

Brückenkurs Theoretische Mechanik

Präsenzübung

0.1 Vektoralgebra

Aufgabe 1 Berechnen Sie die folgenden Produkte:

(a) $\begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 13 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 12 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 22 \\ 3 \\ 1.5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} t \\ 1+t \\ 1 \end{pmatrix}$

Für welches t stehen die beiden Vektoren senkrecht aufeinander?

(c) $\begin{pmatrix} 1 \\ b \\ b^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Für welches b stehen die beiden Vektoren senkrecht aufeinander?

(d) $\begin{pmatrix} s \\ 2s \\ -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} s^2 \\ s \\ s + \frac{6}{5} \end{pmatrix}$

Für welches s stehen die beiden Vektoren senkrecht aufeinander?

Aufgabe 2 Bestimmen Sie die Länge der folgenden Vektoren und geben sie den zugehörigen

Einheitsvektor an. $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3a \\ 4a \end{pmatrix}$, $\vec{c} = t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Bitte wenden

Aufgabe 3 Berechnen sie die Seitenlängen und die Innenwinkel des Dreiecks ABC mit Hilfe des Skalarproduktes.

Die Punkte des Dreiecks sind $A(1|2|3)$, $B(0|4|5)$ und $C(1|-2|0)$

Aufgabe 4 Berechnen Sie die folgenden Vektorprodukte mit Hilfe von ϵ_{ijk} :

(a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$

(c) $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \times \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 1 \\ a \\ a^2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Für welches a verschwindet das Vektorprodukt, und wie stehen dann die Vektoren zueinander?

0.2 Matrizenalgebra

Aufgabe 5 Seien $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 3 \\ 8 & 1 & 4 \\ -12 & -4 & -5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 8 & -2 & 0 & 4 \\ -2 & 6 & 7 & 5 \\ -2 & 1 & t & 8 \\ 4 & -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ und $c = \begin{pmatrix} 12 & -5 & 4 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 8 \\ -2 & 3 & -t & 2 \\ 13 & 48 & 0 & 9 \end{pmatrix}$

gegebene Matrizen, und $\vec{e} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$, $\vec{f} = \begin{pmatrix} 1 \\ 11 \\ 16 \\ 6 \end{pmatrix}$ gegebene Vektoren.

Berechnen Sie:

(a) $\vec{e} \cdot A, \vec{f} \cdot B$

(b) $A \cdot \vec{e}, B \cdot \vec{f}$

(c) $B + C, A + C$

(d) A^{-1}, B^{-1}

Für welches t ist B invertierbar??

Aufgabe 6 Sei $D = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, und $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ gegeben. Berechnen Sie $x' = D\vec{x}$.

Danach bestimmen Sie den Winkel zwischen x und x' . Wie würden Sie die Matrix D nennen?

Viel Erfolg