

Elektrische Einheiten und ihre Darstellung

Die Messung einer physikalischer Größe durch ein Experiment bei dem letztlich elektrische Größen gemessen werden, ist weit verbreitet.

Die hochpräzise Messung elektrischer Größen ist daher sehr wichtig. Hierfür ist die präzise Darstellung der Einheiten, d.h. die Herstellung präziser Referenzspannungen, Widerstände, etc. zur Kalibrierung wichtig.

Durch Einsatz von komplexen physikalischen Effekten und Nanostrukturen ist es heute möglich Naturkonstanten und Einheiten mit einer Genauigkeit von 10^{-9} experimentell anzugehen.

In diesem Kapitel wird ein Überblick über den aktuellen Stand gegeben.

Beachte: Es werden hier Quanteneffekte angesprochen, die erst viel später im Studium eingehender besprochen werden. Diese können mit dem bisher behandelten Stoff nicht vollständig verstanden werden.

Mechanische und elektrische Einheiten

In der Mechanik wurden drei Basiseinheiten eingeführt, für Zeit, Länge und Masse die Einheiten Sekunde, Meter und Kilogramm.

Definition der Sekunde erfolgt über eine charakteristische Frequenz im Rubidium Atom (\rightarrow Atomuhr, Genauigkeit 10^{-14}).

Definition des Meters erfolgt über die Definition der Lichtgeschwindigkeit (Definition einer Naturkonstante zur Festlegung der Einheit).
(Realisierung mit Laserinterferometer).

Definition des Kilogramms erfolgt über eine Referenzmasse (Urkilogramm).
(Vergleichbarkeit mit einer Genauigkeit von 10^{-9}).

Nur eine zusätzliche Einheit, das Ampere, ist nötig, um alle anderen elektrischen Einheiten festzulegen.

Weitere Basiseinheiten sind Kelvin, Mol und Candela.

Hat man das Ampere definiert, ergibt sich für die anderen Einheiten:

Ladung: Aus dem Zusammenhang $Q = I t$ folgt:

$$1 \text{ C} = 1 \text{ As}$$

Spannung: Aus der Energie einer Ladung im Potential $W = Q U$ folgt:

$$1 \text{ V} = 1 \text{ kg m}^2 / (\text{As}^3).$$

Widerstand: Aus dem Ohmschen Gesetz $R = U / I$ folgt:

$$1 \Omega = 1 \text{ V/A} = 1 \text{ kg m}^2 / (\text{A}^2\text{s}^3).$$

Kapazität: Aus der Definition der Kapazität $C = Q / U$ folgt:

$$1 \text{ F} = 1 \text{ C/V} = 1 \text{ A}^2\text{s}^4 / (\text{kg m}^2).$$

Magnetfeld:

$$1 \text{ T} = \text{Vs} / \text{m}^2 = \text{kg} / (\text{As}^2).$$

etc.

Definition des Ampere:

„Das Ampere ist die Stärke eines konstanten elektrischen Stroms, der durch zwei parallele geradlinige, unendlich lange und im Vakuum im Abstand von einem Meter voneinander angeordnete Leiter mit vernachlässigbar kleinem, kreisförmigem Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern je einem Meter Leiterlänge die Kraft $2 \cdot 10^{-7}$ Newton hervorrufen würde.“

Der eine Leiter erzeugt ein Magnetfeld mit der Feldstärke B am Ort des zweiten Leiters: (siehe Seite 102)

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Aufgrund der Lorentzkraft erfährt der zweite Leiter darin die Kraft pro Längeneinheit: (siehe Seite 116)

$$F = I L B \quad \Rightarrow \quad \frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi r}$$

Naturkonstanten:

Die Definition des Ampere ist also eigentlich eine Definition der Naturkonstanten μ_0 .

$$2 \cdot 10^{-7} \text{ N} = \frac{\mu_0 (1 \text{ A})^2}{2\pi \cdot 1 \text{ m}}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Nm}}{\text{A}^2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{kg m}^2}{\text{A}^2 \text{s}^2}$$

Die Konstante μ_0 ist über die Lichtgeschwindigkeit verknüpft mit ε_0 .

$$\mu_0 \varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$$

Da die Lichtgeschwindigkeit definiert ist, ist mit μ_0 auch ε_0 definiert:

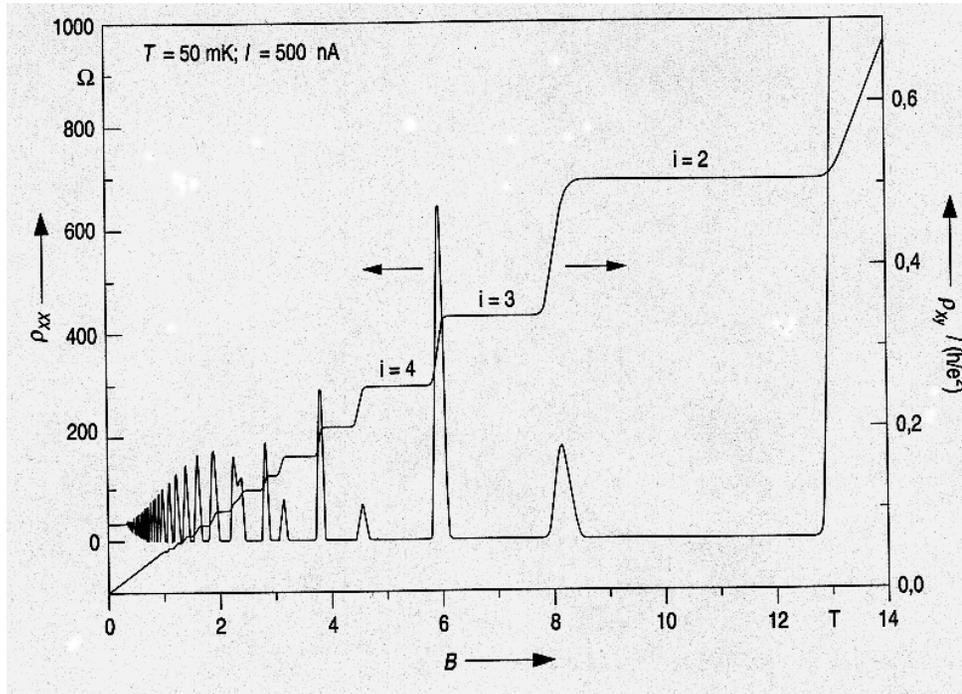
$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = 8.854 \, 187 \, 817 \dots \cdot 10^{-12} \frac{\text{A}^2 \text{s}^4}{\text{kg m}^4}$$

Quanten-Hall-Effekt:

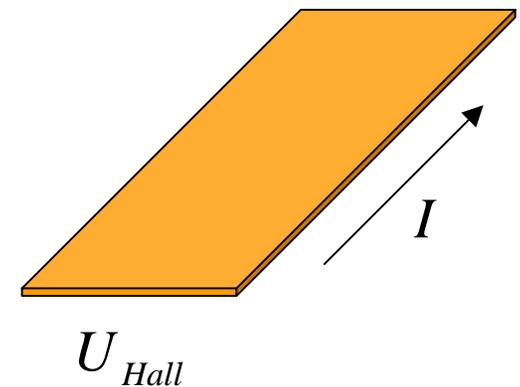
1980 entdeckte Klaus von Klitzing die Quantisierung der Hallspannung in einem 2-dimensionalen Leiter bei tiefen Temperaturen in hohen Magnetfeldern.



Klassisch ist die Hallspannung proportional zu Strom und Magnetfeld. Bei $T=50\text{mK}$ und $B = \text{einige Tesla}$ ergeben sich Stufen in der Abhängigkeit $U_H(B)$



Dicke des Leiters nur wenige Nanometer!



Auf einem Plateau in der Kurve hat man konstante Spannung bei konstantem Strom, d.h. eine Art „Widerstand“.

$$R_H = \frac{U_H}{I}$$

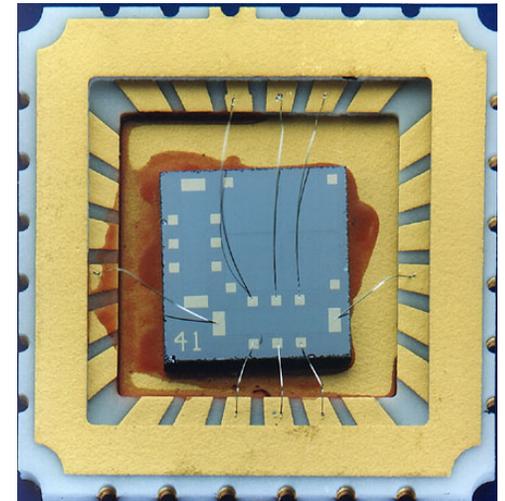
Die Theorie zu dem Effekt sagt, dass dieser Widerstand nur durch die beiden Naturkonstanten h (Plancksches Wirkungsquantum) und e (Elementarladung) bestimmt ist.

$$R_H = \frac{U_H}{I} = n \frac{h}{e^2} \quad n: \text{ganze Zahl}$$

Der Widerstand für $n=1$ ist genau

$$R_H = 25812.807 \, \Omega \quad (\text{von Klitzing Konstante})$$

Der Quanten-Hall-Effekt wird daher heute eingesetzt, um hochpräzise Referenzwiderstände herzustellen (Genauigkeit 10^{-9}).



Josephson-Effekt:

1962 sagte der 22 jährige Student B. D. Josephson einen Effekt voraus, der kurze Zeit später experimentell bestätigt wurde:



Koppelt man zwei Supraleiter über eine wenige Nanometer dicke Isolatorschicht aneinander, und strahlt eine Mikrowellenfrequenz ein, dann entsteht eine Spannung zwischen beiden Supraleitern, die nur von den beiden Naturkonstanten h und e und der Frequenz f abhängt.

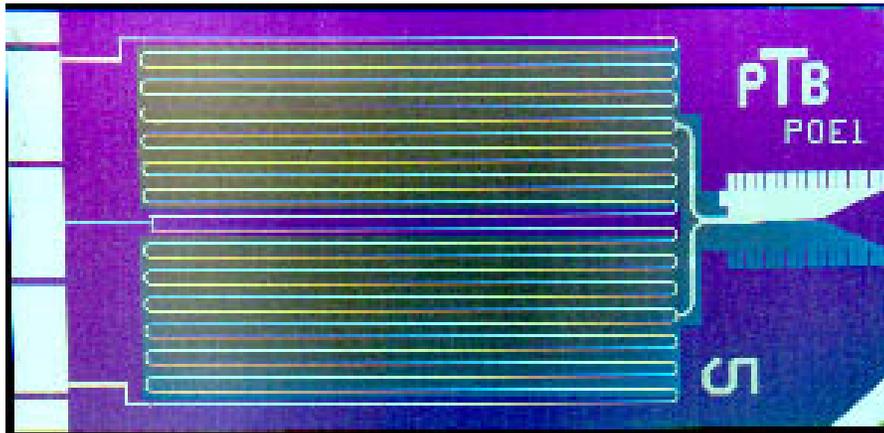
$$U = n \frac{h}{2e} f \quad \text{n: ganze Zahl}$$

$$\frac{2e}{h} = 483\,587,9 \text{ GHz/V}$$

Frequenzen lassen sich ebenso genau messen wie die Zeit selbst (10^{-14}).

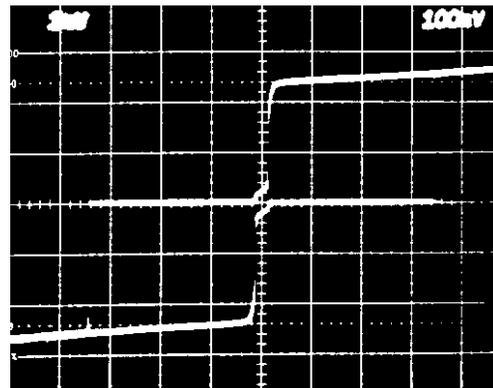
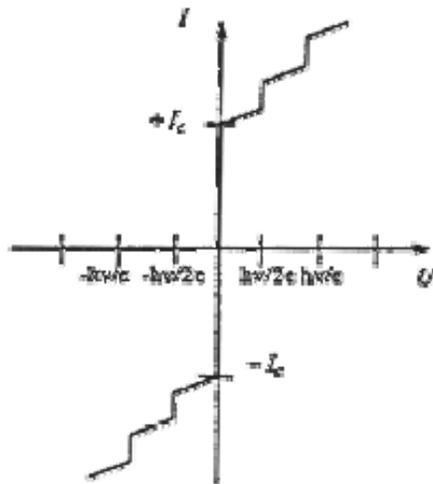
Es lassen sich Spannungsnormale mit einer Genauigkeit von 10^{-10} realisieren

Es gibt Schaltungen, auf denen bis zu einigen zehntausend dieser Josephson-Elemente zusammengeschaltet sind, so dass sich Spannungen bis zu 10 V erzeugen lassen.



10 V Josephson-Chip.

Die Schaltung besteht aus 14 000 in Reihe geschalteter Josephsonkontakte, integriert in eine Mikrowellenschaltung zur Verteilung der Hochfrequenz (70 GHz). Die Größe des Chips beträgt etwa 1x2 cm².



Abstand der Spannungsstufen beträgt 150 μV bei typischer Mikrowellenfrequenz 70 GHz.

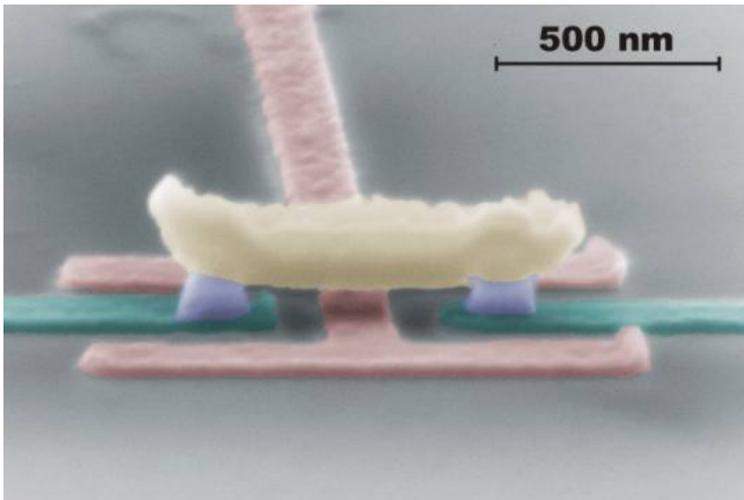
Einzel-Elektronen-Tunneln:

In Transistoren mit Abmessungen im Nanometerbereich können einzelne Elektronen beim Tunneln beobachtet werden.

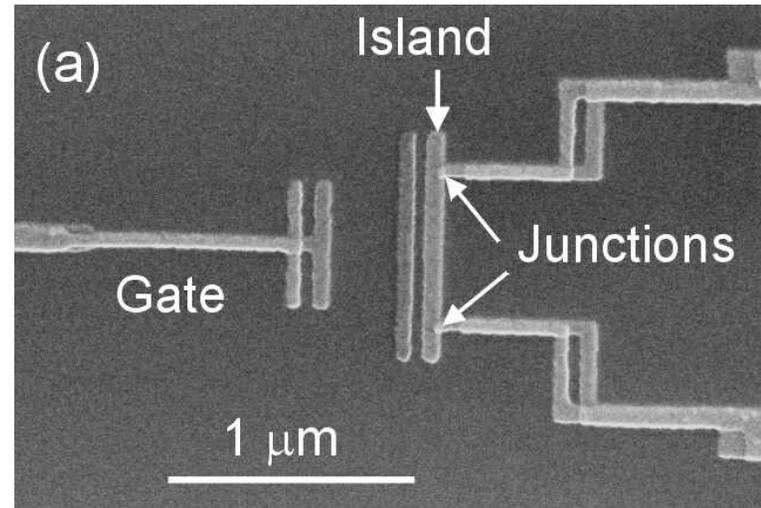
Kennt man die Zahl der Elektronen pro Zeit, berechnet sich der Strom direkt aus der Elementarladung:

$$I = e f$$

Über eine Definition der Elementarladung wäre eine neue Definition des Amperes möglich.



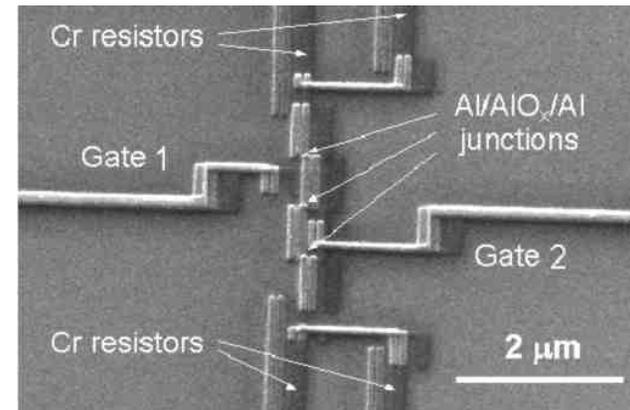
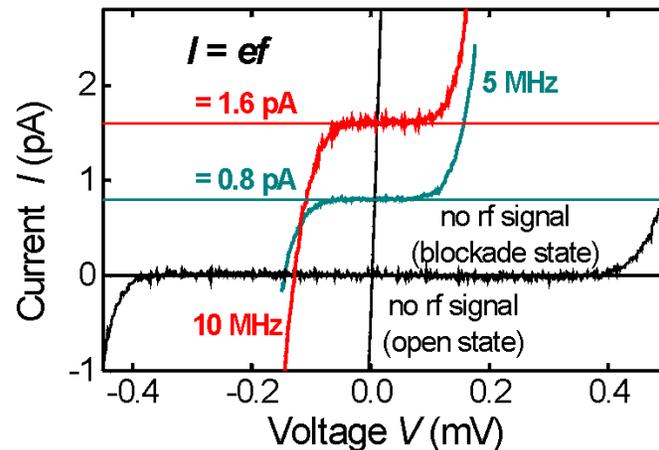
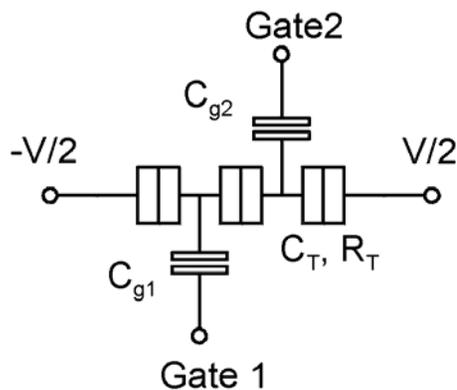
Einzelelektronentransistor



Einzelelektronentransistor

Die Strukturen müssen so klein sein, damit ein einzelnes Elektron auf dem Gate das Tunneln des nächsten Elektrons blockiert (Coulomb-Blockade). D.h. die Kapazität des Gates ist so klein, dass die Ladung eines einzelnen Elektrons bereits eine ausreichende Steuerspannung am Gate erzeugt.

Durch die Kombination mehrerer Transistoren kann eine Einzel-Elektron Pumpe aufgebaut werden. Mit einer Wechselfspannung werden einzelne Elektronen durch die Anordnung „gepumpt“. Der Strom kann direkt aus Elementarladung und Frequenz berechnet werden: $I = e f$



Genauigkeiten von 10^{-8} wurden kürzlich demonstriert

Durch Einsatz von Nanotechnologie können Quanteneffekte ausgenutzt werden, um die elektrischen Einheiten direkt mit den Naturkonstanten e und h zu verknüpfen.

Dies ermöglicht eine Modernisierung der Definition des Amperes.

