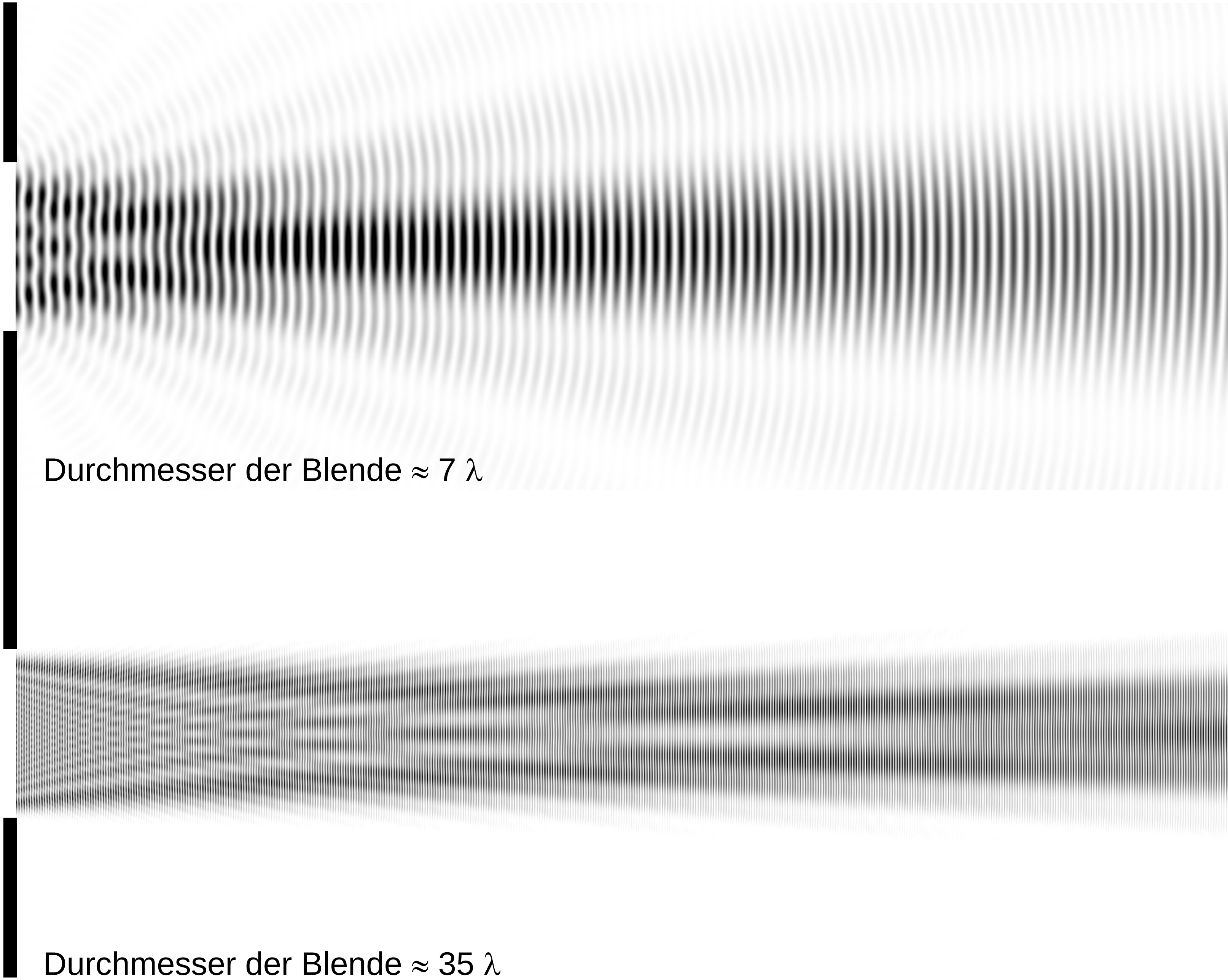
Geometrische Optik

Der Wellencharakter von Licht macht sich bei der Ausbreitung nicht wesentlich bemerkbar, wenn die Ausdehnung der Welle groß gegen die Wellenlänge ist.

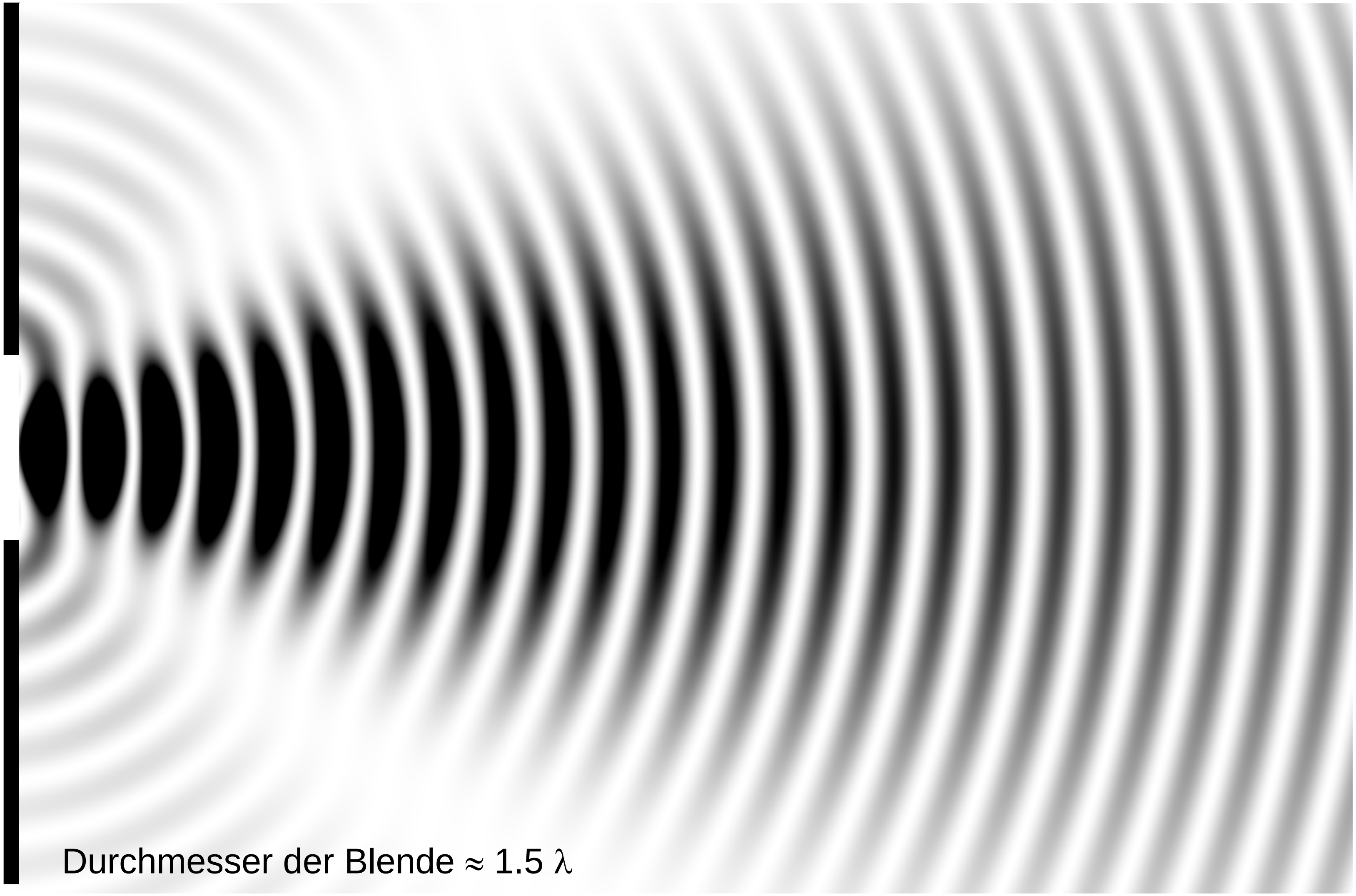
Änderungen von E und B parallel zu den Wellenfronten sind dann schwach und beeinflussen die Ausbreitungsrichtung wenig.

Solch eine Welle nennt man *Lichtstrahl*. Man ordnet dem Lichtstrahl eine Ausbreitungsrichtung, Polarisation, Intensität, Wellenlänge, etc. zu.

Lichtstrahl als Welle hinter einer Blende



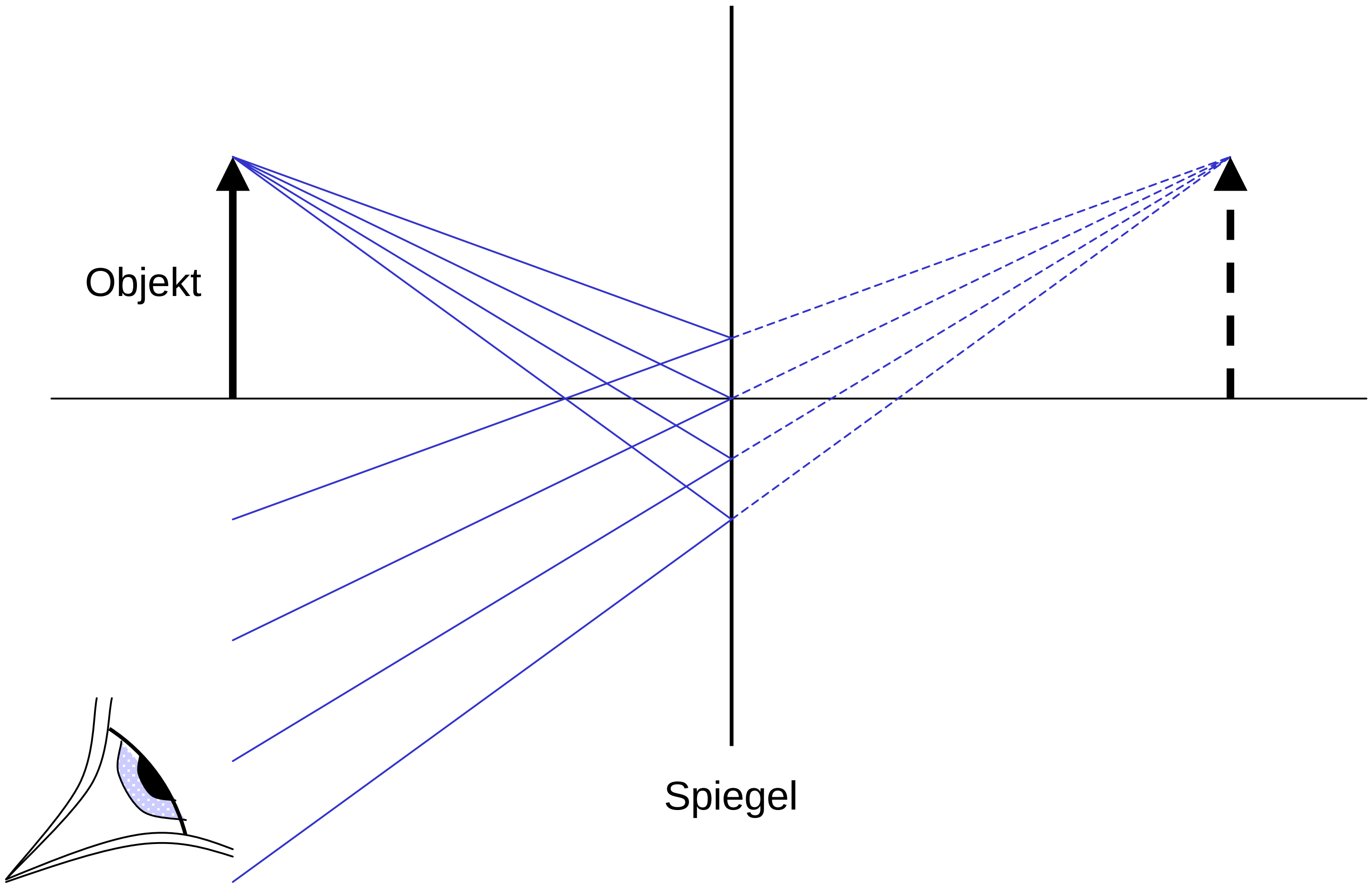
Lichtstrahl als Welle hinter einer Blende



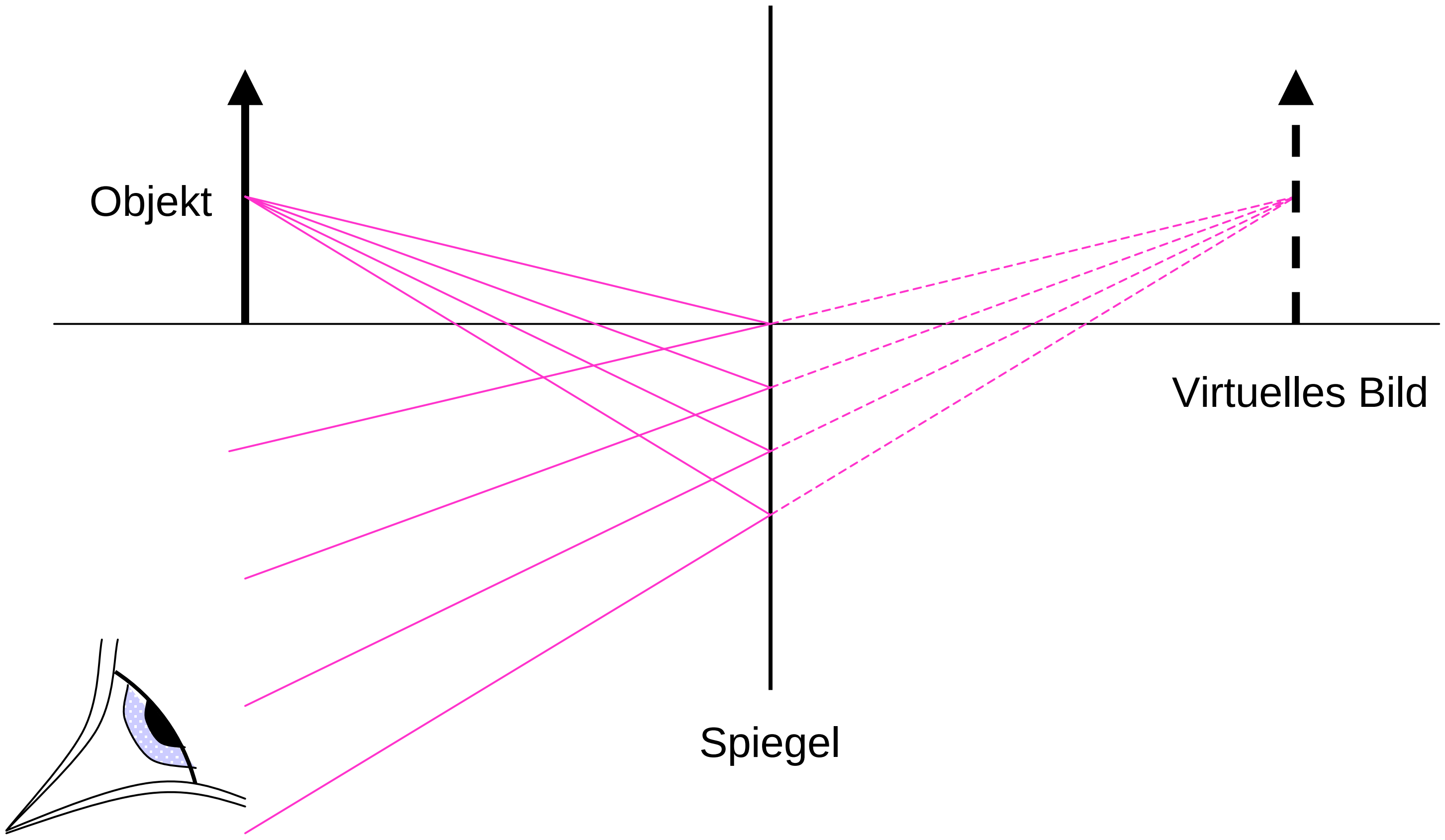
Ist die Ausdehnung des Strahles nicht viel größer als die Wellenlänge läuft die Welle auch zur Seite und ähnelt hier eine Kugelwelle

Optische Abbildungen

Ebener Spiegel



Jeder andere Punkt des Objektes wird ebenso abgebildet:



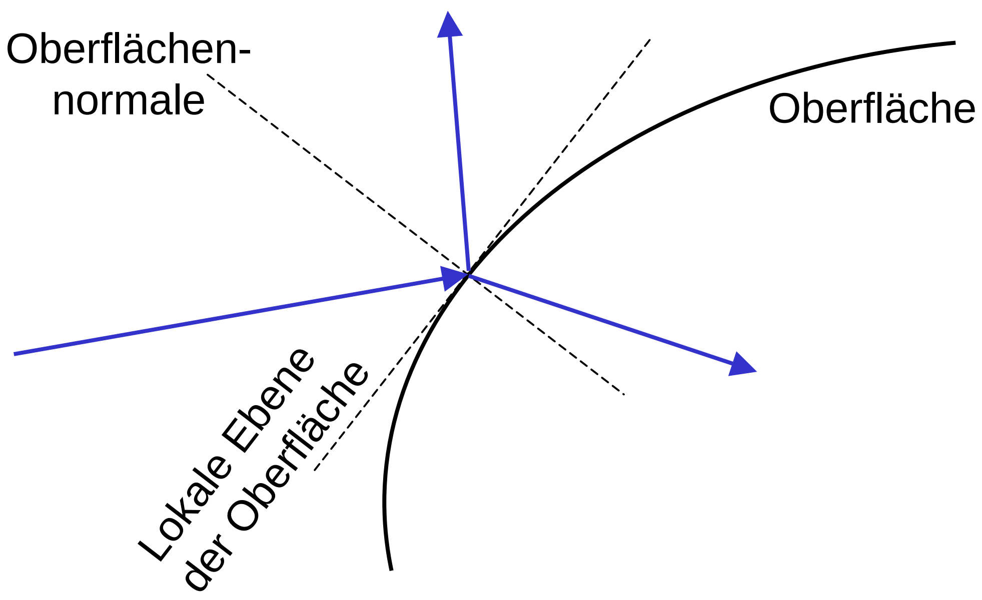
Das am Auge ankommende Wellenfeld (die Lichtstrahlen) sind identisch zu dem (denen) eines Objektes am Ort des Virtuellen Bildes. Unser Auge und Gehirn interpretiert das Licht immer so, als breitet es sich gradlinig aus. Daher sehen wir ein Bild an dem Ort, an dem sich die gradlinige Verlängerung der Strahlen in einem Punkt treffen.

Grundregeln der geometrischen Optik:

In einem optisch homogenen Medium breiten sich die Lichtstrahlen gradlinig aus. (Dies gilt z.B. nicht in einem Medium, dessen Dichte ortsabhängig ist).

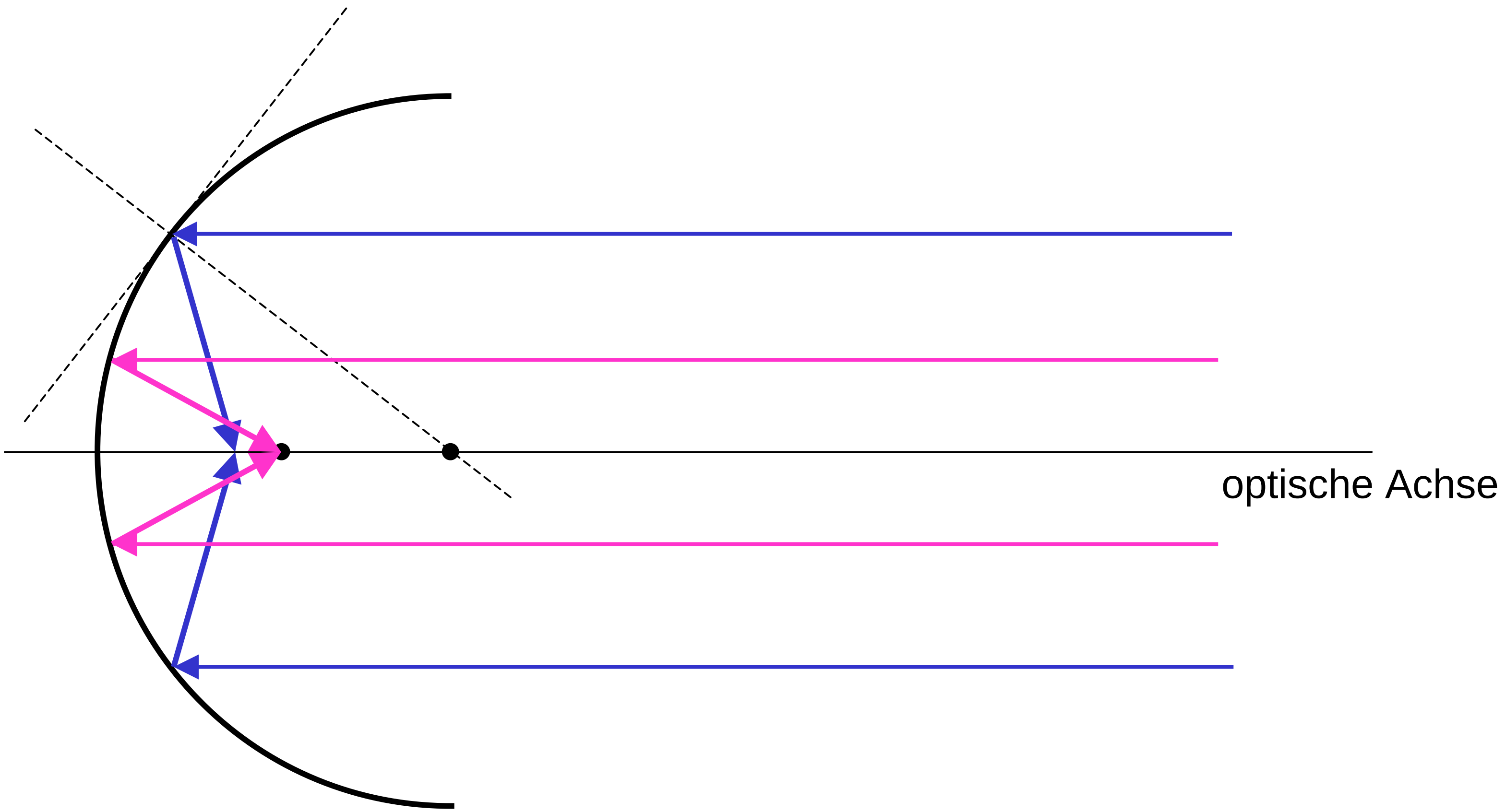
An Oberflächen werden die Lichtstrahlen nach dem Reflexionsgesetz reflektiert. (Einfallswinkel = Ausfallswinkel gemessen zur Oberflächennormalen).

Die durch eine Oberfläche transmittierten Strahlen werden nach dem Snelliusschen Brechungsgesetz gebrochen.



Gekrümmte Spiegeloberflächen:

Sphärischer Hohlspiegel



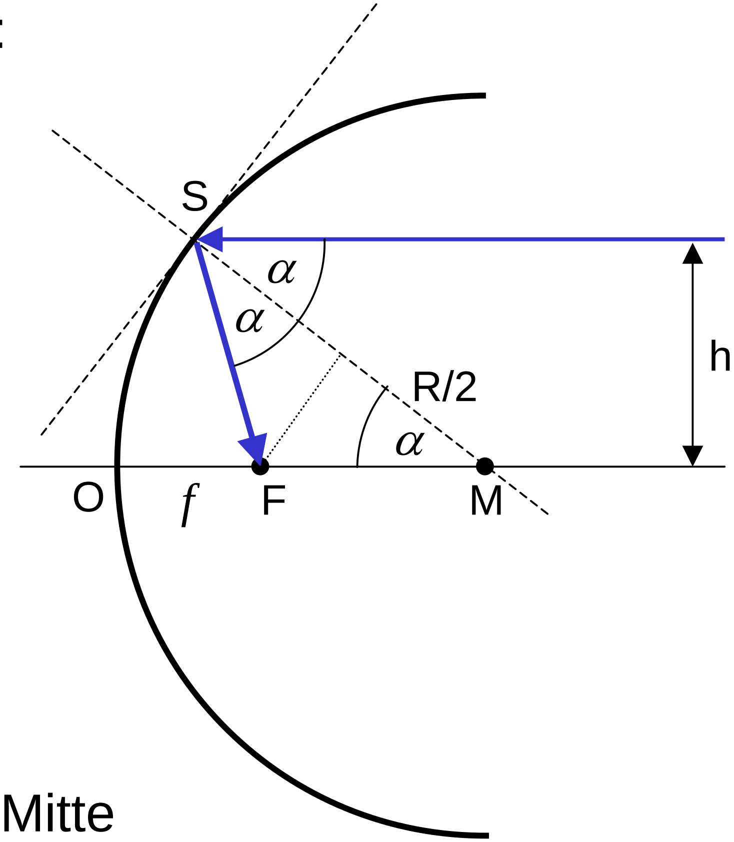
Parallel auf auf einen sphärischen Hohlspiegel fallenden Strahlen werden fokussiert. Allerdings liegt der Brennpunkt für achsferne Strahlen näher am Spiegel als für achsnahe Strahlen.

Aus Strahlensatz und Reflexionsgesetz folgt:

$$\overline{MF} = \overline{SF}$$

Für die Strecke $\overline{MF}$ ergibt sich

$$\overline{MF} = \frac{R}{2}\frac{1}{\cos\alpha}$$



Für achsnahe Strahlen kann man nähern

$$\cos\alpha \approx 1$$

und erhält für den Ort des Brennpunktes die Mitte zwischen Kugelmittelpunkt (M) und Spiegeloberfläche (O).

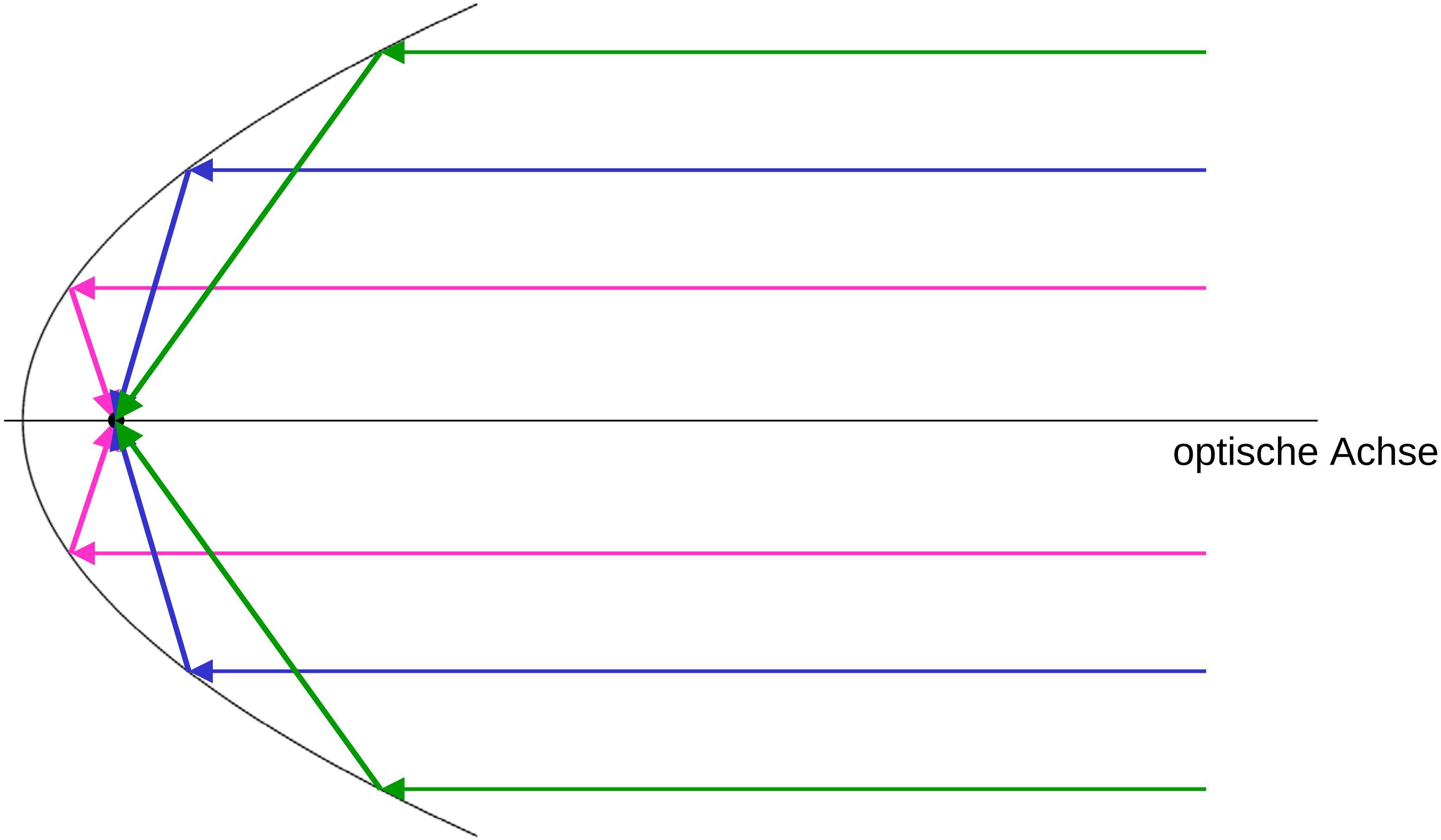
Man sagt, die *Brennweite* $f = \overline{OF}$ des sphärischen Spiegels ist R/2.

Für achsferne Strahlen ist die Brennweite kleiner.

$$f = R\left[1 - \frac{R}{2\sqrt{R^2 - h^2}}\right]$$

Parabolspiegel:

Bei einer Paraboloid-förmigen Spiegelfläche werden auch die achsfernen Strahlen im Brennpunkt fokussiert.



Beispiel: Radioteleskop

100m Radioteleskop am Max-Planck Institut für Radioastronomie

Wellenlängen: 0.35mm bis 15m

Die Leistung des empfangenen Signals ist proportional zur Fläche $P = I\,A$

Der Durchmesser bestimmt das Winkelauflösungsvermögen

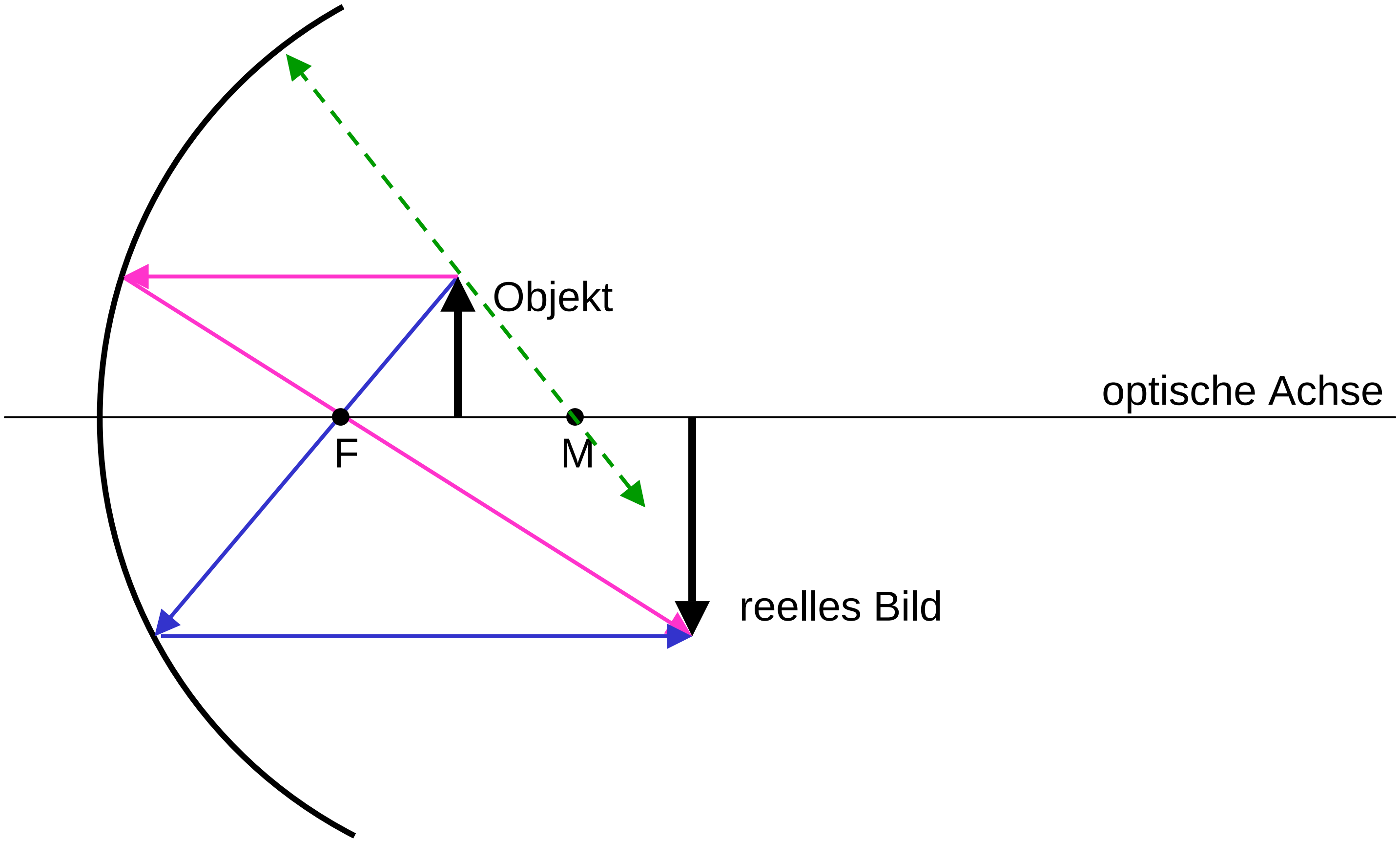
Hier: $\Delta\theta$ = 35 Bogensekunden

Die Abweichung von der idealen Parabelform ist kleiner als 0.5mm

Brennweite = 30 m

Erzeugung eines reellen Bildes mit einem Hohlspiegel:

Konstruktion des Bildes mit Brennpunktstrahlen

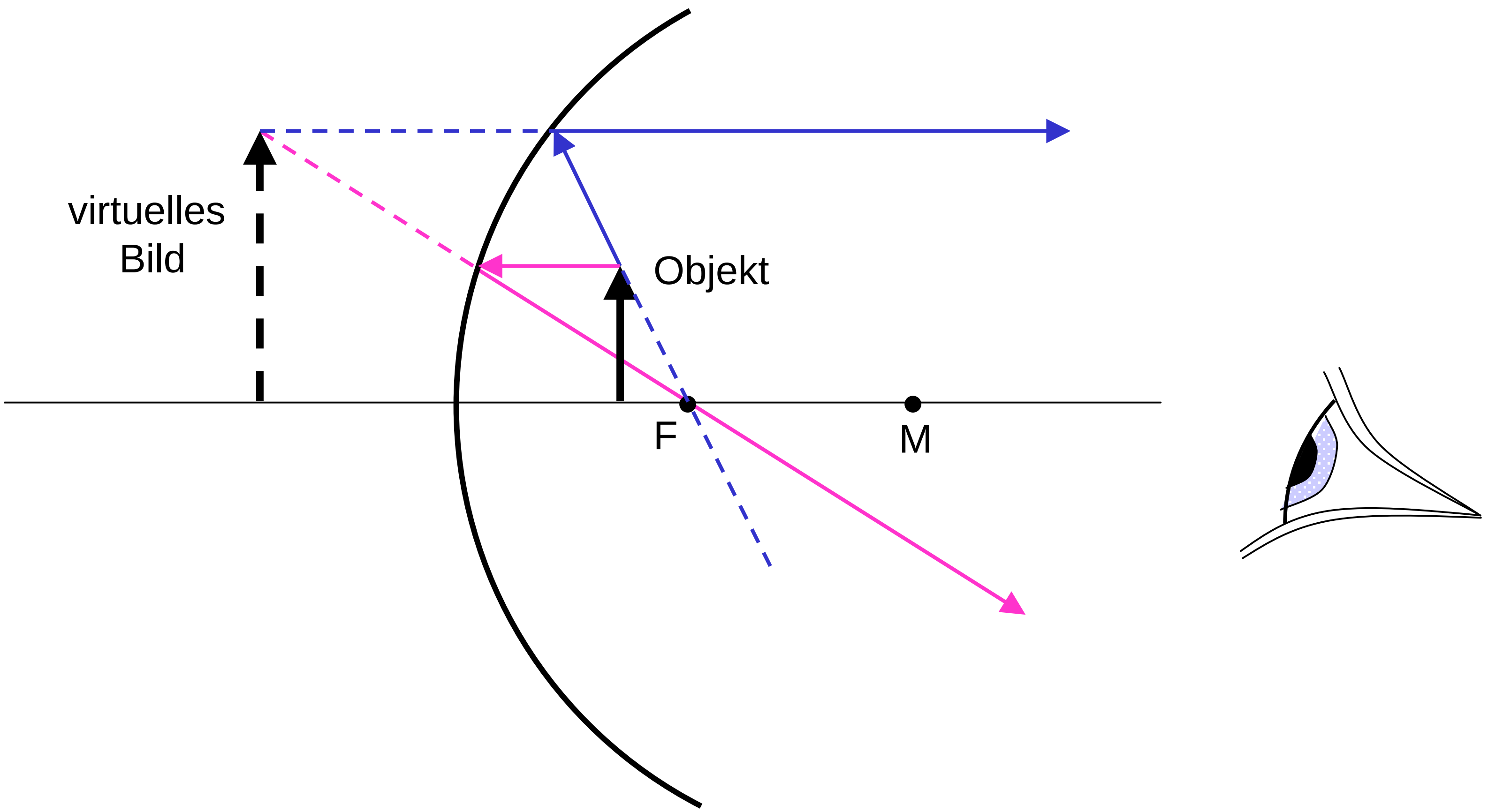


Bei achsnahem Strahlengang geht auch der Mittelpunktsstrahl (grün) durch den selben Bildpunkt.

Es entsteht ein umgekehrtes, reelles Bild.

Erzeugung eines virtuellen Bildes mit einem Hohlspiegel:

Konstruktion des Bildes mit Brennpunktstrahlen

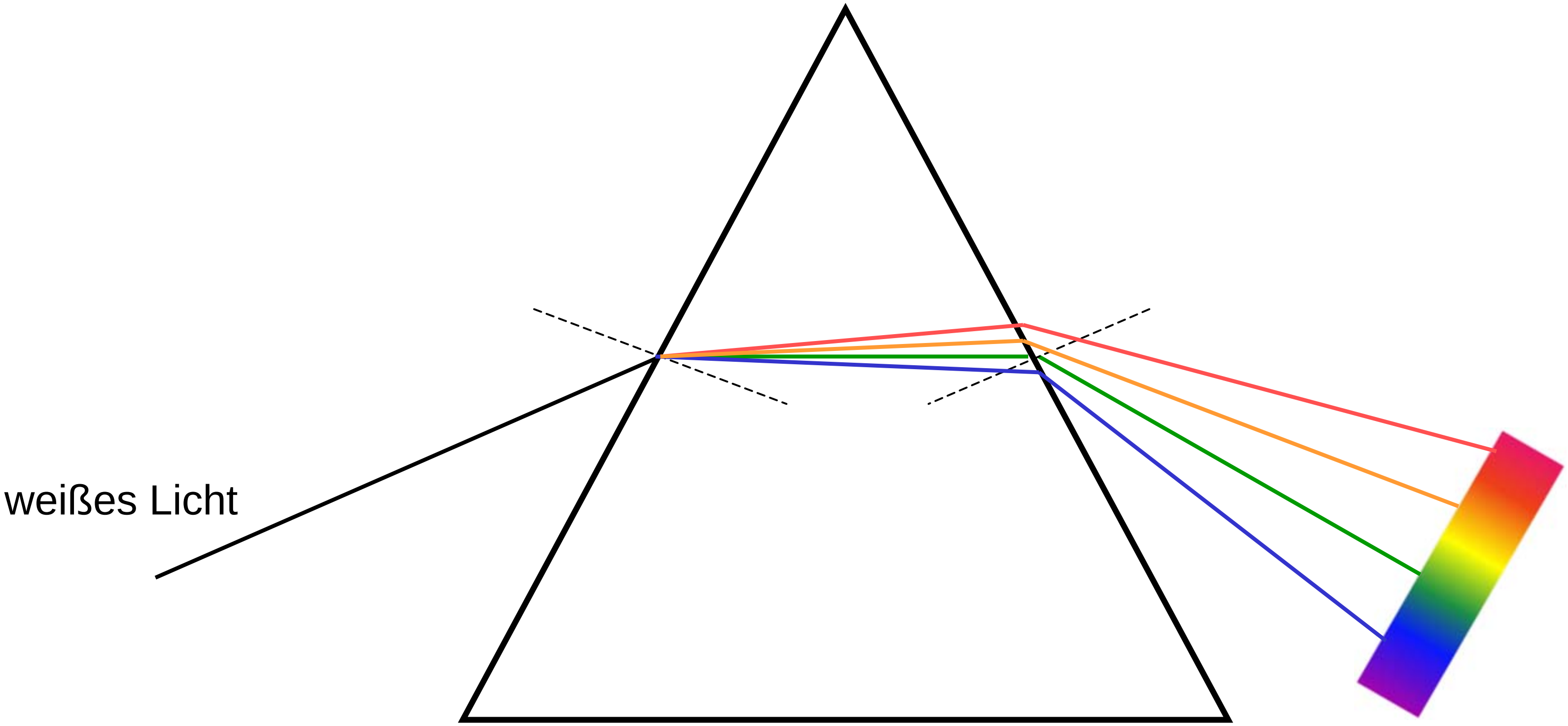


Das Auge sieht ein aufrechtes, vergrößertes Bild des Objektes, wenn das Objekt zwischen Spiegel und Brennpunkt steht. (Beispiel: Rasierspiegel)

Prisma

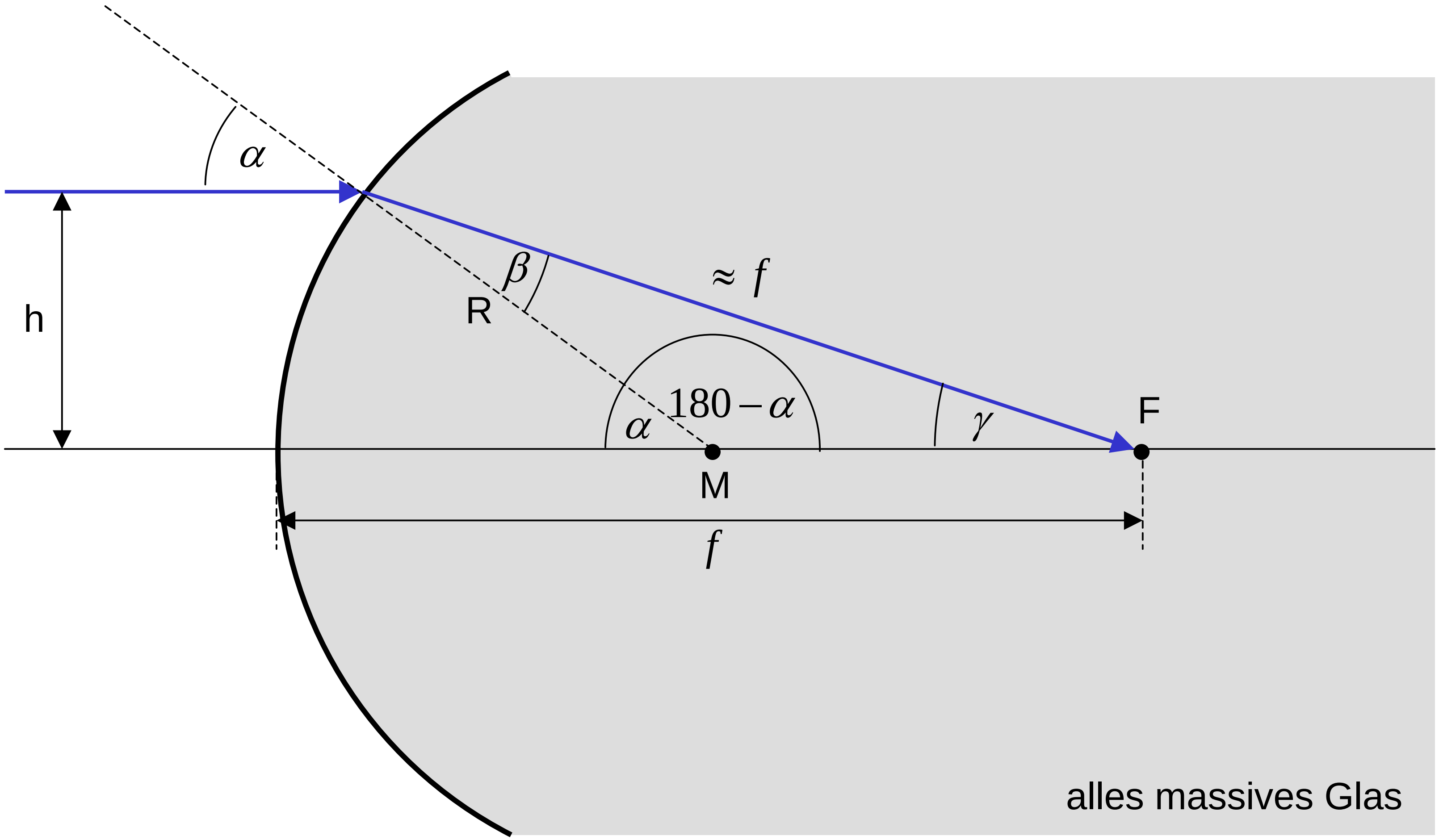
Der Brechungsindex ist frequenzabhängig (Farbe des Lichtes).

Auch der Brechungswinkel beim Eintritt und Austritt aus dem Prisma hängt deshalb von der Frequenz ab.



Bei normaler Dispersion wird blaues Licht stärker gebrochen als rotes.

Brechung an sphärisch gekrümmten Flächen:



Für achsnahe Strahlen gilt:

$$R\sin\alpha = h \approx f\tan\gamma \qquad \Rightarrow \qquad R\alpha \approx f\gamma$$

mit $\gamma = \alpha - \beta$ folgt $f \approx \dfrac{\alpha}{\alpha - \beta} R$

Aus dem Brechungsgesetz

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \qquad \Rightarrow \qquad n_1 \alpha \approx n_2 \beta$$

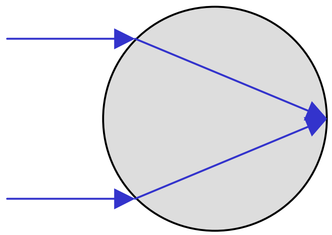
folgt

$$f \approx \frac{n_2}{n_2 - n_1} R$$

Beispiele:

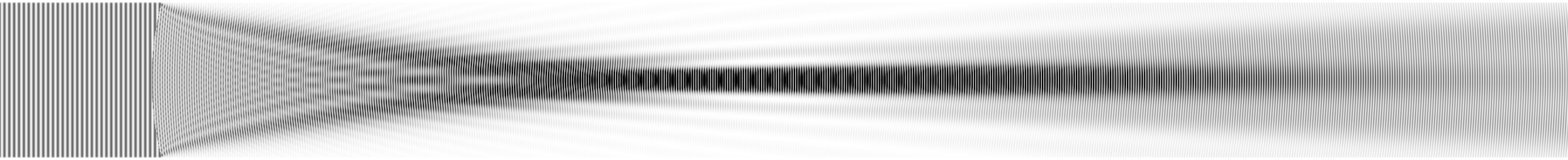
Für eine sphärische Glasoberfläche liegt der Brennpunkt ungefähr bei

$$f \approx \frac{1.5}{1.5 - 1.0} R = 3R$$



Für n>2 liegt der Brennpunkt innerhalb einer Kugel

Darstellung der Welle bei Brechung an sphärischer Glasoberfläche



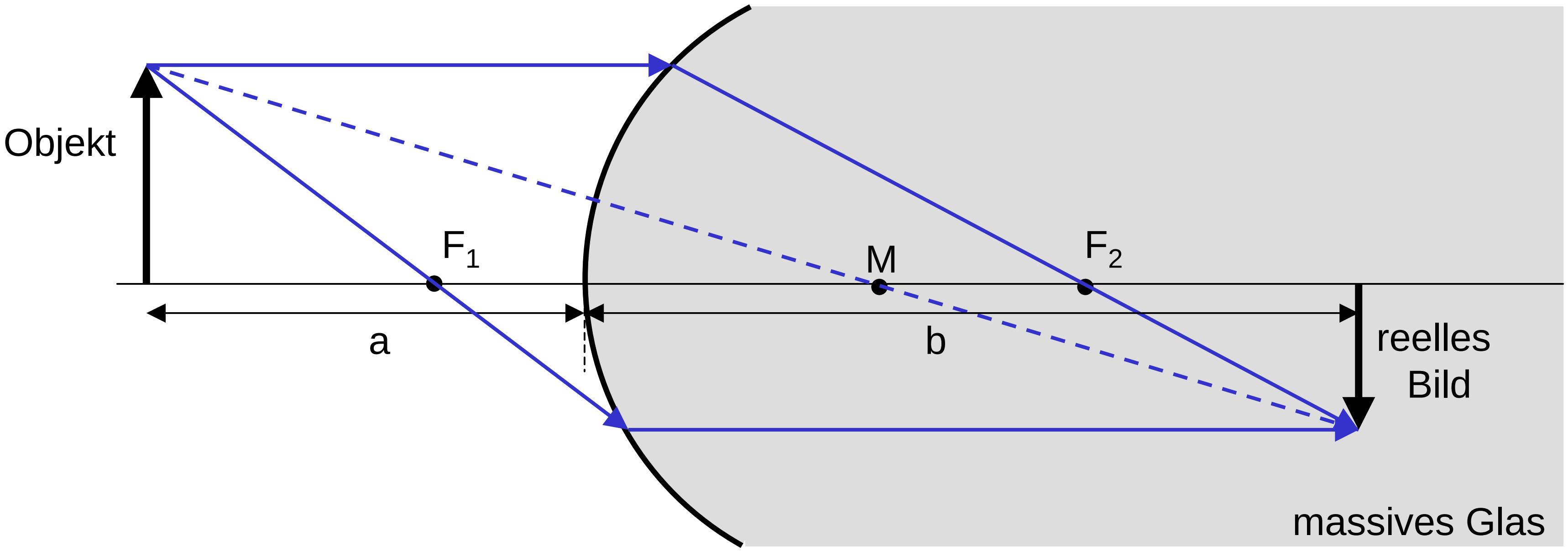
Durchmesser der Linse d ≈ 12 λ

Darstellung der mittleren Intensität der Welle (Wellenberge nicht sichtbar)

Durchmesser der Linse d ≈ 62 λ (Darstellung der Intensität)

Der Durchmesser des Fokus wird bestimmt durch Wellenlänge und Linsendurchmesser.

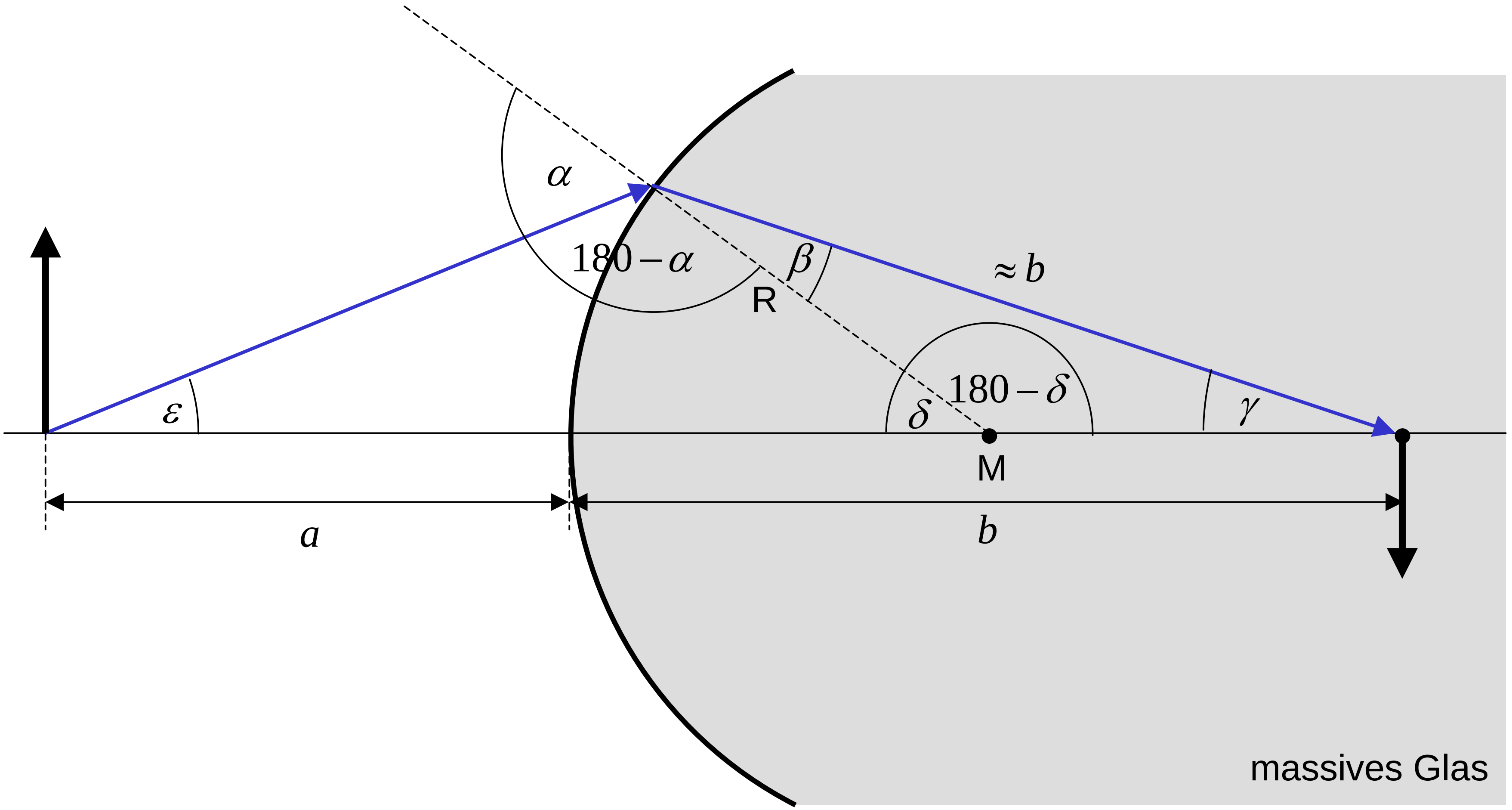
Gegenstandsweite und Bildweite:



Das umgekehrte, reelle Bild kann mit Hilfe der Brennpunktstrahlen und dem Mittelpunktstrahl konstruiert werden.

Es gibt zwei Brennpunkte: F_2 für parallele Strahlen, die in das Glas laufen und F_1 für parallele Strahlen die aus dem Glas herauslaufen.

Die Abstände a und b nennt man *Gegenstandsweite* und *Bildweite.*



Es gilt $\beta = \delta - \gamma$ und $\alpha = \delta + \varepsilon$

Aus dem Brechungsgesetz folgt näherungsweise $n_1 \alpha \approx n_2 \beta$

Es folgt

$$n_1(\delta + \varepsilon) \approx n_2(\delta - \gamma)$$

weiterhin gilt näherungsweise

$$h \approx R\delta \approx b\gamma \approx a\varepsilon$$

Durch die Kombination beider Gleichungen erhält man eine Beziehung, mit der die Bildweite bei vorgegebenem Radius und Gegenstandsweite berechnet werden kann.

$$\frac{n_1}{a} + \frac{n_2}{b} \approx \frac{n_2 - n_1}{R}$$

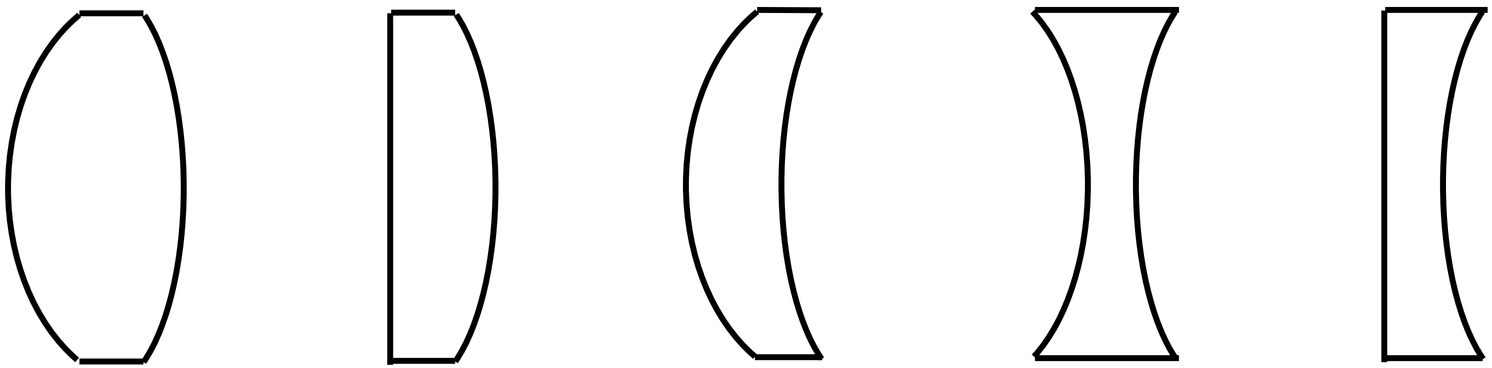
Dies lässt sich umschreiben in eine Beziehung mit der Brennweite:

$$\frac{n_1}{a} + \frac{n_2}{b} \approx \frac{n_2}{f_2} = -\frac{n_1}{f_1}$$

Linsen:

Bei einer Linse tritt das Licht durch eine gekrümmte Fläche in das Glas ein und durch eine Zweite wieder aus.

Es gibt verschiedenen Typen von Linsen:



bikonvex plankonvex konvexkonkav bikonkav plankonkav

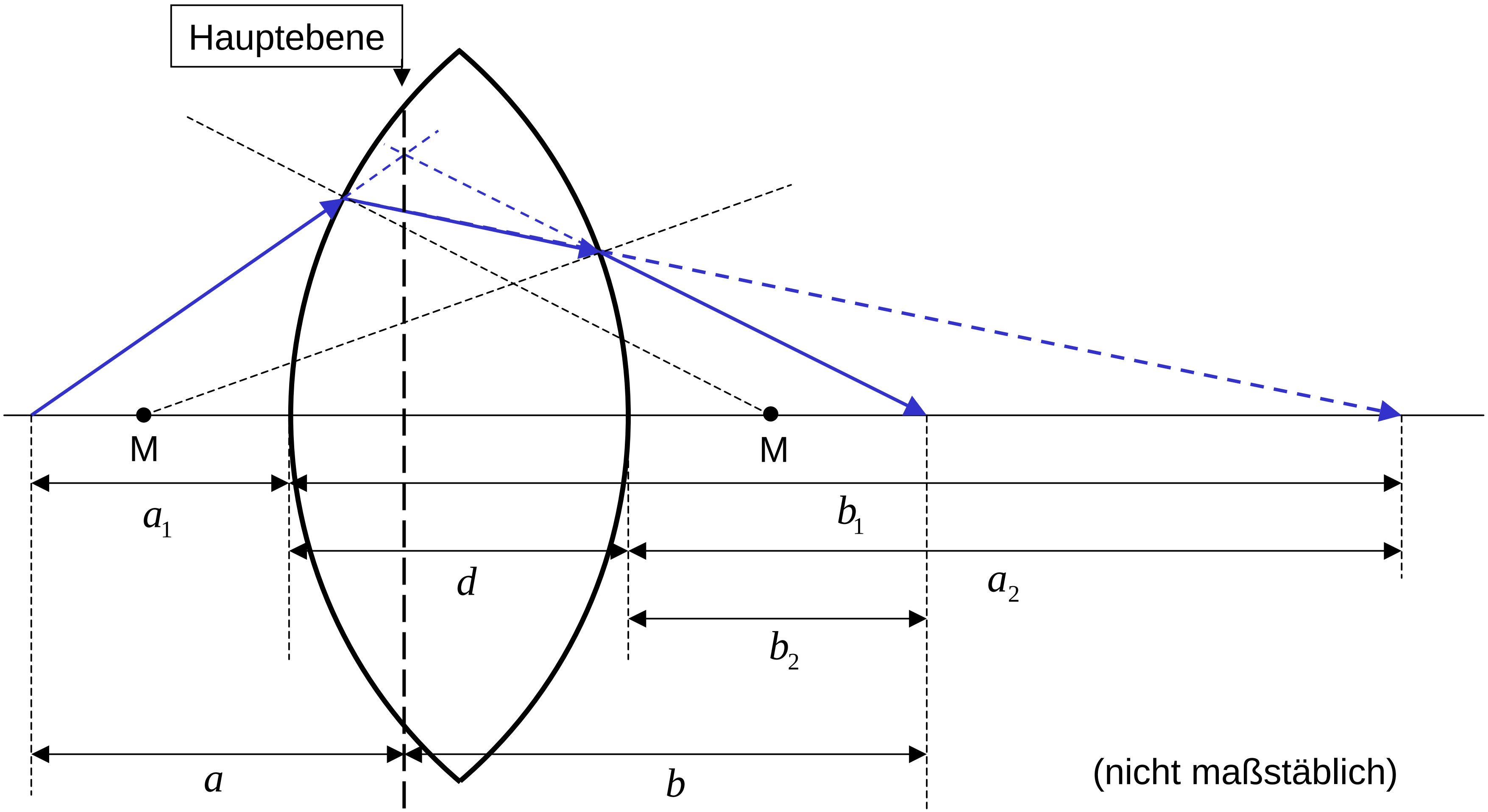
Für die Abbildungseigenschaften spielen die Krümmungen auf beiden Seiten eine Rolle.

Linsen, deren Dicke sehr klein gegen ihre Brennweite ist, bezeichnet man als *dünne Linsen*.

Brechung an den zwei sphärischen Oberflächen einer Linse:

Der Strahlengang durch eine Linse entspricht aufeinanderfolgenden Abbildungen durch die beiden Grenzflächen.

Der Krümmungsradius ist negativ, wenn der Mittelpunkt zwischen Grenzfläche und Lichtquelle (bzw. Objekt) liegt.



(nicht maßstäblich)

Der Außenraum besteht aus Luft, die Linse aus Glas mit Brechungsindex n

Brechung an der ersten Grenzfläche $n_1 = 1$, $n_2 = n$:

$$\frac{n_1}{a} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{R} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{1}{a_1} + \frac{n}{b_1} = \frac{n-1}{R_1}$$

Brechung an der zweiten Grenzfläche $n_1 = n$, $n_2 = 1$,
$a_2 = -(b_1 - d) < 0$ und $R_2 < 0$:

$$\frac{n}{a_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{1-n}{R_2} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{-n}{b_1 - d} + \frac{1}{b_2} = \frac{1-n}{R_2}$$

Addition beider Gleichungen liefert:

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_2} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{n\,d}{b_1(b_1 - d)}$$

Wenn die Dicke der Linse *d* klein ist, d.h. bei dünnen Linsen, kann der zweite Term vernachlässigt werden:

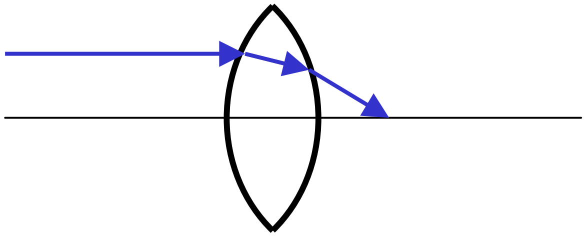
$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{b_2}\approx(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

Für kleines *d* kann man weiterhin nähern: $a_1 \approx a$ und $b_2 \approx b$:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\approx(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

Zur Berechnung der Brennweite wählt man $a_1 = \infty$ und $b_2 = f$

$$\frac{1}{f}\approx(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$



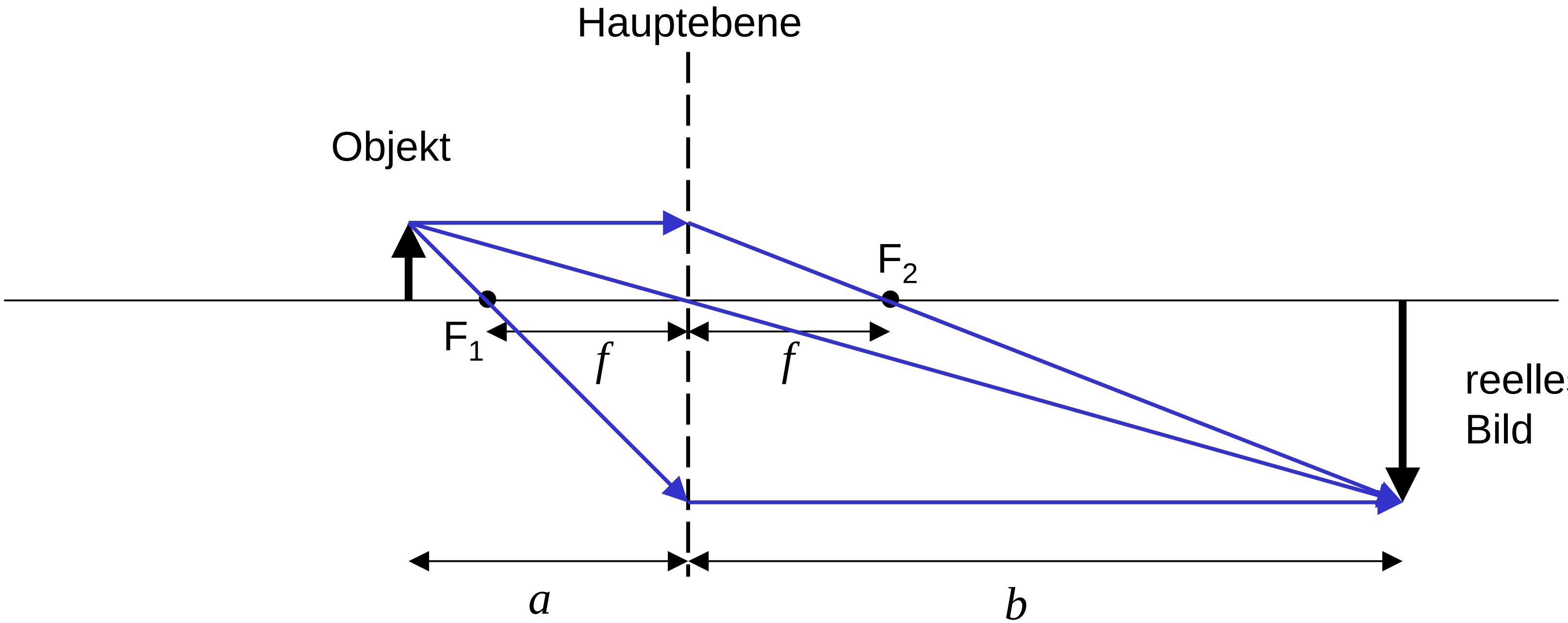
$$\Rightarrow \quad \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$

Linsengleichung:

Für achsnahe Strahlen bei dünnen Linsen gilt folglich:

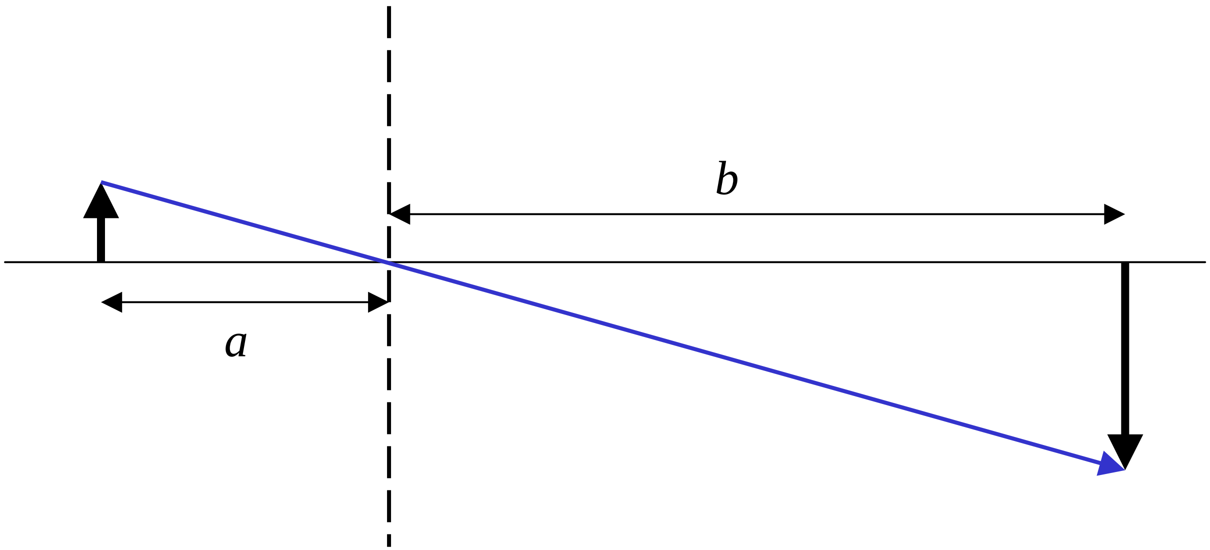
$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$

Die Gegenstandsweite *a* , die Bildweite *b* und die Brennweite *f* werden dabei bis zur Hauptebene der Linse gemessen.



Vergrößerung:

Mit dem Strahlensatz liest man am Mittelpunktsstrahl die Vergrößerung ab:



$$\boxed{M = -\frac{b}{a}}$$

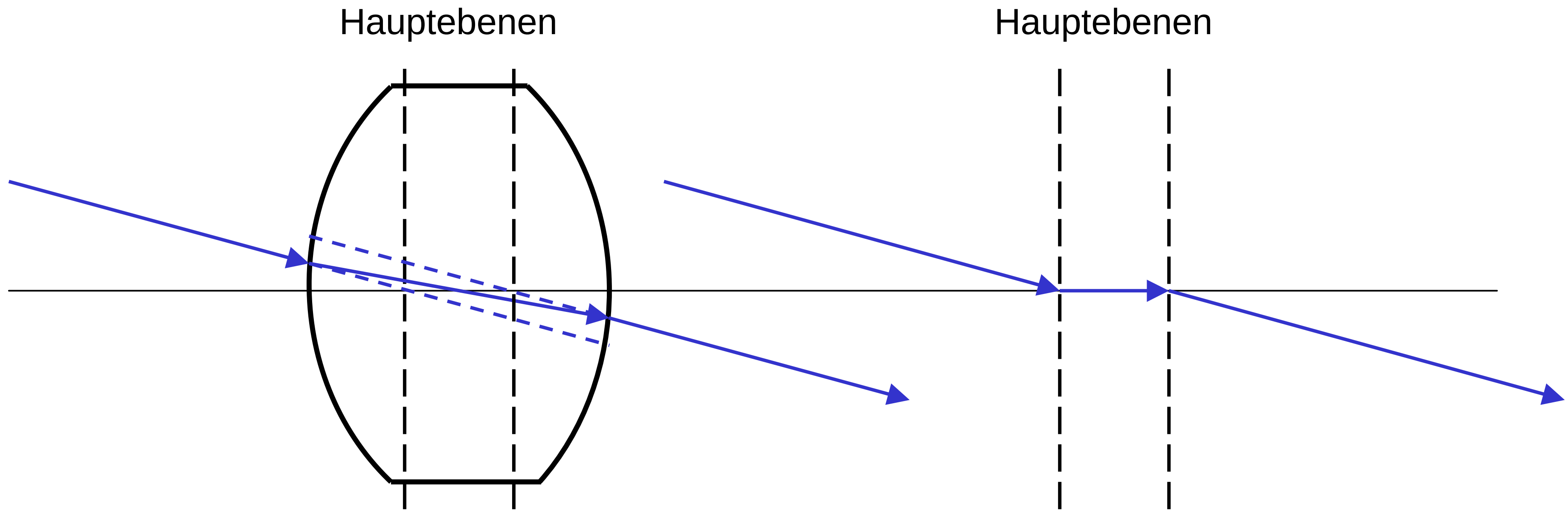
Bei negativer Vergrößerung steht das Bild auf dem Kopf.

Aus dem Strahlensatz angewendet auf den Brennpunktstrahl erhält man:

$$M = \frac{f}{f-a}$$

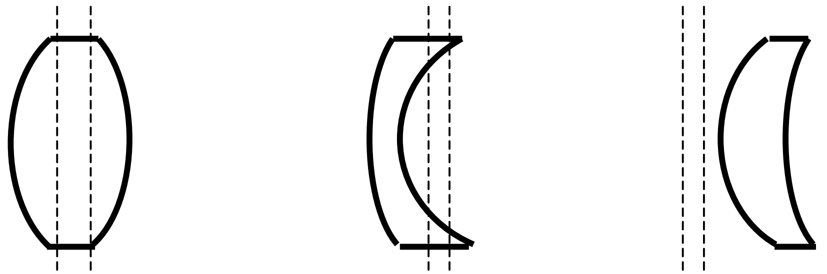
Dicke Linsen:

Bei dicken Linsen macht der Mittelpunktstrahl einen Versatz beim Durchgang durch die Linse.



Zur Konstruktion werden zwei Hauptebenen verwendet, zwischen denen die Lichtstrahlen formal parallel zur optischen Achse verlaufen.

Beispiele:



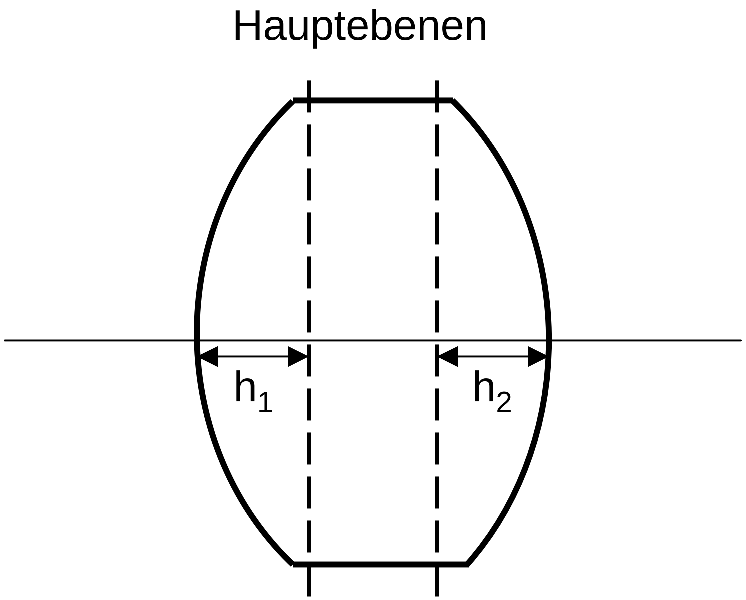
Ähnlich wie auf Seite 293/294 leitet man her:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{(n-1)d}{nR_1R_2}$$

Die Position der Hauptebenen gegenüber den Linsengrenzflächen ist:

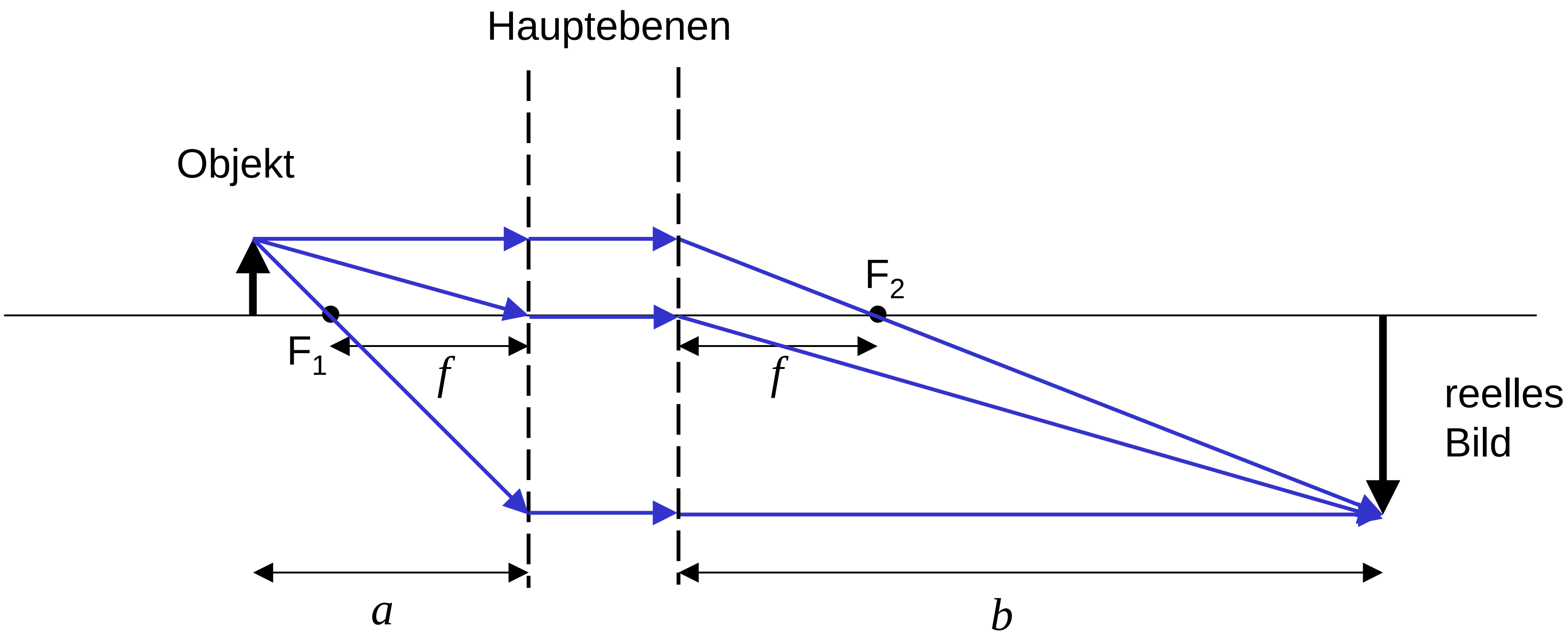
$$h_1 = -\frac{(n-1)\,f\,d}{n\,R_2}$$

$$h_2 = -\frac{(n-1)\,f\,d}{n\,R_1}$$



Misst man Gegenstandsweite und Bildweite bis zur jeweiligen Hauptebene, gilt die selbe Linsengleichung wie für dünne Linsen.

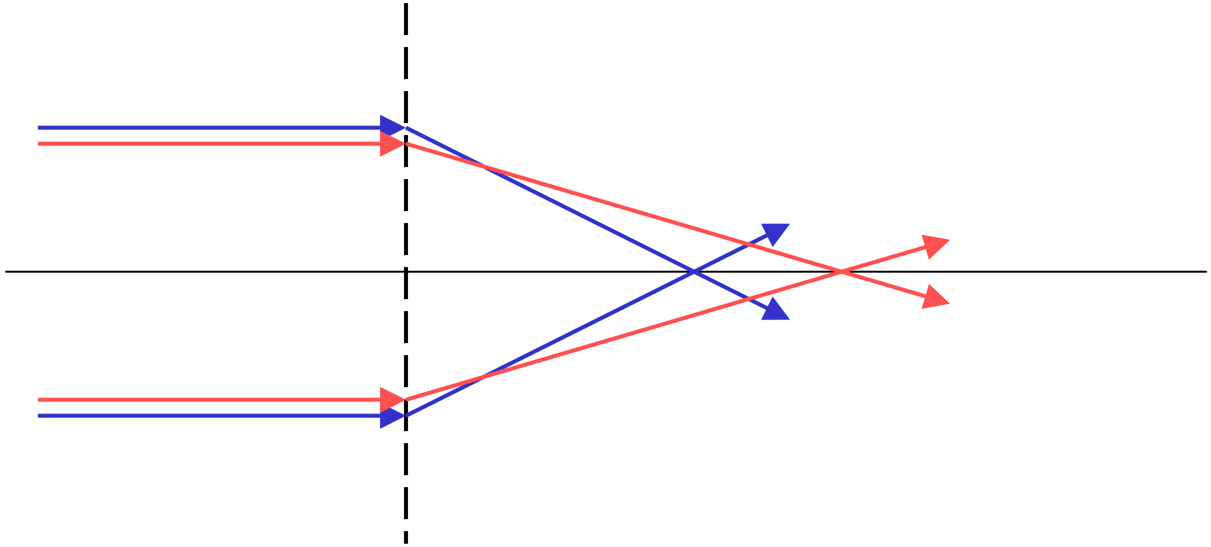
Bildkonstruktion bei dicken Linsen:



Linsenfehler:

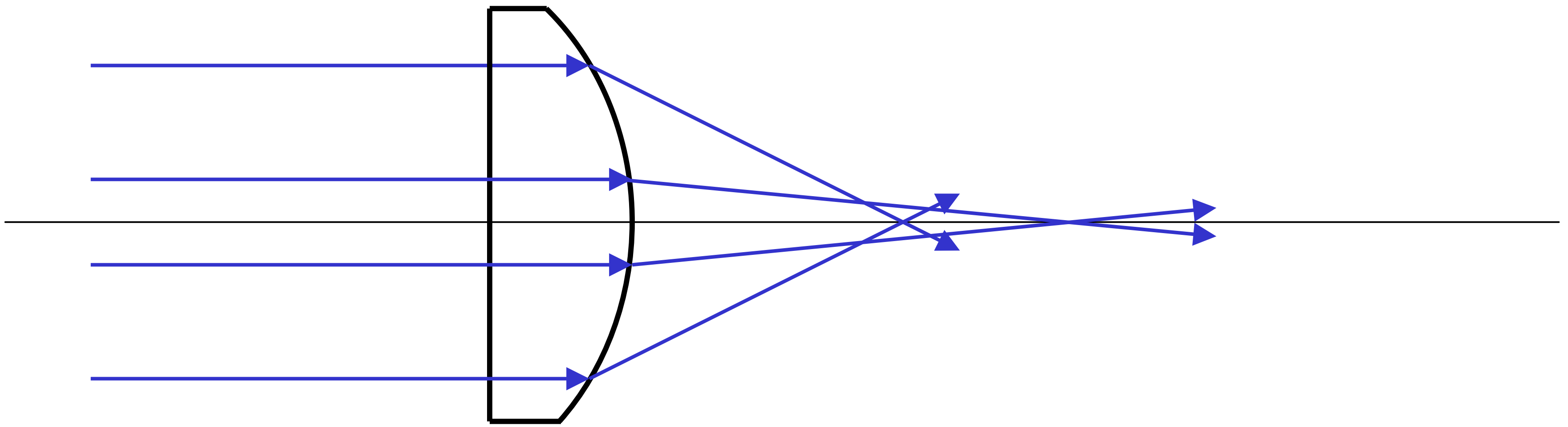
Aufgrund der zahlreichen Näherungen die gemacht wurden, ist die ideale Abbildung nur eine Näherung. In der Realität treten Abweichungen davon auf, die man als Linsenfehler bezeichnet, obwohl die Linse als ideal hergestellt betrachtet wird.

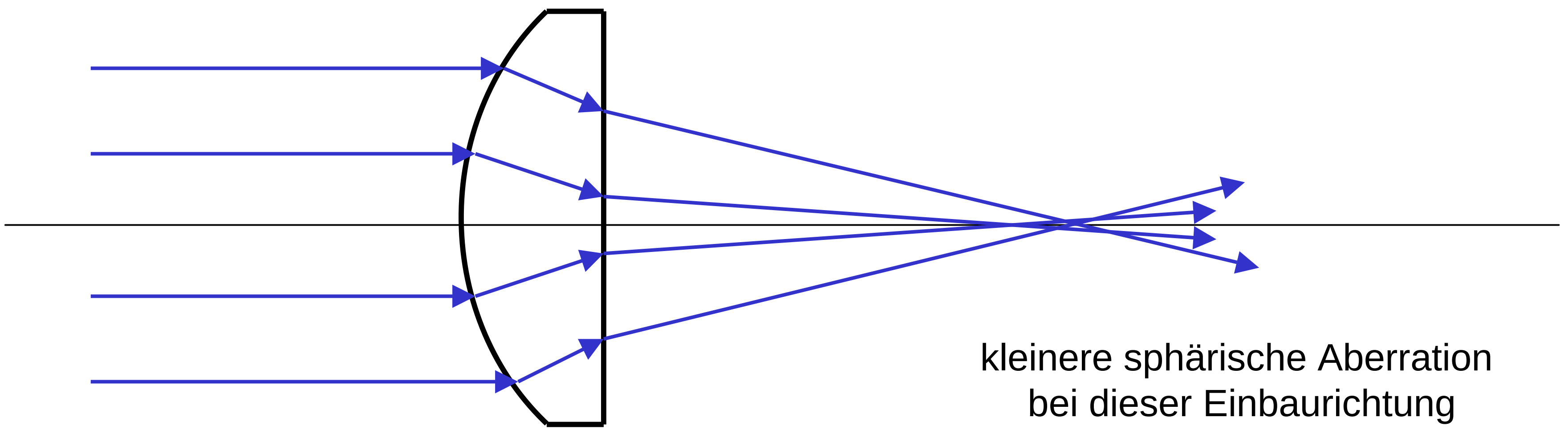
Chromatische Aberration:



Die Brennweite für blaues Licht ist kürzer als für rotes Licht.

sphärische Aberration:

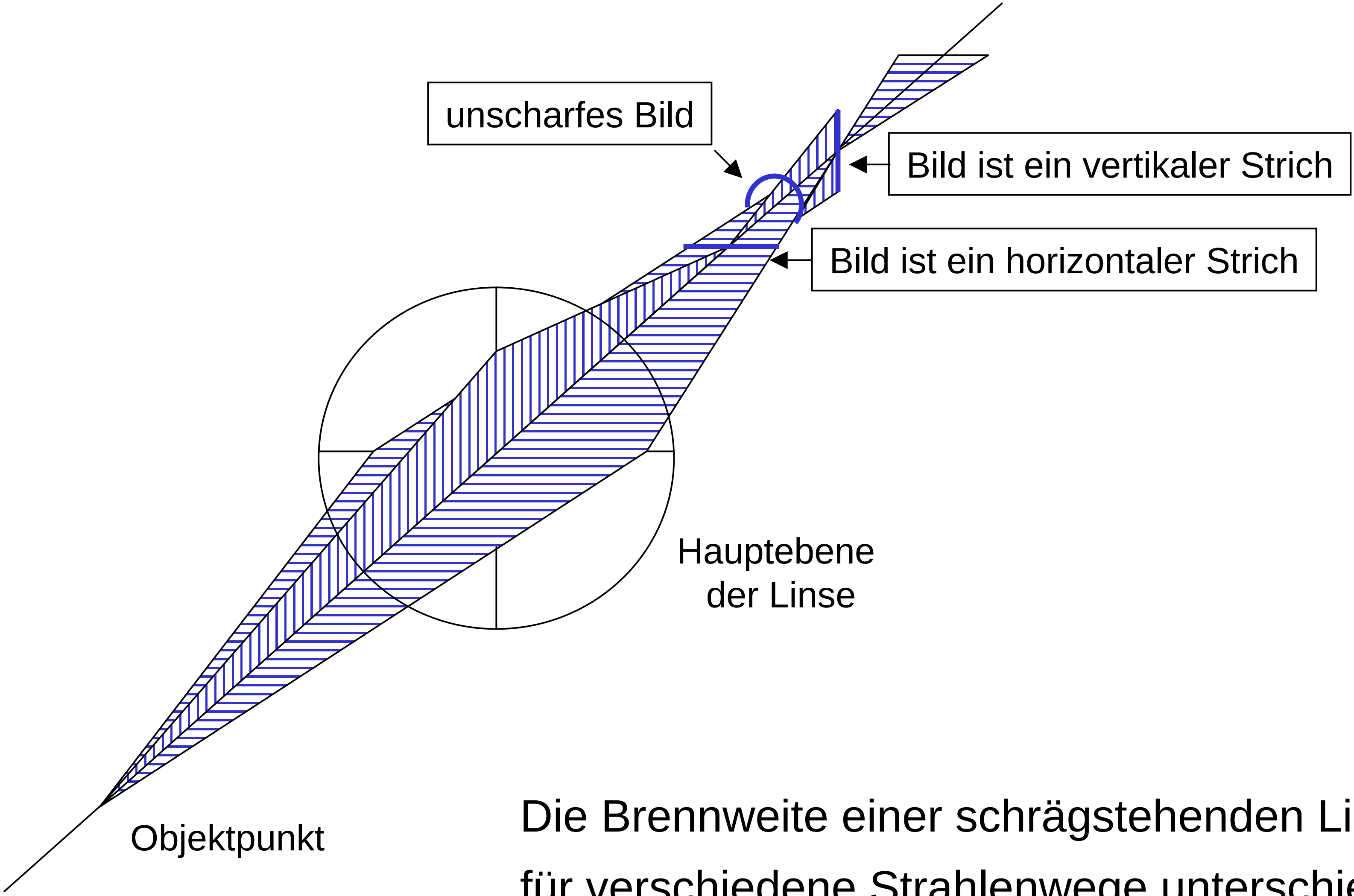




kleinere sphärische Aberration
bei dieser Einbaurichtung

Die Brennweite für achsferne Strahlen ist anders als für achsnahe Strahlen.

Asigmatismus:

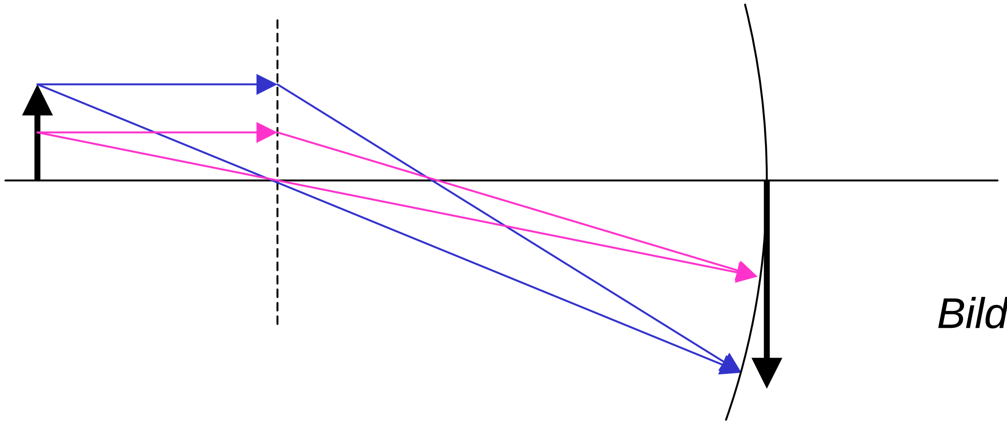


Die Brennweite einer schrägstehenden Linse ist für verschiedene Strahlenwege unterschiedlich. Das Bild eines Punktes wird zum Strich, Kreis oder Ellipse aufgeweitet.

Die Abbildung ausgedehnter Objekte führt zu Einflüssen durch zahlreiche Linsenfehler, da achsferne und schräg durch die Linse verlaufende Strahlen an der Abbildung beteiligt sind. Dies führt zu:

1. scharfen Bildpunkten in unterschiedlichen Ebenen (Bildfeldwölbung, chromatische Aberration,..)
2. Unscharfen Bildpunkten (Koma, Astigmatismus, sphärische Aberration)
3. Verzerrungen des Bildes.

Durch die Kombination vieler verschiedenen Linsen aus unterschiedlichen Gläsern können Linsenfehler weitgehend korrigiert werden.
Dies wird z.B. in Fotoobjektiven realisiert. (Vgl. letztes Kapitel)



Bildfeldwölbung