

# Kapitel 2

## ARBEIT, ENERGIEERHALTUNG, WÄRME UND ERSTER HAUPTSATZ

---

### LERNZIELE

---

- Definition der Arbeit
  - Mechanische Energieformen, kinetische Energie, potentielle Energie, Rotationsenergie
  - Mechanischer Energieerhaltungssatz
  - Wärme als besondere Energieform und Prozessgröße
  - Innere Energie
  - Erster Hauptsatz der Wärmelehre
  - Irreversibilität von mechanischen Vorgängen mit Reibung
- 

### INHALT

---

#### Definition der mechanischen Arbeit

Die physikalische Größe Energie kommt in allen Bereichen der Physik vor. Sie verbindet in vieler Hinsicht die unterschiedlichen Gebiete der Physik. Ein direkter Zugang, was Energie eigentlich ist, ergibt sich über die Definition der mechanischen Arbeit. Diese Definition greift ausschließlich auf die in den vorangegangenen Kapiteln definierten physikalischen Größen zurück nämlich Kraft und Weg.

Im allgemeinsten Fall wird ein Körper entlang eines krummlinigen Weges verschoben. Die Kraft, die für diesen Prozess notwendig ist, hängt vom Ort auf diesem Weg ab. Die Verschiebung entlang des Weges geschieht an jedem Punkt des Weges in eine bestimmte Richtung. Gleichzeitig hat die Kraft an diesem Ort eine bestimmte Richtung. Für die Arbeit ist nur der Anteil der Kraft relevant, der in Richtung der Verschiebung zeigt. Beschreibt man Kraft  $\vec{F}$  und Wegstückchen  $d\vec{s}$  mit Vektoren, dann berechnet sich die Arbeit mithilfe des Skalarproduktes aus Kraft und Wegstückchen. Für jedes zurückgelegte Wegstückchen wird die verrichtete Arbeit aufaddiert, was sich letztlich durch ein Integral über den gesamten Weg ausdrücken lässt. Mathematisch wird die allgemeinste Definition der Arbeit wie folgt geschrieben:

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

Der zeitliche Verlauf der Verschiebung ist für die Arbeit irrelevant. In der Formel taucht die Zeit dahin nicht auf.

Die Arbeit ist eine Prozessgröße sie ist unmittelbar verknüpft mit dem Prozess der Verschiebung eines Körpers entlang eines Weges.

Es gibt einige wichtige Spezialfälle, in denen sich die Rechnung erheblich vereinfacht. Es ist wichtig zu wissen, unter welchen Bedingungen die jeweiligen Vereinfachungen möglich sind.

### Spezialfälle zur Berechnung der Arbeit

- a) Ist der Weg gerade und die Kraft unabhängig vom Ort, dann gilt vereinfacht

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

wobei  $\vec{s}$  die geradlinige Verschiebung mit entsprechender Orientierung ist. Das Skalarprodukt ist zu berücksichtigen.

- b) Wenn die Kraft immer in Richtung der Verschiebung zeigt unabhängig von der Form des Weges und der Betrag der Kraft vom Ort abhängt, dann gilt vereinfacht

$$W = \int F \cdot ds$$

wobei  $s$  die Länge des Weges und  $F$  der Betrag der Kraft ist. Kraft, Weglänge und Arbeit sind positiv. Ist die Kraft entgegen der Verschiebung gerichtet, gilt entsprechend:

$$W = - \int F \cdot ds$$

- c) Wenn die Kraft immer in Richtung der Verschiebung zeigt und der Betrag der Kraft konstant ist, dann gilt vereinfacht

$$W = F s$$

Ist die Kraft entgegen der Verschiebung gerichtet, gilt entsprechend:

$$W = -F s$$

### Kinetische Energie

Ein Körper hat eine bestimmte kinetische Energie, die von seiner Geschwindigkeit abhängt. Sie wird berechnet durch

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$$

Und hängt nur vom Betrag der Geschwindigkeit ab. Es ist zu beachten, dass die kinetische Energie von der Wahl des Koordinatensystems abhängt.

### Potentielle Energie

Wenn zwischen Körpern eine Wechselwirkung über größere Entfernung besteht (Gravitation oder elektromagnetische Wechselwirkung), dann gibt es eine potentielle Energie im System,

die vom Abstand der Körper abhängt. In jedem Fall ist für die potentielle Energie eine Bezugsanordnung (Bezugspunkt) notwendig, auf die sie sich bezieht.

Im Fall der Gravitation ist für die Biologie nur die potentielle Energie eines Körpers im Gravitationsfeld der Erde relevant. Sie hängt von der Höhe  $h$  ab und wird berechnet als

$$E_{pot} = mgh$$

Als Bezugsanordnung mit Energie Null betrachtet man den Körper am Boden mit Höhe Null.

Bei elektrischen Ladungen hängt die potentielle vom Abstand und vom Vorzeichen der Ladungen ab. Die potentielle Energie für zwei Ladungen im Abstand  $r$  voneinander wird berechnet als

$$E_{pot} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r}$$

Sie ist negativ, wenn die Ladungen unterschiedliches Vorzeichen haben (Bindungsenergie) und sie ist positiv, wenn die Ladungen gleiches Vorzeichen haben. Als Bezugsanordnung mit Energie Null werden die beiden Ladungen in unendlich großem Abstand betrachtet.

## Elastische Energie

In einem verformten Körper, der unter mechanische Spannung oder Druck steht, ist Energie gespeichert. Diese Energie berechnet sich als Integral über den ganzen Körper wobei an jedem Punkt die Spannung und die Dehnung multipliziert werden. Im einfachsten Fall einer Normalspannung ergibt sich

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \int \sigma \epsilon \, dV$$

Für einen gedehnten Stab ergibt sich genauso wie für eine Schraubenfeder

$$E_{pot} = \frac{1}{2} D \Delta L^2$$

## Rotationsenergie

Ein ausgedehnter Körper kann auch Energie in einer Rotation um seine eigene Achse aufnehmen. Die im Körper als Rotationsenergie gespeicherte Energie hängt davon ab, wie schnell der Körper rotiert aber auch von der Massenverteilung um die Achse herum. Da die Massenverteilung um die Achse auch von der Richtung der Achse abhängt, kann dies im Einzelfall eine komplizierte mathematische Beschreibung erfordern. Daher wird die Rotationsenergie hier nicht betrachtet.

## Energieerhaltung

Betrachtet man Probleme ohne Reibung, dann gibt es eine Energieerhaltung in dem Sinne, dass die gesamte mechanische Energie in einem System erhalten wird. Denkt man z.B. an ein Billard-Spiel, dann haben die Kugeln jeweils eine bestimmte Energie. Bei Wechselwirkungen miteinander (Stößen) können sie Teile ihrer Energie untereinander austauschen. Auch wenn jede einzelne Kugel ihre Energie ändert, wird die Gesamtenergie aller Kugeln erhalten.

Betrachtet man einen einzelnen Körper im Gravitationsfeld der Erde, dann kann man näherungsweise eine Energieerhaltung für diesen einzelnen Körper formulieren. Dies ist nur deshalb möglich, da die Erde eine sehr große Masse hat und dadurch der kleine Körper die Erde nicht als Ganzes in Bewegung versetzen kann. So kann keine nennenswerte kinetische Energie auf die Erde übertragen werden.

Der Körper im Gravitationsfeld der Erde besitzt kinetische Energie, potentielle Energie im Gravitationsfeld der Erde und elastische Energie, die im Körper gespeichert ist. So kann z.B. ein Gummiball aus einer bestimmten Höhe im Gravitationsfeld der Erde nach unten beschleunigt werden, verliert dabei potentielle Energie und gewinnt kinetische Energie. Trifft er unten auf dem Erdboden auf, verformt sich der Ball, wodurch sich eine mechanische Spannung bzw. Druck in dem elastischen Material des Balls aufbaut. Der verformte Ball hat nun elastische Energie gespeichert. Springt der Ball anschließend wieder nach oben, wandelt sich die elastische Energie in kinetische Energie um und letztlich wieder in potentielle Energie, sodass der Ball die ursprüngliche Höhe erreichen kann.

Besitzt ein Körper eine bestimmte kinetische Energie, können Kräfte auf diesen Körper wirken, die senkrecht zur Bewegungsrichtung stehen, ohne dass sich die kinetische Energie des Körpers verändert. Mit solchen Kräften kann sich die Bewegungsrichtung eines Körpers verändern z.B. bei der Bewegung entlang von Schienen. Die Energieerhaltung für einen Körper kann daher gut genutzt werden, um den Betrag der Geschwindigkeit zu berechnen, aber man erhält oft keine Aussage darüber, in welcher Richtung die Bewegung erfolgt. Dazu sind weitere Informationen notwendig. In solchen Fällen müssen die Newtonschen Bewegungsgleichungen direkt gelöst werden, um die vektorielle Geschwindigkeit des Körpers zu berechnen.

## Wärme

Wir haben bisher unterschiedliche mechanische Energieformen betrachtet. Ein Körper kann z.B. kinetische Energie und potentielle Energie besitzen. Bei ausgedehnten Körpern kommt noch elastische Energie hinzu, die in einer mechanischen Spannung und Verformung des Körpers gespeichert ist. Weiterhin kann in einem ausgedehnten Körper Rotationsenergie gespeichert sein. Diese Energieformen sind allesamt mechanische Energieformen. Jede dieser Energieformen kann grundsätzlich in jede andere mechanische Energieformen umgewandelt werden.

Neben diesen mechanischen Energieformen gibt es eine weitere Energieform, die man Wärme nennt. Energie die nicht als mechanische Energie auf einen anderen Körper übertragen wird, nennt man Wärme. Die Energieübertragung passiert dabei durch

Wärmeleitung bei Berührung der Körper oder durch Wärmestrahlung von der Oberfläche des einen Körpers auf die Oberfläche des anderen Körpers.

## Innere Energie U

Ausgedehnte Körper die aus vielen Atomen oder Molekülen bestehen, haben innere Freiheitsgrade. Sie können Energie aufnehmen, die nicht als mechanische Energie vorliegt. Man nennt diese im Körper gespeicherte Energie die innere Energie. Es ist eine Energieform die im Körper in Form von statistische Bewegung der einzelnen Atome und Moleküle gespeichert ist. Sie kann aber auch zum Teil als Bindungsenergie im Kristallgitter oder in einer Flüssigkeit vorliegen.

## Erster Hauptsatz der Thermodynamik

Einen Zusammenhang zwischen Mechanik und Wärmelehre stellt der erste Hauptsatz der Thermodynamik her. Er sagt aus, dass man einem Körper auf zwei unterschiedliche Arten und Weisen Energie zuführen kann um seine innere Energie zu erhöhen, erstens durch mechanische Arbeit  $\Delta W$ , die am Körper verrichtet wird oder zweitens durch Zuführung von Wärme  $\Delta Q$ . Als Gleichung wird es folgendermaßen geschrieben.

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$$

Entnimmt man einem Körper die Wärmemenge  $\Delta Q$  kann diese selbst mit der besten periodisch arbeitenden Maschine nicht mehr zu 100% in mechanische Energie umgewandelt werden. Diese Aussage ist im ersten Hauptsatz noch nicht enthalten, der im Prinzip jede Umwandlung in jeder Richtung erlauben würde. Diese Einschränkung wird erst durch den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik festgestellt (siehe nächstes Kapitel).

## Reibung

Reibung ist in der Mechanik ein thermodynamisches Phänomen. Reibung tritt in der Punktmechanik nicht auf, da die Körper keine inneren Freiheitsgrade haben und daher keine innere Energie aufnehmen können. Reibung ist ein Phänomen das nur bei ausgedehnten Körpern auftritt, die sich berühren. Reibung kann auch auftreten wenn ein Körper sich in einem Medium bewegt z.B. Luft oder Wasser. Dann ist dieses Medium als der zweite Körper zu betrachten. Durch Reibung wird an der Berührungsfläche zwischen beiden Körpern mechanische Energie in Wärme umgewandelt. Diese Wärme wandert als Energie von der Berührungsfläche in die Körper hinein und erhöht dort die Innere Energie.

Aufgrund des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik kann Wärme nicht zu 100% zurück in mechanische Energie umgewandelt werden. Daher verringert sich die mechanische Energie in einem System bei dem Reibung stattfindet, denn die mechanische Energie wird irreversibel in Wärmeenergie umgewandelt. Die Wärmeenergie wird in den inneren Freiheitsgraden der

Körper gespeichert. Bei Punktmassen gibt es solche inneren Freiheitsgrade nicht, so dass diese Prozesse in der Punktmechanik nicht auftreten können.

## Inelastische Verformungen

Ist die Verformung nicht vollkommen elastisch, dann findet eine irreversible Umwandlung mechanische Energie in Wärme statt und das System verliert etwas mechanische Energie. Solche Verformungen nennt man auch viskoelastisch.

---

### *FRAGEN*

---

- Geben Sie an, wie mechanische Arbeit definiert ist.
- Beschreiben Sie Fälle in denen die Kraft in Bewegungsrichtung wirkt und welche Vereinfachung der Formel dann möglich ist.
- Beschreiben Sie Fälle in denen die Kraft nicht in Bewegungsrichtung zeigt und geben Sie an, was in diesen Fällen in der Berechnung korrekt berücksichtigt werden muss.
- Nennen sie ein Beispiel bei dem sich die Kraft entlang eines Weges verändert und wie dann die Arbeit berechnet werden muss.
- Nennen sie ein Beispiel bei dem die Kraft in Bewegungsrichtung wirkt und geben Sie an, ob dabei Energie auf den Körper übertragen wird oder von dem Körper auf einen anderen Körper übertragen wird.
- Nennen sie ein Beispiel bei dem die Kraft entgegen der Bewegungsrichtung auf den Körper wirkt und geben Sie an, ob dabei Energie von dem Körper auf einen anderen Körper übertragen wird oder umgekehrt.
- Geben Sie an, welche unterschiedlichen mechanischen Energieformen es gibt.
- Geben Sie an, wie die kinetische Energie eines Körpers aus seiner Geschwindigkeit berechnet werden kann.
- Geben Sie an, wie die elastische Energie eines gedehnten Körpers berechnet werden kann.
- Geben Sie an, wie die potentielle Energie eines Körpers im Gravitationsfeld der Erde berechnet werden kann.
- Geben Sie an welche Geschwindigkeit ein Körper der Masse  $m$  kurz vor dem Auftreffen am Boden erreicht, wenn er im Gravitationsfeld der Erde aus der Höhe  $h$  herunterfällt.
- Berechnen Sie für den Fall, dass es sich bei dem fallenden Körper um einen Stab (Länge  $L$ , Querschnittsfläche  $A$  und Masse  $m$ ) mit dem Elastizitätsmodul  $E$  handelt, um welche

Längenänderung  $\Delta L$  dieser Stab verformt wird, um die gesamte kinetische Energie als elastische Energie aufzunehmen.

- Begründen Sie, warum Reibungskräfte immer entgegen der Bewegungsrichtung wirken müssen.
- Begründen Sie, warum mechanische Prozesse mit Reibung irreversibel sind, d.h. nicht rückwärts ablaufen können.