Energieerhaltung

In einem abgeschlossenen System aus Punktmassen wird die Gesamtenergie erhalten.

Abgeschlossen bedeutet, dass es keine Kräfte aus dem System heraus auf Körper außerhalb des Systems gibt und andersherum keine Kräfte von außen in das System hineinwirken. D.h. es dürfen keine Felder in das System hineingreifen, die von Körpern außerhalb des Systems ausgehen.

Erhalten bleibt die Gesamtenergie des Systems. Die Gesamtenergie für ein System aus Punktmassen, die durch Gravitation wechselwirken, ist gegeben durch:

$$E_{ges} = \gamma \sum_{i<j} \frac{m_i m_j}{\left|\vec{r}_i - \vec{r}_j\right|} + \sum_i \tfrac{1}{2} m_i \left|\vec{v}_i\right|^2$$

wobei $\gamma = 6.67408\ 10^{-11}\ \mathrm{m}^3/(\mathrm{kg\ s}^2)$ die Gravitationskonstante ist. Zur Berechnung der potentiellen Energie wird ein Körper nach dem anderen von Referenzpunkt aus in das System eingebracht. Bei der Berechnung der verrichteten Arbeit am Körper j über das Wegintegral sind daher nur alle Körper mit den Indizes $i < j$ vorhanden. Daher läuft die Summe über alle i und j mit $i < j$.

Außer in einigen Spezialfällen gilt die Erhaltung der Summe aus potentieller und kinetischer Energie NICHT für einzelne Körper sondern nur für die Gesamtenergie des Systems. Das liegt daran, dass die Bewegung eines Körpers wegen Newtons drittem Axiom Rückwirkungen auf die anderen Körper verursacht. Dadurch ist das Potential, in dem sich der Körper bewegt, zeitabhängig, was im Allgemeinen zu einer Änderung der Energie des Körpers führt. Auch wenn sich die anderen Körper aus anderen Gründen relativ zueinander bewegen, ist das Potential zeitabhängig und die Energie eines einzelnen Körpers wird nicht erhalten.

Spezialfall zeitlich konstantes Potential

Wenn sich ein Körper in einem zeitlich konstanten Potential bewegt, dann ist die Summe aus seiner potentiellen und kinetischen Energie konstant. Dies ist z.B. dann der Fall, wenn sich ein kleiner Körper im Potential eines sehr massereichen Körpers bewegt, so dass die Rückwirkung im Sinne Newtons drittem Axiom so klein ist, dass sie vernachlässigt werden kann.

Spezialfall zeitlich konstantes Potential einer Punktmasse

Für eine kleine Masse m_1 in der Umgebung einer einzelnen massereichen Punktmasse m_2 ist das Potential gegeben durch

$$\varphi = \gamma \frac{m_2}{\left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right|}$$

In diesem Fall ist die Rückwirkung der kleinen Masse auf die große Masse so klein, dass sie vernachlässigt werden kann. Die Energie der kleinen Masse wird in diesem Fall erhalten:

$$E = \gamma \frac{m_1 m_2}{\left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right|} + \tfrac{1}{2} m_1 \left|\vec{v}_1\right|^2 = \mathrm{const}$$

Spezialfall zeitlich und räumlich konstantes Potential

An der Erdoberfläche kann die Gravitation der Erde näherungsweise durch die zeitlich und räumlich konstante Feldstärke $\vec{g}$ mit $g = |\vec{g}|$ = 9.81 m/s² beschrieben werden. Das Potential ist in diesem Fall gegeben durch $\varphi = gh$ mit der Höhe h über dem Referenzpunkt. Die potentielle Energie ist gegeben durch $E_{\mathrm{pot}} = mgh$. In diesem Spezialfall gilt mit $v = |\vec{v}|$

$$E = mgh + \frac{1}{2}mv^2 = \mathrm{const}$$

Ausgedehnte Körper

Werden ausgedehnte starre Körper betrachtet, muss die Rotationsenergie der Körper zusätzlich berücksichtigt werden. Werden elastische Körper betrachtet, muss zusätzlich die elastische Energie betrachtet werden, die in den Körpern gespeichert werden kann.

Innere Freiheitsgrade

Ausgedehnte Körper haben innere Freiheitsgrade und stellen thermodynamische Systeme dar. Auf diese Freiheitsgrade kann Energie übertragen werden, die wegen des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik nicht mehr vollständig in mechanische Energie zurückverwandelt werden kann. Dadurch geht mechanische Energie z.B. durch Reibung in innere Energie über. Innere Energie kann bei der Energieerhaltung berücksichtigt werden. Dies wird durch den ersten Hauptsatz der Thermodynamik ausgedrückt.