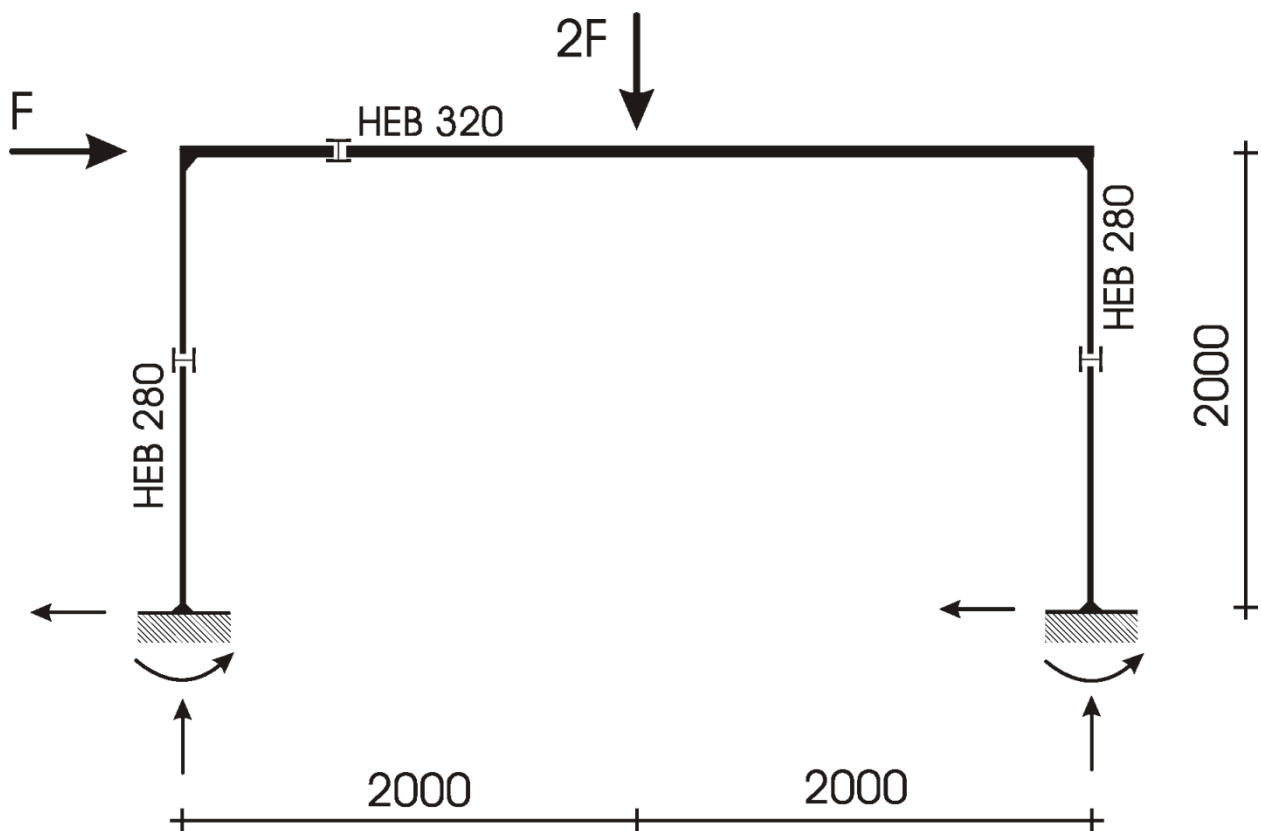


Beispiel 2: Plastische Traglast

Bestimmung der Traglast des nachfolgend dargestellten Systems nach der Fließgelenktheorie I. Ordnung. Berücksichtigung einer Interaktion im rechten Stützenfuß.

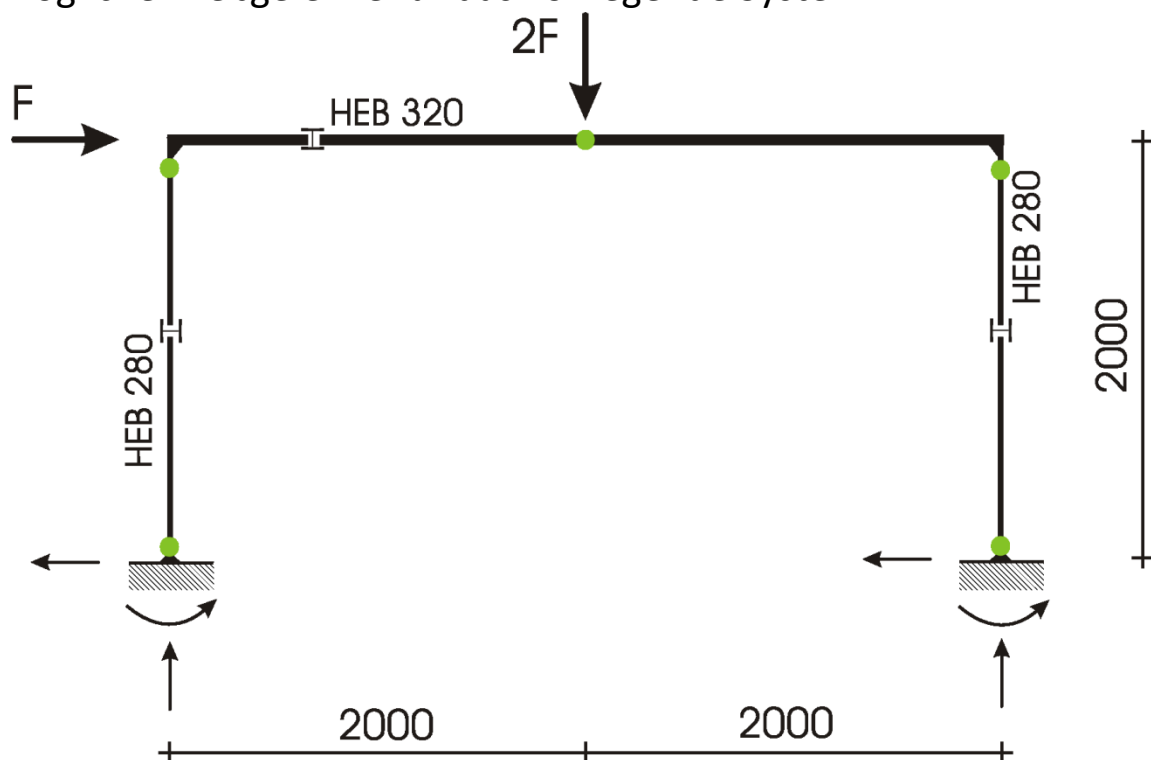


Skizze des Systems

Alle Stäbe S 235

- Mögliche Stellen für Fließgelenke:
 - unter Einzellasten
 - im Bereich maximaler Beanspruchung durch Streckenlasten
 - in Rahmenecken
 - an Einspannungen
 - an Querschnittsprüngen

- mögliche Fließgelenke für das vorliegende System:

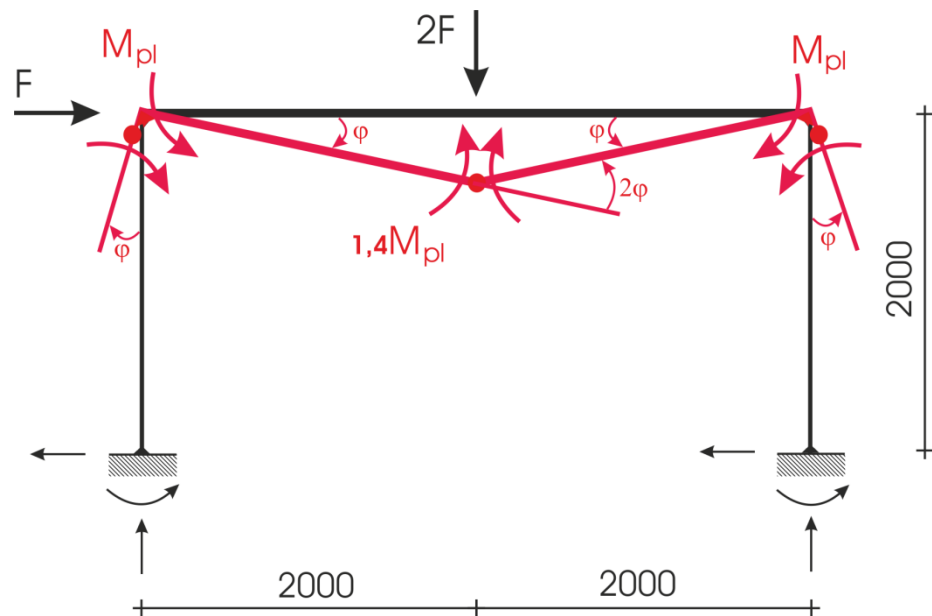


- Plastische Grenzschnittgrößen aus Schneider Bautabellen, 16. Auflage (ohne Teilsicherheitsbeiwerte):

HEB 280:	N_{pl}	=	3.078,5 kN	
	$V_{pl,z}$	=	552,5 kN	
	$M_{pl,y}$	=	360,5 kNm	=> M_{pl}

HEB 320:	N_{pl}	=	3.783,5 kN	
	$V_{pl,z}$	=	697,5 kN	
	$M_{pl,y}$	=	503 kNm	=> $1,4 M_{pl}$

▪ Trägerkette:



innere Arbeit:

$$W_i = M_{pl} \cdot \varphi + M_{pl} \cdot \varphi + 1,4 \cdot M_{pl} \cdot 2\varphi$$

$$W_i = 4,8 \cdot M_{pl} \cdot \varphi$$

äußere Arbeit:

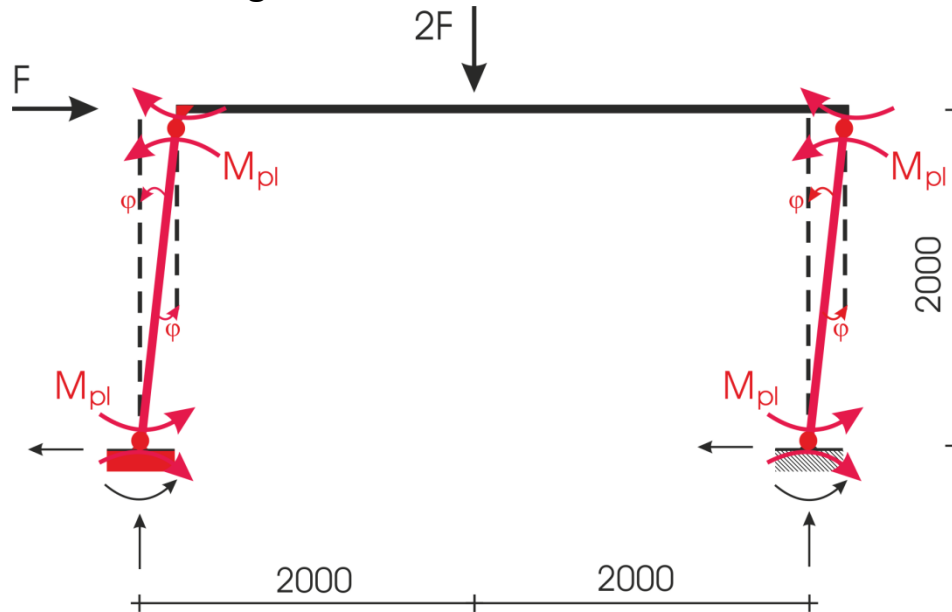
$$W_a = 2F \cdot 2,0 \text{ m} \cdot \varphi$$

$$W_i = W_a$$

$$\Rightarrow 4,8 \cdot M_{pl} \cdot \varphi = 2F \cdot 2,0 \text{ m} \cdot \varphi$$

$$F_{pl} = 1,2 \cdot M_{pl} = 1,2 \cdot 360,5 = 432,6 \text{ kN}$$

▪ Seitenverschiebungskette:



innere Arbeit:

$$W_i = 4 \cdot M_{pl} \cdot \varphi$$

äußere Arbeit:

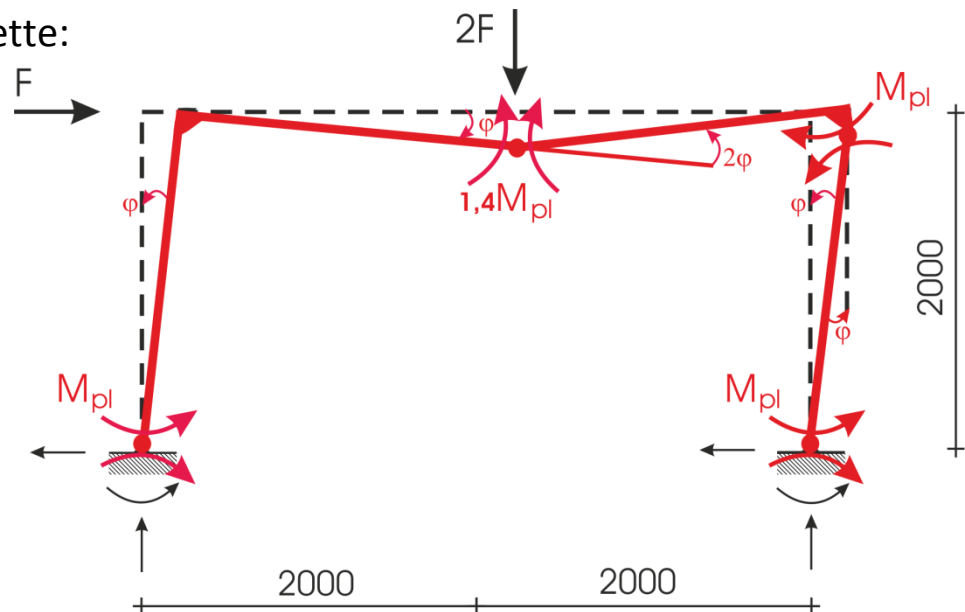
$$W_a = F \cdot 2,0 \text{ m} \cdot \varphi$$

$$W_i = W_a$$

$$\Rightarrow 4 \cdot M_{pl} \cdot \varphi = F \cdot 2,0 \text{ m} \cdot \varphi$$

$$F_{pl} = 2 \cdot M_{pl} = 2 \cdot 360,5 = 721 \text{ kN}$$

kombinierte Kette:



innere Arbeit:

$$W_i = M_{pl} \cdot \varphi + 1,4 \cdot M_{pl} \cdot 2\varphi + M_{pl} \cdot 2\varphi + M_{pl} \cdot \varphi$$

$$W_i = 6,8 \cdot M_{pl} \cdot \varphi$$

äußere Arbeit:

$$W_a = F \cdot 2,0 \text{ m} \cdot \varphi + 2F \cdot 2,0 \text{ m} \cdot \varphi$$

$$W_a = 6 \cdot F \cdot \varphi$$

$$W_i = W_a$$

$$\Rightarrow 6,8 \cdot M_{pl} \cdot \varphi = 6 \cdot F \cdot \varphi$$

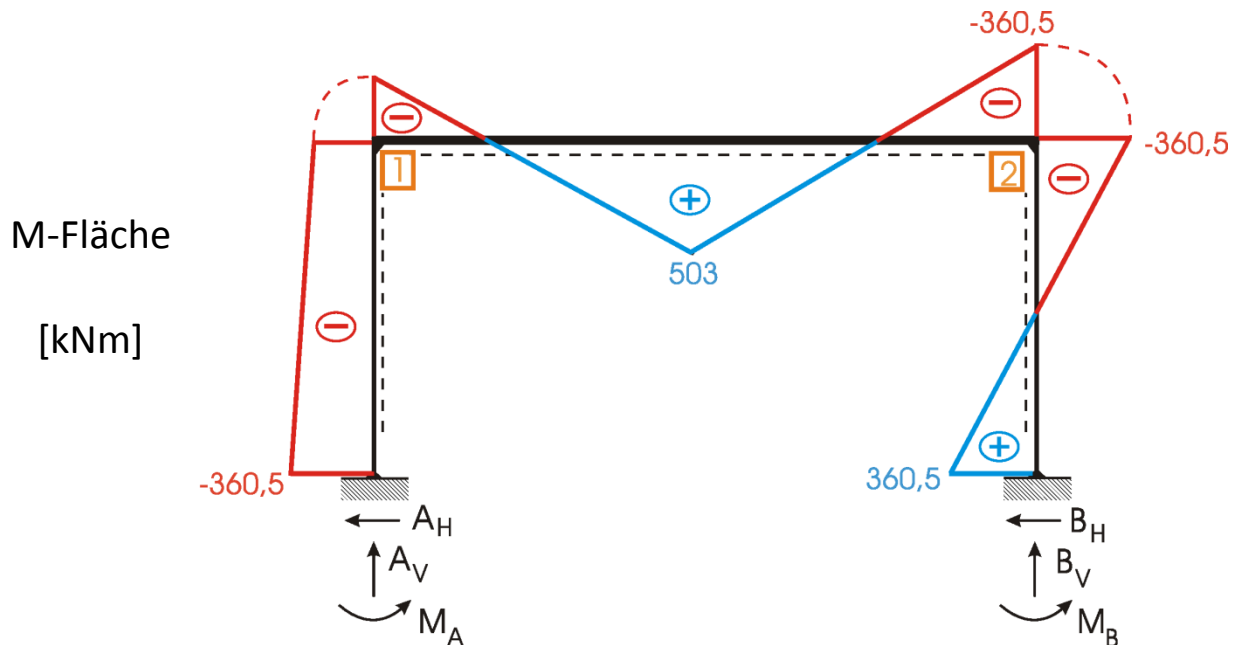
$$F_{pl} = \frac{6,8}{6} \cdot M_{pl} = \frac{6,8}{6} \cdot 360,5 = 408,6 \text{ kN}$$

maßgebliche Kette, da kleinste Traglast!

Diese Traglast ist jedoch zu hoch, da eine Schnittgrößeninteraktion noch nicht rechnerisch berücksichtigt wurde!

▪ Ablauf der Schnittgrößenermittlung

An den Orten der plastischen Gelenke sind die Schnittgrößen bekannt.



Gleichgewicht am rechten Stiel (Schnittprinzip):

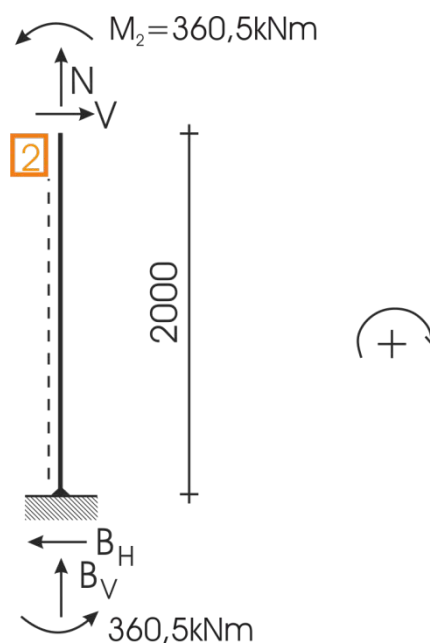
$$\sum M_2 = 0:$$

$$-M_2 - M_B + 2 \text{ m} \cdot B_H = 0$$

$$\Rightarrow B_H = \frac{2 \cdot 360,5 \text{ kNm}}{2 \text{ m}} = 360,5 \text{ kN}$$

$$\sum H = 0:$$

$$V = B_H = 360,5 \text{ kN}$$

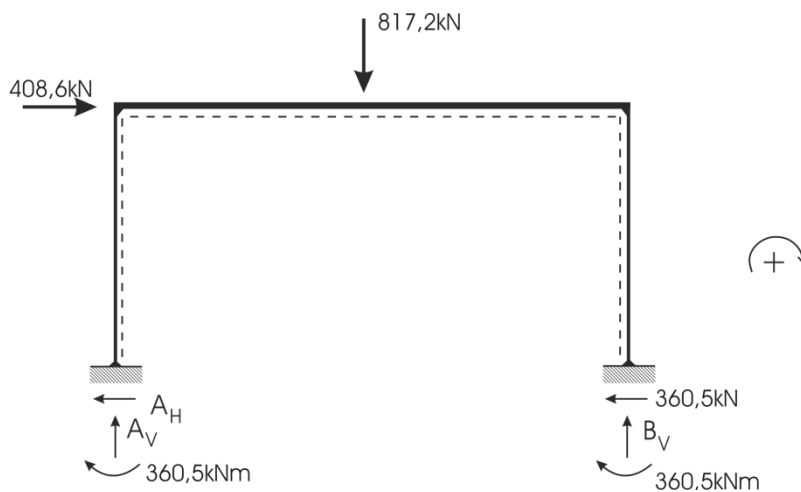


Gleichgewicht am Gesamtsystem:

$$\sum H = 0:$$

$$F_{pl} - B_H - A_H = 0$$

$$\Rightarrow A_H = 408,6 \text{ kN} - 360,5 \text{ kN} = 48 \text{ kN}$$

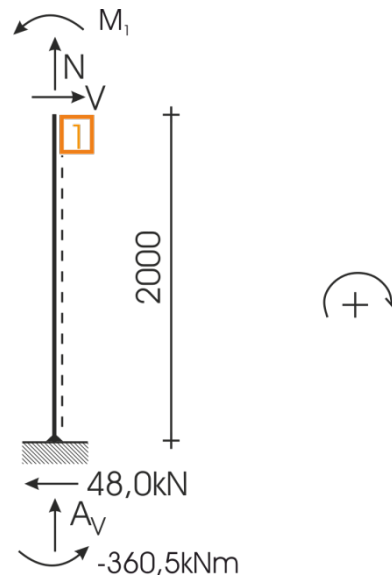


Gleichgewicht am linken Stiel (Schnittprinzip):

$$\sum M_1 = 0:$$

$$-360,5 \text{ kNm} + 2 \text{ m} \cdot 48 \text{ kN} - M_1 = 0$$

$$\Rightarrow M_1 = -360,5 \text{ kNm} + 96 \text{ kNm} = -264,5 \text{ kNm}$$



Gleichgewicht am Gesamtsystem:

$$\sum M_A = 0:$$

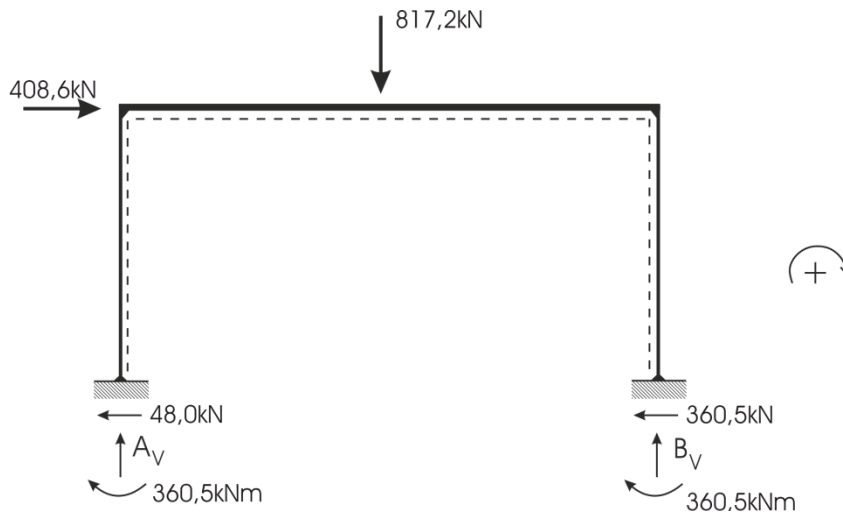
$$(-360,5 \text{ kNm}) \cdot 2 + 2 \text{ m} \cdot 408,6 \text{ kN} + 2 \text{ m} \cdot 817 \text{ kN} - 4 \text{ m} \cdot B_V = 0$$

$$\Rightarrow B_V = 432,65 \text{ kN}$$

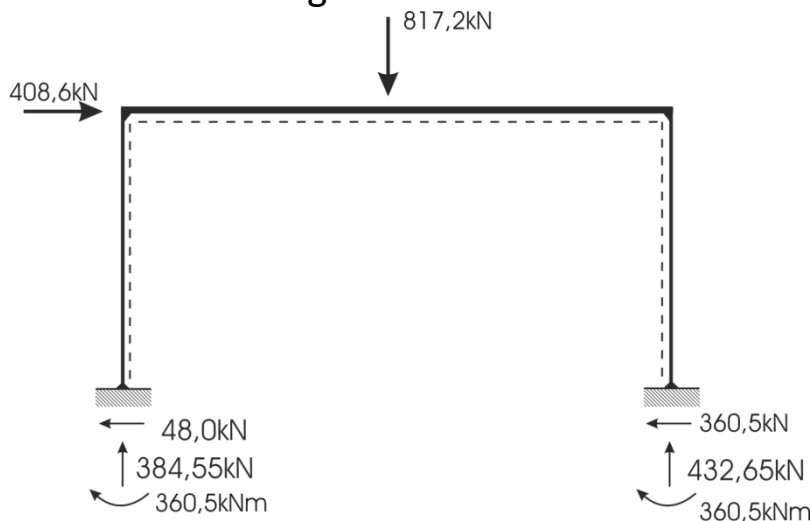
$$\sum V = 0:$$

$$432,65 \text{ kN} - 817,2 \text{ kN} + A_V = 0$$

$$\Rightarrow A_V = 384,55 \text{ kN}$$

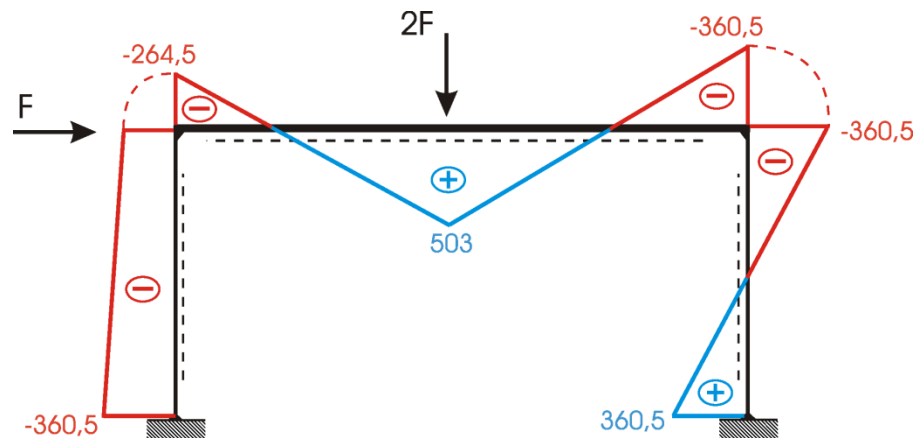


Zusammenfassung:

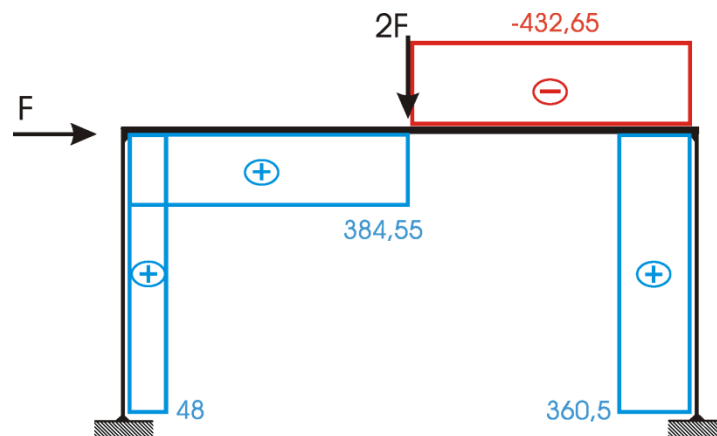


▪ Schnittgrößen im Traglastzustand:

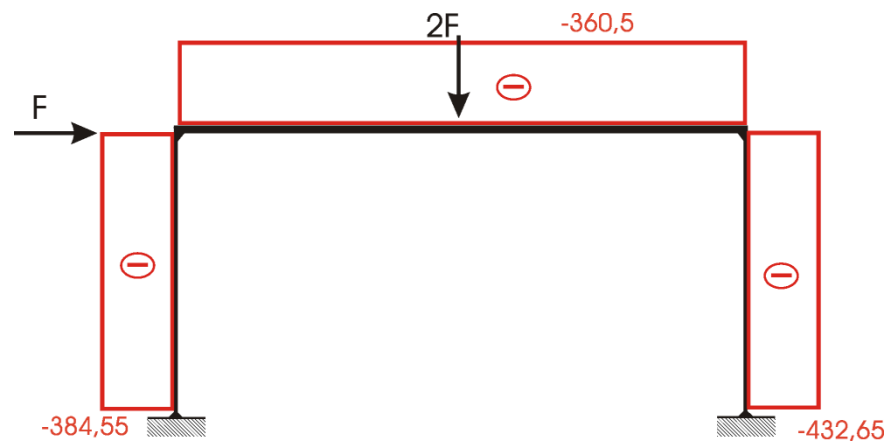
M-Fläche
[kNm]



V-Fläche
[kN]



N-Fläche
[kN]



Interaktion in der rechten Stütze:

Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Normalkraft nach EN 1993-1-1, 6.2.10.

Überprüfung der Beanspruchung aus Querkraft:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} \leq 0,5 \quad (6.2.10 (2))$$

mit:

$$A_V = A - 2 \cdot b \cdot t_f + (t_w + 2r) \cdot t_f \quad (6.2.6 (3)a)$$

$$A_V = 131 - 2 \cdot 28 \cdot 1,8 + (1,05 + 2 \cdot 2,4) \cdot 1,8$$

$$A_V = 40,73 \text{ cm}^2$$

$$V_{pl,Rd} = A_V \cdot \frac{f_y / \gamma_{M0}}{\sqrt{3}} = 40,73 \text{ cm}^2 \cdot \frac{23,5 \text{ kN/cm}^2 / 1,0}{\sqrt{3}} = 552,5 \text{ kN}$$

$$\frac{360,5 \text{ kN}}{552,5 \text{ kN}} = 0,66 \not\leq 0,5$$

⇒ Querkraft muss berücksichtigt werden!

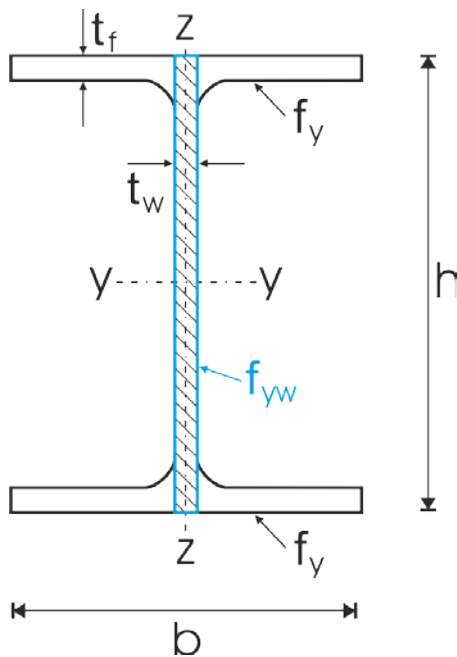
Abminderung der Streckgrenze im Steg nach 6.2.10 (3):

$$\rho = \left(\frac{2 \cdot V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2 = \left(\frac{2 \cdot 360,5 \text{ kN}}{552,5 \text{ kN}} - 1 \right)^2 = 0,093 \quad (6.29)$$

$$f_{yw} = (1 - \rho) \cdot f_y = (1 - 0,093) \cdot 23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 21,31 \text{ kN/cm}^2 \quad (6.45)$$

⇒ Nachweis auf Biegung und Normalkraft wird mit abgeminderter Streckgrenze geführt (6.2.9 mit f_{yw})!

Verteilung der Fließgrenzen f_y und f_{yw} über den Querschnitt:



$$\Delta N_{pl} = \Delta f_y \cdot t_w \cdot h = (f_y - f_{yw}) \cdot t_w \cdot h$$

$$\Delta N_{pl} = \left(23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} - 21,31 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right) \cdot 1,05 \text{cm} \cdot 28 \text{cm} = 91,98 \text{kN}$$

$$N_{pl,Rd} = A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 131 \text{cm}^2 \cdot \frac{23,5 \text{kN/cm}^2}{1,0} = 3.078,5 \text{kN}$$

$$N_{pl,V,Rd} = N_{pl,Rd} - \Delta N_{pl} = 3.078,5 \text{kN} - 91,98 \text{kN} = 2.986,7 \text{kN}$$

$$\Delta M_{pl} = \Delta f_y \cdot t_w \cdot \frac{h^2}{4} = (f_y - f_{yw}) \cdot t_w \cdot \frac{h^2}{4}$$

$$\Delta M_{pl} = \left(23,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} - 21,31 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right) \cdot 1,05 \text{cm} \cdot \frac{(28 \text{cm})^2}{4} = 4,51 \text{kNm}$$

$$M_{pl,Rd} = 2 \cdot S_y \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 2 \cdot 767 \text{cm}^3 \cdot \frac{23,5 \text{kN/cm}^2}{1,0} = 360,49 \text{kNm}$$

$$M_{pl,y,V,Rd} = M_{pl,Rd} - \Delta M_{pl} = 360,49 \text{kNm} - 4,51 \text{kNm} = 355,98 \text{kNm}$$

Beanspruchung aus Biegung und Normalkraft nach EN 1993-1-1, 6.2.9:

$$(1) \quad N_{Ed} \leq 0,25 N_{pl,V,Rd} \quad (6.33)$$

und

$$(2) \quad N_{Ed} \leq \frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_{yw}}{\gamma_{M0}} \quad (6.34)$$

Untersuchung der Bedingungen:

$$(1) \quad 433,25 \text{ kN} \leq 0,25 \cdot 2.986,7 \text{ kN} = 746,7 \text{ kN}$$

$$(2) \quad 433,25 \text{ kN} \not\leq \frac{0,5 \cdot 19,6 \text{ cm} \cdot 1,05 \text{ cm} \cdot 21,31 \text{ kN/cm}^2}{1,0} = 219,3 \text{ kN}$$

Da nicht beide Gleichungen erfüllt sind, muss der Einfluss der Normalkraft berücksichtigt werden.

Abminderung von $M_{pl,y,V,Rd}$ infolge Normalkraft nach 6.2.9.1 (5):

$$M_{y,N,V,Rd} = M_{pl,y,V,Rd}(1 - n)/(1 - 0,5a) \quad (6.36)$$

mit:

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,V,Rd}} = \frac{432,65 \text{ kN}}{2.986,7 \text{ kN}} = 0,145$$

$$a = (A - 2bt_f)/A \text{ jedoch } a \leq 0,5$$

$$a = (131 \text{ cm}^2 - 2 \cdot 28 \text{ cm} \cdot 1,8)/131 \text{ cm}^2 = 0,23 \leq 0,5$$

$$M_{y,N,V,Rd} = 355,98 \text{ kNm} \frac{(1 - 0,145)}{(1 - 0,5 \cdot 0,23)}$$

$$M_{y,N,V,Rd} = 343,91 \text{ kNm} \leq M_{pl,y,V,Rd} = 355,98 \text{ kNm}$$

$$\rightarrow F_{pl} = \frac{6,8}{6} \cdot 343,91 \text{ kNm} = 389,77 \text{ kN}$$

$$\frac{389,77 \text{ kN}}{408,60 \text{ kN}} = 0,95$$

Abweichung $\leq 5\%$: \rightarrow keine weitere Abminderung von F_{pl} erforderlich

Die Interaktion in der linken Stütze und im Riegel ist im Allgemeinen ebenfalls zu prüfen!