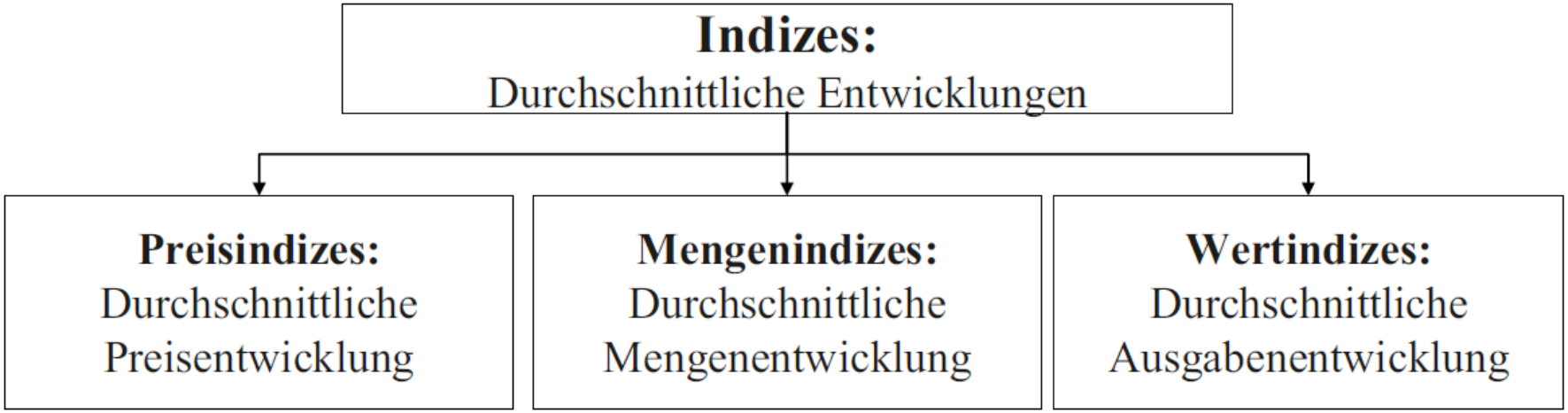
11. Indizes

11.1 Indexzahlen

- Indizes messen die durchschnittliche Preis-, Mengen- oder Wertentwicklung durch Aggregation (Zusammenfassung) einer Vielzahl von Einzeldaten.



11.2 Preisindizes

- Preismesszahl (-ziffer):

$$m_{0t}^{j} = \frac{p_{jt}}{p_{j0}}$$

  - p_{jt}: Preis des j-ten Gutes in der Berichtsperiode t
  - p_{j0}: Preis des j-ten Gutes in der Basisperiode 0

Beispiel:

Gegeben sind die Preise für drei Güter, jeweils in der Basisperiode und in der Berichtsperiode. Damit lassen sich die Preismesszahlen ermitteln:

j	Gut	p_{j0}	p_{jt}	m_{0t}^{j}
1	Brot	$2\left[{}^{€}/_{kg}\right]$	$2{,}1\left[{}^{€}/_{kg}\right]$	$m_{0t}^{1} = \frac{p_{1t}}{p_{10}} = \frac{2{,}1}{2} = 1{,}05$
2	Müsli	$3\left[{}^{€}/_{kg}\right]$	$3\left[{}^{€}/_{kg}\right]$	$m_{0t}^{2} = \frac{p_{2t}}{p_{20}} = \frac{3}{3} = 1$
3	Zigarillos	$5\left[{}^{€}/_{Stück}\right]$	$10\left[{}^{€}/_{Stück}\right]$	$m_{0t}^{3} = \frac{p_{3t}}{p_{30}} = \frac{10}{5} = 2$

Preisindex nach Dutot (I)

- **Preisindizes** bilden die **durchschnittlichen Preisentwicklungen** ab.
- Der Durchschnittspreis der Berichtsperiode wird auf den Durchschnittspreis der Basisperiode bezogen:

$$P_{0t}^{D} = \frac{\bar{p}_t}{\bar{p}_0} = \frac{\frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^{m} p_{jt}}{\frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^{m} p_{j0}}$$

Beispiel (Fortsetzung):

$$\bar{p}_t = \frac{1}{3} \cdot \sum_{j=1}^{3} p_{jt} = \frac{1}{3} \cdot (p_{1t} + p_{2t} + p_{3t}) = \frac{1}{3} \cdot (2{,}1 + 3 + 10) = \frac{1}{3} \cdot 15{,}1 = 5{,}033$$

$$\bar{p}_0 = \frac{1}{3} \cdot \sum_{j=1}^{3} p_{j0} = \frac{1}{3} \cdot (p_{10} + p_{20} + p_{30}) = \frac{1}{3} \cdot (2 + 3 + 5) = \frac{1}{3} \cdot 10 = 3{,}333$$

Preisindex nach Dutot (II)

- Daraus folgt der Preisindex nach Dutot:

$$P_{0t}^{D} = \frac{\bar{p}_t}{\bar{p}_0} = \frac{5{,}033}{3{,}333} = 1{,}510$$

- Damit weist der Preisindex nach Dutot einen durchschnittlichen Preisanstieg von 51,0% aus.
- **Nachteile** des Preisindex nach Dutot:
  - Der Preisindex ist abhängig von der Mengeneinheit, auf die sich die Preisnotierung bezieht. Je nach Mengeneinheit eines Gutes (z.B. Pfund oder Kilogramm) nimmt der Preisindex unterschiedliche Werte an.
  - Alle Güter werden als gleichbedeutend angesehen. Dabei sind üblicherweise einige Güter (z.B. Grundnahrungsmittel) für einen Großteil der Konsument:innen wichtiger als Luxusgüter.

Preisindex nach Dutot (III)

Beispiel (Fortsetzung):

Der Brotpreis werde nun für einen 500g Brotlaib gemessen. Wenn ein Kilo Brot in der Basisperiode 2€ kostet, dann liegt der Preis für die halbe Menge (500g) bei 1€. Entsprechend beträgt der Preis für 500g Brot in der Berichtsperiode bei 1,05€.

- Man erhält folgende neuen Durchschnittspreise:

$$\bar{p}_t = \frac{1}{3} \cdot \sum_{j=1}^{3} p_{jt} = \frac{1}{3} \cdot (p_{1t} + p_{2t} + p_{3t}) = \frac{1}{3} \cdot (1{,}05 + 3 + 10) = \frac{1}{3} \cdot 14{,}05 = 4{,}683$$

$$\bar{p}_0 = \frac{1}{3} \cdot \sum_{j=1}^{3} p_{j0} = \frac{1}{3} \cdot (p_{10} + p_{20} + p_{30}) = \frac{1}{3} \cdot (1 + 3 + 5) = \frac{1}{3} \cdot 9 = 3{,}000$$

- Daraus ergibt sich der neue Preisindex nach Dutot:

$$P_{0t}^{D} = \frac{\bar{p}_t}{\bar{p}_0} = \frac{4{,}683}{3{,}000} = 1{,}561$$

- Also: Anstieg des Preisindex durch Änderung der Mengeneinheiten, obwohl die Güterpreise pro Mengeneinheit unverändert geblieben sind.

Preisindex nach Carli

- **Ungewichteter** (ungewogener) Durchschnitt des Preismesszahlen
- Beseitigt den ersten Nachteil des Preisindex nach Dutot (d.h. die Abhängigkeit von der Portionierung):

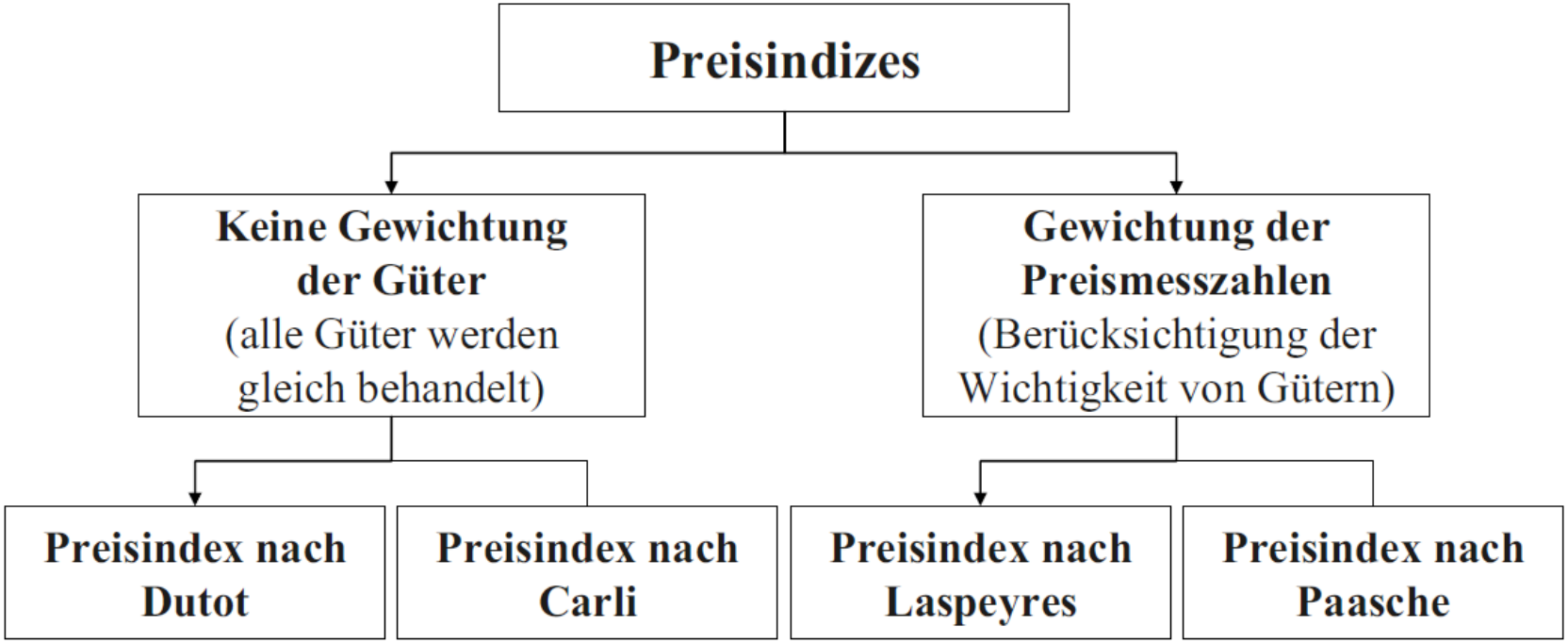
$$P_{0t}^{C} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^{m} m_{0t}^{j} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^{m} \frac{p_{jt}}{p_{j0}}$$

Beispiel (Fortsetzung):

$$P_{0t}^{C} = \frac{1}{3} \cdot \sum_{j=1}^{3} m_{0t}^{j} = \frac{1}{3} \cdot (1{,}05 + 1{,}00 + 2{,}00) = \frac{1}{3} \cdot 4{,}05 = 1{,}35$$

- Der Preisindex nach Carli weist also einen durchschnittlichen Preisanstieg von 35% aus.
- Die Preismesszahl für Brot ändert sich durch eine Änderung der Mengeneinheiten nicht $\Longrightarrow$ keine Änderung des Preisindex nach Carli.
- Nachteil: Weiterhin keine Berücksichtigung der Gewichtigkeit der Güter!

Übersicht Preisindizes



Gewichtung der Preismesszahlen

- Die heute in der Praxis verwendeten Preisindizes berücksichtigen die unterschiedliche Bedeutung einzelner Güter, indem sie einen **gewichteten (gewogenen) Durchschnitt der Preismesszahlen** bilden:

$$P_{0t} = \sum_{j=1}^{m} m_{0t}^{j} \cdot g_j$$

- Die Gewichte g_j, die zwischen null und eins liegen, ergänzen sich zu eins:

$$\sum_{j=1}^{m} g_j = g_1 + g_2 + \cdots + g_m = 1$$

- Die im Folgenden betrachteten Preisindizes nach Laspeyres und nach Paasche unterscheiden sich primär durch die verwendeten Gewichtungsschemata.

Preisindex nach Laspeyres (I)

- Der Preisindex nach Laspeyres gewichtet mit dem Ausgabenanteil des j-ten Gutes in der Basisperiode:

$$P_{0t}^{L} = \sum_{j=1}^{m} m_{0t}^{j} \cdot g_{j0}^{L}$$

mit

$$g_{j0}^{L} = \frac{p_{j0} \cdot q_{j0}}{\sum_{j=1}^{m} p_{j0} \cdot q_{j0}} \qquad \left(\frac{\text{Ausgaben für das j−te Gut in der Basisperiode 0}}{\text{Ausgaben für alle m Güter in der Basisperiode 0}}\right)$$

- Diese Berechungsformel bezeichnet man als **Mittelwertform**, weil der Preisindex nach Laspeyres ein **gewogenes arithmetisches Mittel der Preismesszahlen** ist.

Preisindex nach Laspeyres (II)

Beispiel (Fortsetzung):

j	Gut	p_{j0}	p_{jt}	m_{0t}^{j}	q_{j0}	q_{jt}	$p_{j0} \cdot q_{j0}$	$g_{j0}^{L} = \frac{p_{j0} \cdot q_{j0}}{\sum_{j=1}^{m} p_{j0} \cdot q_{j0}}$
1	Brot	2	2,1	1,05	150	120	$2 \cdot 150 = 300$	$300/495 = 0{,}606$
2	Müsli	3	3	1,00	60	80	$3 \cdot 60 = 180$	$180/495 = 0{,}364$
3	Ziga-rillos	5	10	2,00	3	2	$5 \cdot 3 = 15$	$15/495 = 0{,}030$
Σ							495	1

$$P_{0t}^{L} = \sum_{j=1}^{m} m_{0t}^{j} \cdot g_{j0}^{L} = 1{,}05 \cdot 0{,}606 + 1 \cdot 0{,}364 + 2 \cdot 0{,}030 = 1{,}060$$

Interpretation: Es wird ein durchschnittlicher Preisanstieg von 6,0% ermittelt. Hierbei werden die **Mengen der Basisperiode** verwendet.

Preisindex nach Laspeyres (III)

- Durch Umformung erhält man die sogenannte **Aggregatform**:

$$P_{0t}^{L} = \frac{\sum_{j=1}^{m} p_{jt} \cdot q_{j0}}{\sum_{j=1}^{m} p_{j0} \cdot q_{j0}} \qquad \left(\frac{\text{Fiktive Ausgaben in der Berichtsperiode}}{\text{Tatsächliche Ausgaben in der Basisperiode}}\right)$$

Beispiel (Fortsetzung):

j	Gut	p_{j0}	p_{jt}	q_{j0}	q_{jt}	$p_{j0} \cdot q_{j0}$	$p_{jt} \cdot q_{j0}$
1	Brot	2	2,1	150	120	$2 \cdot 150 = 300$	$2{,}1 \cdot 150 = 315$
2	Müsli	3	3	60	80	$3 \cdot 60 = 180$	$3 \cdot 60 = 180$
3	Ziga-rillos	5	10	3	2	$5 \cdot 3 = 15$	$10 \cdot 3 = 30$
Σ						495	525

$$P_{0t}^{L} = \frac{525}{495} = 1{,}061 \quad \Longrightarrow \quad \text{durchschnittlicher Preisanstieg von } 6{,}1\%$$

Preisindex nach Paasche (I)

- **Aggregatform**:

$$P_{0t}^{L} = \frac{\sum_{j=1}^{m} p_{jt} \cdot q_{jt}}{\sum_{j=1}^{m} p_{j0} \cdot q_{jt}} \qquad \left(\frac{\text{Tatsächliche Ausgaben in der Berichtsperiode}}{\text{Fiktive Ausgaben in der Basisperiode}}\right)$$

Beispiel (Fortsetzung):

j	Gut	p_{j0}	p_{jt}	q_{j0}	q_{jt}	$p_{j0} \cdot q_{jt}$	$p_{jt} \cdot q_{jt}$
1	Brot	2	2,1	150	120	$2 \cdot 120 = 240$	$2{,}1 \cdot 120 = 252$
2	Müsli	3	3	60	80	$3 \cdot 80 = 240$	$3 \cdot 80 = 240$
3	Zigaril-los	5	10	3	2	$5 \cdot 2 = 10$	$10 \cdot 2 = 20$
Σ						490	512

$$P_{0t}^{P} = \frac{512}{490} = 1{,}045 \quad \Longrightarrow \quad \text{durchschnittlicher Preisanstieg von } 4{,}5\%$$

Preisindex nach Paasche (II)

- **Mittelwertform I (gewogenes arithmetisches Mittel)**:

$$P_{0t}^{P} = \sum_{j=1}^{m} m_{0t}^{j} \cdot g_{j,0t}^{P}$$

$$\text{mit} \quad g_{j,0t}^{P} = \frac{p_{j0} \cdot q_{jt}}{\sum_{j=1}^{m} p_{j0} \cdot q_{jt}} \qquad \left(\frac{\text{fiktive Ausgaben für das j–te Gut}}{\text{fiktive Ausgaben für alle m Güter}}\right)$$

Beispiel (Fortsetzung):

j	Gut	p_{j0}	p_{jt}	m_{0t}^{j}	q_{j0}	q_{jt}	$p_{j0} \cdot q_{jt}$	$g_{j,0t}^{P} = \frac{p_{j0} \cdot q_{jt}}{\sum_{j=1}^{m} p_{j0} \cdot q_{jt}}$
1	Brot	2	2,1	1,05	150	120	$2 \cdot 120 = 240$	$240/490 = 0{,}490$
2	Müsli	3	3	1,00	60	80	$3 \cdot 80 = 240$	$240/490 = 0{,}490$
3	Ziga-rillos	5	10	2,00	3	2	$5 \cdot 2 = 10$	$10/490 = 0{,}020$
Σ							490	1

$$P_{0t}^{P} = 1{,}05 \cdot 0{,}490 + 1 \cdot 0{,}490 + 2 \cdot 0{,}020 = 1{,}045 \quad \text{(mit fiktiven Ausgabenanteilen)}$$

Preisindex nach Paasche (III)

- **Mittelwertform II (gewogenes harmonisches Mittel)**:

$$P_{0t}^{P} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{m} \frac{1}{m_{0t}^{j}} \cdot g_{jt}^{P}}$$

$$\text{mit} \quad g_{jt}^{P} = \frac{p_{jt} \cdot q_{jt}}{\sum_{j=1}^{m} p_{jt} \cdot q_{jt}} \qquad \left(\frac{\text{Ausgaben für das j−te Gut in der Berichtsperiode}}{\text{Ausgaben für alle m Güter in der Berichtsperiode}}\right)$$

Beispiel (Fortsetzung):

j	Gut	p_{j0}	p_{jt}	m_{0t}^{j}	q_{j0}	q_{jt}	$p_{jt} \cdot q_{jt}$	$g_{jt}^{P} = \frac{p_{jt} \cdot q_{jt}}{\sum_{j=1}^{m} p_{jt} \cdot q_{jt}}$
1	Brot	2	2,1	1,05	150	120	$2{,}1 \cdot 120 = 252$	$252/512 = 0{,}492$
2	Müsli	3	3	1,00	60	80	$3 \cdot 80 = 240$	$240/512 = 0{,}469$
3	Ziga-rillos	5	10	2,00	3	2	$10 \cdot 2 = 20$	$20/512 = 0{,}039$
Σ							512	1

$$P_{0t}^{P} = 1 \Big/ \frac{1}{1{,}05} \cdot 0{,}492 + \frac{1}{1} \cdot 0{,}469 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}039 = 1{,}045 \quad \text{(mit aktuellen Ausgabenanteilen)}$$

Vergleich der Preisindizes nach Laspeyres und Paasche

- Der Preisindex nach Laspeyres verwendet den konstanten Warenkorb der Basisperiode. Es muss daher nicht für jede neue Berichtsperiode ein neuer Warenkorb zusammengestellt werden, wenn der durchschnittliche Preisanstieg über mehrere Perioden ermittelt werden soll.
- Auf Basis eines konstanten Warenkorbs sind Preisanstiege zwischen der Basisperiode und verschiedenen Berichtsperioden besser vergleichbar („reiner“ Preisvergleich).
- Allerdings erfasst der Preisindex nach Laspeyres keine Veränderungen der Verbrauchsgewohnheiten!
- Teurer werdende Güter werden durch relativ preiswertere Güter ersetzt. Diese Güter mit relativ hohem Preisanstieg weisen größere Preismesszahlen auf.
- Der Preisindex nach Laspeyres gewichtet die Preismesszahlen mit dem Ausgabenanteil der Güter in der Basisperiode. Damit weist er diesen Gütern ein zu hohes Gewicht zu und geht von einer zu hohen durchschnittlichen Preisentwicklung aus.
- Beim Preisindex nach Paasche gehen dagegen die Mengen der Berichtsperiode, und damit geänderte Verbrauchsgewohnheiten, in die Gewichtungen ein.

11.3 Mengenindizes

- Mengenindizes (auch: Volumenindizes) messen durchschnittliche mengenmäßige Veränderungen.
- In der Praxis: z.B. Produktionsindex für das Produzierende Gewerbe
- Aus Gründen der Vergleichbarkeit werden die Gütermengen zu konstanten Preisen bewertet.
- **Mengenindex nach Laspeyres (in Aggregatform)**:

$$Q_{0t}^{L} = \frac{\sum_{j=1}^{m} q_{jt} \cdot p_{j0}}{\sum_{j=1}^{m} q_{j0} \cdot p_{j0}}$$

(Gewichtung mit den Preisen der Basisperiode)

- **Mengenindex nach Paasche (in Aggregatform)**:

$$Q_{0t}^{P} = \frac{\sum_{j=1}^{m} q_{jt} \cdot p_{jt}}{\sum_{j=1}^{m} q_{j0} \cdot p_{jt}}$$

(Gewichtung mit den Preisen der Berichtsperiode)

Beispiel (Fortsetzung):

j	Gut	p_{j0}	p_{jt}	q_{j0}	q_{jt}
1	Brot	2	2,1	150	120
2	Müsli	3	3	60	80
3	Zigarillos	5	10	3	2

- Mengenindex nach Laspeyres:

$$Q_{0t}^{L} = \frac{\sum_{j=1}^{3} q_{jt} \cdot p_{j0}}{\sum_{j=1}^{3} q_{j0} \cdot p_{j0}} = \frac{120 \cdot 2 + 80 \cdot 3 + 2 \cdot 5}{150 \cdot 2 + 60 \cdot 3 + 3 \cdot 5} = \frac{490}{495} = 0{,}990$$

- Mengenindex nach Paasche:

$$Q_{0t}^{P} = \frac{\sum_{j=1}^{m} q_{jt} \cdot p_{jt}}{\sum_{j=1}^{m} q_{j0} \cdot p_{jt}} = \frac{120 \cdot 2{,}1 + 80 \cdot 3 + 2 \cdot 10}{150 \cdot 2{,}1 + 60 \cdot 3 + 3 \cdot 10} = \frac{512}{525} = 0{,}975$$

- Interpretation: Die Indizes weisen also eine durchschnittliche Mengensenkung von 1% bzw. 2,5% aus.

Wertindex (I)

- Der Wertindex (oder Umsatzindex) misst die Veränderung der tatsächlichen Ausgaben, die durch eine Überlagerung von Preis- und Mengenveränderungen hervorgerufen werden:

$$W_{0t} = \frac{\sum_{j=1}^{m} q_{jt} \cdot p_{jt}}{\sum_{j=1}^{m} q_{j0} \cdot p_{j0}}$$

Beispiel:

j	Gut	p_{j0}	p_{jt}	q_{j0}	q_{jt}
1	Kaffee	8,00	10,00	110	100
2	Tee	6,00	6,30	160	180
3	Kakao	2,50	2,50	40	50

$$W_{0t} = \frac{\sum_{j=1}^{3} q_{jt} \cdot p_{jt}}{\sum_{j=1}^{3} q_{j0} \cdot p_{j0}} = \frac{10 \cdot 100 + 6{,}30 \cdot 180 + 2{,}50 \cdot 50}{8 \cdot 110 + 6 \cdot 160 + 2{,}50 \cdot 40} = \frac{2.259}{1.940} = 1{,}164$$

- Der Anstieg der Ausgaben beträgt durchschnittlich 16,4%.

Wertindex (II)

- Zerlegung des Wertindex in eine Preis- und Mengenkomponente:

$$W_{0t} = P_{0t}^{L} \cdot Q_{0t}^{P}$$

$$W_{0t} = P_{0t}^{P} \cdot Q_{0t}^{L}$$

Beispiel:

Unter Verwendung obiger Beziehungen erhält an zwei weitere Versionen des Wertindex, die mit dem zuvor berechneten Wert übereinstimmen (Abweichungen sind auf Rundungen zurückzuführen):

$$W_{0t} = P_{0t}^{L} \cdot Q_{0t}^{P} = 1{,}138 \cdot 1{,}023 = 1{,}164$$

$$W_{0t} = P_{0t}^{P} \cdot Q_{0t}^{L} = 1{,}127 \cdot 1{,}034 = 1{,}165$$

- Verwendung von Wertindizes: z.B. im Verarbeitenden Gewerbe oder im Außenhandel; im Handel häufig in Form von Umsatzmesszahlen

Deflationierung (Preisbereinigung) (I)

- Bei volkswirtschaftlichen Aggregaten (z.B. dem BIP) ist man häufig an der realen (preisbereinigten) Entwicklung im Zeitablauf interessiert.
- Allerdings werden häufig zunächst Kennzahlen auf Basis der aktuellen Preise (nominale Größen) ermittelt (hier: Situation 1):
  - Gegeben: Nominalwert

$$N_t = \sum_{j=1}^{m} q_{jt} \cdot p_{jt}$$

  - Gesucht: Realwert

$$R_t = \sum_{j=1}^{m} q_{jt} \cdot p_{j0}$$

  - Berechnung des Realwerts erfolgt durch **Deflationierung** unter Verwendung des Preisindex nach Paasche als Deflator:

$$R_t = \frac{N_t}{P_{0t}^{P}}$$

Deflationierung (Preisbereinigung) (II)

- Demnach lässt sich der Preisindex nach Paasche ermitteln, sofern Nominalwert und Realwert gegeben sind (hier: Situation 2):
  - Gegeben: Nominalwert und Realwert
  - Gesucht: Implizierter Preisindex

$$P_{0t}^{impl} = \frac{N_t}{R_t} = \frac{\sum_{j=1}^{m} q_{jt} \cdot p_{jt}}{\sum_{j=1}^{m} q_{jt} \cdot p_{j0}}$$

  - Implizierter Preisindex = Preisindex nach Paasche

$$P_{0t}^{impl} = P_{0t}^{P}$$

Deflationierung (Preisbereinigung) (III)

Beispiel (Fortsetzung):

- Nominalwert:

$$N_t = \sum_{j=1}^{3} q_{jt} \cdot p_{jt} = 100 \cdot 10 + 180 \cdot 6{,}30 + 50 \cdot 2{,}50 = 2.259$$

- Realwert:

$$R_t = \sum_{j=1}^{3} q_{jt} \cdot p_{j0} = 100 \cdot 8 + 180 \cdot 6 + 50 \cdot 2{,}50 = 2.005$$

- Damit erhält man folgenden implizierten Preisindex:

$$P_{0t}^{impl} = \frac{N_t}{R_t} = \frac{2.259}{2.005} = 1{,}127$$

- Der berechnete Wert stimmt mit dem Preisindex nach Paasche überein.
- Implizierter Preisindex in der amtlichen Statistik: Preisindex des Bruttoinlandsprodukts (BIP)

11.4 Umbasieren und Verketten

- Durch **Umbasieren** sollen Preisindizes einer Zeitreihe für ein aktuelleres Basisjahr berechnet werden (z.B. aufgrund von veränderten Verbrauchsgewohnheiten).
- Gegeben:
  - Indexreihe zur Basisperiode 0: $P_{00}, P_{01}, \cdots, P_{0k}$
  - Indexreihe zur Berichtsperiode k: $P_{kk}, P_{k,k+1}, \cdots, P_{kn}$
- Verhältnis des neuen Index zum alten Index in der neuen Basisperiode k ($P_{kk} = 1$) :

$$\frac{P_{kk}}{P_{0k}} = \frac{1}{P_{0k}}$$

- Umbasierte Indexreihe für die Periode 0 bis $k-1$:

$$P_{kt}^{*} = P_{0t} \cdot \frac{1}{P_{0k}} = \frac{P_{0t}}{P_{0k}}, \qquad \text{t=0,1,2,} \ldots, k-1$$

- Lange Indexreihe:

$$P_{k0}^{*}, P_{k1}^{*}, \cdots, P_{k,k-1}^{*}, P_{kk}, P_{k,k+1}, \cdots, P_{kn}$$

Beispiel:

In der amtlichen Statistik werden Preisindizes im Basisjahr gleich 100 gesetzt. Damit können die prozentualen Veränderungen direkt abgelesen werden. Nehmen wir an, aus der amtlichen Statistik liegen folgende Preisindizes vor, wobei in der vierten Periode ein neues Basisjahr gewählt wurde:

t (Periode)	P_{0t} (Basisjahr 0)	P_{4t} (Basisjahr 4)
0	100,0	
1	103,7	
2	106,5	
3	110,9	
4	117,0	100,0
5		106,3
6		111,9
7		115,6

Beispiel (Fortsetzung):

Man möchte mit den Preisindizes der kompletten Zeitreihe für das Basisjahr vier arbeiten. Insofern ist eine Umbasierung vorzunehmen. Da für das Basisjahr der Wert 100 und nicht eins vorliegt, muss der Quotient noch mit 100 multipliziert werden.

t (Periode)	P_{0t} (Basisjahr 0)	Preisindex zur Basisperiode 4
0	100,0	$P_{40}^{*} = P_{00}/P_{04} \cdot 100 = 100{,}0/117{,}0 \cdot 100 = 85{,}5$
1	103,7	$P_{41}^{*} = P_{01}/P_{04} \cdot 100 = 103{,}7/117{,}0 \cdot 100 = 88{,}6$
2	106,5	$P_{42}^{*} = P_{02}/P_{04} \cdot 100 = 106{,}5/117{,}0 \cdot 100 = 91{,}0$
3	110,9	$P_{43}^{*} = P_{03}/P_{04} \cdot 100 = 110{,}9/117{,}0 \cdot 100 = 94{,}8$
4	117,0	$P_{44} = 100{,}0$
5		$P_{45} = 106{,}3$
6		$P_{46} = 111{,}9$
7		$P_{47} = 115{,}6$

Verketten

- Durch **Verketten** wird eine einheitliche Indexreihe unter Beibehaltung der ursprünglichen Basisperiode 0 erstellt.
- Gegeben:
  - Indexreihe zur Basisperiode 0: $P_{00}, P_{01}, \cdots, P_{0k}$
  - Indexreihe zur Berichtsperiode k: $P_{kk}, P_{k,k+1}, \cdots, P_{kn}$
- Verkettete Indexreihe für die Basisperiode 0:

$$P_{0t}^{*} = P_{kt} \cdot P_{0k}, \qquad t = k+1, k+2, \cdots, n$$

Beispiel (Fortsetzung):

Nun kann auch eine komplette Zeitreihe der Preisindizes für die alte Basisperiode ausgewiesen werden. Hierfür müssen für die Berichtsperioden fünf bis acht Verkettungen durchgeführt werden. Da hier der Wert 100 für die Basisperiode vorliegt, ist bei einer Verkettung das Produkt der beiden Indexwerte noch durch 100 zu dividieren.

t (Periode)	Preisindex (Basisjahr 0)	P_{4t}
0	$P_{00} = 100{,}0$	
1	$P_{01} = 103{,}7$	
2	$P_{02} = 106{,}5$	
3	$P_{03} = 110{,}9$	
4	$P_{04} = 117{,}0$	100,0
5	$P_{05}^{*} = P_{45} \cdot P_{04}/100 = 106{,}3 \cdot 117{,}0/100 = 124{,}4$	106,3
6	$P_{06}^{*} = P_{46} \cdot P_{04}/100 = 111{,}9 \cdot 117{,}0/100 = 130{,}9$	111,9
7	$P_{07}^{*} = P_{47} \cdot P_{04}/100 = 115{,}6 \cdot 117{,}0/100 = 135{,}3$	115,6