Aufgaben zur Ökonometrie I

5. Heteroskedastizität

5.1 Was versteht man unter Heteroskedastizität und wodurch kann dieser Modelldefekt verursacht werden?

5.2 Welche inferenzstatistischen Konsequenzen ergeben sich für die OLS-Parameterschätzer eines multiplen Regressionsmodells im Falle von Heteroskedastizität?

5.3 Erläutern Sie die Grundidee der verallgemeinerten Methode der kleinsten Quadrate (GLS-Methode) zur Beseitigung der Heteroskedastizität!

5.4 Testen Sie die Störterme des Modells der Erdgasnachfrage in Abhängigkeit vom Gaspreis (≙ Energiemodell Ia, Daten s. Aufg. 2.3) mit dem Goldfeld-Quandt-Test auf Heteroskedastizität (α=0,05)!

5.5 Schätzen Sie die Nachfragefunktion nach Erdgas in Abhängigkeit vom Gaspreis (≙ Energiemodell Ia) unter Verwendung der Spezifikation $\sigma_t^2 = \sigma^2 \cdot GASP_t^2$ der Störtermvarianz mit der gewichteten Methode der kleinsten Quadrate (WLS-Methode)!

<u>Hinweis:</u> Berechnen Sie die WLS-Schätzer für β_1 und β_2 unter Verwendung der Formeln für die OLS-Schätzer mit $y_t \rightarrow y_t^*, x_t \rightarrow x_{1t}^*$. Verwenden Sie die transformíerten Variablen sowie $(x_{1t}^*)^2$ und $x_{1t}^* \cdot y_t^*$ mit drei Dezimalstellen!

5.6 Der White-Test hat für das Energiemodell III folgendes Resultat erbracht:

White Heteroskedasticity Test:

Obs*R-squared	5.696925	Probability	0.457982

Test Equation: Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Sample: 1980 1995, Included observations: 16

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-29.74777	58.70411	-0.506741	0.6245
GASPR	-25.04399	28.17182	-0.888973	0.3972
GASPR^2	17.07002	15.58422	1.095340	0.3018
FERNWPR	-21.22605	89.98156	-0.235893	0.8188
FERNWPR^2	8.174083	44.31804	0.184441	0.8578
VEINKR	0.068311	0.062335	1.095866	0.3016
VEINKR^2	-2.23E-05	2.03E-05	-1.097094	0.3011

R-squared	0.356058	Mean dependent var	0.376351
Adjusted R-squared	-0.073237	S.D. dependent var	0.682307
S.E. of regression	0.706851	Akaike info criterion	2.443642
Sum squared resid	4.496743	Schwarz criterion	2.781649
Log likelihood	-12.54913	F-statistic	0.829402
Durbin-Watson stat	2.894434	Prob(F-statistic)	0.575525

a) Erläutern Sie die Grundidee des White-Tests mit Bezug auf die durchgeführte Hilfsregression!

b) Geben Sie die Testentscheidung des hier wiedergegebenen White-Testes unter Verwendung des kritischen Wertes und des p-Wertes an (α=0,10)! Interpretieren Sie das Ergebnis!

c) Geben Sie die Hilfsregression des vollständigen White-Testes für das Energiemodell III an und interpretieren Sie den hierzu gehörenden verkürzten Output:

White Heteroskedasticity Test:

Obs*R-squared	8.073769	Probability	0.526730

5.7 Bei einer Regression der Erdgasnachfrage auf den Gaspreis (= Energiemodell Ia, Daten s. Aufg. 2.3) ergeben sich folgende OLS-Residen:

t	1	2	3	4	5	6	7
$\hat{u}_t$	-0,062	0,069	-0,067	-0,051	-0,119	0,038	0,191

a) Vergleichen Sie den Standardfehler des Regressionskoeffizienten des Gaspreises unter Annahme homoskedastischer Störterme mit Whites Heteroskedastizität-konsistentem Schätzer!

Hinweis: Verwenden Sie zur Berechnung der beiden Standardfehler die jeweiligen Summenformeln!

b) Geben Sie Whites Heteroskedastizität-konsistente Schätzer der Standardfehler der beiden Regressionskoeffizienten mit Hilfe der Kovarianzmatrix $\widehat{\mathrm{Cov}}(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ an!

5.8 Erörtern Sie die Vor- und Nachteile einer Verwendung von Heteroskedastizitäts-konsistenten (HC) Standardfehlern anstelle einer GLS-Schätzung (verallgemeinerte Kleinst-Quadrate-Schätzung) des Regressionsmodells!

5.9 Warum kommt der originäre White-Schätzer bei einer HC-Schätzung der Varianz-Kovarianz-Matrix $\mathrm{Cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ in der Regel in modifizierter Form zur Anwendung? Erläutern Sie die drei Modifikationen des White-Schätzers, die in dem Statistik-Programm R verfügbar sind!

5.10 Einige Modifikationen des White-Schätzers machen von der Hat-Matrix (Projektionsmatrix)) $\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'}$Gebrauch.

a) Zeigen Sie, dass sich der Vektor der Regressionswerte $\hat{\mathbf{y}}$ mit Hilfe der Hat-Matrix $\mathbf{H}$ aus dem Vektor der abhängigen Variablen $\mathbf{y}$ berechnen lässt!

b) Stellen Sie die Beziehung zwischen dem Vektor der OLS-Residuen, $\hat{\mathbf{u}}$, und dem Vektor der Störgrößen, $\mathbf{u}$, mit Hilfe der Hat-Matrix $\mathbf{H}$ dar!