Delta F_f)}{\Omega \cdot E_s}} \right) \\ &= 0,0929 \cdot \left(0,001 + \sqrt{0,001^2 + 2 \cdot \frac{(0,500 - 0,138) - 0,4 \cdot (0,203 - 0,138)}{0,0929 \cdot 200.000}} \right) \cdot 10^4 \\ &= 6,59 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{mit } \Omega = \frac{(F_{f,cr} - \Delta F_f) \cdot d_s}{4 \cdot w_k \cdot \tau_{sm}} = \frac{(0,203 - 0,138) \cdot 16}{4 \cdot 0,10 \cdot 28} = 0,0929 \text{ m}^2$$

Der maximale Rissabstand beträgt nach Gleichung (7.23)

$$s_{r,max} = \frac{(F_{f,cr} - F_f) \cdot d_s}{2 \cdot \tau_{sm} \cdot A_s} = \frac{(0,203 - 0,138) \cdot 16}{2 \cdot 28 \cdot 6,59} \cdot 10^4 = 28,8 \text{ mm} > l_f = 17 \text{ mm}$$

Es ist noch nachzuweisen, dass sich die Stabbewehrung nicht im Fließen befindet. Die von der Stabbewehrung aufzunehmende Kraft ergibt sich zu

$$F_s = F - F_f = 0,500 - 0,138 = 0,362 \text{ MN}$$

Bei einer gewählten Stabbewehrung $4 \times d_s = 16 \text{ mm}$ ($\hat{=} 8,04 \text{ cm}^2$) beträgt die Stahlspannung

$$\sigma_s = \frac{F_s}{A_s} = \frac{0,362}{8,04} \cdot 10^4 = 450 \text{ N/mm}^2 < f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$$

Trotz der vergleichsweise geringen Rissbreite ergibt sich bereits eine sehr hohe Stahlspannung. Für die Dimensionierung der Stabbewehrung wird sich daher bei Lastbeanspruchung in den meisten Fällen nicht der Rissbreitennachweis, sondern der Nachweis der Tragfähigkeit als maßgebend erweisen.

L2: UHPC-Zugelement ist ausschließlich stabstahlbewehrt

Um den Einfluss der Fasern auf die Rissbildung zu verdeutlichen, soll für das zuvor untersuchte Zugglied die Begrenzung der Rissbreite allein durch die Stabbewehrung nachgewiesen werden.

Hierzu ist in Gleichung (7.24) die Risskraft des Faserbetonquerschnitts $F_{f,cr}$ durch die Risskraft der reinen Betonmatrix zu ersetzen. Es gilt:

$$F_{cr} = A_c \cdot f_{ctm} = 0,150^2 \cdot 8,5 = 0,191 \text{ MN}$$

Die Traganteile der Fasern im Riss (F_f und ΔF_f) werden zu Null. Die übrigen Rechengrößen können aus Beispiel L1 übernommen werden. Für die mittlere Verbundspannung τ_{sm} gilt dies nur bedingt, da sich ohne Fasern auch die Verbundverhältnisse zwischen Matrix und Stabstahl verschlechtern können. Dies bleibt hier jedoch außer Betracht.

Die erforderliche Stabbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite ergibt sich sodann zu

$$\begin{aligned} A_s &= \Omega' \cdot \left(-\varepsilon_{shr}^* + \sqrt{\varepsilon_{shr}^{*2} + 2 \cdot \frac{F - 0,4 \cdot F_{cr}}{\Omega' \cdot E_s}} \right) \\ &= 0,2729 \cdot \left(0,001 + \sqrt{0,001^2 + 2 \cdot \frac{0,500 - 0,4 \cdot 0,191}{0,2729 \cdot 200.000}} \right) \cdot 10^4 = 13,82 \text{ cm}^2 \\ \text{mit } \Omega' &= \frac{F_{cr} \cdot d_s}{4 \cdot w_k \cdot \tau_{sm}} = \frac{0,191 \cdot 16}{4 \cdot 0,10 \cdot 28} = 0,2729 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Für den maximalen Rissabstand gilt:

$$s_{r,max} = \frac{F_{cr} \cdot d_s}{2 \cdot \tau_{sm} \cdot A_s} = \frac{0,191 \cdot 16}{2 \cdot 28 \cdot 13,82} \cdot 10^4 = 39,5 \text{ mm} > l_f = 17 \text{ mm}$$

Bei einer gewählten Stabbewehrung $8 \times d_s = 16 \text{ mm}$ ($\hat{=} 16,08 \text{ cm}^2$) beträgt die Stahlspannung

$$\sigma_s = \frac{F_s}{A_s} = \frac{0,500}{16,08} \cdot 10^4 = 311 \text{ N/mm}^2 < f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$$

Der Stabstahlbewehrungsgehalt ergibt sich für Beispiel L1 mit $\rho_f = 0,9 \%$ zu $\rho_s = 3,6 \%$ und für Beispiel L2 zu $\rho_s = 7,2 \%$.

Auf diese Weise kann für jedes Bauteil eine unter dem Aspekt der Wirtschaftlichkeit optimierte Bewehrungskonfiguration gefunden werden.

7.4.3 Vergleich mit „genauer“ Berechnung

Durch die in den Abschnitten 7.1 bis 7.3 eingeführten Vereinfachungen ergeben sich Abweichungen gegenüber den Ergebnissen einer „genauen“ Berechnung nach den Beziehungen des Abschnitts 5.2. Für die Anwendungsbeispiele der Abschnitte 7.4.1 und 7.4.2 ist dies in Tabelle 7.2 dokumentiert.

Neben den Ergebnissen der vorherigen Abschnitte, die unter Abschätzung der Auswirkungen langandauernder bzw. wiederholter Belastung ermittelt wurden, sind in Tabelle 7.2 auch die erforderlichen Bewehrungsquerschnitte nach den für eine Kurzzeitbelastung abgeleiteten Beziehungen angegeben. Letztere sind mechanisch begründet und erscheinen daher geeigneter für einen direkten Vergleich.

Die „genaue“ Berechnung wurde wegen der notwendigen Iterationen programmgesteuert durchgeführt. Sie liefert für das Beispiel 1 etwas größere und für das Beispiel 2 etwas kleinere Bewehrungsmengen. Der Fehler liegt zwischen $-4,6$ und $+7,0$ %. Angesichts der bereits mit der Abschätzung der mittleren Verbundspannung τ_{sm} verbundenen Unschärfen ergeben sich vertretbare Abweichungen. Unter baupraktischen Gesichtspunkten sind die mit dem vorgeschlagenen Nachweiskonzept erzielten Ergebnisse hinreichend genau.

Tabelle 7.2 Vergleich zwischen vorgeschlagenem Nachweiskonzept und „genauer“ Berechnung

Zeile	Spalte	1	2	3	4
		Nachweiskonzept (Abschnitt 7.3)		„genaue“ Berechnung (Abschnitt 5.2)	Spalte 2 – Spalte 3 Spalte 3
	Berechnungsverfahren	langandauernde und wiederholte Belastung (Abschätzung)	Kurzzeitbelastung	Kurzzeitbelastung	Fehler in %
		erforderliche Stabstahlbewehrung A_s in cm^2/m bzw. cm^2			
1	Beispiel Z1	7,09	6,22	6,48	-4,6
2	Beispiel Z2	8,62	7,48	7,84	-4,6
3	Beispiel L1	6,59	6,49	6,30	+3,0
4	Beispiel L2	13,82	13,34	12,47	+7,0

7.5 Kriterien für die Faserauswahl

Einflussfaktoren, wie der Auszieh Widerstand geeigneter Fasern, Matrixabplatzungen und Igelbildung wurden bislang noch nicht in ausreichendem Maße theoretisch untersucht, so dass die Bestimmung der Wirksamkeit einer Faserbetonmischung zur Zeit ausschließlich auf experimentellem Wege erfolgen kann. Es lassen sich daher auch keine allgemeingültigen Bemessungshilfen, z. B. in Tabellenform, ableiten, um die Entwurfs- und Bemessungsaufgaben, so auch den Nachweis der Begrenzung der Rissbreite, noch weiter zu erleichtern. Auf der Grundlage der bisher gewonnenen Erkenntnisse können jedoch einige Empfehlungen für die Auswahl der Faserbewehrung formuliert werden.

So sollte die Rissbreite w_0 , bei der die Faserwirksamkeit erreicht wird, auf den beim Rissbreitennachweis angestrebten Rechenwert der Rissbreite w_k abgestimmt werden. Ist w_0 sehr viel größer als w_k können die Fasern nur teilweise aktiviert werden. Es müssen also mehr Fasern zugegeben werden, um die gewünschte Faserwirkung zu erzielen. Dies ist sowohl hin-

sichtlich der Verarbeitbarkeit als auch der Wirtschaftlichkeit unbefriedigend. Andererseits reagiert bei $w_0 < w_k$ das Bauteil empfindlich gegenüber einer Überschreitung der Gebrauchslast und gegenüber größeren Streuungen der Faserverteilung, da für $w > w_0$ keine neuen Risse (Rissteilungen) mehr durch Faserwirkung initiiert werden können (Ende der Phase 1 der sukzessiven Risteilung). Vielmehr nimmt der Traganteil der im Auszug befindlichen Fasern ab und die Risse öffnen sich weiter. Dies konnte bei den eigenen Versuchen im Falle der 9 mm langen Fasern ($w_0 = 0,030$ mm) recht gut beobachtet werden. Trotz kleiner Rissabstände hatten sich schließlich recht große Rissbreiten ergeben. Ausgehend von diesen Überlegungen erscheint eine gegenüber w_k um 10 bis 30 % größere Grenzrissbreite w_0 sinnvoll. Unter baupraktischen Gesichtspunkten ergibt sich danach die Forderung $0,05 \text{ mm} \leq w_0 \leq 0,15 \text{ mm}$.

Da w_0 nach Gleichung (4.35) ausschließlich durch den Faser-Matrix-Verbund (Verbundspannung τ_f), den Faserwerkstoff (Elastizitätsmodul E_f) und die Fasergeometrie bestimmt wird, kann die Auswahl des Fasertyps bereits vor der Festlegung des Fasergehalts und ohne Kenntnis der Faserorientierung und der Faserwirksamkeit (Faserwirksamkeitsbeiwert g) einer Faserbetonmischung erfolgen. In Bild 7.7 wurde Gleichung (4.35) am Beispiel glatter Stahldrahtfasern für verschiedene Fasergeometrien ausgewertet. Für verschiedene Faserdurchmesser d_f ist dort die Grenzrissbreite w_0 als Funktion der Faserschlankheit $\lambda_f = l_f/d_f$ (Bild 7.7a) bzw. als Funktion der Faserlänge l_f (Bild 7.7b) aufgetragen. Die Verbundspannung τ_f wurde dabei zu 11 N/mm^2 und der Elastizitätsmodul zu $E_f = 200.000 \text{ N/mm}^2$ angenommen.

Um Reißen der Fasern vor dem Ausziehen in größerem Umfang zu vermeiden, sollte die Faserschlankheit auf die Elastizitätsgrenze f_y bzw. die Zugfestigkeit f_t des Faserwerkstoffs abgestimmt werden. Nach Gleichung 4.13 ergeben sich in Abhängigkeit der Faserschlankheit die folgenden Mindestwerte der Elastizitätsgrenze bzw. der Zugfestigkeit:

- für $\lambda_f = 60$ ca. 1300 N/mm^2
- für $\lambda_f = 80$ ca. 1800 N/mm^2
- für $\lambda_f = 110$ ca. 2400 N/mm^2

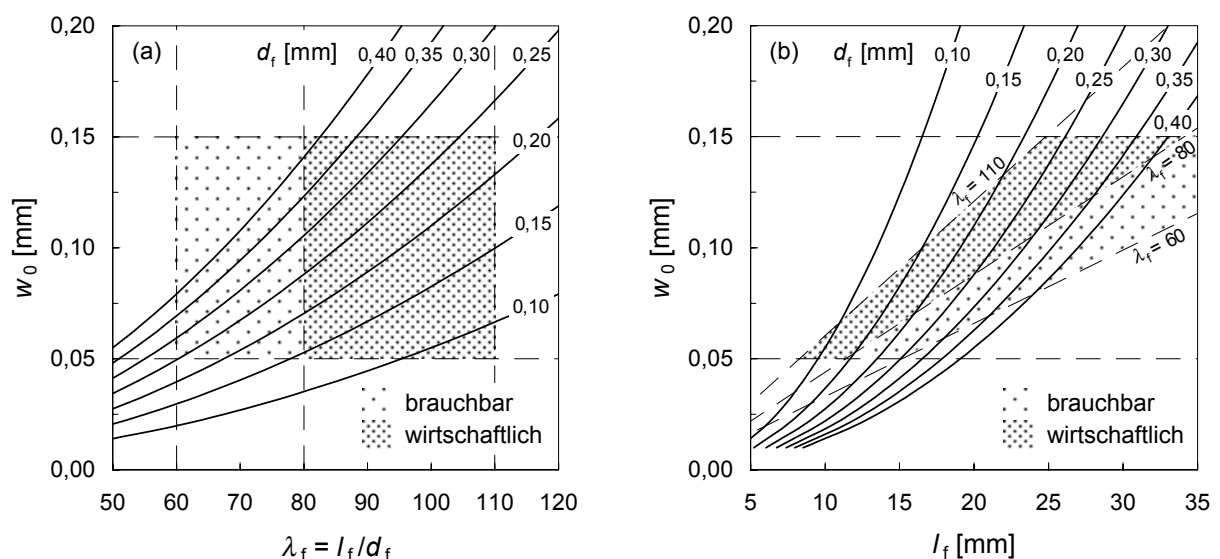


Bild 7.7 Zusammenhang zwischen Fasergeometrie und Rissbreite bei Erreichen der Faserwirksamkeit

- a) Rissbreite w_0 als Funktion der Faserschlankheit λ_f für unterschiedliche Faserdurchmesser d_f
 b) Rissbreite w_0 als Funktion der Faserlänge l_f für unterschiedliche Faserdurchmesser d_f

Bei der Faserauswahl spielen neben statisch konstruktiven Überlegungen auch die Verarbeitbarkeit der Faserbetonmischung und die Kostenfrage eine wesentliche Rolle. Einerseits sind gedrungene Fasern wegen des ungünstigen Verhältnisses von Querschnittsfläche zu Verankerungslänge unwirtschaftlicher, da die Materialfestigkeit in der Regel nicht voll ausgenutzt werden kann bzw. im Vergleich zu schlankeren Fasern höhere Fasergehalte eingesetzt werden müssen, um vergleichbare Ergebnisse zu erzielen. Andererseits lassen sich gedrungene Fasern auch bei höheren Fasergehalten leichter verarbeiten und neigen seltener zur Igelbildung. Insgesamt ergibt sich also eine gleichmäßigere Faserverteilung und Faserwirkung im Bauteil. Auch wiesen die untersuchten Faserbetonmischungen mit gedrungenen Fasern vergleichsweise hohe Faserwirksamkeitsbeiwerte auf, was vermutlich auf den erhöhten Auszieh Widerstand geneigt zur Zugrichtung verlaufender Fasern und das verminderte Risiko von Matrixabplatzungen an der Austrittsstelle zurückzuführen ist (vgl. Abschnitte 4.5.2.3 und 4.5.4.2). Ob dieses an Mikrofasern beobachtete Verhalten auch auf größere Durchmesser übertragen werden kann, bedarf noch der experimentellen Absicherung. Denkbar wäre auch, dass der Vorteil gedrungener Fasern wegen der bei größerem Faserdurchmesser höheren Biegesteifigkeit, Auszieh- und Umlenkkräfte zumindest teilweise verloren geht.

Unbeschadet dieser Überlegungen sind aus Gründen der Wirtschaftlichkeit große Faserschlankheiten zu bevorzugen ($\lambda_f = 80$ bis 110). Bei einer Obergrenze des Fasergehalts von 1,0 Vol.-% ($\lambda_f = 110$) bis 1,5 Vol.-% ($\lambda_f = 80$) sollte auch für sehr schlanke Fasern eine ausreichende Verarbeitbarkeit gewährleistet sein. Wie sich mit Hilfe des mechanischen Modells und anhand der eigenen Versuchsergebnisse zeigen lässt, ergeben sich in Kombination mit Stabbewehrung für höhere Fasergehalte ohnehin keine bzw. kaum messbare Vorteile. Abhängig von der Wirksamkeit der Faserbetonmischung können die vorgeschlagenen Obergrenzen gegebenenfalls deutlich unterschritten werden. Hierzu bedarf es jedoch noch weiterer experimenteller Untersuchungen. Im Sinne der Nachhaltigkeit sollte dabei auch die Anwendung glatter Stahldrahtfasern größeren Durchmessers erwogen werden, da das mehrmalige Kaltziehen bei der Herstellung der dünnen Mikrofasern einen sehr hohen Energieeinsatz erfordert. Wie Bild 7.7 erkennen lässt, können sich Faserdurchmesser bis 0,4 mm bei einer Faserlänge von 30 mm durchaus noch als sinnvoll erweisen.

Für Fasern mit besonderer Formgebung (z. B. profilierte Fasern, Fasern mit Endhaken) ergeben sich wegen unterschiedlicher Verbundmechanismen andere Auswahlkriterien, auf die hier jedoch nicht näher eingegangen wird, da noch keine ausreichenden Erfahrungen in der Anwendung bei UHPC vorliegen.

8 Tragfähigkeit und Duktilität von mit Stabstahl und Fasern bewehrtem UHPC

8.1 Allgemeines

In zahlreichen Zugversuchen an gemischt bewehrten Bauteilen aus normalfestem, hochfestem und ultrahochfestem Beton wurde mit dem Erreichen der Fließgrenze der Stabbewehrung eine Lokalisierung der plastischen Verformungen auf einen einzigen Riss beobachtet [Esp93, Pfy01, Leu04, Löf05, Jun06, Shi06].

Bild 8.1 zeigt das typische Versagensbild eines bis zum Reißen der Stabbewehrung (Betonstahl BSt 500) belasteten UHPC-Zugelements und das zugehörige Kraft-Dehnungs-Diagramm. Der Probekörper ist mit 6 Vol.-% Stahlfasern ($l_f/d_f = 10 \text{ mm}/0,2 \text{ mm}$) bewehrt. Die aus den Verformungen errechneten mittleren Dehnungen in Bild 8.1b sind aufgrund der Lokalisierung der Verformungen abhängig von der Bezugslänge und daher maßstabbehaftet.

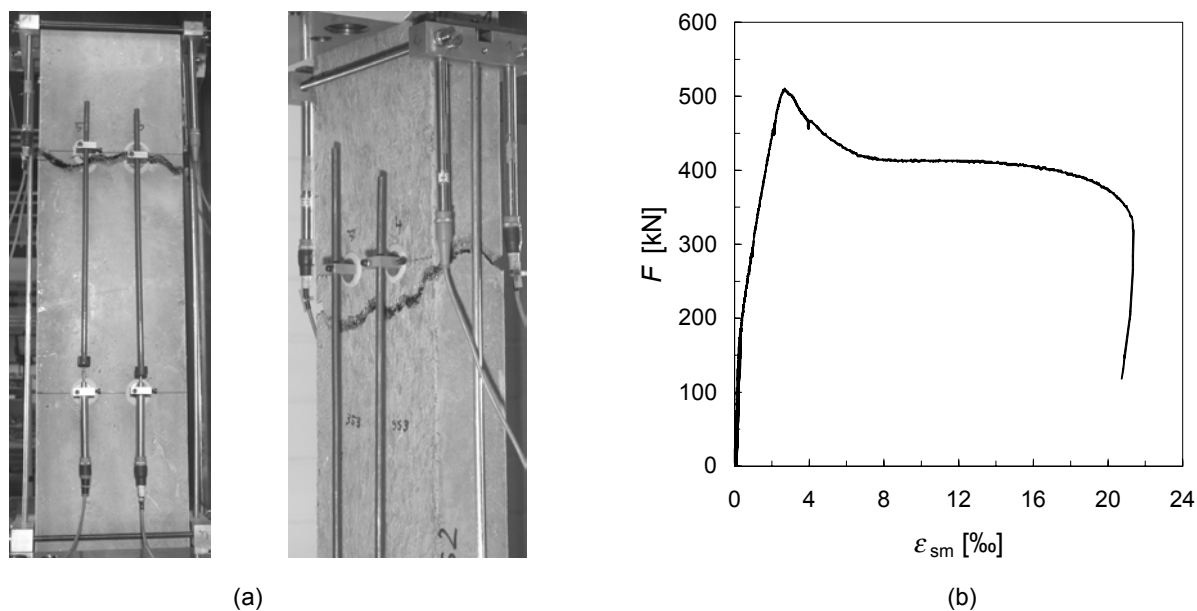


Bild 8.1 Lokalisierung der Verformungen auf einen einzigen Riss bei einem gemischt bewehrten UHPC-Zugelement mit hohem Fasergehalt (6 Vol.-%)

a) Versagensbild

b) Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Zugversuchs

Durch die Konzentration der Verformungen auf den im probabilistischen Sinne schwächsten Riss reduziert sich das Verformungsvermögen eines Bauteils und die bis zum Bruch des Betonstahls dissipierte Energie. Bei einem unendlich lang angenommenen Zugelement ist mit dem Beginn der Lokalisierung keine weitere Verformungszunahme mehr möglich. Das Versagen wird also mit steigender Bauteillänge zunehmend spröde. Bei statisch unbestimmten Systemen hat dies nicht nur Auswirkungen auf die Versagensart, sondern macht auch die Vorhersage der Versagenslast unsicher.

8.2 Bewehrungsstahl mit ausgeprägter Streckgrenze

Zur Lokalisierung kommt es, wenn in einem Riss der Rückgang der Faserwirkung infolge Faserauszugs die Verfestigung der Stabbewehrung überwiegt, sich insgesamt also ein entfestigendes Verhalten einstellt. Für die heute bevorzugt eingesetzten hochduktilen Stähle (z. B. warmgewalzter Betonstahl nach Bild 3.1) ist dies mit dem Erreichen der Streckgrenze bzw. unmittelbar im Anschluss daran der Fall. Da der Traganteil der Stabbewehrung zunächst nicht mehr weiter gesteigert werden kann, muss die weitere Kraftzunahme von den Fasern übernommen werden. Diese werden, sofern nicht bereits im elastischen Verformungsbereich der Stabbewehrung geschehen, sehr rasch vollständig aktiviert und gehen in den Auszug über.

In Bild 8.2 sind die Traganteile des Stabstahls und der Fasern sowie deren Superposition für das von der Lokalisierung betroffene Risselement bis zum Reißen der Stabbewehrung qualitativ dargestellt. Betroffenes Risselement im Sinne des in Abschnitt 5.3 entwickelten Modells ist das Risselement, in dem die Streckgrenze der Stabbewehrung zuerst erreicht wird. Bei homogener Stabbewehrung ist dies das Risselement mit dem aktuell größten Rissabstand (kleinste Faserwirksamkeit, größte Rissbreite). Wegen des Zusammenhangs zwischen wirksamem Fasergehalt und ideeller Rissspannung des Faserbetons kommt es, wie auch in Versuchen beobachtet werden konnte, sehr häufig im Erstriss zur späteren Lokalisierung der Verformungen.

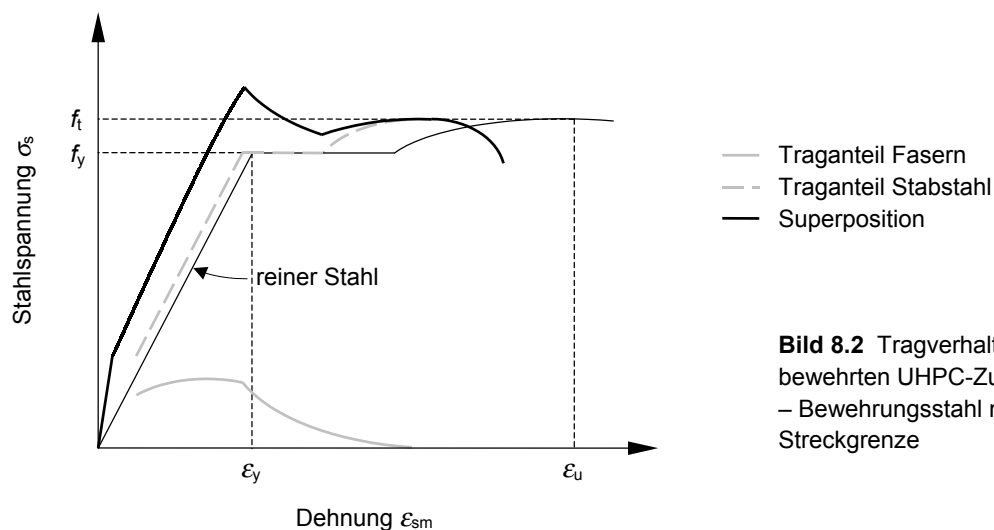


Bild 8.2 Tragverhalten eines gemischt bewehrten UHPC-Zugelements – Bewehrungsstahl mit ausgeprägter Streckgrenze

Durch das verfestigende Verhalten des Stabstahls im Anschluss an das Fließplateau kann der Widerstand im Riss erneut gesteigert werden. Unter der Voraussetzung eines ausreichenden Bewehrungsgehaltes können so gegebenenfalls weitere plastische Zonen entstehen.

Wie Bild 8.3 veranschaulicht, ist die Faserwirkung im Riss bei Erreichen der Zugfestigkeit der Stabbewehrung wegen der bis dahin bereits eingetretenen sehr großen Rissöffnung vernachlässigbar klein. Der Lastabtrag erfolgt dort im Grenzfall ausschließlich durch den Stabstahl. Dagegen wird in den übrigen Rissen die äußere Last noch gemeinsam von beiden Bewehrungsarten aufgenommen. Da die von den Fasern übertragene Spannung in der Phase des Auszugs zunächst nur sehr langsam abnimmt (vgl. Abschnitt 7.1) bzw. die Fasern noch gar nicht vollständig aktiviert wurden, kann in diesen Rissen näherungsweise mit der Faser-

wirksamkeit gerechnet werden. Diesen Überlegungen folgend gilt für die erforderliche „Mindestbewehrung“ zur Ausbildung mehrerer plastischer Zonen:

$$\rho_{s,\min} = \frac{\sigma_{cf0}}{f_t - f_y} \quad (8.1)$$

mit σ_{cf0} Faserwirksamkeit
 f_y Streckgrenze des Bewehrungsstahls
 f_t Zugfestigkeit des Bewehrungsstahls

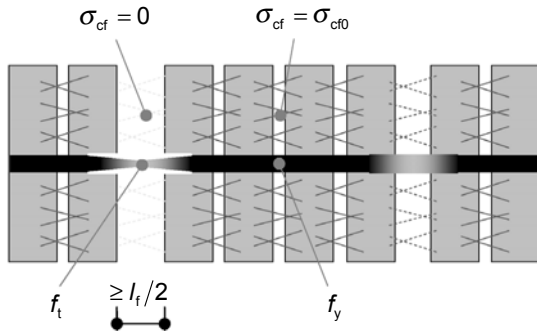


Bild 8.3 Grenzfall des inneren Spannungszustands bei Erreichen der Zugfestigkeit der Stabbewehrung (bearbeitet aus [Jun06])

Nach Gleichung (8.1) ergibt sich für hochduktilen Betonstahl BSt 500 mit $(f_t/f_y) \geq 1,08$ bei einer vergleichsweise niedrigen Faserwirksamkeit $\sigma_{cf0} = 6 \text{ N/mm}^2$ bereits ein sehr hoher Mindestbewehrungsgehalt $\rho_{s,\min} = 15 \%$. Die Ausbildung mehrerer plastischer Zonen kann daher bei Verwendung von Betonstahl mit ausgeprägter Streckgrenze mit üblichen Bewehrungsverhältnissen kaum realisiert werden.

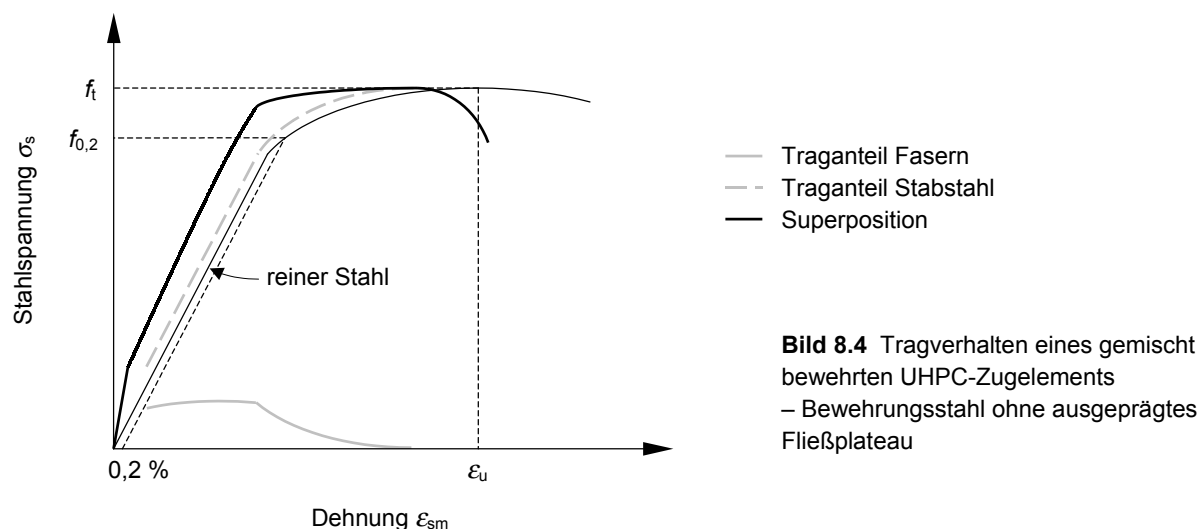
Für Bewehrungsgehalte $\rho_s < \rho_{s,\min}$ wird die Tragfähigkeit eines UHPC-Zugelements in der Regel bei mittleren Dehnungen in der Größenordnung der Elastizitätsgrenze der Stabbewehrung erreicht (vgl. Bild 8.1). Der charakteristische Wert der maximal aufnehmbaren Zugkraft $\max F_k$ kann in guter Näherung mit dem charakteristischen Wert der Streckgrenze des Stabstahls f_{yk} und mit der Faserwirksamkeit im schwächsten Riss (hier: $\sigma_{cf0k;0,05}$) wie folgt ermittelt werden:

$$\max F_k = A_s \cdot f_{yk} + A_c \cdot \sigma_{cf0k;0,05} \quad (8.2)$$

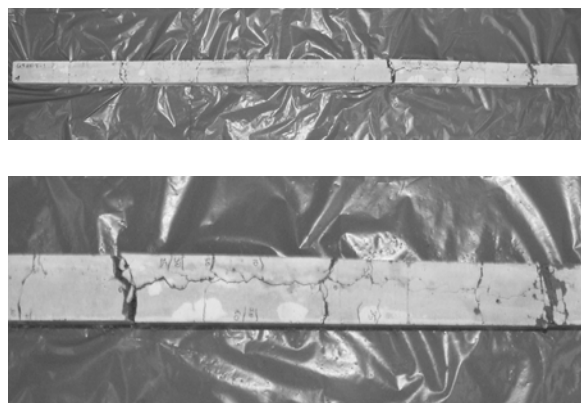
8.3 Bewehrungsstahl ohne ausgeprägte Streckgrenze

Etwas andere Verhältnisse ergeben sich bei Einsatz von Bewehrungsstählen ohne ausgeprägte Streckgrenze, die durchgängig bis zum Erreichen der Zugfestigkeit verfestigendes Verhalten aufweisen (z. B. kaltverformter Betonstahl nach Bild 3.2, Spannstahl nach Bild 3.3). Für ein von der Lokalisierung betroffenes Risselement zeigt Bild 8.4 die Traganteile des Stabstahls und der Fasern sowie deren Superposition.

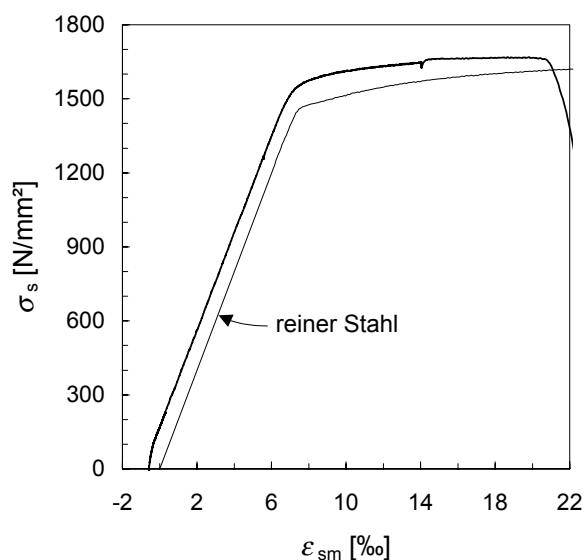
Anders als für Betonstahl mit ausgeprägter Streckgrenze (Bild 8.2) kommt es mit dem Erreichen der Elastizitätsgrenze nicht automatisch zur frühen Lokalisierung der Verformungen. Vielmehr verschiebt sich der Beginn der Entfestigung mit steigendem Bewehrungsgehalt und zunehmendem Verhältnis (f_t/f_y) hin zu größeren mittleren Dehnungen.



Das bei hohem Verfestigungsmodul der Stabbewehrung nach dem Erreichen der Elastizitätsgrenze in der Summe zunächst verfestigende Verhalten ermöglicht die Ausbildung mehrerer plastischer Zonen. Dies konnte in Vorversuchen an stabförmigen Zugelementen [Leu04], die mit 1,0 Vol.-% Stahlfasern ($l_f/d_f = 17 \text{ mm}/0,15 \text{ mm}$) und jeweils einem hochfesten Stabstahl (St 1420/1570) bewehrt waren, experimentell bestätigt werden (Bild 8.5). Bereits für einen Bewehrungsgehalt von etwa 3,2 % konnte bis zum Erreichen der Zugfestigkeit der Stabbewehrung ein durchweg verfestigendes Verhalten erzielt werden.



(a)



(b)

Bild 8.5 Ausbildung mehrerer plastischen Zonen bei einem gemischt bewehrten UHPC-Zugelement mit niedrigem Fasergehalt (1,0 Vol.-%) und Bewehrungsstahl ohne ausgeprägtem Fließbereich

- Versagensbild
- Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Zugversuchs

8.4 Modellierung des Tragverhaltens

Die Ermittlung der Zugfestigkeit und die Verformungsberechnung im plastischen Bereich der Stabbewehrung kann, wie im elastischen Bereich, unter Beachtung des Gleichgewichts und Verträglichkeit an Risselementen erfolgen. Hierzu muss die Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung und die Arbeitslinie des Bewehrungsstahls im plastischen bzw. verfestigenden Bereich möglichst wirklichkeitsnah abgebildet werden. Beispielsweise liefert ein bilinear idealisierter Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Linie (z. B. nach Bild 27 in [DIN01]) für Bewehrung mit ausgeprägter Streckgrenze sowohl hinsichtlich der Tragfähigkeit als auch hinsichtlich des Verformungsvermögens auf der unsicheren Seite liegende Ergebnisse.

Berechnungen zum Verformungsverhalten im plastischen bzw. verfestigenden Bereich der Stabbewehrung wurden von *Pfyl* [Pfy03] für normalfesten Beton und von *Jungwirth* [Jun06] für ultrahochfesten Beton durchgeführt. *Pfyl* wählt bei seiner Modellbildung ein linear-elastisch-linear verfestigendes Spannungs-Dehnungs-Diagramm des Betonstahls und als Verbundgesetz einen abgetreptt starr-plastischen Verlauf mit τ_{bs0} im Bereich elastischer und τ_{bs1} im Bereich plastischer Stahlspannungen (Bild 8.6b).

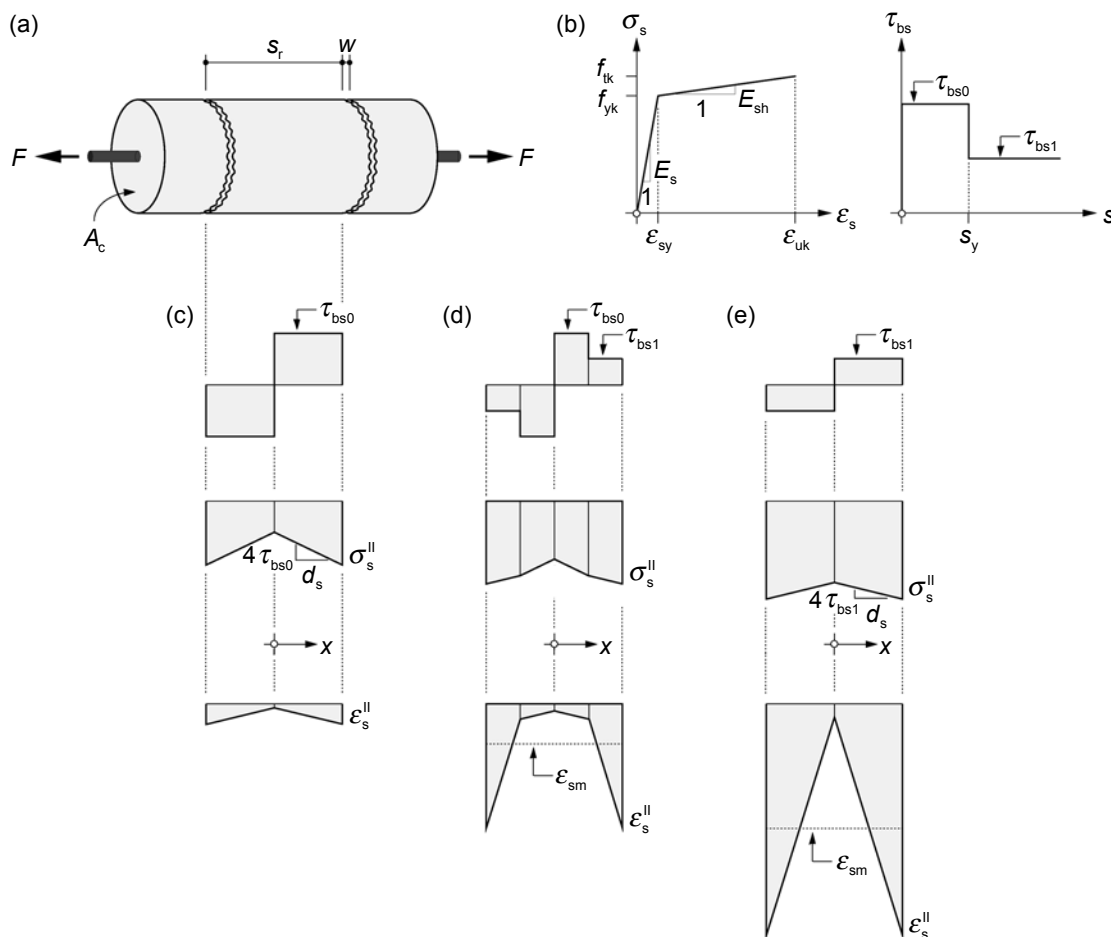


Bild 8.6 Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens eines Risselements nach *Pfyl* (bearbeitet aus [Pfy03])

a) Risselement

b) idealisierte Spannungs-Dehnungs-Beziehung und
Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung des Stabstahls

c) „elastisches Risselement“

d) „elastisch-plastisches Risselement“

e) „plastisches Risselement“

In den Bildern 8.6c bis e sind die für ein Risselement denkbaren Verläufe der Verbund- und Betonstahlspannungen sowie die Betonstahldehnungen qualitativ angegeben. *Pfyl* unterscheidet zwischen einem „elastischen Risselement“ (ausschließlich elastische Betonstahlspannungen), einem „elastisch-plastischen Risselement“ (elastische und plastische Betonstahlspannungen) und einem „plastischen Risselement“ (ausschließlich plastische Betonstahlspannungen). Eine Parameterstudie zeigt, dass das verfestigende Verhalten eines Stahlbetonzuggliedes nach Erreichen der Elastizitätsgrenze des Stabstahls mit zunehmender Faserwirksamkeit sukzessive in ein entfestigendes Verhalten übergeht. Dabei wird die bei Höchstlast erreichte Rissbreite aufgrund des mit zunehmender Faserwirksamkeit abnehmenden Rissabstands kleiner, die mittlere Dehnung des Risselements hingegen größer [Pfy03].

Jungwirth superponiert bei seinem Modell schrittweise die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen des faserbewehrten UHPC und des Bewehrungsstahls. Er überprüft dabei, ob sich von einem zum nächsten Schritt in der Summe ein verfestigendes Verhalten einstellt. Ist keine Erhöhung der Zugkraft mehr möglich (Lokalisierungskriterium), wird die weitere Verformung des faserbewehrten UHPC durch Division durch die Anzahl der Makrorisse (vgl. Abschnitt 5.1.4) ermittelt. Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung der Stabbewehrung wird entsprechend des reduzierten Verformungsbereichs modifiziert. Auf diese Weise ergeben sich Verläufe, wie sie in den Bildern 8.2 und 8.4 qualitativ dargestellt sind.

Auch *Jungwirth* verwendet als Verbundgesetz einen abgetrepppt starr-plastischen Ansatz nach Bild 8.6b. Er schlägt für UHPC die folgenden Verbundkennwerte vor:

$$\begin{array}{ll} \tau_{bs0} = 60 \text{ N/mm}^2 & \text{im elastischen Bereich der Stabbewehrung} \\ \tau_{bs1} = 15 \text{ N/mm}^2 & \text{im plastischen/verfestigenden Bereich der Stabbewehrung} \end{array}$$

Eine realistischere Beschreibung des Verbundspannungs-Schlupf-Zusammenhangs kann durch Erweiterung des bei der eigenen Modellbildung im elastischen Verformungsbereich verwendeten Verbundgesetzes erreicht werden, beispielsweise in Anlehnung an den Ansatz des CEB-FIP Model Code 1990 [MC90] (Bild 3.31). Dies würde eine durchgängige Untersuchung des Last-Verformungs-Verhaltens nach dem in Abschnitt 5.3 erarbeiteten Verfahren ermöglichen. Besondere Beachtung verdient in diesem Zusammenhang die experimentelle Absicherung des Verbundverhaltens im Bereich plastischer Stahlspannungen.

Angesichts des noch bestehenden Forschungsbedarfs kann keine abschließende Zusammenfassung der Thematik gegeben werden. Allerdings sollte sich, um ein möglichst duktilen Bauteilverhalten zu erzielen, die Auswahl der Bewehrungskonfiguration an den folgenden Empfehlungen orientieren:

- Einsatz eines Bewehrungsstahls ohne ausgeprägte Streckgrenze, mit großem Verfestigungsvermögen f_t/f_y und hohem Verfestigungsmodul E_{hard} .
- Begrenzung der Faserwirksamkeit auf das zur Sicherstellung der Dauerhaftigkeit (Begrenzung der Rissbreite), des Stabstahl-Matrix-Verbundes und eines duktilen Verhaltens im Druckbereich erforderliche Mindestmaß.
- Realisierung großer elastischer Dehnungen durch Einsatz eines hochfesten Bewehrungsstahls.

9 Zusammenfassung und Ausblick

9.1 Zusammenfassung und Erkenntnisse

Ultrahochfester Beton (UHPC) ist ein sehr gefügedichter zementgebundener Werkstoff. Abhängig von Zusammensetzung und Herstellungsverfahren werden Druckfestigkeiten von über 150 N/mm^2 erreicht. Zur Verbesserung der Duktilität der insbesondere auf Druck sehr spröde versagenden Matrix werden in der Regel Fasern zugegeben, die auch das Zugtragverhalten nachhaltig beeinflussen. In Kombination mit konventioneller Betonstahl- oder Spannbewehrung ermöglicht UHPC sehr schlanke, weitgespannte Konstruktionen.

Bei der Berechnung solcher Tragwerke spielt neben den Aspekten der Tragfähigkeit und Duktilität die sichere Begrenzung der Rissbreite eine wesentliche Rolle. Die vorliegende Arbeit widmet sich schwerpunktmäßig dieser Thematik.

Die Analyse des Zugtragverhaltens von mit Stabstahl und Fasern bewehrtem UHPC setzt die genaue Kenntnis der Wirkungsweisen der beiden Bewehrungsarten voraus.

Verhalten von stabstahlbewehrtem Beton unter Zugbeanspruchung

Grundlage für das Zusammenwirken der Betonmatrix und der darin eingebetteten Bewehrungsstäbe bildet der Verbund. Eigene Ausziehversuche zum Verbundverhalten von UHPC liefern in guter Übereinstimmung mit den Untersuchungen anderer Wissenschaftler die folgenden Erkenntnisse:

- Abhängig von den weiteren Randbedingungen (z. B. Betondeckung, Belastungsrichtung) werden hohe aufnehmbare Verbundspannungen in einer Größenordnung von bis zu 60 N/mm^2 erreicht. Es können daher sehr kurze Verankerungslängen realisiert werden.
- Längsrissbildung infolge zu geringer Betondeckung kann insbesondere bei Feinkorn-UHPC zum schlagartigen Aufspalten und damit zum Verlust des ansonsten selbst bei faserfreiem Beton sehr duktilen Ausziehverhaltens führen.
- Abhängig von der Rippengeometrie stellt sich ein steifes (Betonstahl mit erhabener Rippung) oder weiches Verbundverhalten (tiefgerippter Betonstahl, Spannstahldraht) ein.
- Die zur Approximation der Ergebnisse von Ausziehversuchen und als Verbundgesetz bei normal- und hochfestem Beton sehr häufig verwendete Ansatzfunktion erlaubt auch die Beschreibung des Verbundverhaltens von UHPC.

Wegen des hohen autogenen Schwindmaßes von UHPC erfordert eine wirklichkeitsnahe Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens und des Rissbildungsprozesses die Berücksichtigung des inneren Zwangs zwischen Beton und Bewehrung. Bei der Ableitung der rissmechanischen Zusammenhänge für den Einzelriss und für das abgeschlossene Rissbild wird daher dem Einfluss des Schwindens besondere Beachtung geschenkt. Die mittlere Spannungs-Dehnungs-Beziehung eines Stahlbetonzugstabs nach Ansatz des CEB-FIP Model Code 1990 [MC90] wird für diesen Fall erweitert. Auch der Einfluss einer Vorspannung auf die Rissbildung und auf das Last-Verformungs-Verhalten wird diskutiert.

Verhalten von faserbewehrtem Beton unter Zugbeanspruchung

Nach einem Überblick über die für den Einsatz in Beton gebräuchlichen Faserarten und Faserwerkstoffe werden, ausgehend vom Ausziehverhalten der Einzelfaser, die mechanischen Beziehungen zur Beschreibung des Spannungs-Rissöffnungs-Zusammenhangs des Faserbetons entwickelt. Dabei wird zwischen der Phase der Faseraktivierung, die durch ein Anwachsen des Ausziehwerstandes bei zunehmender Rissöffnung charakterisiert ist, und der Phase des Faserauszugs unterschieden, in der sich ein ausgeprägt entfestigendes Verhalten bis zur vollständigen Trennung der Rissufer einstellt. Die abgeleiteten Beziehungen sind unabhängig vom verwendeten Faserwerkstoff für gerade Fasern gültig.

Neben der Festigkeit und Steifigkeit des Faserwerkstoffs, dem Fasergehalt und dem Faser-Matrix-Verbund hängen die mechanischen Eigenschaften des Faserbetons sehr wesentlich von der Verteilung und Orientierung der Fasern ab. Der Anteil der in Zugrichtung orientierten Fasern wird durch einen Faserorientierungsbeiwert beschrieben, der experimentell oder näherungsweise auf rechnerischem Wege unter Berücksichtigung des Einflusses der Herstellungsrichtung und der Schalflächen ermittelt werden kann.

Darüber hinaus werden Effekte, wie der unterschiedliche Ausziehwerstand geneigt zur Zugrichtung verlaufender Fasern, Matrixabplatzungen an der Faseraustrittsstelle infolge Umlenkräften, die gegenseitige Beeinflussung der Faser in ihrem Ausziehverhalten bei höheren Fasergehalten und die Neigung sehr schlanker Fasern zur Igelbildung, im sogenannten Faserwirksamkeitsbeiwert zusammengefasst. Wegen der zahlreichen Einflussfaktoren, die insbesondere für UHPC bisher noch nicht in ausreichendem Maße theoretisch untersucht wurden, ist die Bestimmung der Wirksamkeit einer Faserbetonmischung (Faserwirksamkeit) bislang nur auf experimentellem Wege möglich.

Wie anhand bruchmechanischer Betrachtungen gezeigt werden kann, kommt es in der Phase der Mikrorissbildung zu einer Interaktion zwischen der sich entfestigenden Betonmatrix und den bereits teilweise aktivierten Fasern. Mit zunehmendem Fasergehalt ergibt sich eine beträchtliche Steigerung des Widerstands, der zur Erzeugung eines Makrorisses überwunden werden muss. Zur Unterscheidung von der eigentlichen Matrixzugfestigkeit wird hierfür der Begriff der ideellen Rissspannung eingeführt.

Für die im Rahmen der eigenen Versuche an UHPC-Zugelementen verwendeten Faserbetonmischungen mit 9 und 17 mm langen Fasern wird das Spannungs-Rissöffnungs-Verhalten experimentell untersucht und in einem kritischen Vergleich mit dem mechanischen Modell diskutiert. Anhand theoretischer Überlegungen und Grenzbetrachtungen werden Übereinstimmungen und Abweichungen sowie deren Ursachen herausgearbeitet.

Die Ergebnisse der Versuchsreihe lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die Wirksamkeit einer Faserbetonmischung wächst mit steigendem Fasergehalt nur unterproportional an. Ursächlich hierfür ist sehr wahrscheinlich die gegenseitigen Beeinflussung der Fasern in ihrem Ausziehverhalten bei kleiner werdendem Faserabstand. Die bei hohen Fasergehalten erschwerte Verarbeitbarkeit des Betons beeinflusst zudem maßgeblich die Faserverteilung und Faserausrichtung.
- Das Spannungs-Rissöffnungs-Verhalten kann mit dem Modell in den Phasen der Rissentstehung und der Faseraktivierung rechnerisch recht gut nachvollzogen werden. Für die 9 mm langen Fasern gilt dies auch in der Auszugsphase.

- Bei den 17 mm langen Fasern kommt es infolge Igelbildung und Matrixabplatzungen an der Faseraustrittsstelle zu einer sehr raschen Entfestigung. Soll das Spannungs-Rissöffnungs-Verhalten für diese Fasern auch im Bereich sehr großer Rissöffnungen zutreffend beschrieben werden, so ist eine Anpassung der theoretisch abgeleiteten Beziehungen erforderlich.

Wegen der guten Verbundbedingungen besitzen ultrahochfeste Betone mit hohen Fasergehalten häufig ein verfestigendes Verhalten und zeigen daher eine ausgeprägte Mehrfachrissbildung mit kleinen Rissabständen. Im Unterschied zur Modellbildung anderer Wissenschaftler wird auch in diesem Fall an der Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung als konstitutiver Beziehung zur Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens des Faserbetons festgehalten. Für eine mehrere Risse durchlaufende Faser werden die Zusammenhänge auf der Grundlage von Grenzbetrachtungen abgeleitet und Beziehungen zur näherungsweise Berücksichtigung der Mehrfachrissbildung angegeben.

Verhalten von mit Stabstahl und Fasern bewehrtem Beton unter Zugbeanspruchung

Zum Zusammenwirken von kontinuierlichen Bewehrungselementen und diskontinuierlich verteilten kurzen Fasern wurden von verschiedenen Wissenschaftlern experimentelle Untersuchungen an normalfesten, hochfesten und auch ultrahochfesten Betonen durchgeführt. Auf der Grundlage der Versuchsergebnisse wurden zum Teil Ansätze zur Beschreibung der Rissbildung und des Last-Verformungs-Verhaltens erarbeitet. Der Stand der Forschung auf diesem Gebiet wird kurz vorgestellt.

Aufbauend auf der Arbeit von Pfy [Pfy03] erfolgt die Entwicklung des eigenen mechanischen Modells, welches die Rissmechanik des Stahlbetons und das Spannungs-Rissöffnungs-Verhalten des Faserbetons unter Beachtung des Gleichgewichts der inneren und äußeren Kräfte und der Verträglichkeit der Verformungen verknüpft. Im Verlauf des Rissbildungsprozesses werden die Rissentstehung, die Phase der Einzelrissbildung, der Zustand der abgeschlossenen Einzelrissbildung und die Phase der sukzessiven Risteilung unterschieden. Die abgeleiteten mechanischen Beziehungen erlauben auch die Berücksichtigung des Einflusses des Schwindens auf den Rissbildungsprozess. Sie gelten unabhängig davon, ob der Faserbeton selbst verfestigendes Verhalten aufweist.

Die Betrachtung der Vorgänge am diskreten Riss bildet die Grundlage für die Ermittlung des Last-Verformungs-Verhaltens und der Rissbreiten von UHPC-Zugelementen mit gemischter Bewehrung. Ausgehend von Überlegungen zur Variabilität der Werkstoff- und Bauteilkenngrößen erfolgt die Modellbildung, in die neben geometrischen und mechanischen Kenngrößen auch statistische Parameter, wie z. B. die Streuung der Faserverteilung, einfließen. Auf diese Weise entstehen recht komplexe Zusammenhänge, die eine iterative Auswertung der Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingung erfordern. Die Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens erfolgt daher numerisch.

Betrachtet wird ein fiktives UHPC-Zugelement, das in eine endliche Anzahl Elemente diskreter Länge unterteilt wird. Diese Elemente werden als Risselemente bezeichnet. Sie repräsentieren die Faserverteilung und das Spektrum der möglichen Rissabstände nach Abschluss der Einzelrissbildung. Durch inkrementelle Laststeigerung wird der Rissbildungsprozess in der Phase der sukzessiven Risteilung für die einzelnen Elemente simuliert. Auf jeder Last-

stufe wird überprüft, ob in der Mitte zwischen zwei vorhandenen Rissen genügend Kraft in den Beton eingeleitet wurde, um einen weiteren Riss entstehen zu lassen. Ist dies der Fall, wird der Rissabstand halbiert und die Anzahl der Risse für das betrachtete Element verdoppelt.

Im Anschluss erfolgt für jede Laststufe die statistische Auswertung (Häufigkeitsverteilung der Rissabstände und der Rissbreiten, Extrem- und Mittelwertbildung) und die Überlagerung der über die Elemente gemittelten Stabstahldehnungen, wobei die Ergebnisse der Elemente entsprechend ihrer Verteilungsdichte gewichtet werden.

Ergebnisse programmgesteuerter Berechnungen werden exemplarisch vorgestellt. Für ausschließlich stabstahlbewehrte Zugelemente können die theoretischen Überlegungen bezüglich der zugversteifenden Wirkung der Betons und des Einflusses des Schwindens sehr gut nachvollzogen werden.

Beispielrechnungen für unterschiedliche Bewehrungskonfigurationen gemischt bewehrter Zugelemente liefern die folgenden grundlegenden Erkenntnisse:

- Die Lastaufteilung zwischen Fasern und Stabstahl wird maßgeblich durch die Bewehrungskonfiguration (Fasergeometrie, Stabstahlbewehrungsgehalt, Elastizitätsgrenze der Stabbewehrung) bestimmt.
- Die Faserwirksamkeit wird in Abhängigkeit des Stabstahlbewehrungsgehalts bei unterschiedlich hohen mittleren Dehnungen, zum Teil erst oberhalb der Elastizitätsgrenze üblicher Betonstahlbewehrung erreicht. Der Faserbeton selbst muss dazu kein verfestigendes Verhalten aufweisen.
- Zur Begründung einer konstitutiven Spannungs-Dehnungs-Linie des Faserbetons, z. B. für die Verformungsberechnung und Querschnittsbemessung, genügt nicht allein die Kenntnis der Faserwirksamkeit. Eine Überlagerung isoliert ermittelter Spannungs-Dehnungs-Linien mit starren Verformungsgrenzen verstößt gegen die Verträglichkeit.

Eigene Versuche an UHPC-Zugkörpern mit gemischter Bewehrung aus Stabstahl und Stahlfasern

Zur Validierung des vorgeschlagenen mechanischen Modells wurden Versuche an scheibenförmigen UHPC-Zugelementen mit gemischter Bewehrung aus Stabstahl und Stahlfasern durchgeführt. Dabei wurde der Einfluss unterschiedlicher Fasergeometrien, Fasergehalte, Stabstahlarten, Stabdurchmesser und Bewehrungsgehalte sowie die Anordnung einer Querbewehrung untersucht.

Während der Versuche erfolgten die Aufnahme der Rissbreiten und Rissabstände für diskrete Verzerrungszustände und eine kontinuierliche Aufzeichnung der Dehnwege. Die Schwindverkürzung der Proben wurde im Vorfeld messtechnisch bestimmt.

Für die Nachrechnung der Versuche konnte im Wesentlichen auf experimentell abgesicherte Geometrie- und Materialkennwerte zurückgegriffen werden. Sowohl hinsichtlich des Last-Verformungs-Verhaltens als auch hinsichtlich der Entwicklung der Rissabstände und Rissbreiten ergeben sich durchweg gute Übereinstimmungen. Der Einfluss einzelner Parameter wird sehr ausführlich untersucht und veranschaulicht.

Aus den Ergebnissen dieser Untersuchung wurden die folgenden Erkenntnisse gewonnen:

- Mit zunehmender Faserwirksamkeit zeigt sich ein steiferes Last-Verformungs-Verhalten. Besondere Bedeutung kommt in diesem Zusammenhang der Faserorientierung zu.
- Die Kenngrößen des Stabstahls (Bewehrungsgehalt, Stabdurchmesser, Verbundgesetz) beeinflussen die zugversteifende Wirkung des Faserbetons nur unwesentlich.
- Bei hohem Fasergehalt wird die Mitwirkung des Faserbetons infolge einer ausgeprägten Faser-Matrix-Interaktion in der Phase der Mikrorissbildung maßgeblich durch die Bruchenergie der Matrix, hingegen kaum durch die Matrixzugfestigkeit, bestimmt. Aus diesem Grund ist eine Modellbildung, die ein Zusammenwirken der sich entfestigenden Betonmatrix und der dabei aktivierten Fasern in der Phase der Mikrorissbildung nicht berücksichtigt, für eine wirklichkeitsnahe Abbildung des Last-Verformungs-Verhaltens bei höheren Fasergehalten ungeeignet.
- Die Anordnung einer Querbewehrung beeinflusst den Rissbildungsprozess, vermindert die Dehnsteifigkeit und hat insbesondere an den Kreuzungspunkten der Bewehrungsstäbe größere Rissbreiten zur Folge.
- Die Fasern beteiligen sich nicht nur in Zugrichtung am Lastabtrag, sondern tragen auch zur Verbundsicherung der Stabbewehrung bei.
- Die überwiegend räumliche Faserverteilung der kürzeren bzw. gedrungeneren Fasern erweist sich wegen des erhöhten Auszieh Widerstandes geneigt zur Beanspruchungsrichtung orientierter Fasern als vorteilhaft.

Praxisgerechtes Verfahren zur Begrenzung der Rissbreite von mit Stabstahl und Fasern bewehrtem UHPC

Durch Vereinfachung der recht komplexen und zum Teil nur iterativ lösbaren Beziehungen wird ein praxisgerechtes Nachweiskonzept erarbeitet, welches die Ermittlung der zur Begrenzung der Rissbreite erforderlichen Stabstahlbewehrung meist auf direktem Wege ermöglicht. Die Anwendung des Verfahrens setzt lediglich die Kenntnis der Faserwirksamkeit einer Faserbetonmischung voraus. Diese ist wegen zahlreicher, noch nicht ausreichend theoretisch untersuchter Einflussfaktoren bislang nur auf experimentellem Wege zu bestimmen. Maßstabsgerechte zentrische Zugversuche sind hierzu am besten geeignet. Näherungsweise kann auch eine Umrechnung aus der Biegezugfestigkeit erfolgen.

Anhand von Rechenbeispielen wird die Anwendung des vorgeschlagenen Nachweiskonzepts erläutert. Bereits mit vergleichsweise niedrigen Faserwirksamkeiten kann eine wesentliche Verbesserung gegenüber Stahlbeton erzielt werden. Bei Lastbeanspruchung wird sich daher meist die Sicherstellung der Tragfähigkeit und nicht die Begrenzung der Rissbreite als maßgebend erweisen. Der Vergleich mit einer „genauen“ Berechnung liefert eine unter baupraktischen Gesichtspunkten hinreichende Übereinstimmung der Ergebnisse.

Auf der Grundlage der gewonnenen Erkenntnisse werden Anhaltspunkte für die Faserauswahl erarbeitet. Besondere Beachtung verdient danach die Abstimmung der Fasergeometrie auf den angestrebten Rechenwert der Rissbreite. Am Beispiel glatter Stahldrahtfasern werden die Überlegungen veranschaulicht.

Tragfähigkeit und Duktilität von mit Stabstahl und Fasern bewehrtem UHPC

In zahlreichen Versuchen an gemischt bewehrten Zugelementen wurde mit dem Erreichen der Streckgrenze des Bewehrungsstahls eine Lokalisierung der plastischen Verformungen auf einen einzigen Riss beobachtet. Ursache und Folgen dieses Umstands werden in Hinblick auf die Tragfähigkeit und Duktilität eines Bauteils theoretisch diskutiert. Dabei wird zwischen Bewehrungsstahl mit ausgeprägter Streckgrenze und Bewehrungsstahl ohne ausgeprägte Streckgrenze unterschieden.

Aufgrund des Rückgangs der Faserwirkung infolge Faserauszugs stellt sich bei Einsatz von Bewehrungsstahl mit Fließbereich mit dem Erreichen der Streckgrenze bzw. unmittelbar im Anschluss daran ein in der Summe entfestigendes Verhalten ein. Eine Lokalisierung der Verformungen kann daher zunächst nicht verhindert werden. Die Verfestigung des Stabstahls im Anschluss an das Fließen ermöglicht bei ausreichendem Bewehrungsgehalt die Ausbildung weiterer plastischer Zonen. Wie eine Grenzbetrachtung zeigt, sind hierzu jedoch wirtschaftlich kaum vertretbare Bewehrungsgehalte erforderlich.

Durch den Einsatz von Bewehrungsstahl ohne ausgeprägte Streckgrenze kommt es mit dem Erreichen der Elastizitätsgrenze nicht zwangsläufig zur frühen Lokalisierung. Bei ausreichendem Verfestigungsvermögen f_t/f_y und hohem Verfestigungsmodul E_{hard} kann trotz Rückgangs der Faserwirkung bis hin zu großen mittleren Dehnungen ein in der Summe verfestigendes Verhalten erzielt und so die Ausbildung mehrerer plastischer Zonen erzwungen werden.

Möglichkeiten der Modellierung des Last-Verformungs-Verhaltens im Bereich plastischer Stahlspannungen werden anhand der Arbeiten von Pfyl [Pfy03] und Jungwirth [Jun06] diskutiert. Die Berechnung der Verformungen kann im Grundsatz an Risselementen erfolgen. Die Auswertung der Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingung erfordert in diesem Fall die wirklichkeitsnahe Abbildung der Arbeitslinie des Bewehrungsstahls über den elastischen Bereich hinaus, sowie ein Verbundgesetz, welches auch bei großen Rissöffnungen und plastischen Stahlspannungen Gültigkeit besitzt. Entsprechende Untersuchungen waren nicht Gegenstand dieser Arbeit. In diesem Zusammenhang muss auf die sich anschließenden Forschungsarbeiten verwiesen werden.

Die bisher gewonnenen Erkenntnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Der Einsatz eines Bewehrungsstahls ohne ausgeprägte Streckgrenze, mit großem Verfestigungsvermögen f_t/f_y und hohem Verfestigungsmodul E_{hard} ermöglicht die Ausbildung mehrerer plastischer Zonen bei deutlich niedrigeren Stabstahlgehalten als Bewehrungsstahl mit ausgeprägter Streckgrenze.
- Niedrige Faserwirksamkeiten erhöhen die Duktilität gemischt bewehrter Zugelemente. Die Wirksamkeit in Kombination mit Stabstahl eingesetzter Faserbetonmischungen sollte daher auf das zur Sicherstellung der Dauerhaftigkeit (Begrenzung der Rissbreite), des Stabstahl-Matrix-Verbundes und eines duktilen Verhaltens im Druckbereich erforderliche Mindestmaß begrenzt werden.
- Der Einsatz eines hochfesten Bewehrungsstahls ermöglicht große elastische Verformungen und steigert so das Verformungsvermögen eines Bauteils.

9.2 Offene Fragen und weiterer Forschungsbedarf

Die erarbeiteten Grundlagen zum Zugtragverhalten von mit Stabstahl und Fasern bewehrtem UHPC sollten Grundlage und Ausgangspunkt weiterführender und ergänzender Untersuchungen sein. Darüber hinaus ergaben sich im Verlauf der Arbeit Fragestellungen zu Eingangsgrößen, die bisher nicht abschließend geklärt werden konnten und daher Annahmen oder Näherungen erforderten.

Es folgt eine Übersicht über noch offene Fragen und den in engem Zusammenhang mit dieser Arbeit stehenden Forschungsbedarf.

Verbundverhalten im Bereich plastischer Stahlspannungen

Die bisherigen Untersuchungen des Verbundes zwischen Bewehrungsstahl und UHPC-Matrix konzentrierten sich auf den Bereich elastischer Stahlspannungen. Die Analyse des Last-Verformungs-Verhaltens im plastischen/verfestigenden Bereich erfordert hierfür geeignete, experimentell abgesicherte Ansätze. Bei Implementierung wirklichkeitsnaher Arbeitlinien und Verbundgesetze können mit dem in Abschnitt 5.3 entwickelten Modell auch Aspekte der Tragfähigkeit und Duktilität behandelt und hieraus ein Bemessungskonzept für den Grenzzustand der Tragfähigkeit erarbeitet werden.

Bestimmung der Wirksamkeit einer Faserbetonmischung

Die Faserwirksamkeit kann wegen zahlreicher Abhängigkeiten, die bereits zum Teil an normal- und hochfesten Betonen, jedoch noch nicht an UHPC, in ausreichendem Maße untersucht wurden, ausschließlich experimentell ermittelt werden. Eine rechnerische Bestimmung der Wirksamkeit einer Faserbetonmischung durch Integration der Wirksamkeiten der Einzelfasern setzt unter anderem die Klärung folgender Sachverhalte voraus:

- Wie beeinflussen die Faserschlankheit, das Verhältnis von Faserlänge zu Größtkorndurchmesser und die Konsistenz der Betonmischung die Faserorientierung?
- Wie beeinflussen unterschiedliche Neigungswinkel den Auszieh Widerstand der Einzelfaser?
- Wie entwickelt sich die Wirksamkeit unterschiedlicher Fasertypen/-geometrien in Abhängigkeit des Fasergehalts?
- Ab welchem Fasergehalt bzw. Faserabstand beeinflussen sich die Fasern in ihrem Ausziehverhalten gegenseitig?
- Unter welchen Voraussetzungen können Matrixabplatzungen an der Faseraustrittsstelle vermieden bzw. vermindert werden?

Ziel dieser Überlegungen sollte eine unter den Gesichtspunkten der Dauerhaftigkeit, der Duktilität und der Wirtschaftlichkeit optimierte Faserbewehrung sein.

Einfluss langandauernder und wiederholter Belastung

Die abgeleiteten rissmechanischen Beziehungen, so auch das in Abschnitt 7 vorgeschlagene Nachweiskonzept für den Rissbreitennachweis, gelten für kurzzeitige Belastung. Für die praktische Anwendung sind die Auswirkungen langandauernder und wiederholter Belastung auf das Verbundverhalten von wesentlichem Interesse. Diese wurden bisher weder für den Bewehrungsstahl noch für die Fasern in ausreichender Weise experimentell untersucht.

Ermüdung

Für die hochfesten Stahldrahtfasern ergeben sich bei zyklischer Beanspruchung rechnerisch sehr hohe Spannungsamplituden die zur Ermüdung der Faserwerkstoffe führen können. Diese Thematik steht in engem Zusammenhang mit dem Verbundverhalten der Fasern bei zyklischer Beanspruchung.

Übertragung der am zentrisch beanspruchten Zugelement gewonnenen Erkenntnisse auf biegebeanspruchte Bauteile

In der Zugzone biegebeanspruchter Bauteile ergibt sich unter der Annahme ebenbleibender Querschnitte eine über die Höhe linear veränderliche Rissbreite und entsprechend des Spannungs-Rissöffnungs-Zusammenhangs eine nichtlineare Spannungsverteilung in der Zugzone. Die Ermittlung der Druckzonenhöhe, der Verzerrungen und der Größe und Lage der resultierenden Kräfte kann analog dem zentrisch beanspruchten Zugelement unter Beachtung des Gleichgewichts und der Verträglichkeit der Verformungen erfolgen. Wegen der Konzentration des Bewehrungsstahls am gezogenen Bauteilrand bedarf es Untersuchungen zur Größe der an der Rissbildung beteiligten Betonzugzone und der Einführung eines Wirkungsbereichs, in dem die Rissentstehung und Rissbreite durch das Zusammenwirken der Stab- und Faserbewehrung gesteuert wird. Die für ausschließlich stabstahlbewehrte UHPC-Zugelemente erhaltenen Ergebnisse (vgl. Abschnitt 6.4.2.4) lassen diesbezüglich eine Abhängigkeit vom Fasergehalt bzw. der Faserwirksamkeit vermuten.

Die Frage nach dem Zusammenwirken von Stabstahl und Fasern stellt sich bei biegebeanspruchten Bauteilen auch in Bezug auf die Querkrafttragfähigkeit.

Weitere noch ungeklärte Fragen sind:

- Behindern die Fasern das freie Schwinden des Betons? In welcher Größe erwachsen hieraus Zwangsspannungen? Welche Rolle spielt in diesem Zusammenhang das Relaxieren des Betons?
- Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Fasergehalt bzw. der Faserwirksamkeit und der Mindestbetondeckung zur Sicherstellung des Verbundes des Bewehrungsstahls? Gibt es in diesem Zusammenhang einen „Mindestfasergehalt“ bzw. eine „Mindestfaserwirksamkeit“?

Literatur

- [Aar00] Aarup, B.; Karlsen, J. und Lindström, G.: „Fiber reinforced high performance concrete for in-situ cast joints“, in: Proceedings of International Symposium on High Performance Concrete, Orlando, Florida, USA, September 2000.
- [Abo64] Abolitz, A. und Agbim, C.: Discussion of the paper by Romualdi, J.; Mandel, J. „Tensile Strength of Concrete Affected by Uniformly Distributed and Closely Spaced Short Lengths of Wire Reinforcement“, *ACI Materials Journal*, Vol. 61, 1964, 1651 ff.
- [AFGC02] Association Française de Génie Civil (AFGC)/Service d'études techniques des routes et autoroutes (SETRA): „Bétons fibrés à ultra-hautes performances“, Recommandations provisoires, Janvier 2002.
- [Ave71] Aveston, J.; Cooper, G. A. und Kelly, A.: „Single and Multiple Fracture. The properties of Fibre Composites“, in: Conference Proceedings of National Physical Laboratory, IPC Science and Technology Press Ltd., 1971, 15-24.
- [Bac91] Bache, H. H.: „Densified cement / ultra fine particle based materials“, Second International Conference on Superplasticizers in Concrete, Ottawa, Canada, June 1991.
- [Bäu01] Bäuml, M. F. und Wittmann, F. H.: „Improved durability of self-compacting concrete by addition of fibers“, in: Proceedings of the Second International Symposium on Self-Compacting Concrete, Tokyo/Japan, 2001, 527-536.
- [Bal99] Balázs, G. L. und Kovács, I.: „Concrete Members with Traditional Reinforcement and Fibers“, in: Proceedings of the fib Symposium 1999, Vol. 1, Prague, 1999, 247-252.
- [Ban94] Banthia, N. und Trottier, J.-F.: „Concrete Reinforced with Deformed Steel Fibers, Part 1: Bond-Slip Mechanisms“, *ACI Materials Journal*, Vol. 91, No. 5, September-October 1994, 435-446.
- [Baz83] Bazant, Z. P. und Oh, B.: „Crack Band Theory for the Fracture of Concrete“, *Materials and Structures*, Vol. 16, No. 93, 1983, 155-177.
- [Beh96a] Behloul, M.: „Analyse et modélisation du comportement d'un matériau à matrice cimentaire fibrée à ultra hautes performances“, PhD thesis, E.N.S. Cachan, France, 1996.
- [Beh96b] Behloul, M.: „Les micro-bétons renforcés de fibres“, in: De l'éprouvette aux structures, XIVèmes Journées de l'AUGC, Clermont-Ferrand, Prix Jeunes Chercheurs „René Houpert“, 1996.
- [Bek97] N. V. Bekaert S. A.: „Design Guidelines for Dramix Steel Fibre Reinforced Concrete“, 1997.
- [Ben85] Bentur, A.; Diamond, S. und Mindess, S.: „The Microstructure of the Steel Fibre Cement Interface“, *Journal of Materials Science*, Vol. 20, 1985, 3610-3620.
- [Ber96] Bernier, G. und Behloul, M.: „Effet de l'orientation des fibres sur le comportement mécanique des BPR“ in: 2^e colloque international francophone sur les bétons renforcés de fibres métalliques, Toulouse 4 et 5 juillet 1996, 233-240.

- [Bon96] *Bonneau, O.; Poulin, C.; Dugat, J.; Richard, P. und Aitcin, P.-C.*: „Reactive Powder Concretes – From Theory to Practice“, *Concrete International*, No. 4, 1996, 47-49.
- [Bon85] *Bonzel, J. und Schmidt, M.*: „Verteilung und Orientierung von Stahlfasern im Beton und ihr Einfluß auf die Eigenschaften von Stahlfaserbeton“, in: *Betontechnische Berichte 1984/85*, 73-116.
- [Bor04] *Bornemann, R. und Faber, S.*: „UHPC with steel- and non-corroding high-strength polymer fibres under static and cyclic loading“, in: *Ultra High Performance Concrete (UHPC), Proceedings of the International Symposium on Ultra-High Performance Concrete* (Hrsg.: *Schmidt, M.; Fehling, E. und Geisenhanslüke, C.*), Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau, Heft 3, Universität Kassel, 2004, 673-681.
- [Bra85] *Brandt, A. M.*: „On the Optimal Direction of Short Metal Fibers in Brittle Matrix Composites“, *Journal of Materials Science*, Vol. 20, 1985, 3831-3841.
- [Brü05] *Brühwiler, E.; Denarié, E. und Putallaz, J.-Chr.*: „Instandsetzung einer Betonbrücke mit ultrahochleistungsfähigem Faserfeinkornbeton (UHLFB)“, *Beton- und Stahlbetonbau 100*, Heft 9, 2005, 822-827.
- [Cha04] *Charron, J.-P.; Denarié, E. und Brühwiler, E.*: „Permeability of Ultra-High Performance Fibre Reinforced Concrete under high stresses“, in: *RILEM Symposium, Advances in Concrete Through Science and Engineering*, Evanston, USA, March 2004, CD-ROM.
- [Che95] *Cheyrezy, M.; Maret, V. und Frouin, L.*: „Microstructural analysis of RPC (Reactive Powder Concrete)“, *Cement and Concrete Research*, Vol. 25, No. 7, 1995, 1491-1500.
- [Cor80] *Cordes, H.; Thormählen, U. und Trost, H.*: „Zum Nachweis der Rißbreitenbeschränkung nach DIN 4227“, *Beton- und Stahlbetonbau 75*, Heft 7, 1980.
- [Cox52] *Cox, H. L.*: „The Elasticity and Strength of Paper and other Fibrous Materials“, *British Journal of Applied Physics*, Vol. 3, March 1952, 72-79.
- [DAfStb05a] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb): „Sachstandsbericht Ultrahochfester Beton - Betontechnik und Bemessung -“, Entwurf: Stand 12.03.2005.
- [DAfStb05b] *Müller, C.; Droll, K. und Dehn, F.*: „Abschnitt 3: Ausgangsstoffe“, in: *Sachstandsbericht Ultrahochfester Beton - Betontechnik und Bemessung -*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Entwurf: Stand 12.03.2005.
- [DAfStb05c] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb): DAfStb-Richtlinie „Stahlfaserbeton, Ergänzung zu DIN 1045, Teile 1 bis 4 (07/2001)“, 22. Entwurf: Stand November 2005.
- [DBV91] Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein E. V. (DBV): Merkblatt „Grundlagen zur Bemessung von Industriefußböden aus Stahlfaserbeton“, 1991.
- [DBV92] Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein E. V. (DBV): Merkblatt „Bemessungsgrundlagen für Stahlfaserbeton im Tunnelbau“, September 1992.
- [DBV01] Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein E. V. (DBV): Merkblatt „Stahlfaserbeton“, Oktober 2001.

- [Die99] *Diederichs, U.*: „Hochtemperatur- und Brandverhalten von hochfestem Stahlfaserbeton“, in: Betonbau – Forschung, Entwicklung und Anwendung (Hrsg.: *Teutsch, M.*), Schriftenreihe des Instituts für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, Heft 142, TU Braunschweig, 1999, 67-76.
- [DIN84] DIN 488 Teil 1 „Betonstahl; Sorten, Eigenschaften, Kennzeichen“, DIN Deutsches Institut für Normung e. V., Berlin, September 1984.
- [DIN86] DIN 488 Teil 2 „Betonstahl; Betonstabstahl, Maße und Gewichte“, DIN Deutsches Institut für Normung e. V., Berlin, Juni 1986.
- [DIN01] DIN 1045-1: „Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton; Teil 1: Bemessung und Konstruktion“, Normenausschuss Bauwesen (NABau) im DIN Deutsches Institut für Normung e. V., Berlin, Juli 2001.
- [EC2] ENV 1992 1-1 (Eurocode 2): „Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken, Teil 1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau“, Beuth Verlag GmbH, Berlin, Köln, 1993.
- [Esp93] *Espion, B., Devillers, J.-J. und Halleux, P.*: „De l'utilisation de fibres métalliques comme armature complémentaire de poutres en béton armé soumises à flexion“, *Materials and Structures*, Vol. 26, No. 162, 1993, 479-485.
- [EU94] Eureka Project EU264 - Compresit, Final Administrative Report, Poject periode: May 1990 - December 1993, January 1994.
- [Fal69] *Falkner, H.*: „Zur Frage der Rißbildung durch Eigen- und Zängspannungen infolge Temperatur in Stahlbetonbauteilen“, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 208, Ernst & Sohn, Berlin, 1969.
- [Fal06] *Falkner, H. und Teutsch, M.*: „Stahlfaserbeton – Anwendungen und Richtlinie“, in: Beton-Kalender 2006, Teil 1: Turmbauwerke, Industriebauten (Hrsg.: *Bergmeister, K. und Wörner, J.-D.*), Ernst & Sohn, Berlin, 2006, 665-703.
- [Feh05] *Fehling, E., Schmidt, M., Teichmann, Th., Bunje, K., Bornemann, R. und Middendorff, B.*: „Entwicklung, Dauerhaftigkeit und Berechnung Ultra-Hochfester Betone (UHPC)“, Forschungsbericht DFG FE 497/1-1, Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau, Heft 1, Universität Kassel, 2005.
- [Fis92] *Fischer, A.*: „Modelluntersuchungen zur Ermittlung des Rißabstandes dicker Bauteile aus Stahlbeton“, Dissertation, Fachbereich Konstruktiver Ingenieurbau, TH Darmstadt, 1992.
- [Fos01] *Foster, S. J.*: „On Behaviour of High-Strength Concrete Columns: Cover Spalling, Steel Fibres and Ductility“, *ACI Structural Journal*, Vol. 98, No. 4, July-August 2001, 583-589.
- [Gop87] *Gopalaratnam, V. S. und Shah, S. P.*: „Tensile Failure of Steel Fiber Reinforced Mortar“, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 113, No. 5, May 1987, 635-652.
- [Gos00] *Gossila, U.*: „Tragverhalten und Sicherheit betonstahlbewehrter Stahlfaserbetonbauteile“, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 501, Beuth Verlag GmbH, Berlin, Wien, 2000.

- [Gro01] Gross, D. und Seelig, Th.: „Bruchmechanik mit einer Einführung in die Mikromechanik“, 3., neu bearbeitete und erweiterte Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2001.
- [Hab04] Habel, K.: „Structural behaviour of elements combining ultra-high performance fibre reinforced concretes (UHPFRC) and reinforced concrete“, Thèse N° 3036, Faculté Environnement Naturel, Architectural et Construit, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2004.
- [Hab05] Habel, K.; Denarié, E. und Brühwiler, E.: „Bauteile aus ultrahochleistungsfähigem Faserbeton (UHPFRC) und traditionellem Stahlbeton“, *Beton- und Stahlbetonbau* 100, Heft 2, 2005, 124-131.
- [Hab07] Habel, K.; Denarié, E. und Brühwiler, E.: „Experimental Investigation of Composite Ultra-High-Performance Fiber-Reinforced Concrete and Conventional Concrete Members“, *ACI Structural Journal*, Vol. 104, No. 1, January 2007.
- [Her06] Hertz Systemtechnik GmbH/Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig/Materialprüfanstalt für das Bauwesen, TU Braunschweig: Technisches Datenblatt BSM 100, Messgerät zur Bestimmung des Stahlfasergehalts.
- [Hil76] Hillerborg, A.; Modéer, M. und Petersson, P.-E.: „Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements“, *Cement and Concrete Research*, Vol. 6, No. 6, 1976, 773-782.
- [Hol86] Holmberg, Å.: „An Effect from Reinforcement in Concrete Cracks“, Nordic Betong, Stockholm, 1986.
- [Hol89] Holmberg, Å.: „Tensile Strength of Concrete as a Test Result“, Byggningsstatiska Meddelelser, Danish Society for Structural Science and Engineering, Vol. 60, No. 3-4, 1989, 121-134.
- [Hol04] Holschemacher, K.; Weiße, D. und Klotz, S.: „Bond of Reinforcement in Ultra High Strength Concrete“, in: Ultra High Performance Concrete (UHPC), Proceedings of the International Symposium on Ultra-High Performance Concrete (Hrsg.: Schmidt, M.; Fehling, E. und Geisenhanslüke, C.), Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau, Heft 3, Universität Kassel, 2004, 375-388.
- [Hol06] Holschemacher, K.; Klug, Y.; Dehn, F. und Wörner, J.-D.: „Faserbeton“, in: Beton-Kalender 2006, Teil 1: Turmbauwerke, Industriebauten (Hrsg.: Bergmeister, K. und Wörner, J.-D.), Ernst & Sohn, Berlin, 2006, 585-663.
- [Jes04] Jesse, F.: „Tragverhalten von Filamentgarnen in zementgebundener Matrix“, Dissertation, Technische Universität Dresden, 2004.
- [Jun04] Jungwirth, J. und Muttoni, A.: „Structural Behavior of Tension Members in UHPC“, in: Ultra High Performance Concrete (UHPC), Proceedings of the International Symposium on Ultra-High Performance Concrete (Hrsg.: Schmidt, M.; Fehling, E. und Geisenhanslüke, C.), Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau, Heft 3, Universität Kassel, 2004, 533-544.
- [Jun05] Jungwirth, J. und Muttoni, A.: „Versuche zum Tragverhalten von ultra hochfestem Beton - Zusammenfassung“, Institut de structures – Construction en béton, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, August 2005.

- [Jun06] Jungwirth, J.: „Zum Zugtragverhalten von zugbeanspruchten Bauteilen aus Ultra-Hochleistungs-Faserbeton“, Thèse N° 3429, Faculté Environnement Naturel, Architectural et Construit, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2006.
- [Kap04] Kaptijn, N. und Blom, J.: „A new bridge deck for the Kaag bridges“, in: Ultra High Performance Concrete (UHPC), Proceedings of the International Symposium on Ultra-High Performance Concrete (Hrsg.: Schmidt, M.; Fehling, E. und Geisenhanslüke, C.), Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau, Heft 3, Universität Kassel, 2004, 49-57.
- [Kar72] Kar, J. und Pal, A.: „Strength of Fibre Reinforced Concrete“, in: Proceedings ASCE, 1972, 1053 ff.
- [Kaw92] Kawamura, M. und Igarashi, S.: „Fracture Toughness for Steel Fibre Cement Paste Interfacial Zone“, *Journal of Materials in Civil Engineering*, Vol. 4, No. 3, August 1992, 227-239.
- [Kön88a] König, G. und Fehling, E.: „Zur Rißbreitenbeschränkung im Stahlbetonbau“, *Beton- und Stahlbetonbau* 83, Heft 6, 1988, 161-167, Forts. Heft 7, 199-204.
- [Kön88b] König, G. und Fehling, E.: „Grundlagen zur Rißbreitenbeschränkung im Spannbetonbau“, *Beton- und Stahlbetonbau* 83, Heft 12, 1988, 317-323.
- [Kön96] König, G. und Tue, N. V.: „Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rißbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton sowie Kommentare, Hintergrundinformationen und Anwendungsbeispiele zu den Regelungen nach DIN 1045, EC 2 und Model Code 90“, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 466, Beuth Verlag GmbH, Berlin, Wien, 1996.
- [Kön01] König, G.; Tue, N. V. und Zink, M.: „Hochleistungsbeton – Bemessung, Herstellung und Anwendung“, Ernst & Sohn, Berlin, 2001.
- [Kre64] Krenchel, H.: „Fibre Reinforcement“, Laboratory of Structural Research, Technical University of Denmark, Akademisk Forlag, Kopenhagen, 1964.
- [Kri84] Krips, M.: „Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton“, Dissertation, Fachbereich Konstruktiver Ingenieurbau, TH Darmstadt, 1984.
- [Krü03] Krüger, W.; Reinhardt, H.-W. und Yong, X.: „Sulphoaluminate cement matrices used for textile and glass fibre reinforced concrete elements“, in: RILEM Proceedings Pro 30, RILEM Fourth International Workshop on High Performance Fiber Reinforced Cement Composites (HPFRCC4), RILEM Publications S. A. R. L., 2003, 349-360.
- [Kul98] Kullaa, J.: „Constitutive modelling of fibre-reinforced brittle materials“, Dissertation, Helsinki University of Technology, VTT Building Technology, Technical Research Centre of Finland, Espoo, 1998.
- [Leo76] Leonhardt, F.: „Rissebeschränkung“, *Beton- und Stahlbetonbau* 71, Heft 1, 1976.
- [Leo84] Leonhardt, F., Mönnig, E.: „Vorlesungen über Massivbau, Teil 1: Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau“, 3., völlig neubearbeitete und erweiterte Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1984.
- [Leu92] Leung, C. K. Y. und Li, V. C.: „Effect of Fiber Inclination on Crack Bridging Stress in Fiber Reinforced Brittle Matrix Composites“, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 40, No. 6, 1992, 1333-1362.

- [Leu04] *Leutbecher, T. und Fehling, E.*: „Structural Behaviour of UHPC under Tensile Stress and Biaxial Loading“, in: *Ultra High Performance Concrete (UHPC), Proceedings of the International Symposium on Ultra-High Performance Concrete* (Hrsg.: *Schmidt, M.; Fehling, E. und Geisenhanslüke, C.*), Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau, Heft 3, Universität Kassel, 2004, 435-446.
- [Li90] *Li, V. C.; Wang, Y. und Backer, S.*: „Effect of Inclining Angle, Bundling and Surface Treatment on Synthetic Fiber Pull-out from a Cement Matrix“, *Composites*, Vol. 21, No. 2, March 1990, 132-140.
- [Li92] *Li, V. C. und Leung, Ch. K. Y.*: „Steady-State and Multiple Cracking of Short Random Fiber Composites“, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 188, No. 11, November 1992, 2246-2264.
- [Li94] *Li, V. C. und Chan, Y.-W.*: „Determination of Interfacial Debond Mode for Fiber-Reinforced Cementitious Composites“, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 120, No. 4, April 1994, 707-719.
- [Lin96] *Lin, Y.-Z.*: „Tragverhalten von Stahlfaserbeton“, Dissertation, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Universität Karlsruhe (TH), 1996.
- [Löf05] *Löfgren, I.*: „Fibre-reinforced concrete for industrial construction – a fracture mechanics approach to material testing and structural analysis“, Dissertation, Chalmers University of Technology, Sweden, 2005.
- [Lou96] *Loukili, A.*: „Etude du retrait et du fluage de bétons à ultra-hautes performances“, Thèse de l'Ecole Central de Nantes, novembre 1996.
- [Ma03a] *Ma, J. und Schneider, H.*: „Creep of ultra-high performance concrete under compressive stresses“, Leipzig Annual Civil Engineering Report, No. 8, 2003.
- [Ma03b] *Ma, J.; Schneider, H. und Wu, Z.*: „Bruchmechanische Kenngrößen von UHFB“, in: *Innovationen im Bauwesen: Ultrahochfester Beton* (Hrsg.: *König, G.; Holschemacher, K. und Dehn, F.*), Bauwerk Verlag, Berlin, 2003, 121-130.
- [Maa77] *Maage, M.*: „Interaction Between Steel Fibers and Cement Based Matrixes“, *Materials and Structures*, Vol. 10, 1977, 297-310.
- [Mar73] *Martin, H.*: „Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbelastung“, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 228, Ernst & Sohn, Berlin, 1973.
- [Mar80] *Martin, H.; Schießl, P. und Schwarzkopf, M.*: „Berechnungsverfahren für Rißbreiten aus Lastbeanspruchungen“, *Forschung, Straßenbau und Straßenverkehrstechnik*, Heft 309, 1980.
- [Mar98] *Marti, P.; Alvarez, M.; Kaufmann, W. und Sigrist, V.*: „Tension Chord Model for Structural Concrete“, *Structural Engineering International*, Vol. 8, No. 4, 1998, 287-298.
- [Mar06] *Markovic, I.*: „High-Performance Hybrid-Fibre Concrete – Development and Utilisation“, Dissertation, TU Delft, 2006.
- [MC90] CEB-FIP Model Code 1990: Design Code, Comité Euro-International du Béton, Thomas Telford Services Ltd, London, 1993.

- [Meh02] Mehlhorn, G.; Fehling, E.; Jahn, Th. und Kleinhenz, A.: „Bemessung von Betonbauten im Hoch- und Industriebau“, Bauingenieur-Praxis, Ernst & Sohn, Berlin, 2002.
- [Mey03] Meyer, C. und Vilkner, G.: „Glass concrete thin sheets prestressed with aramid fibre mesh“, in: RILEM Proceedings Pro 30, RILEM Fourth International Workshop on High Performance Fiber Reinforced Cement Composites (HPFRCC4), RILEM Publications S.A.R.L., 2003, 325-336.
- [Mor74] Morton, J. und Groves, G. W.: „The Cracking of Composites Consisting of Discontinuous Ductile Fibers in a Brittle Matrix – Effect of Fiber Orientation“, *Journal of Materials Science*, Vol. 9, No. 9, September 1974, 1436-1445.
- [Naa74] Naaman, A. E.; Moavenzadeh, F. und McGarry, F. J.: „Probabilistic Analysis of Fiber Reinforced Concrete“, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 100, No. EM2, April 1974, 397-413.
- [Naa76] Naaman, A. E. und Shah, S. P.: „Pull-out Mechanism in Steel Fiber Reinforced Concrete“, *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 102, No. ST8, August 1976, 1537-1548.
- [Naa87] Naaman, A. E.: „High Performance Fiber Reinforced Cement Composites“, in: Concrete Structures for the Future, IABSE Symposium, Paris-Versailles, 1987, 371-376.
- [Naa91a] Naaman, A. E.; Namur, G. G.; Alwan, J. M. und Najm, H. S.: „Fiber Pullout and Bond Slip. I: Analytical Study“, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 117, No. 9 September 1991, 2769-2790.
- [Naa91b] Naaman, A. E.; Namur, G. G.; Alwan, J. M. und Najm, H. S.: „Fiber Pullout and Bond Slip. II: Experimental Validation“, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 117, No. 9, September 1991, 2791-2800.
- [Nam89] Nammur Jr., G. und Naaman, A. E.: „Bond Stress Model for Fiber Reinforced Concrete Based on Bond Stress-Slip Relationship“, *ACI Materials Journal*, Vol. 86, No. 1, January-February 1989, 45-57.
- [Nem02] Nemegeer, D.: „Brite Euram Program on Steel Fibre Concrete“, in: Innovation im Bauwesen: Faserbeton (Hrsg.: König, G.; Holschemacher, K. und Dehn, F.), Bauwerk Verlag, Berlin, 2002, 41-62.
- [Noa78] Noakowski, P.: „Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangbeanspruchung infolge Temperatur“, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 296, Ernst & Sohn, Berlin, 1978.
- [Off04] Offermann, P.; Engler, Th.; Gries, Th. und Roye, A.: „Technische Textilien zur Bewehrung von Betonbauteilen“, *Beton- und Stahlbetonbau* 99, Heft 6, 2004, 437-443.
- [Par71] Parimi, S. und Rao, S.: „Effectiveness of Random Fibres in Fibre Reinforced Concrete“, in: Proceedings at the International Conference of Mechanical Behaviour of Materials, Vol. 5, Kyoto, 1971, 176 ff.
- [Pet81] Petersson, P.-E.: „Crack growth and development of fracture zones in plain concrete and similar materials“, Division of Building Materials, Lund Institute of Technology, Report TVBM-1006, Sweden, 1981.

- [Pfy01] Pfyl, Th. und Marti, P.: „Versuche an stahlfaserverstärkten Stahlbetonelementen“, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Juli 2001.
- [Pfy03] Pfyl, Th.: „Tragverhalten von Stahlfaserbeton“, Dissertation ETH Nr. 15005, ETH Zürich, 2003.
- [Pin78] Pinchin, D. J. und Tabor, D.: „Interfacial Phenomena in Steel Fibre Reinforced Cement – II: Pull-out Behaviour of Steel Wires“, *Cement and Concrete Research*, Vol. 8, No. 2, 1978, 139-150.
- [Ras97] Rasmussen, T. V.: „Time Dependent Interfacial Parameters in Cementitious Composite Materials“, Department of Structural Engineering and Materials, Technical University of Denmark, Series R, No. 33, 1997.
- [Reh61] Rehm, G.: „Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton“, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 138, Ernst & Sohn, Berlin, 1961.
- [Reh68] Rehm, G. und Martin, H.: „Zur Frage der Rißbegrenzung im Stahlbetonbau“, *Beton- und Stahlbetonbau* 63, Heft 8, 1968.
- [Reh69] Rehm, G.: „Kriterien zur Beurteilung von Bewehrungsstäben mit hochwertigem Verbund“, in: Stahlbetonbau (Festschrift Rüschi), Ernst & Sohn, Berlin, 1969, 79-86.
- [Reh77] Rehm, G.; Diem, P. und Zimbelmann, R.: „Technische Möglichkeiten zur Erhöhung der Zugfestigkeit von Beton“, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 283, Ernst & Sohn, Berlin, 1977.
- [Reh79] Rehm, G., Mallee, R.: „Untersuchung zur Frage der Größe der bei der Rißbildung mitwirkenden Betonzugfläche“, Abschlussbericht, Lehrstuhl für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 1979.
- [Rei86] Reinhardt, H.-W.; Cornelissen, H. A. W. und Hordijk, D. A.: „Tensile tests and failure analysis of concrete“, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 112, 1986, 2462-2477.
- [Rei04] Reineck, K.-H. und Greiner, S.: „Tests on ultra-high performance fibre reinforced concrete designing hot-water tanks and UHPFRC-shells“, in: Ultra High Performance Concrete (UHPC), Proceedings of the International Symposium on Ultra-High Performance Concrete (Hrsg.: Schmidt, M.; Fehling, E. und Geisenhanslüke, C.), Schriftenreihe Baustoffe und Massivbau, Heft 3, Universität Kassel, 2004, 361-374.
- [Rei05] Reinhardt, H.-W.: „Beton“, in: Beton-Kalender 2005, Teil 2: Fertigteile, Tunnelbauwerke (Hrsg.: Bergmeister, K. und Wörner, J.-D.), Ernst & Sohn, Berlin, 2005, 1-141.
- [Ric95] Richard, P. und Cheyrezy, M.: „Composition of Reactive Powder Concretes“, *Cement and Concrete Research*, Vol. 25, No. 7, 1995, 1501-1511.
- [RILEM70] RILEM: „Technical Recommendations for the Testing and Use of Construction Materials: RC 6, Bond Test for Reinforcement Steel, 2. Pull-out Test“, 1970.
- [RILEM01] RILEM TC 162-TDF: „Uniaxial tension test for steel fibre reinforced concrete“, Recommendations, *Material and Structures*, Vol. 34, January/February 2001.
- [RILEM02] RILEM TC 162-TDF: „Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: Bending test“, Final Recommendation, *Material and Structures*, Vol. 35, November 2002, 579-582.

- [RILEM03] RILEM TC 162-TDF: „Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: σ - ϵ -design method“, Final Recommendation, *Material and Structures*, Vol. 36, October 2003, 560-567.
- [Sch83] *Schönlin, K.*: „Ein Verfahren zur Ermittlung der Orientierung und Menge der Fasern im faserbewehrten Beton“, Dissertation, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, 1983.
- [Sch88] *Schönlin, K.*: „Ermittlung der Orientierung, Menge und Verteilung der Fasern in faserbewehrtem Beton“, *Beton- und Stahlbetonbau* 83, 1988, 168–171.
- [Sch03] *Schneider, U. und Horvath, J.*: „Temperaturverhalten von UHFB“, in: Innovationen im Bauwesen: Ultrahochfester Beton (Hrsg.: *König, G.; Holschemacher, K. und Dehn, F.*), Bauwerk Verlag, Berlin, 2003, 107-120.
- [Sch06] *Schumacher, P.*: „Rotation Capacity of Self-Compacting Steel Fiber Reinforced Concrete“, Dissertation, TU Delft, 2006.
- [Sei01] *Seibel, P.*: „Experimentelle und numerische Untersuchungen zur Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen“, Dissertation, Fachbereich Bauingenieurwesen, Universität Gesamthochschule Kassel, 2001.
- [Shi06] *Shionaga, R.*: „Structural behavior of high performance fiber reinforced concrete in tension and bending“, 6th International PhD Symposium in Civil Engineering, Zürich, August 2006.
- [SIA98] Schweizerische Ingenieur- und Architektenverein (Sia): Richtlinie 162/6 „Stahlfaserbeton“, 1998.
- [SIA99] Schweizerische Ingenieur- und Architektenverein (Sia): Empfehlung SIA 162/6 „Stahlfaserbeton“, Zürich, 1999.
- [Slo92] *Slowik, V.*: „Beiträge zur experimentellen Bestimmung bruchmechanischer Materialparameter von Betonen“, Postdoktorandenbericht, Institut für Baustoffe, ETH Zürich, November 1992.
- [Slo02] *Slowik, V.*: „Bruchmechanische Charakterisierung von Stahlfaserbeton“, in: Innovation im Bauwesen: Faserbeton (Hrsg.: *König, G.; Holschemacher, K. und Dehn, F.*), Bauwerk Verlag, Berlin, 2002, 107-120.
- [Tho04] *Thoma, K. H.*: „Stochastische Betrachtung von Modellen für vorgespannte Zug Elemente“, Dissertation ETH Nr. 15660, ETH Zürich, 2004
- [Tho05] *Thomé, B.*: „Physikalisch nichtlineare Berechnung von Stahlfaserbetonkonstruktionen“, Dissertation, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Technische Universität München, 2005.
- [Tji93a] *Tjiptobroto, P. und Hansen, W.*: „Tensile Strain Hardening and Multiple Cracking in High-Performance Cement-Based Composites Containing Discontinuous Fibers“, *ACI Materials Journal*, Vol 90, No. 1, January-February 1993, 16-25.
- [Tji93b] *Tjiptobroto, P. und Hansen, W.*: „Model for Predicting the Elastic Strain of Fiber Reinforced Composites Containing High Volume Fractions of Discontinuous Fibers“, *ACI Materials Journal*, Vol. 90, No. 2, March-April 1993, 134-142.

- [Tue94] Tue, N. V. und König, G.: „Calculating the Mean Bond and Steel Stress in Reinforced and Prestressed Concrete Members“, Darmstadt Concrete, Vol. 6, 1992.
- [Van00] Vandewalle, L. et al.: „Recommendation of RILEM TC 162-TDF: Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: σ - ε -design method“, *Material and Structures*, Vol. 33, No. 226, 2000, 75-81.
- [Voo03] Voo, J. Y. L. und Foster, S. J.: „Variable Engagement Model for Fibre Reinforced Concrete in Tension“, Uniciv Report No. R-420, The University of New South Wales, Sydney 2052, Australia, June 2003.
- [Wal06] Walraven, J. C.: „Ultra High Performance Concrete: from fundamentals to praxis“ in: ibausil 2006, Internationale Baustofftagung, Vol. 2, Weimar, 2006, 1457-1468.
- [Wan89] Wang, Y.: „Mechanics of Fiber Reinforced Cementitious Composites“, PhD Thesis, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, USA, 1989.
- [Wan90a] Wang, Y., Li, C. V. und Backer, S.: „Tensile Properties of Synthetic Fiber Reinforced Mortar“, *Cement and Concrete Composites*, Vol. 12, 1990, 29-40.
- [Wan90b] Wang, Y., Li, C. V. und Backer, S.: „Experimental Determination of Tensile Behavior of Fiber Reinforced Concrete“, *ACI Materials Journals*, Vol. 87, No. 5, September-October 1990, 461-468.
- [Wei39] Weibull, W.: „A Statistical Theory of the Strength of Materials“, The Royal Swedish Institute for Engineering Research, No. 151, Stockholm, 1939.
- [Wei03] Weiße, D.: „Verbundverhalten der Bewehrung in UHFB“. in: Innovationen im Bauwesen: Ultrahochfester Beton (Hrsg.: König, G.; Holschemacher, K. und Dehn, F.), Bauwerk Verlag, Berlin, 2003, 199-214.
- [Wie98] Wiens, U.; Schröder, P.; Meng, B. und Schießl, P.: „Mikrorissbildung in Hochleistungsbeton – Vom Modell zu den Auswirkungen auf Betoneigenschaften“, in: DAfStb-Forschungskolloquium 36, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), RWTH Aachen, 1998, 234-247.
- [Win98] Winterberg, R.: „Untersuchung zum Reißverhalten von Stahlfaserbeton und stahlfaserverstärktem Stahlbeton“, Dissertation, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr-Universität Bochum, 1998.
- [Wol05] Wolf, G. und Kavelin, A.: „Entwurf und parametrisierte Berechnung von Fußgängerbrücken aus mit korrosionsbeständigen Fasern verstärktem Ultra-Hochfestem Beton (UHPC)“, Diplomarbeit, Fachgebiet Massivbau, Fachbereich Bauingenieurwesen, Universität Kassel, 2005.
- [Xu98] Xu, S. und Reinhardt, H.-W.: „Analytical solution of the fictitious crack and evaluation of the crack extension resistance for a Griffith crack“, in: Proceedings of Fracture Mechanics of Concrete Structures, FRAMCOS-3, (Hrsg.: Mihashi, H. und Rokago, K.), Aedificatio Publishers Freiburg, 1998, 409-420.
- [Z-12.2-75] Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung Z-12.2-75: Sigma-Stahl GmbH, Vergüteter Spannstahldraht St 1470/1620 – rund, gerippt – Nenndurchmesser: 7,0-7,2-7,5-8,0-9,5-10,0-10,2-10,5-12,0 mm, Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin, 25. Januar 2002.