



Formelsammlung GET1

Dr. Oliver Haas

9. Februar 2015

Inhaltsverzeichnis

1	Formelzeichen und Einheiten	3
2	Zehnerpotenzen und Vorsatzzeichen	3
3	Ladung, Stromstärke	3
3.1	Driftgeschwindigkeit	3
3.2	Ladung, Stromstärke	4
4	Widerstand, Ohmsches Gesetz	4
4.1	Widerstand eines homogenen Körpers	4
4.2	Ohmsches Gesetz	4
4.3	Temperaturabhängigkeit	4
5	Kirchhoffsche Gesetze	5
5.1	Knotengleichung	5
5.2	Umlaufgleichung	5
6	Reihenschaltung von Widerständen	5
7	Parallelschaltung von Widerständen (Leitwerten)	6
7.1	Stromteiler	6
7.2	Zwei parallel geschaltete Widerstände	7
8	Dreieck- und Sterntransformationen	7
8.1	Dreieck–Stern–Transformation	7
8.2	Stern–Dreieck–Transformation	7
9	Ersatzquellen	7
10	Leistung, Arbeit, Wirkungsgrad	8
10.1	Leistung	8
10.2	Anpassung der Last	8
10.3	Arbeit, Energie	8
10.4	Wirkungsgrad	8



Formelsammlung Grundlagen der Elektrotechnik I
--

11 Elektrostatistisches Feld, Kondensator	9
11.1 Abstandsvektor	9
11.2 Permittivität	9
11.3 Coulombsches Gesetz: Kraft zwischen zwei Punktladungen	9
11.4 Elektrische Feldstärke, Kraft	9
11.5 Elektrische Flussdichte	10
11.6 Gaußscher Satz	10
11.7 Potenzialfunktion	10
11.8 Kapazität, Kondensator	10
11.9 Reihenschaltung von Kondensatoren	11
11.10 Parallelschaltung von Kondensatoren	11
11.11 Kondensatoren als Spannungsteiler	11
11.12 Energie im elektrischen Feld	11
12 Stationäres Strömungsfeld	12
12.1 Stromdichte, Stromstärke	12
12.2 Materialgleichung, elektrische Feldstärke	12
12.3 Widerstandsberechnung	12
A Linien- und Flächenelemente	13
A.1 Linienelemente	13
A.2 Flächenelemente	13
B Kochrezepte Umlauf- und Knotenanalyse	14
C Ersatzquellen	15
D Kondensatoren	16



1 Formelzeichen und Einheiten

Größe	Formelzeichen	Einheitenname	Einheitenkürzel
Basis-Größen des SI-Systems			
Länge	l	Meter	m
Masse	m	Kilogramm	kg
Zeit	t	Sekunde	s
Stromstärke	I, i	Ampere	A
Temperatur	T	Kelvin	K
Abgeleitete Größen			
Kraft	F	Newton	N bzw. VAs m ⁻¹
Leistung	P	Watt	W bzw. VA
Arbeit, Energie	W	Joule	J bzw. Ws
el. Ladung	Q	Coulomb	C bzw. As
el. Spannung	U, u	Volt	V
el. Widerstand	R	Ohm	Ω bzw. V A ⁻¹
el. Leitwert	G	Siemens	S bzw. A V ⁻¹
Kapazität	C	Farad	F bzw. As V ⁻¹
Magn. Fluss	Φ	Weber	Wb bzw. Vs
Magn. Flussdichte	B	Tesla	T bzw. Vs m ⁻²
Induktivität	L	Henry	H bzw. Vs A ⁻¹

2 Zehnerpotenzen und Vorsatzzeichen

Zehnerpotenz	Name	Vorsatzzeichen
10 ²⁴	Yotta	Y
10 ²¹	Zetta	Z
10 ¹⁸	Exa	E
10 ¹⁵	Peta	P
10 ¹²	Tera	T
10 ⁹	Giga	G
10 ⁶	Mega	M
10 ³	Kilo	k
10 ²	Hekto	h
10 ¹	Deka	da

Zehnerpotenz	Name	Vorsatzzeichen
10 ⁻¹	Dezi	d
10 ⁻²	Centi	c
10 ⁻³	Milli	m
10 ⁻⁶	Mikro	μ
10 ⁻⁹	Nano	n
10 ⁻¹²	Piko	p
10 ⁻¹⁵	Femto	f
10 ⁻¹⁸	Atto	a
10 ⁻²¹	Zepto	z
10 ⁻²⁴	Yocto	y

3 Ladung, Stromstärke

3.1 Driftgeschwindigkeit

$$v_m = \frac{I}{N \cdot A \cdot e}, \quad N = \frac{n}{V} \quad (1)$$

I : Stromstärke, N : Ladungsträgerdichte, e : Elementarladung, A : Fläche des Leiters, V : Volumen, n : Anzahl der Ladungsträger.



3.2 Ladung, Stromstärke

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad \text{oder} \quad \frac{\Delta Q}{\Delta t}, \quad Q = e \cdot n, \quad e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As} \quad (2)$$

$$Q(t) = \int_{\tau=0}^t i(\tau) d\tau. \quad (3)$$

Falls I konstant gilt vereinfacht

$$Q(t) = I \cdot t. \quad (4)$$

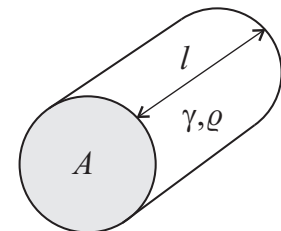
e : Elementarladung, I : Stromstärke, n : Anzahl der Ladungsträger,
 τ : Integrationsvariable der Zeit, t : Betrachtungszeitraum,
 $Q(t)$: geflossene Ladung bis zum Zeitpunkt t , $i(t)$: zeitabhängige Stromstärke.

4 Widerstand, Ohmsches Gesetz

4.1 Widerstand eines homogenen Körpers

$$R = \frac{\varrho \cdot l}{A} \quad \varrho = \frac{1}{\gamma} \quad R = \frac{l}{\gamma \cdot A} \quad (5)$$

R : Widerstand, l : Leiterlänge, A : Leiterquerschnitt,
 ϱ : spezifischer Widerstand, γ : spezifischer Leitwert.



Bsp. homogener Körper

4.2 Ohmsches Gesetz

$$R = \frac{U}{I} \quad G = \frac{I}{U} \quad R = \frac{1}{G} \quad (6)$$

R : Widerstand, U : Spannung, I : Stromstärke, G : Leitwert.

4.3 Temperaturabhängigkeit

$$R(T_1) = R(T_0) \left(1 + \alpha \Delta T + \beta (\Delta T)^2 + \dots \right), \quad \Delta T = T_1 - T_0, \quad (7)$$

T_1 : aktuelle Temperatur in K, T_0 : Bezugstemperatur in K, α : linearer Temperaturkoeffizient bei T_0 in K^{-1} , β : quadratischer Temperaturkoeffizient bei T_0 in K^{-2}



5 Kirchhoffsche Gesetze

5.1 Knotengleichung

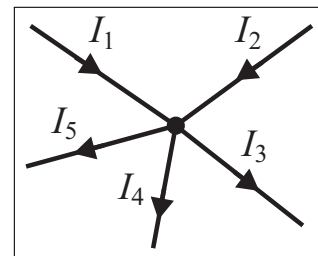
Die Summe aller Ströme in einem einzelnen Knoten ist 0:

$$\sum_k I_k = 0 \quad (8)$$

Zählweise: zufließend: +, abfließend: - .

Beispiel:

$$\begin{aligned} 0 &= I_1 + I_2 - I_3 - I_4 - I_5 \\ I_1 + I_2 &= I_3 + I_4 + I_5 \end{aligned}$$



Knoten mit zu- und abfließenden Strömen

Satz: Ein Netzwerk mit n Knoten liefert $n - 1$ unabhängige Knotengleichungen.

5.2 Umlaufgleichung

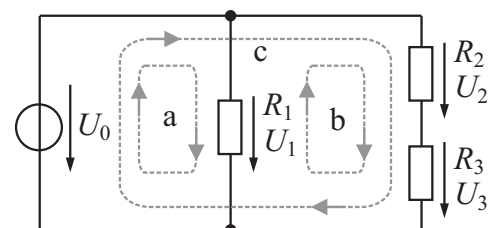
Die Summe aller Spannungen entlang eines geschlossenen Umlaufs ist 0:

$$\sum_k U_k = 0 \quad (9)$$

Zählweise: im Umlaufsinn: +, entgegen: - .

Beispiel:

$$\begin{aligned} \text{a: } 0 &= -U_0 + U_1 \\ \text{b: } 0 &= -U_1 + U_2 + U_3 \\ \text{c: } 0 &= -U_0 + U_2 + U_3 \end{aligned}$$



Netzwerk mit zwei Maschen

Anmerkung: Nur zwei Gleichungen sind linear unabhängig, z. B. kann Umlauf c durch die Umläufe a und b gebildet werden.

Satz: Ein Netzwerk mit n Maschen liefert n unabhängige Umlaufgleichungen.

6 Reihenschaltung von Widerständen

Den resultierenden Widerstand aus einer Reihenschaltung erhält man aus der Addition der Teilwiderstände:

$$\boxed{R_{\text{ges}} = \sum_k R_k}, \quad \frac{1}{G_{\text{ges}}} = \sum_k \frac{1}{G_k}. \quad (10)$$

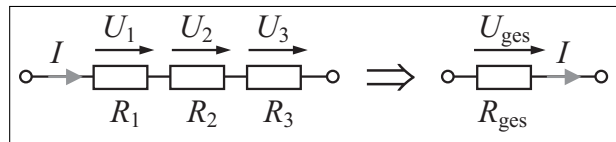


Formelsammlung Grundlagen der Elektrotechnik I

Spannungsteiler

In einer Reihenschaltung gilt:

$$I_1 = I_2 = I_3 = \dots = I_n = I.$$



Bsp.: drei Widerstände in Reihe

Aus den Ohmschen Gesetzen

$$U_1 = I \cdot R_1, U_2 = I \cdot R_2, U_3 = I \cdot R_3,$$

$$U_{ges} = U_1 + U_2 + U_3 = I(R_1 + R_2 + R_3)$$

folgt beispielsweise:

$$\frac{U_1}{U_{ges}} = \frac{I \cdot R_1}{I(R_1 + R_2 + R_3)} = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{I \cdot R_1}{I \cdot R_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

und allgemein für N Widerstände

$$\boxed{\frac{U_n}{U_{ges}} = \frac{R_n}{\sum_k R_k}}, \quad \boxed{\frac{U_n}{U_m} = \frac{R_n}{R_m}}, \quad n, m \in [1 \dots N]. \quad (11)$$

7 Parallelschaltung von Widerständen (Leitwerten)

Den resultierenden Leitwert aus einer Parallelschaltung erhält man aus der Addition der Teilleitwerte:

$$\boxed{G_{ges} = \sum_k G_k}, \quad \frac{1}{R_{ges}} = \sum_k \frac{1}{R_k}. \quad (12)$$

7.1 Stromteiler

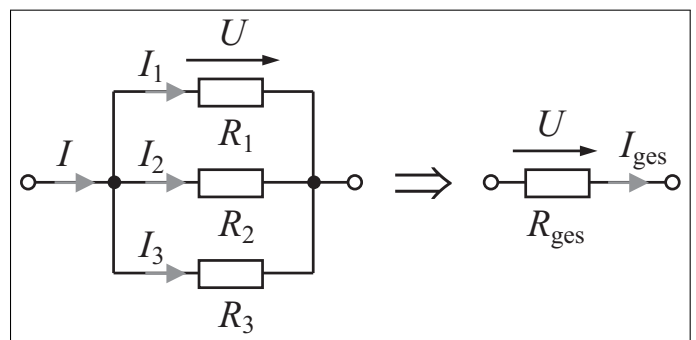
In einer Parallelschaltung gilt:

$$U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U_n = U.$$

Aus den Ohmschen Gesetzen

$$I_1 = G_1 \cdot U, I_2 = G_2 \cdot U, I_3 = G_3 \cdot U,$$

$$I_{ges} = I_1 + I_2 + I_3 = U(G_1 + G_2 + G_3)$$



Bsp.: drei Widerstände parallel

folgt beispielsweise:

$$\frac{I_1}{I_{ges}} = \frac{G_1 \cdot U}{U(G_1 + G_2 + G_3)} = \frac{G_1}{G_1 + G_2 + G_3}, \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{G_1 \cdot U}{G_2 \cdot U} = \frac{G_1}{G_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

und allgemein für N Leitwerte:

$$\boxed{\frac{I_n}{I_{ges}} = \frac{G_n}{\sum_k G_k}}, \quad \boxed{\frac{I_n}{I_m} = \frac{G_n}{G_m}}, \quad n, m \in [1 \dots N]. \quad (13)$$



7.2 Zwei parallel geschaltete Widerstände

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow \boxed{R_{\text{ges}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}, \quad G_{\text{ges}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} = G_1 + G_2 \quad (14)$$

$$\frac{I_1}{I_{\text{ges}}} = \frac{G_1}{G_1 + G_2} = \frac{1}{R_1} \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}. \quad (15)$$

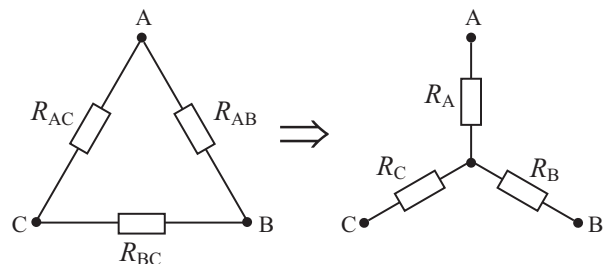
8 Dreieck- und Sterntransformationen

8.1 Dreieck–Stern–Transformation

$$\boxed{\text{Sternwiderstand} = \frac{\text{Produkt der Anliegerwiderstände}}{\text{Umfangswiderstand}}} \quad (16)$$

Beispiel:

$$R_A = \frac{R_{AC} \cdot R_{AB}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}}$$

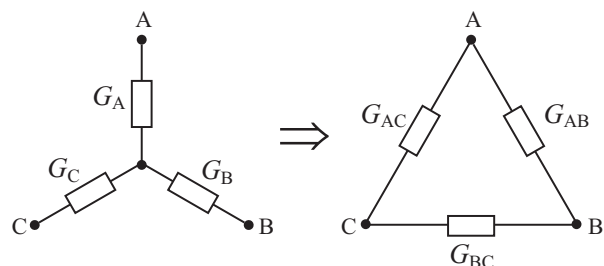


8.2 Stern–Dreieck–Transformation

$$\boxed{\text{Dreiecksleitwert} = \frac{\text{Produkt der Anliegerleitwerte}}{\text{Knotenleitwert}}} \quad (17)$$

Beispiel:

$$G_{AB} = \frac{G_A \cdot G_B}{G_A + G_B + G_C}; \quad G = \frac{1}{R}$$

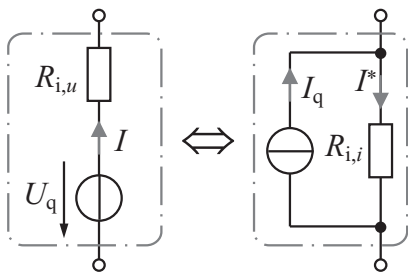


9 Ersatzquellen

Regeln für die Umwandlung von Spannungsquellen in Stromquellen und umgekehrt (Voraussetzung: $0 < R_i < \infty$):



Formelsammlung Grundlagen der Elektrotechnik I



Innenwiderstand

$$R_{i,u} = R_{i,i} = \frac{U_1}{I_k}$$

Leerlaufspannung U_1 :

$$U_q: \boxed{U_1 = U_q} \iff I_q: \boxed{U_1 = I_q \cdot R_{i,i}} \quad (18)$$

Kurzschlussstrom I_k :

$$U_q: \boxed{I_k = \frac{U_q}{R_{i,u}}} \iff I_q: \boxed{I_k = I_q} \quad (19)$$

Allgemeine Umwandlung von Netzen: siehe Seite 15.
Innenwiderstand bestimmen: Spannungsquellen kurzschließen und Stromquellen offen lassen.

10 Leistung, Arbeit, Wirkungsgrad

10.1 Leistung

Im Verbraucher-Zählpeilsystem ist am Verbraucher $P > 0$ und am Erzeuger $P < 0$

$$\boxed{P_{\text{verbr.}} = U \cdot I}, \quad \boxed{P_{\text{erzeug.}} = -U \cdot I}, \quad \boxed{p(t) = u(t) \cdot i(t)}. \quad (20)$$

10.2 Anpassung der Last

$R_i < R_{\text{Last}}$: Spannungsanpassung

$R_i = R_{\text{Last}}$: Leistungsanpassung

$R_i > R_{\text{Last}}$: Stromanpassung

10.3 Arbeit, Energie

$$\boxed{W(t) = \int_0^t p(\tau) d\tau} \quad \text{für } P = \text{konst: } W = P \cdot t \quad (21)$$

τ : Integrationsvariable der Zeit, t : Betrachtungszeitraum, $p(t)$: zeitabhängige Leistung.

10.4 Wirkungsgrad

$$\boxed{\eta_P = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{zu}}}}, \quad \boxed{\eta_W = \frac{W_{\text{ab}}}{W_{\text{zu}}}}, \quad \eta_{\text{ges}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n \quad (22)$$

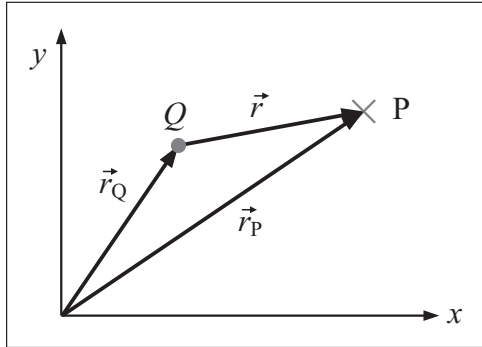
P_{ab} : abgegebene Leistung, P_{zu} : zugeführte Leistung.



11 Elektrostatisches Feld, Kondensator

11.1 Abstandsvektor

Der Abstandsvektor \vec{r} zeigt immer vom Quellpunkt zum Aufpunkt (der Ortsvektor des Quellpunkts \vec{r}_Q wird somit vom Ortsvektor des Aufpunkts \vec{r}_P subtrahiert):



$$\vec{r} = \vec{r}_P - \vec{r}_Q \quad (23)$$

Aufpunkt P: Punkt, an dem die Kraft wirkt oder das Feld berechnet wird,

Quellpunkt Q: Punkt, von dem die Kraft ausgeht oder wo die beobachtete Ladung liegt.

11.2 Permittivität

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r, \quad \varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \quad (24)$$

ε_0 : elektrische Feldkonstante, ε_r : relative Permittivität.

11.3 Coulombsches Gesetz: Kraft zwischen zwei Punktladungen

Für die Kraft, die von einer Punktladung Q auf eine Probeladung q ausgeübt wird, gilt

$$\vec{F}_q = \frac{q Q}{4\pi\varepsilon} \frac{\vec{r}^0}{r^2} = \frac{q Q}{4\pi\varepsilon} \frac{\vec{r}}{r^3}, \quad \vec{r}^0 = \frac{\vec{r}}{r} \quad (25)$$

11.4 Elektrische Feldstärke, Kraft

Kraft auf eine Punktladung q in einem elektrischen Feld:

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad (26)$$

Elektrische Feldstärke der Punktladung:

Elektrische Feldstärke der Linienladung:

$$\vec{E}_Q = \frac{Q}{4\pi\varepsilon} \frac{\vec{r}^0}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon} \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (27)$$

$$\vec{E}_\lambda = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon} \frac{\vec{r}^0}{r}, \quad \lambda = \frac{Q}{l} \quad (28)$$

Q: Ladung der Punktladung

λ : Linienladungsdichte

l: Länge der Linienladung

Überlagerung elektrischer Felder durch vektorielle Addition:

$$\vec{E}_{\text{ges}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n \quad (29)$$



11.5 Elektrische Flussdichte

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \quad \varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \quad (30)$$

$\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$: elektrische Feldkonstante, ε_r : relative Permittivität.

11.6 Gaußscher Satz

$$Q = \oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} \quad (31)$$

Q : Ladung, \vec{D} : Elektrische Flussdichte, $d\vec{A}$: Vektorielles Flächenelement

11.7 Potenzialfunktion

$$U_{AB} = \Phi_A - \Phi_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (32)$$

$$\vec{E} = -\text{grad}\Phi \quad (33)$$

Wirbelfreiheit des elektrostatischen Feldes:

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (34)$$

Potenziale spezieller Anordnungen:

Punktladung:

$$\Phi(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r} + K \quad (35)$$

Linienladung (idealisiert):

$$\Phi(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon} \ln\left(\frac{K}{r}\right) \quad (36)$$

11.8 Kapazität, Kondensator

Der Quotient aus gespeicherter Ladungsmenge Q und der anliegenden Spannung U wird als die Kapazität des Kondensators bezeichnet

$$C = \frac{Q}{U} \quad (37)$$

Für einen Plattenkondensator gilt speziell:

$$C = \varepsilon \frac{A}{d} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \frac{A}{d} \quad (38)$$

A : Plattenfläche, d : Plattenabstand. Allgemeine Berechnung der Kapazität und weitere Bauformen siehe Seite 16.



11.9 Reihenschaltung von Kondensatoren

Für die Gesamtkapazität von N in Reihe geschalteten Plattenkondensatoren gilt

$$\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{C_k}. \quad (39)$$

11.10 Parallelschaltung von Kondensatoren

Für die Gesamtkapazität von N parallel geschalteten Plattenkondensatoren gilt

$$C_{\text{ges}} = \sum_{k=1}^N C_k. \quad (40)$$

11.11 Kondensatoren als Spannungsteiler

In einer Reihenschaltung verhalten sich die Kapazitäten umgekehrt zu den dazugehörigen Spannungen. Bsp. für zwei Kondensatoren:

$$U_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot U = \frac{C_1}{C_2} \cdot U_1 \quad (41)$$

und allgemein für N Kondensatoren

$$\frac{U_n}{U_{\text{ges}}} = \frac{C_{\text{ges}}}{C_n}, \quad \frac{U_n}{U_m} = \frac{C_m}{C_n}, \quad n, m \in [1 \dots N]. \quad (42)$$

11.12 Energie im elektrischen Feld

Für die gespeicherte Energie gilt allgemein

$$W_e = \int_0^{t_e} u(t) i(t) dt = \int_0^{Q_e} u dQ = \int_0^{U_e} u C du \quad (43)$$

und für $C = \text{konst.}$

$$W_e = \frac{1}{2} C U_e^2 = \frac{1}{2C} Q_e^2 = \frac{1}{2} Q_e U_e. \quad (44)$$

Allgemein gilt für die Energiedichte

$$w_e = \int_0^{D_e} \vec{E} \cdot d\vec{D} \quad W_e = \int_V w_e dV \quad (45)$$

und für $\varepsilon = \text{konst.}$

$$w_e = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 = \frac{1}{2\varepsilon} D^2 = \frac{1}{2} E D. \quad (46)$$



12 Stationäres Strömungsfeld

12.1 Stromdichte, Stromstärke

$$\boxed{I = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{A}}, \quad \text{Quellenfreiheit: } \oint_A \vec{J} \cdot d\vec{A} = 0. \quad (47)$$

Falls \vec{J} konstant über \vec{A} und parallel zu $d\vec{A}$:

$$I = J \cdot A \quad \text{und nur dann: } \boxed{J = \frac{I}{A}}. \quad (48)$$

\vec{J} : Vektor der Stromdichte, $d\vec{A}$: Vektorielles Flächenelement der Fläche A ,
 J : Betrag der Stromdichte, I : Stromstärke.

12.2 Materialgleichung, elektrische Feldstärke

$$\boxed{\vec{J} = \gamma \vec{E}} \quad U = \int_L \vec{E} \cdot d\vec{s}. \quad (49)$$

J : Stromdichte, γ : spez. elektrischer Leitwert, E : elektr. Feldstärke.

12.3 Widerstandsberechnung

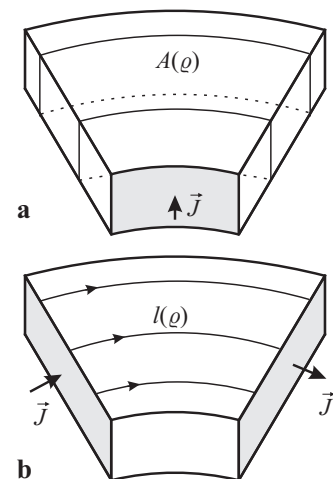
(a) Das elektrische Feld ist inhomogen entlang der Leiterlänge, z. B. ändert sich die Fläche entlang der Leiterlänge, dann gilt

$$dR = \frac{dl}{\gamma(l)A(l)} \Rightarrow R = \int_l \frac{dl}{\gamma(l)A(l)}. \quad (50)$$

(b) Das elektrische Feld ist inhomogen über die Leiterfläche, z. B. ändert sich die Länge über die Leiterfläche, dann gilt

$$dG = \frac{\gamma(A) dA}{l(A)} \Rightarrow G = \int_A \frac{\gamma(A) dA}{l(A)}. \quad (51)$$

l : Leiterlänge, γ : spez. Leitwert, A : Leiterfläche.





A Linien- und Flächenelemente

A.1 Linienelemente

Weg auf Radius r $ds = dr$ (52)

Weg auf Kreisbogen $ds = r d\varphi$ (53)

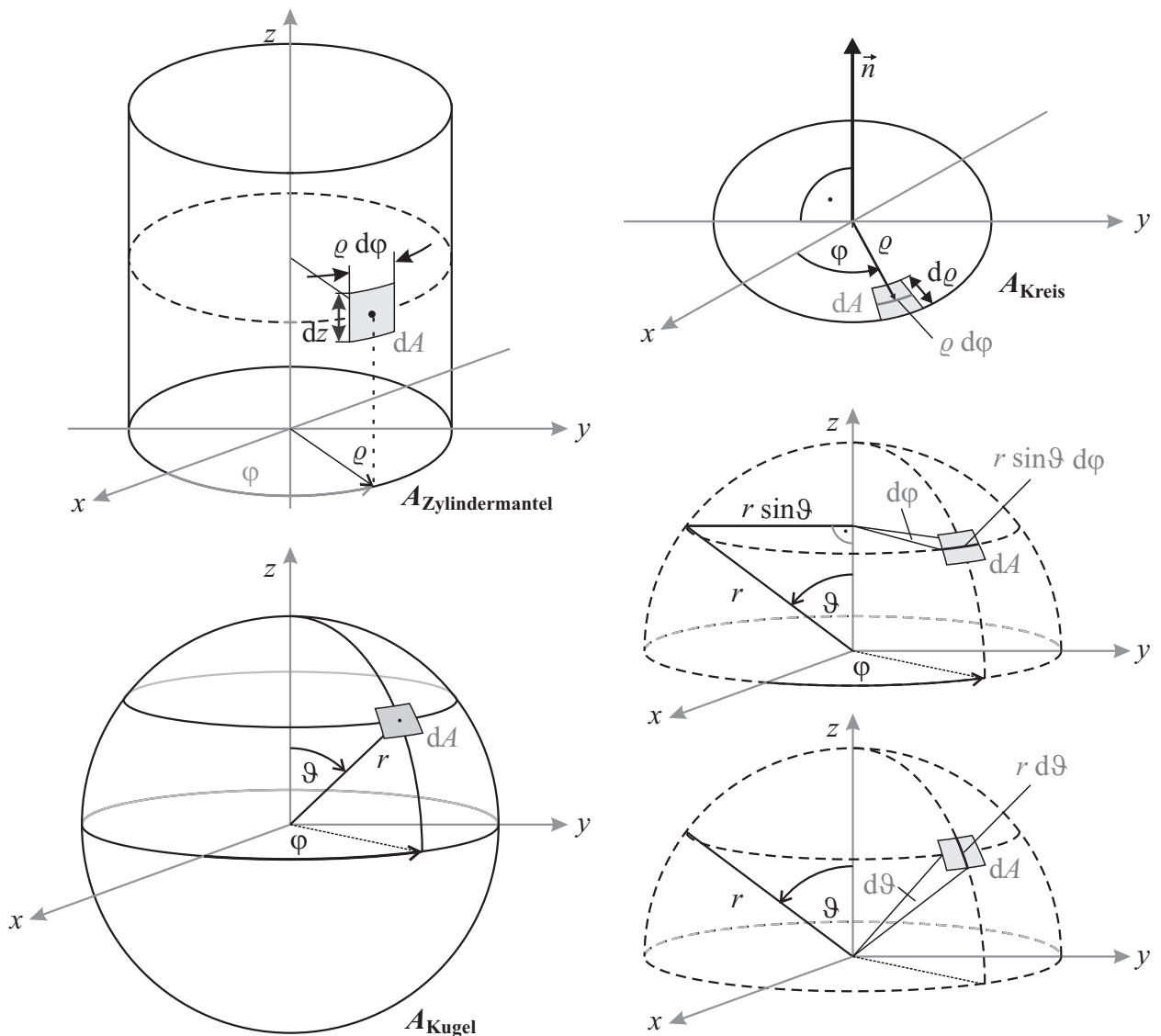
A.2 Flächenelemente

Rechteck (x, y) $dA = dx dy$ (54)

Kreisfläche $dA = \varrho d\varphi d\varrho$ (55)

Zylindermantel $dA = \varrho d\varphi dz$ (56)

Kugeloberfläche $dA = r^2 \sin \vartheta d\varphi d\vartheta$ (57)





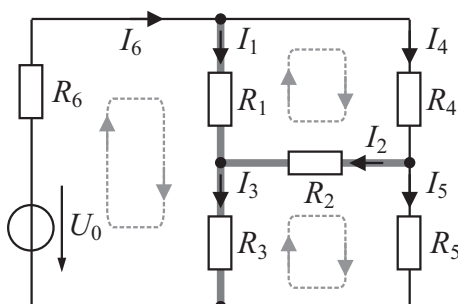
B Kochrezepte Umlauf- und Knotenanalyse

Umlaufanalyse

Gesuchte Ströme in die Verbindungszweige.

- 1 Stromquellen in Spannungsquellen umwandeln, falls nicht möglich: Stromquellen zwingend in die Verbindungszweige legen.
- 2 Definition eines vollständigen Baums: Alle unabhängigen Ströme in die Verbindungszweige legen. Übrige Zweige sind Baumzweige.
- 3 Bestimmung der Umläufe und der zu jedem unabhängigen Strom gehörenden Umlaufwiderstände. Eintrag in das LGS.
- 4 Bestimmung der Kopplungswiderstände, vorzeichenrichtiger Eintrag in das LGS:
positiv, wenn die zugehörigen Umlaufströme gleichgerichtet,
negativ, wenn sie entgegengesetzt sind.
- 5 Eintrag der Spannungsquellen auf der rechten Seite des LGS in den Zeilen der zugehörigen Umläufe:
positiv, wenn die zugehörigen Umlaufströme entgegengerichtet, **negativ**, wenn sie gleichgerichtet sind.

I_4	I_5	I_6		
$(R_1 + R_2 + R_4)$	$-R_2$	$-R_1$		0
$-R_2$	$(R_2 + R_3 + R_5)$	$-R_3$		0
$-R_1$	$-R_3$	$(R_1 + R_3 + R_6)$		U_0

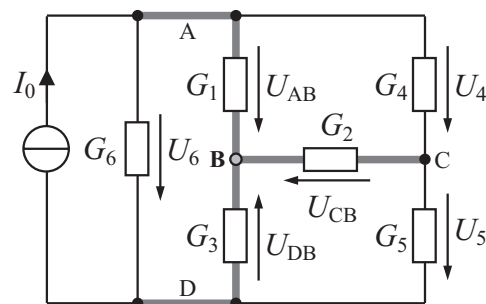


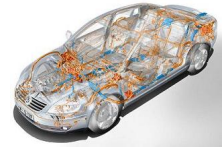
Knotenanalyse

Gesuchte Spannungen in die Baumzweige.

- 1 Spannungsquellen in Stromquellen umwandeln, falls nicht möglich: Spannungsquellen zwingend in die Baumzweige legen.
- 2 Definition eines vollständigen Baumes mit zentralem Knoten: Alle unabhängigen Spannungen in die Baumzweige.
- 3 Definition der Zählpfeile: an den Baumzweigen zeigen die Spannungen alle auf den zentralen Knoten, ansonsten ist die Wahl wie üblich frei.
- 4 Knotenleitwert eintragen: Summe aller Leitwerte, die an einem Knoten liegen. Wird der unabh. Spannung zugeordnet, deren Zweig zu diesem Knoten führt.
- 5 Kopplungsleitwerte bestimmen: Leitwerte der Verbindungszweige. Eintrag mit negativem Vorzeichen in das LGS als Koeffizient zu den Spannungen, deren Baumzweige verbunden werden.
- 6 Eintrag der Stromquellen auf der rechten Seite in die Zeilen des LGS, in welcher auch der zugehörige Knotenleitwert steht. **Positiv**, wenn der Strom in den Knoten hineinfließt, sonst **negativ**.

U_{AB}	U_{CB}	U_{DB}		
$(G_1 + G_4 + G_6)$	$-G_4$	$-G_6$		I_0
$-G_4$	$(G_2 + G_4 + G_5)$	$-G_5$		0
$-G_6$	$-G_5$	$(G_3 + G_5 + G_6)$		$-I_0$

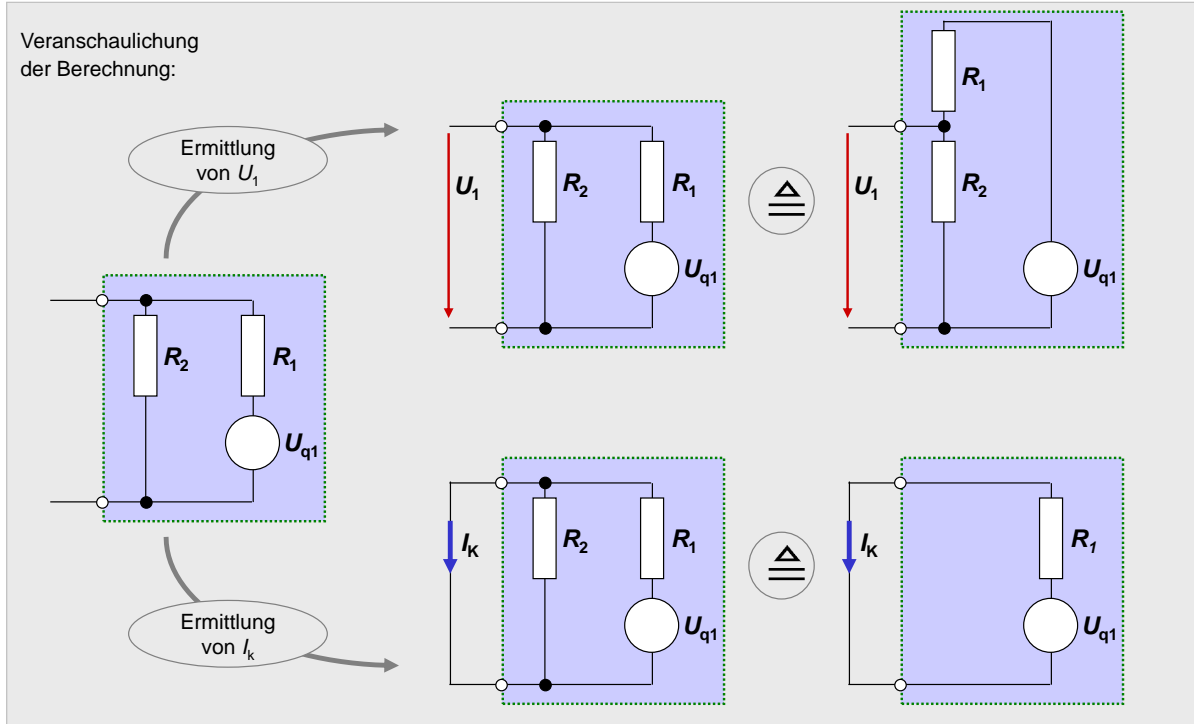




Formelsammlung Grundlagen der Elektrotechnik I

2.4.4 Quellenersatzzweipole

Seite: 38



2 Berechnung von Strömen und Spannungen in elektrischen Netzen

GET I – WS 11 – V6
Prof. Dr. L. Brabetz

2.4.4 Quellenersatzzweipole

Seite: 39

Ersatzstromquelle:
Dieselben Eigenschaften wie die einer Ersatzspannungsquelle lassen sich auch mit einer Ersatzstromquelle darstellen (untere Abbildung):

Diese besteht aus einer

- > **idealen Stromquelle**, d.h. einer Komponente, die einen konstanten Strom I_k abgibt und den Innenwiderstand unendlich hat und
- > einem parallel liegenden Widerstand R_i .

2 Berechnung von Strömen und Spannungen in elektrischen Netzen

GET I – WS 11 – V6
Prof. Dr. L. Brabetz



Formelsammlung Grundlagen der Elektrotechnik I

3.6 Die Kapazität

Seite: 22

**Berechnung der Kapazität
Rekapitulation der Berechnungsschritte:**

0 Vernachlässigung von Randeffekten (wenn notwendig)
Idealisierung (wenn notwendig)

1 Annahmen über den Feldverlauf der elektrischen
Flussdichte:
- Innerhalb der Elektroden $\vec{D}(\vec{r}) = ?$
- Außerhalb der Elektroden

2 Berechnung der elektrischen Flussdichte über Q und
Gaußschen Satz der Elektrostatik:

a) Auswahl geeigneter Integrationsfläche A

b) Berechnung des Integrals

$$\oint_A \vec{D}(\vec{r}) \cdot d\vec{A} = Q \rightarrow \vec{D}(\vec{r})$$

3 Berechnung der elektrischen Feldstärke aus der el.
Flussdichte über Q

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{D}(\vec{r})}{\epsilon}$$

Berechnung der Potenzialdifferenz:

4 a) Wahl des Integrationsweges

$$\vec{s} \rightarrow d\vec{s}, \quad s_1 \leq s \leq s_2$$

5 b) Berechnung des Linienintegrals

$$U_{12} = \int_{s_1}^{s_2} \vec{E}(\vec{s}) \cdot d\vec{s}$$

6 Berechnung der Kapazität:

$$C = \frac{Q}{U_{12}}$$

Anmerkungen:

Bei nicht einfachen Geometrien ist Schritt (1) nicht machbar und die einfachen Flächenintegrale in (2),
welche sich bisher immer als Produkt von Fläche und (konstanter) elektrischer Flussdichte
ausdrücken ließen, werden zu echten Flächenintegralen über dem Skalarprodukt.
Die Permittivität kann auch ein Tensor sein, worauf hier nicht eingegangen wurde.

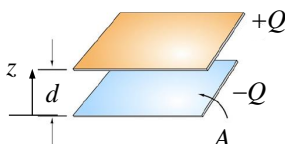
3 Elektrostatische Felder

GET I – WS 14 – V22
Prof. Dr. L. Brabetz

3.6 Die Kapazität

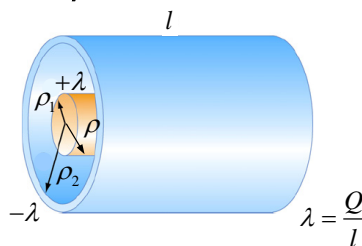
Seite: 23

Plattenkondensator

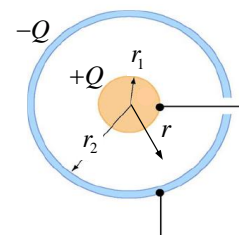


Bilder: R.Marklein, GET 1 06

Zylinderkondensator



Kugelkondensator



$$E_z(z) = \frac{Q}{\epsilon A}$$

$$\Phi(z) = \frac{Q}{\epsilon A} z$$

$$U_d = \frac{Q}{\epsilon A} d$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon A}{d}$$

$$E_\rho(\rho) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\rho}$$

$$\Phi(\rho) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{1}{\rho}\right)$$

$$U_{\rho_1, \rho_2} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)}$$

$$E_r(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$

$$\Phi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon r}$$

$$U_{r_1, r_2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$

$$C = 4\pi\epsilon \frac{r_2 r_1}{r_2 - r_1}$$

3 Elektrostatische Felder

GET I – WS 14 – V22
Prof. Dr. L. Brabetz