Übungsaufgaben zu qualitativen Regressoren

Übungsaufgabe 1

Für 6 Konsumenten sind die Nachfrage nach Protein-Shakes (y), das Einkommen (x) und die Altersklasse (a) erhoben worden:

Konsument	1	2	3	4	5	6
Nachfrage nach Protein-Shakes	8	12	6	15	11	9
Einkommen	10	18	8	22	14	12
Alter	jung	alt	jung	alt	jung	jung

a) Schätzen Sie die Nachfragefunktion nach Protein-Shakes unter Berücksichtigung des Alterseffekts,

$$y_t = e^{\beta_1} \cdot x_t^{\beta_2} \cdot e^{\beta_3 \cdot a_t} \cdot e^{u_t}$$

mit

$$a_t = \begin{cases} 0, & \text{falls Konsument jung} \\ 1, & \text{falls Konsument alt} \end{cases},$$

in linearisierter Form mit der gewöhnlichen Methode der kleinsten Quadrate (OLS) unter Verwendung des Programms R! Geben Sie die hierzu verwendete linearisierte Nachfragefunktion und den zugehörigen Regressionsoutput wieder!

Lösung:

- linearisierte Nachfragefunktion:

$$\ln(y_t) = \beta_1 + \beta_2 \cdot \ln(x_t) + \beta_3 \cdot a_t + u_t$$

- Regressionsoutput

```
> nachfrage1 = lm(log(y)~log(x)+a)
> summary(nachfrage1)

Call:
lm(formula = log(y) ~ log(x) + a)
Residuals:
       1          2          3          4          5          6
 0.040459 -0.006234 -0.012954  0.006234  0.005665 -0.033170
Coefficients:
              Estimate   Std. Error   t value    Pr(>|t|)
(Intercept)   -0.37841    0.17154     -2.206    0.114540
log(x)         1.04986    0.07187     14.607    0.000696 ***
a             -0.16493    0.05199     -3.173    0.050377 .
```

Signif. codes: 0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 0.0317 on 3 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9943, Adjusted R-squared: 0.9904
F-statistic: 259.5 on 2 and 3 DF, p-value: 0.0004358

b) Spezifizieren Sie die linearisierte OLS-geschätzte Nachfragefunktion für Protein-Shakes und interpretieren Sie den Einkommenseffekt!

Lösung:

- linearisierte OLS-geschätzte Nachfragefunktion:

$$\widehat{\ln(y_t)} = -0{,}37841 + 1{,}04986 \cdot \ln(x_t) - 0{,}16493 \cdot a_t$$

geschätzter Regressionskoeffizient des Einkommens (x):

$$\hat{\beta}_2 = 1{,}04986$$ (Einkommenselastizität)

Einkommenselastizität > 1: elastische Nachfrage nach Protein-Shakes
Wenn das Einkommen um 1% steigt, erhöht sich die Nachfrage nach Protein-Shakes im Mittel um rd. 1,05%.

Der Einfluss des Einkommens auf die Nachfrage nach Protein-Shakes ist auf dem 1%-Signifikanzniveau statistisch gesichert (zweis. Test):

$|t = 14{,}406| > t_{3;0.995} = 5{,}841 \Rightarrow H_0$ ablehnen (zweis. Test)

oder

$p = 0{,}000696 < \alpha = 0{,}01 \Rightarrow H_0$ ablehnen (zweis. Test)

c) Wie lauten die linearisierten altersspezifischen Nachfragefunktionen für Protein-Shakes? Interpretieren Sie en Alterseffekt auf die Nachfrage nach Protein-Shakes!

- linearisierte altersspezifische Nachfragefunktion für junge Konsumenten:

$$\widehat{\ln(y_t)} = -0{,}37841 + 1{,}04986 \cdot \ln(x_t)$$

- linearisierte altersspezifische Nachfragefunktion für ältere Konsumenten:

$$\widehat{\ln(y_t)} = -0.543341 + 1{,}04986 \cdot \ln(x_t)$$

- Alterseffekt

Beim Übergang von der jungen Altersklasse auf die ältere Altersklasse sinkt die Nachfrage nach Protein-Shakes um 0.16493.

Der Altereseffekt auf die Nachfrage nach Protein-Shakes ist auf dem 10%-Signifikanzniveau statistisch gesichert (schwach signifikant):

$| t = -3.173 | > t_{3;0.95} = 2{,}353 \Rightarrow H_0$ ablehnen (zweis. Test)

oder

$p = 0.050377 < \alpha = 0{,}10 \Rightarrow H_0$ ablehnen (zweis. Test)

<u>Übungsaufgabe 2</u>

Gegeben sind die Daten für 6 Konsumenten über die Nachfrage nach Protein-Shakes (y), das Einkommen (x) und die Altersklasse (a) (s. Übungsaufg. 1).

a) Geben Sie die linearisierte Nachfragefunktion für Protein-Shakes unter Berücksichtigung der Interaktion zwischen Einkommen und Alter an und schätzen Sie sie mit der gewöhnlichen Methode der kleinsten Quadrate (OLS-Methode)! Geben Sie den ermittelten Regressionsoutput des Programms R wieder!

Lösung:

- linearisierte Nachfragefunktion:

$$\ln(y_t) = \beta_1 + \beta_2 \cdot \ln(x_t) + \beta_3 \cdot \ln(x_t) \cdot a_t + u_t$$

- Regressionsoutput

```
> nachfrage2 = lm(log(y)~log(x)+log(x):a)
> summary(nachfrage2)

Call:
lm(formula = log(y) ~ log(x) + log(x):a)
Residuals:
        1          2          3          4          5          6
 0.040897 -0.011868 -0.011773  0.011097  0.004984 -0.033338
Coefficients:
                Estimate   Std. Error   t value    Pr(>|t|)
(Intercept)    -0.38650    0.18041     -2.142    0.121578
log(x)          1.05318    0.07564     13.923    0.000802 ***
log(x):a       -0.05564    0.01828     -3.044    0.055693 .
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

Residual standard error: 0.03272 on 3 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9939, Adjusted R-squared: 0.9898
F-statistic: 243.5 on 2 and 3 DF, p-value: 0.0004791

b) Wie lautet die numerisch spezifizierte Nachfragefunktion für Protein-Shakes! Interpretieren Sie den Einkommens- und Alterseffekt auf die Nachfrage nach Protein-Shakes unter Angabe der altersspezifischen Nachfragefunktionen!

Lösung:

- linearisierte OLS-geschätzte Nachfragefunktion:

$$\widehat{\ln(y_t)} = -0{,}38650 + 1{,}05318 \cdot \ln(x_t) - 0{,}05564 \cdot \ln(x_t) \cdot a_t$$

geschätzter Regressionskoeffizient des Einkommens (x):

$\hat{\beta}_2 = 1{,}05318$ (Einkommenselastizität der Referenzgruppe)

geschätzter Regressionskoeffizient des Interaktionseffekts zw. Einkommens (x) und Alter (a):

$\hat{\beta}_3 = -0{,}05564$ (Abschlag der Einkommenselastizität beim Übergang von der jungen Altersklasse auf die ältere Alterklasse)

- altersspezifische Nachfragefunktion (Altersklasse jung)

$$\widehat{\ln(y_t)} = -0{,}38650 + 1{,}05318 \cdot \ln(x_t)$$

Einkommenselastizität > 1: elastische Nachfrage nach Protein-Shakes
Wenn das Einkommen um 1% steigt, erhöht sich die Nachfrage nach Protein-Shakes im Mittel um rd. 1,05%.

- altersspezifische Nachfragefunktion (Altersklasse alt)

$$\widehat{\ln(y_t)} = -0{,}38650 + 0.99754 \cdot \ln(x_t)$$

Einkommenselastizität < 1: unelastische Nachfrage nach Protein-Shakes
Wenn das Einkommen um 1% steigt, erhöht sich die Nachfrage nach Protein-Shakes mit 0,9975% im Mittel um etwas weniger als 1%..

Der Einfluss des Einkommens auf die Nachfrage nach Protein-Shakes ist auf dem 1%-Signifikanzniveau statistisch gesichert:

$| t = 13{,}923 | > t_{3;0.995} = 5{,}841 \Rightarrow H_0$ ablehnen (zweis. Test)

oder

$p = 0{,}000802 < \alpha = 0{,}01 \Rightarrow H_0$ ablehnen (zweis. Test)

Der Einfluss des Interaktionseffekts zw. Einkommen und Alter auf die Nachfrage nach Protein-Shakes ist auf dem 10%-Signifikanzniveau statistisch gesichert (schwach signifikant):

$| t = -3{,}044| > t_{3;0.95} = 2{,}353 \Rightarrow H_0$ ablehnen (zweis. Test)

oder

$p = 0.055693 < \alpha = 0{,}10 \Rightarrow H_0$ ablehnen (zweis. Test)