

Extrablatt *Theoretische Mechanik*

Abgabe: Mittwoch, den 22.06.2010 in der Vorlesung oder in Raum 1276. Computer-Programm per Email einreichen. Bitte einzeln abgeben!. Nur originelle Lösungen werden berücksichtigt.

Aufgabe 1

10 Punkte

Eine Kaffeetasse mit Masse M ist mit einer Masse m über eine Schnur verbunden. Die Kaffeetasse hängt über einer reibungsfreien und vernachlässigbar kleinen Rolle, während die Masse m so gehalten wird, dass das Seil in der Horizontalen liegt. (Siehe Abb.). Nun wird die Masse m losgelassen. Finden Sie die Bewegungsgleichungen für r (Länge des Seils zwischen Rolle und Masse m) und θ (Winkel zwischen dem Seilstück r und der Horizontalen). Nehmen Sie an, dass die Masse m auf irgendeine Weise nicht mit dem Seilstück, welches die Tasse hält, kollidiert.

Es stellt sich heraus, dass die Tasse nach dem Loslassen ersteinmal fällt, dann einen tiefsten Punkt erreicht um dann wieder zu Steigen. Schreiben Sie ein Programm, dass Ihnen numerisch das Verhältnis zwischen r am tiefsten Punkt und dem r am Anfang berechnet. Für das Massenverhältnis m/M benutzen Sie $m/M = 0.1$.

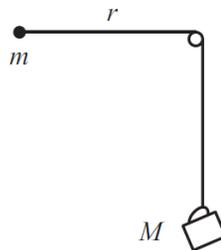


Abbildung zur Aufgabe 1

Tipp:

Wenn man z.B. eine Differentialgleichung vom Typ

$$\ddot{x} = -\omega x \quad (1)$$

numerischen lösen will, dann benutzt man folgende Näherungen:

$$x(t + \zeta) \approx x(t) + \zeta \dot{x}(t) \quad (2)$$

$$\dot{x}(t + \zeta) \approx \dot{x}(t) + \zeta \ddot{x}(t), \quad (3)$$

die man numerisch berechnen kann. ζ ist der Zeitschritt der Berechnung. Sie sollten zum Lösen des Problems $\zeta = 0.001$ wählen.

Das zugehörige Programm sähe prinzipiell wie folgt aus:

```
 $x(0) := 6$            ! Anfangswert der Position  
 $\dot{x}(0) := 0$        ! Anfangswert der Geschwindigkeit  
 $\zeta := 0.001$         ! Größe des Zeitschrittes  
do  $i = 1, 1000$       ! Die folgende Operation wird 1000 mal wiederholt  
 $\ddot{x}(i - 1) = -\omega x(i - 1)$  ! Die zu lösende DGL  
 $x(i) = x(i - 1) + \zeta \dot{x}(i - 1)$  ! Näherung von oben  
 $\dot{x}(i) = \dot{x}(i - 1) + \zeta \ddot{x}(i - 1)$  ! zweite Näherung von oben  
end do           ! Beendet die do Schleife  
write(*,*)  $x$       ! gibt  $x$  aus
```