

Wärmestrahlung

Gleichheit von Absorptions- und Emissionsgrad

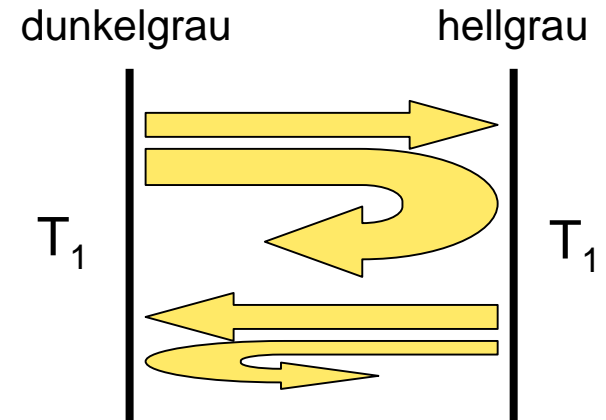
Zwei Flächen auf gleicher Temperatur T_1 stehen sich gegenüber.

Der Wärmefluss durch Strahlung muss in beiden Richtungen gleich sein, sonst würde sich eine Fläche abkühlen und die andere aufheizen im Widerspruch zum zweiten Hauptsatz.

Einfallende Strahlung = absorbierte Strahlung + reflektierte Strahlung

Absorptionsgrad ε :

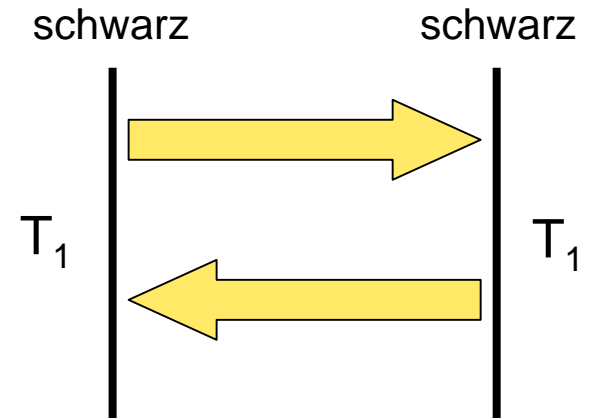
$$\varepsilon = \frac{\text{absorbierte Strahlungsleistung}}{\text{einfallende Strahlungsleistung}}$$



Absorbiert die Fläche alle Strahlung, ist sie perfekt schwarz.

Man kann schlussfolgern:

Eine schwarze Fläche muss genau soviel Strahlung emittieren, wie sie absorbiert.
(bei Strahlung gleicher Emissionstemperatur)



Emissionsgrad

$$\varepsilon = \frac{\text{emittierte Strahlungsleistung}}{\text{emittierte Strahlungsleistung einer schwarzen Fläche}}$$

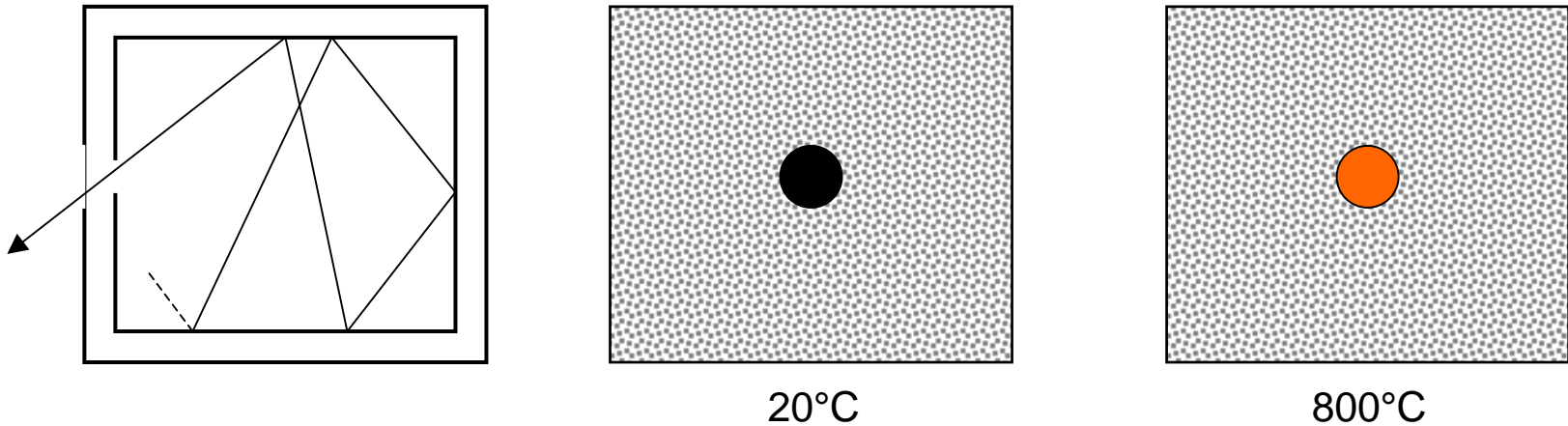
Für andere Flächen muss der Absorptionsgrad gleich dem Emissionsgrad sein, damit emittierte Strahlungsleistung gleich absorbierte Strahlungsleistung ist.

Eine schwarze Fläche strahlt am meisten Wärmestrahlung ab.

Schwarzer Strahler

Als schwarzen Strahler bezeichnet man eine Fläche, die bei allen Frequenzen Wärmestrahlung vollständig absorbiert und damit auch maximal abstrahlt.

Übliche Realisierung als schwarzer Hohlraum mit Austrittsloch.



Der s.g. Hohlraumresonator eignet sich besonders für die Berechnung des Spektrums der emittierten Strahlung.

Die Erklärung der Wärmestrahlung durch Planck (1900) war die Geburtsstunde der Quantenmechanik.

Elektromagnetische Wellen (Infrarot, Licht, ..) werden durch die thermische Energie angeregt.

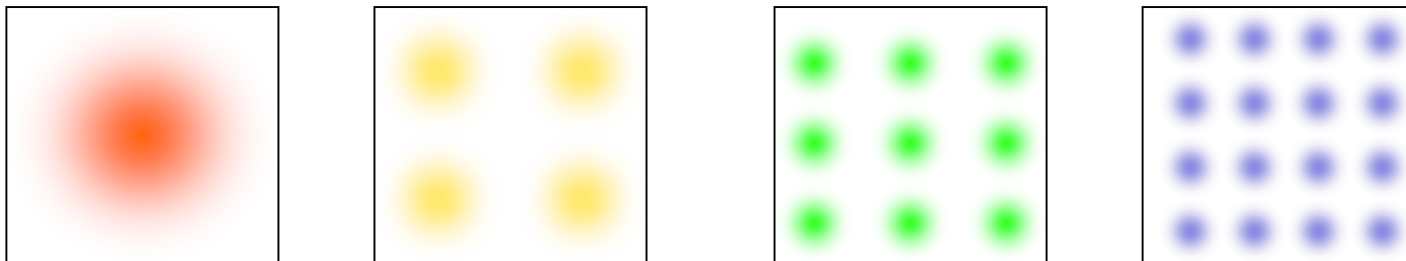
Bei hohen Temperaturen ($>700^{\circ}\text{C}$) steht genügend Energie zur Verfügung um merklich im sichtbaren Bereich zu emittieren (Rotglut).

Je heißer die Oberfläche wird, umso gelber – weißer – blauer wird das Licht.

- Frage: 1. Wieviel Licht wird bei einer bestimmten Frequenz emittiert
2. Wieviel Lichtenergie wird insgesamt abgestrahlt.

Betrachtung der Wellen in dem Hohlraumresonator:

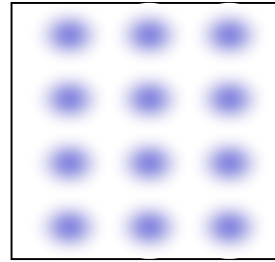
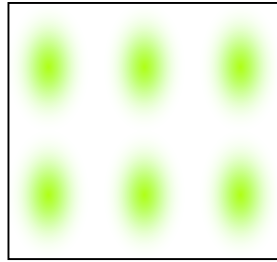
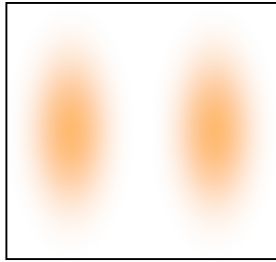
Ausbildung stehender elektromagnetischer Wellen



je kürzer die Wellenlänge umso höher die Frequenz

Farbe des Lichtes ändert sich von rot über gelb, grün nach blau

Es sind auch solche stehenden Wellen möglich:



Die Wellenzahl in x-, y- und z-Richtung ist: $k_x = n_x \frac{2\pi}{L}$

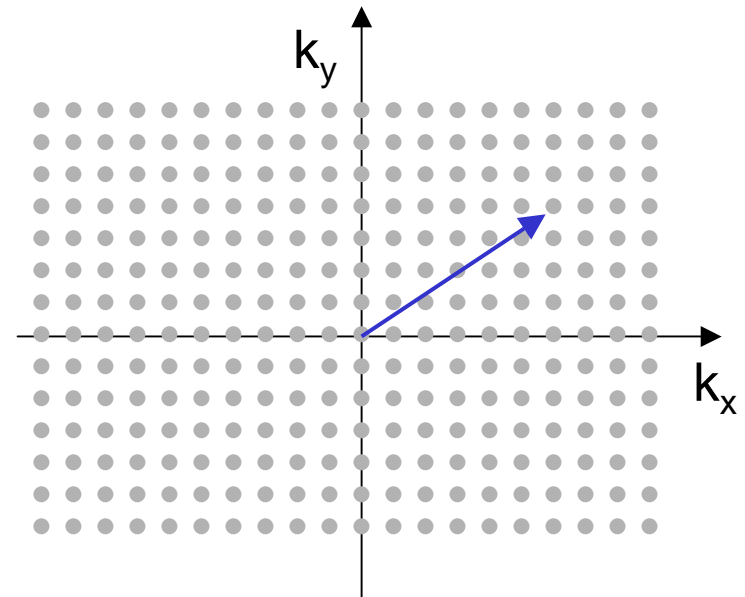
$$k_y = n_y \frac{2\pi}{L}$$

$$k_z = n_z \frac{2\pi}{L}$$

Die Wellenzahlvektoren für alle möglichen stehenden Wellen sind rechts schematisch eingetragen.

Die Frequenz (Farbe) der Welle ist proportional zum Betrag vom Wellenzahlvektor.

$$\nu = \frac{c}{2\pi} |\vec{k}|$$

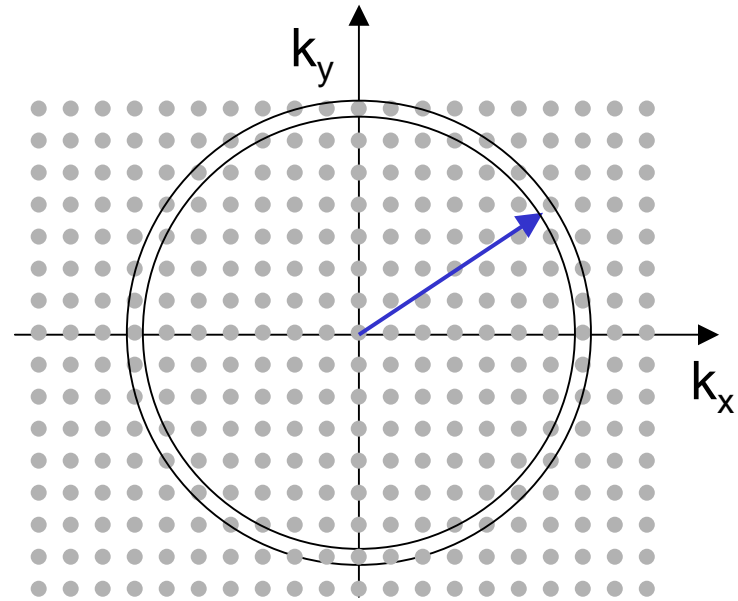


Alle k -Vektoren zu einem Frequenzintervall ν bis $\nu+d\nu$ liegen in einer Kugelschale.

Die Anzahl der k -Vektoren in der Kugelschale steigt quadratisch mit dem Radius, d.h. quadratisch mit der Frequenz.

Im thermischen Gleichgewicht wird auf jede stehende Welle im Mittel gleich viel Energie verteilt $k_B T$. Jede Welle stellt einen Freiheitsgrad (des Lichtfeldes) dar.

Die in dem Frequenzintervall ν bis $\nu+d\nu$ gespeicherte Energiedichte steigt also quadratisch mit der Frequenz an.



$$\rho(\nu) d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} k_B T d\nu$$

Rayleigh – Jeans Gesetz

Dieses aus der klassischen Physik hergeleitete Gesetz würde zur s.g. Ultraviolett Katastrophe führen: die Intensität würde mit zunehmender Frequenz (... blau, violett, ultraviolett ...) ins unendliche ansteigen.

Ein bis dahin unbekanntes Phänomen verhindert die Anregung der Wellen mit hoher Frequenz.

Planck führte das Energiequant ein und leitete daraus das richtige Spektrum eines schwarzen Strahlers her.

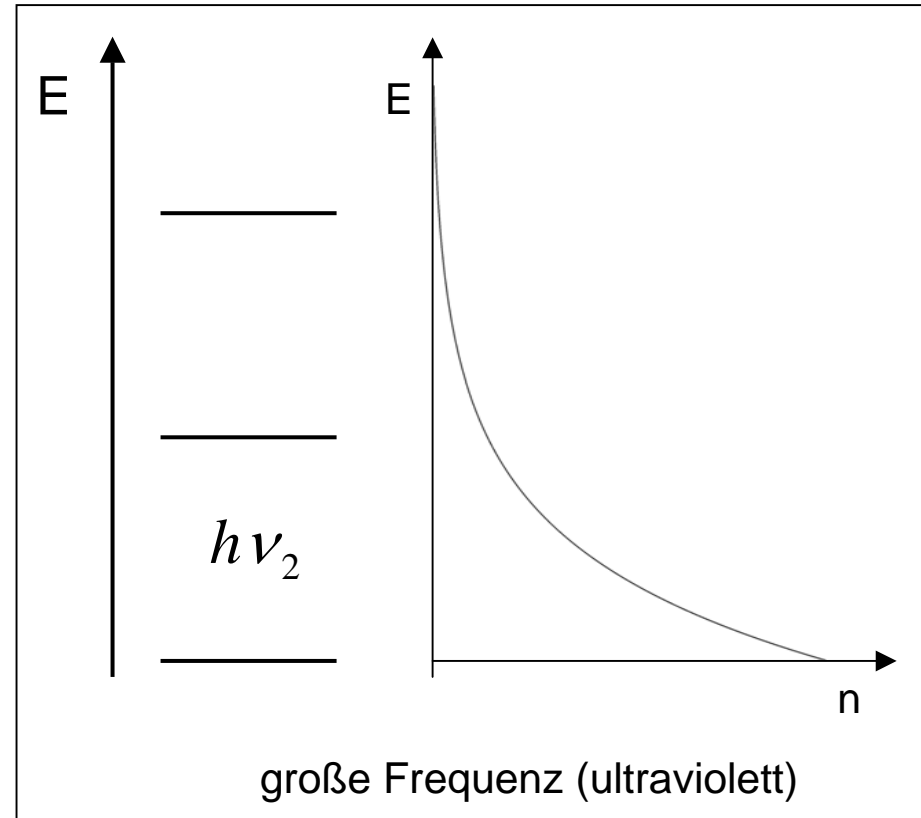
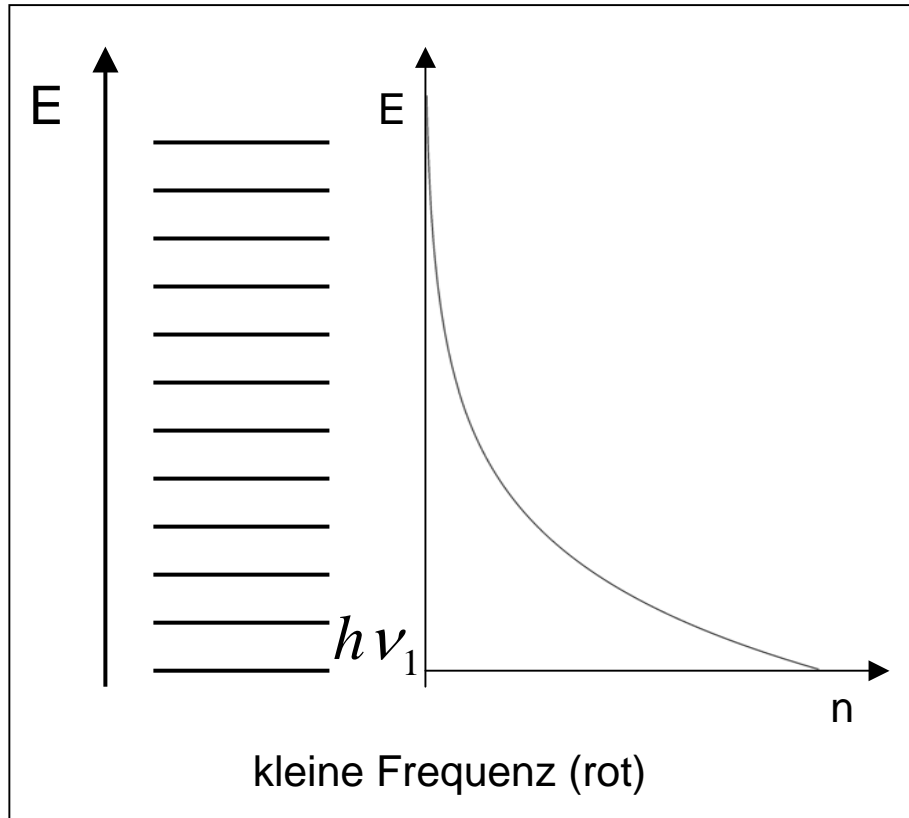
Jede Welle kann Energie nur in festen Portionen d.h. Quanten aufnehmen, die Photonen.

Die Energie eines Quants ist proportional zur Frequenz:

$$E = h \nu$$

h: Planck'sches Wirkungsquantum $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

Bei hohen Frequenzen ist die Energie eines Energiequants (Photon) hoch und damit wird die thermische Anregung sehr unwahrscheinlich.



Die mittlere, in einer stehenden Welle gespeicherte Energie ist:

$$\langle E \rangle = \frac{h\nu}{e^{\frac{k_B T}{h\nu}} - 1} \quad (\text{Ergibt sich nach kurzer Rechnung})$$

Die Energiedichte im Hohlraum ist Anzahl der stehenden Wellen im Frequenzintervall multipliziert mit der mittleren Energie darin

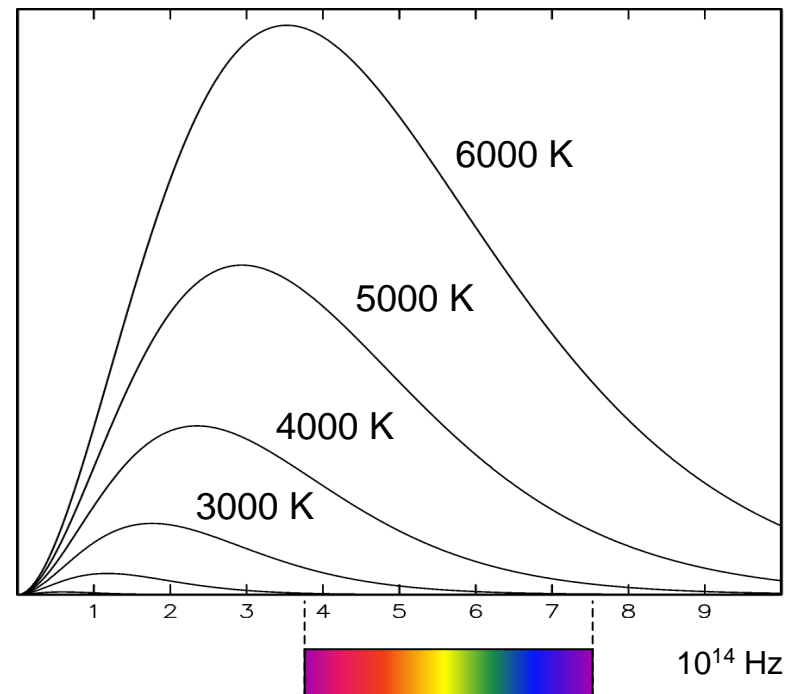
$$\rho(\nu) d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} d\nu$$

Planck'sches Strahlungsgesetz

Die emittierte Strahlungsleistung in dem Frequenzintervall hat bis auf einen Vorfaktor die gleiche Form.

Bei kleinen Frequenzen ist dieses Gesetz gut genährt durch das Rayleigh-Jeans Gesetz.

Bei hohen Frequenzen nimmt die Energiedichte exponentiell mit der Frequenz ab.



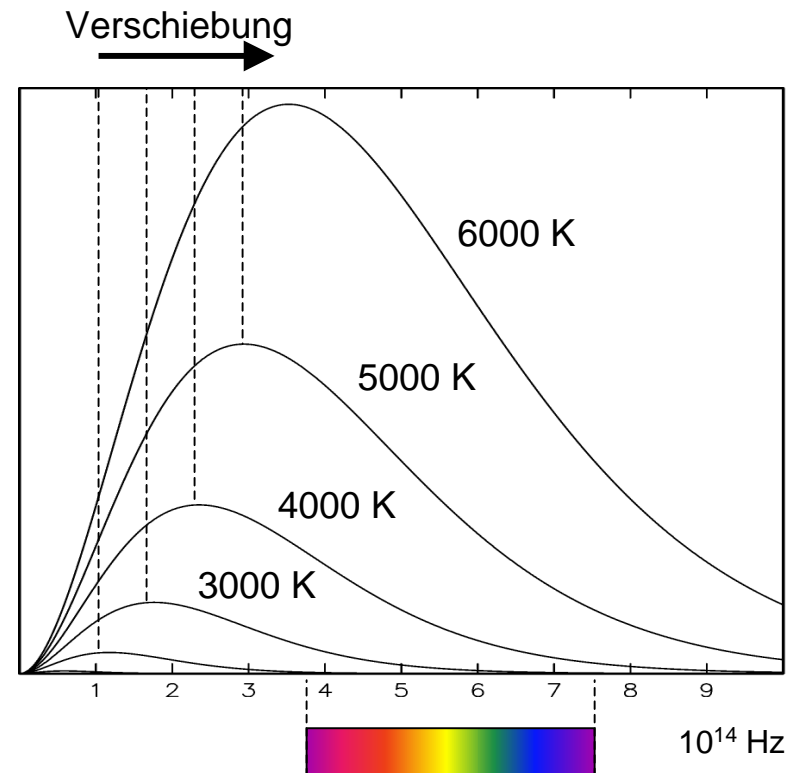
Emissionsmaximum:

Das Maximum der emittierten Strahlung verschiebt sich mit steigender Temperatur zu höheren Frequenzen (ins Blaue).

Berechnet man das Maximum der Kurve aus dem Planck'schen Gesetz erhält man das Wien'sche Verschiebungsgesetz.

$$\nu_{\max} = 5.88 \cdot 10^{10} \frac{\text{Hz}}{\text{K}} T$$

Das Maximum verschiebt sich proportional zur Temperatur.



Gesamtemission des schwarzen Strahlers:

Mit steigender Temperatur nimmt die Fläche unter der Kurve im Planck'schen Strahlungsgesetz stark zu. Integriert man über alle Frequenzen erhält man:

$$P = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} T^4$$

Stefan-Boltzmann Gesetz

Die insgesamt abgestrahlte Leistung nimmt mit 4. Potenz der Temperatur zu.

