Übungsaufgabe 3 (Faktorenanalyse)

Gegeben sind die unrotierten Variablenvektoren (= Zeilen der Faktormatrix **A**) (a_{71} = -0,5 a_{72} = -0,3) und (a_{81} = -0,3 a_{82} = 0,4).

Welche Variablenvektoren (a_{71}^{RR} a_{72}^{RR}) und (a_{81}^{RR} a_{82}^{RR}) ergeben sich nach einer Rotation des Faktorraums um 30° im mathematischen Uhrzeigersinn? Interpretieren Sie das Ergebnis der Rotation!

<u>Lösung:</u>

Rotation eines Variablenvektors (= Zeile der Faktormatrix **A**) bei 2 Faktoren im mathematischen Uhrzeigersinn::

$$(a_{71}^{RR}\ \ a_{72}^{RR}) = (a_{71}\quad a_{72}) \cdot \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

• Rotation des Variablenvektors (a_{71} = -0,5 a_{72} = -0,3) um 30°:

$$(a_{71}^{RR}\ \ a_{72}^{RR}) = (a_{71} = -0{,}5 \quad a_{72} = -0{,}3) \cdot \begin{pmatrix} \cos 30° & -\sin 30° \\ \sin 30° & \cos 30° \end{pmatrix}$$

$$= (a_{71} = -0{,}5 \quad a_{72} = -0{,}3) \cdot \begin{pmatrix} 0{,}866 & -0{,}5 \\ 0{,}5 & 0{,}866 \end{pmatrix}$$

$$= ((-0{,}5)\cdot 0{,}866 + (-0{,}3)\cdot 0{,}5 \quad (-0{,}5)\cdot(-0{,}5) + (-0{,}3)\cdot 0{,}866)$$

$$= (a_{71}^{RR} = -0{,}583 \quad a_{72}^{RR} = -0{,}010)$$

Die Rotation hat dazu geführt, dass sich die vormals höchste Ladung der Variablen X_7, a_{71}, absolut vergrößert hat, während die Ladung a_{72} praktisch gleich 0 geworden ist. Damit zeigt sich, dass die Variable X_7 mit dem Faktor F_1, nicht jedoch mit dem Faktor F_2 in Beziehung steht. Speziell weist X_7 eine mittelstarke negative Korrelation mit dem Faktor F_1 auf.

• Rotation des Variablenvektors (a_{81} = -0,3 a_{82} = 0,4) um 30°:

$$(a_{81}^{RR}\ a_{82}^{RR}) = (a_{81} = -0{,}3 \quad a_{82} = 0{,}4) \cdot \begin{pmatrix} \cos 30° & -\sin 30° \\ \sin 30° & \cos 30° \end{pmatrix}$$

$$= (a_{81} = -0{,}3 \quad a_{82} = 0{,}4) \cdot \begin{pmatrix} 0{,}866 & -0{,}5 \\ 0{,}5 & 0{,}866 \end{pmatrix}$$

$$= ((-0{,}3)\cdot 0{,}866 + 0{,}4 \cdot 0{,}5 \quad (-0{,}3)\cdot(-0{,}5) + 0{,}4 \cdot 0{,}866)$$

$$= (a_{81}^{RR} = -0{,}060 \quad a_{82}^{RR} = 0{,}496)$$

Die Rotation hat dazu geführt, dass sich die vormals höchste Ladung der Variablen X_8 auf dem Faktor F_2. a_{82}, von 0,4 auf 0,5 vergrößert. Die Ladung der Variablen X_8 auf dem Faktor F_1 a_{81}, ist dagegen auf einen Wert in der Nähe von 0 gesenkt geworden. Aufgrund der Rotation zeigt sich daher, dass die Variable X_8 mit dem Faktor F_2, nicht jedoch mit dem Faktor F_1 in Beziehung steht. X_8 und F_2 sind bei einer Ladung von rd. 0,5 mittelstark korreliert.