Prof. Dr. M. Garcia
T. Zier
T. Müller

Brückenkurs *Theoretische Physik*

Aufgabenblatt 3

1) Sei Γ die geradlinige Verbindung der Punkte $(0,0)$ und $(1,1)$ im $\mathbb{R}^2$. Des Weiteren sei ein Skalarfeld $\phi(x,y) = x+y$ und ein Vektorfeld $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r}) = (x^2+y, 2y-x)$ gegeben. Berechnen Sie das Linienintegral 1. Art $\int_\Gamma \phi(\boldsymbol{r})\,\mathrm{d}\boldsymbol{r}$, sowie das Linienintegral 2. Art $\int_\Gamma \boldsymbol{v}(\boldsymbol{r}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}$, wobei $\boldsymbol{r} = (x,y)$ der Ortsvektor im $\mathbb{R}^2$ ist.

2) Betrachten Sie das Vektorfeld

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = \left(2x^2 - 3y, 4yz, 3x^2 z\right)$$

und berechnen Sie das Linienintegral $\int_\Gamma \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}$ bezüglich des Weges

i) Γ_1 bestehend aus der geraden Verbindungslinie vom Punkt $(0,0,0)$ nach $(1,1,1)$.

ii) Γ_2 bestehend aus der Parabel $y(x) = x^2$ in der xy-Ebene vom Punkt $(0,0,0)$ nach (1,1,0).

3) Berechnen Sie den Fluss eines radialsymmetrischen Feldes $\boldsymbol{V}(\boldsymbol{r}) = V(r)\,\hat{\boldsymbol{e}}_r$ durch eine Kugeloberfläche mit Radius R.

4) Gegeben sei eine stetig differenzierbare Funktion $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Bestimmen Sie die Divergenz $\nabla \cdot \boldsymbol{v}(\boldsymbol{r})$ des Vektorfeldes

$$\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r}) = u(|\boldsymbol{r}|^2) \begin{pmatrix} x_2 \\ -x_1 \end{pmatrix}.$$