

Leistung, Reibung

Leistung:

Definition

$$P = \frac{dW}{dt}$$

Leistung ist verrichtete Arbeit pro Zeit. Einheit der Leistung: 1 Watt = 1 J/s

$$W = \int_{x_0}^{x_1} \vec{F} \, d\vec{s} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F} \frac{d\vec{s}}{dt} dt = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F} \cdot \vec{v} \, dt$$

$$\frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} \int \vec{F} \cdot \vec{v} \, dt = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Leistung beim Beschleunigen:

Beschleunigung mit konstanter Kraft:

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

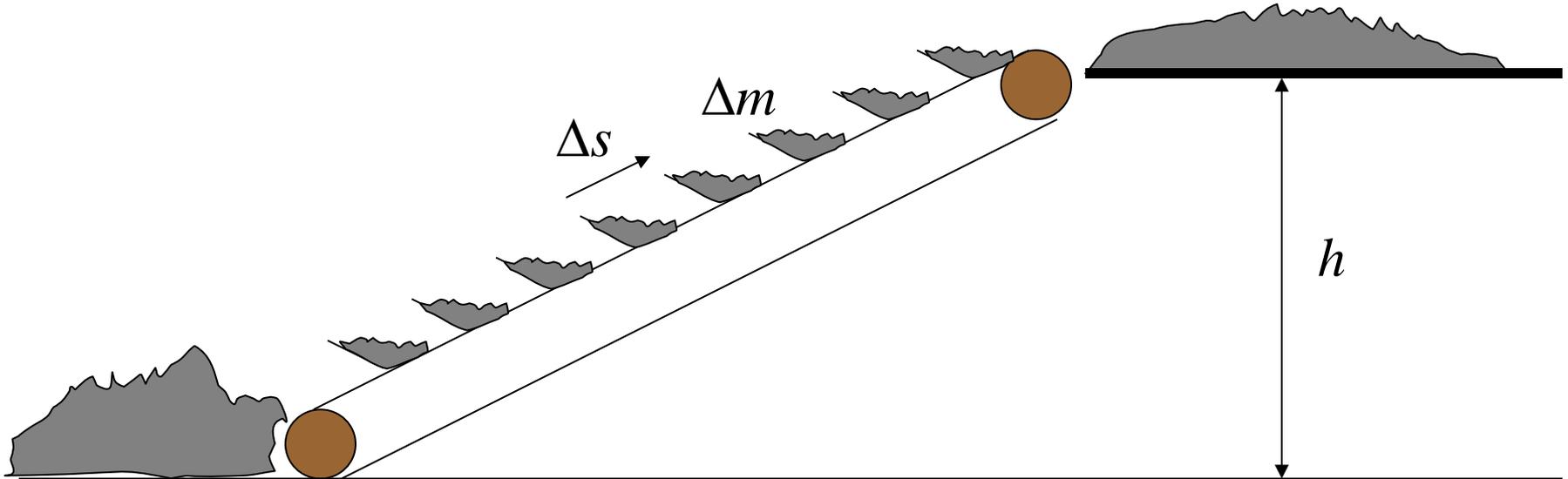
Differentialgleichung integrieren:

$$\int \vec{a} \, dt = \vec{v}(t) = \int \frac{\vec{F}}{m} \, dt = \frac{\vec{F}}{m} t + \vec{v}_0$$

$$\Rightarrow P(t) = \vec{F} \cdot \vec{v}(t) = \vec{F} \cdot \left(\frac{\vec{F}}{m} t + \vec{v}_0 \right) = \frac{F^2}{m} t + \vec{F} \cdot \vec{v}_0$$

Die Leistung steigt linear mit der Zeit an

Leistung und potentielle Energie:



$$\Delta E_{\text{pot}} = \Delta m g h$$

$$P = \frac{\Delta E_{\text{pot}}}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} g h$$

$$P = \frac{\Delta m}{\Delta s} v g h$$

Der Motor muss die Leistung P liefern.

Reibung

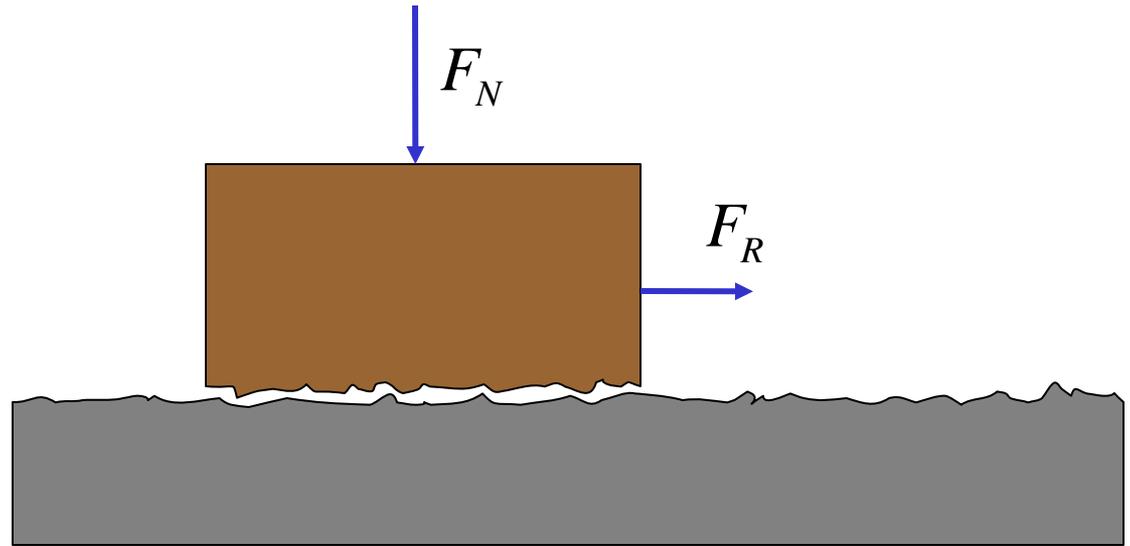
1. Haftreibung

$$|\vec{F}_R| \leq \mu_H |\vec{F}_N|$$

F_N : Normalkraft

F_R : Reibungskraft

μ_H : Haftreibungskoeffizient

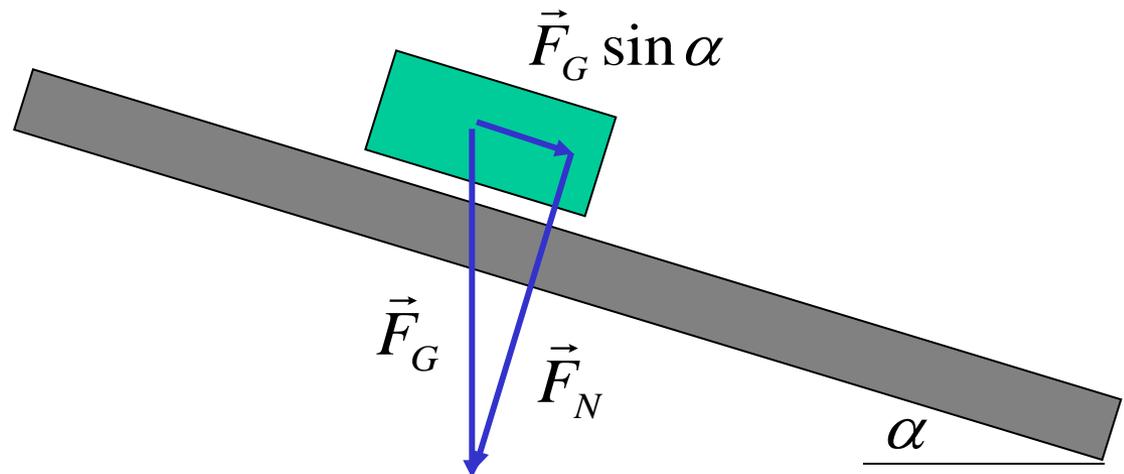


Die Haftreibung hängt nicht von der Auflagefläche sondern nur von der Andruckkraft ab.

Der Körper beginnt zu rutschen wenn

$$F_G \sin \alpha = \mu_H F_G \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \mu_H = \tan \alpha$$



2. Gleitreibung

Wenn der Körper rutscht, wird die Reibungskraft geringer:

$$|\vec{F}_R| = \mu_G |\vec{F}_N|$$

F_N : Normalkraft

F_R : Reibungskraft

μ_G : Gleitreibungskoeffizient

Material	μ_H	μ_G
Stahl-Stahl	0.7	0.6
Alu-Alu	1.0	1.0
Glas-Glas	0.9	0.4
Teflon-Teflon	0.04	0.04
Gummi-Beton	1.0	0.8
Gummi-Beton (naß)	0.3	0.25

3. Rollreibung

Analog:

$$\left| \vec{F}_R \right| = \mu_R \left| \vec{F}_N \right|$$

F_N : Normalkraft

F_R : Reibungskraft

μ_R : Rollreibungskoeffizient

Material	μ_R
Stahl – Stahl	0.001
Gummi-Beton	0.01

4. Viskose Reibung (Stokes-Reibung)

Kleine, langsame Kugel mit Radius r in einer viskosen Flüssigkeit

$$\vec{F}_R = -6\pi\eta r\vec{v}$$

η : Viskosität der Flüssigkeit

Reibungskraft ist proportional zur Geschwindigkeit

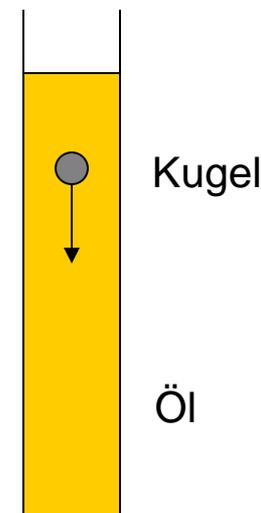
Unter Einfluss der Gewichtskraft :

Nach anfänglicher Beschleunigung konstante Sinkgeschwindigkeit

$$\vec{F}_R = -\vec{F}_G$$

$$-6\pi\eta r\vec{v} = -m\vec{g}$$

$$\vec{v} = \frac{m\vec{g}}{6\pi\eta r}$$



5. Schnelle Bewegung in Gas oder Flüssigkeit

Reibungskraft ist proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit v

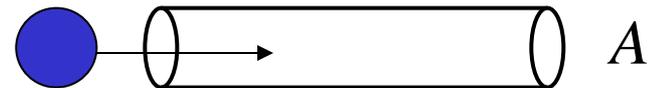
$$F_R = \frac{1}{2} c_w \rho A v^2$$

c_w Widerstandskoeffizient (Kugel: $c_w \cong 1$, Stromlinienform: $c_w < 1$)

ρ Dichte des Mediums (Gas, Flüssigkeit)

A Querschnittsfläche

Die Kugel beschleunigt das Medium
auf die Geschwindigkeit $\cong v$



$$\Delta s = v \Delta t$$

$$m = \rho A \Delta s$$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \rho A v^3 \Delta t$$

$$\Rightarrow P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{1}{2} \rho A v^3 = v F_R$$

$$\Rightarrow F_R = \frac{1}{2} \rho A v^2$$

Leistung beim Autofahren:

Parameter Auto: $m = 1000 \text{ kg}$, $A = 3 \text{ m}^2$, $c_w = 0.5$, $\rho_{\text{Luft}} = 1.2 \text{ kg/m}^3$

Rollreibung:

$$F_R = \mu_R m g = 100 \text{ N}$$

Luftwiderstand:

$$F_R = \frac{1}{2} c_w \rho A v^2 = 0.9 \text{ kg/m} \cdot v^2$$

Leistung:

$$P = F \cdot v$$

Bei 50 km/h (= 13.88 m/s): $F_{\text{ges}} = 100 \text{ N} + 174 \text{ N} = 274 \text{ N}$

$$P = 3800 \text{ W} \cong 4 \text{ kW}$$

Bei 150 km/h (=41.66 m/s): $F_{\text{ges}} = 100 \text{ N} + 1562 \text{ N} = 1662 \text{ N}$

$$P = 69270 \text{ W} \cong 70 \text{ kW}$$

Leistung gegen Luftwiderstand ist proportional zu v^3