Theoretische Physik 2 - Elektrodynamik **SS 2019**

Prof. Dr. Christiane Koch
Lehrstuhl für Theoretische Physik III

Abgabe am 08.05.2019

Übungsblatt 2 Besprechung am 15.05.2019

Aufgabe 1 – Tetraeder **12 Punkte + 4 Zusatzpunkte**

(a) Gegeben sei ein Tetraeder mit Seitenlänge l, der *auf* der xy-Ebene liegt und an dessen Eckpunkten jeweils die Punktladungen q_1 platziert ist. Bestimmen Sie einen Ausdruck für die Ladungsverteilung und skizzieren Sie das System mit allen Feldbeiträgen in der Mitte der Grundfläche F und in der Mitte des Polyeders C.

(b) Bestimmen Sie die Kraft auf eine andere Punktladung $q_2 = -3q_1$, welche im Punkt F platziert wird.

(c) Bestimmen Sie die resultierende Kraft, wenn die Ladung q_2 stattdessen bei C platziert wurde.

(d) **Zusatzpunkte [+4P]:** Erklären Sie ohne Berechnungen, was das Ergebnis für Teil (c) wäre, wenn die Form ein anderer platonischer Körper wäre (Würfel, Ikosaeder, etc.) und warum.

Aufgabe 2 – Satz von Stokes und Gauß **18 Punkte**

(a) Teste den Satz von Gauß mit dem Vektorfeld

$$\vec{v} = xy^2\,\hat{e}_x + 2yz\,\hat{e}_y + 3zx^2\,\hat{e}_z\ .$$

Nutze als Testvolumen einen Zylinder mit Radius $\rho = 1$ und Höhe $h = 2$.

(b) Teste den Satz von Stokes mit dem Vektorfeld

$$\vec{v} = -yx^2\,\hat{e}_x + yxz^2\,\hat{e}_y + y^2z\,\hat{e}_z\ .$$

Nutze als Testfläche einen Kreis mit Radius R. Der Kreis soll in der xy-Ebene liegen und um den Koordinatenursprung zentriert sein.

(c) Leite ausgehend von der differentiellen Form der Maxwellgleichungen für das elektrische Feld $\vec{E}$ deren entsprechende Integralform her.

(i) Gaußsches Gesetz:

$$\nabla\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad\Longleftrightarrow\quad \oint_{\partial V}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{A} = \int_V \frac{\rho}{\epsilon_0}\,\mathrm{d}^3r\ .$$

(ii) Induktionsgesetz:

$$\nabla\times\vec{E} = 0 \quad\Longleftrightarrow\quad \oint_{\partial A}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l} = 0\ .$$

Aufgabe 3 – Ladungsverteilung **20 Punkte**

(a) Gegeben sei eine Punktladung q_1 bei $A = (a, 0, 0)$ und ein anderer Punkt $B = (0, 0, b)$. Bestimmen Sie das elektrische Feld an Punkt B. Unterteilen Sie es in die beiden Komponenten $\vec{E}_z$ und $\vec{E}_{\perp z}$, also parallel bzw. senkrecht zu der Z-Achse.

(b) Gegeben sei ein unendlich dünner Ring L in der XY-Ebene, der im Ursprung zentriert ist und die Ladungsdichte λ besitzt. Bestimmen Sie die Ladungsverteilung und berechnen Sie das elektrische Feld, das L an einem beliebigen Punkt auf der Z-Achse erzeugt.

Hinweis: Bestimmen Sie die Ladungsverteilung mithilfe von Deltafunktionen.

(c) Sei π eine geladene Fläche, die in der XY-Ebene liegt und deren Oberflächenladung gegeben ist durch $\sigma \propto e^{-\sqrt{x^2+y^2}}$. Finden Sie einen Ausdruck für die Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$ dieser Anordnung und bestimmen Sie das daraus resultierende elektrische Feld $\vec{E}(z)$ entlang der z-Achse. Berechnen Sie außerdem die Gesamtladung der Platte Q, für den Fall, dass $|\vec{E}(0, 0, 4)| = 4\,\mu C$?

Aufgabe 4 – Kurze Fragen zum Schluss **10 Punkte**

Gegeben seien folgende Felder:

$$\vec{E}_1 = (2xyz^2, x^2z^2, 2x^2yz)^{\mathrm{T}} \qquad \vec{E}_2 = (xy, yz, zx)^{\mathrm{T}}$$

(a) Welches der beiden Felder kann ein elektrisches Feld beschreiben?

(b) Berechnen Sie das elektrische Potential ϕ des elektrischen Feldes.

(c) Berechnen Sie die (nicht sehr realistische) Ladungsdichte ρ