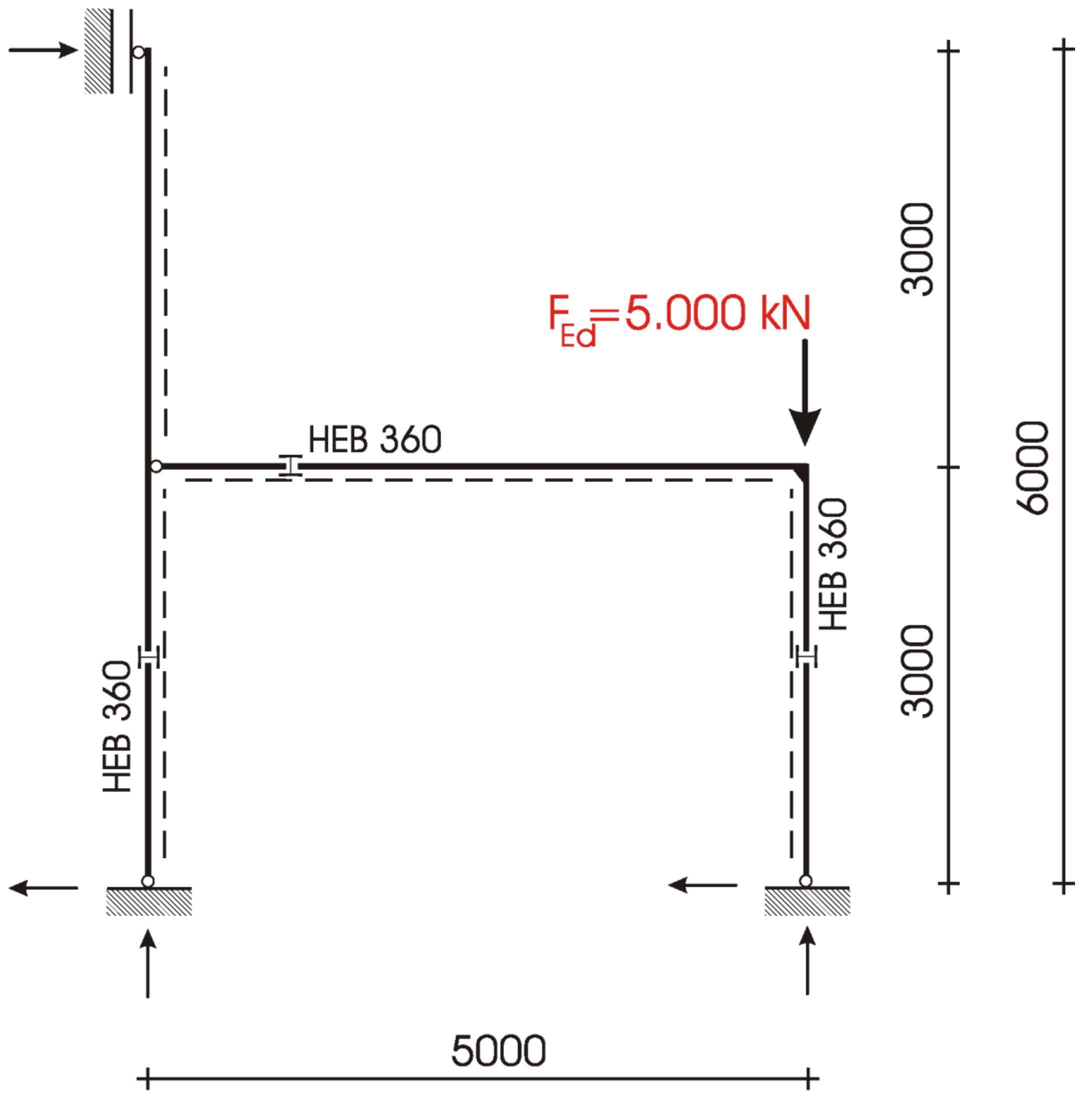
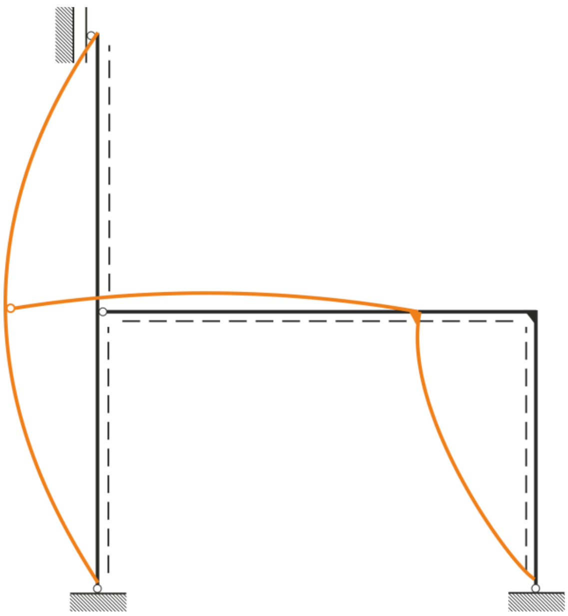
# Beispiel 3: Ersatzstabverfahren




Skizze des Systems

- Bestimmung der maßgeblichen Knickfigur und zugehörigen Knicklänge in der Ebene.
- Nachweis gegen Biegeknicken nach dem Ersatzstabverfahren nach DIN EN 1993-1-1 in der Ebene.
- Alle Stäbe S355

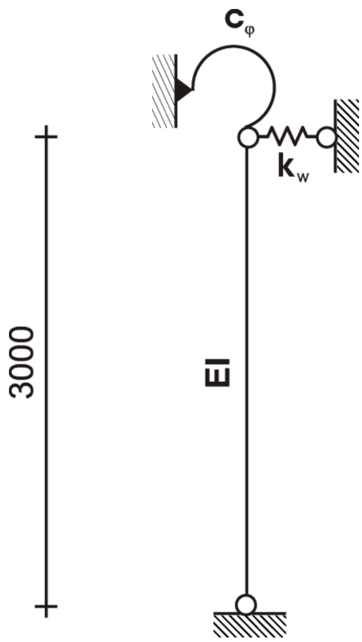
- <u>mögliche Knickfigur in der Ebene</u>



- <u>Bestimmung der Ersatzstabfedern</u>

$K_w$: Federsteifigkeit Dehnfeder [N/m]
$C_\varphi$: Federsteifigkeit Drehfeder [Nm/rad]

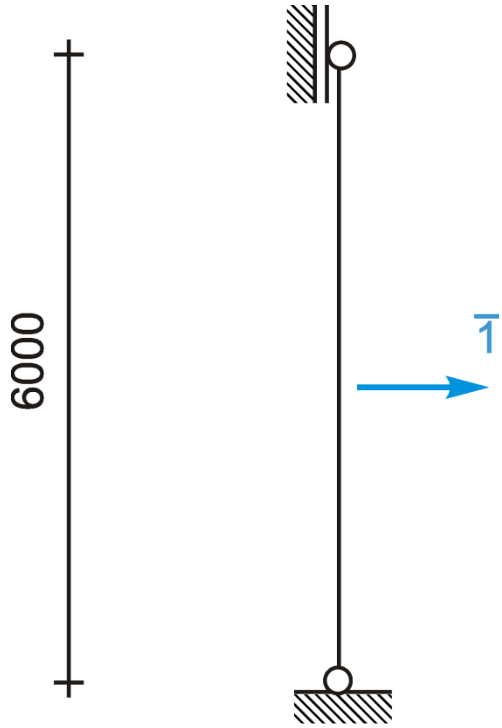
Ersatzstab:




Hinweis:
Die Längsverformungen der Stäbe werden vernachlässigt, da sie sehr klein gegenüber den Biegeverformungen sind.
(bei Tragwerken auf Biegung übliche Annahme)

- Bestimmung Federsteifigkeit der Dehnfeder mit „1“-Kraft

System:




Verformung (aus Schneider Bautabellen, 16. Auflage):

$$w_M = \frac{P \cdot l^3}{48 \cdot EI_z} = \frac{\bar{1}\ \mathrm{kN} \cdot (600\ \mathrm{cm})^3}{48 \cdot 21.000 \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2} \cdot 10.140\ \mathrm{cm}^4}$$

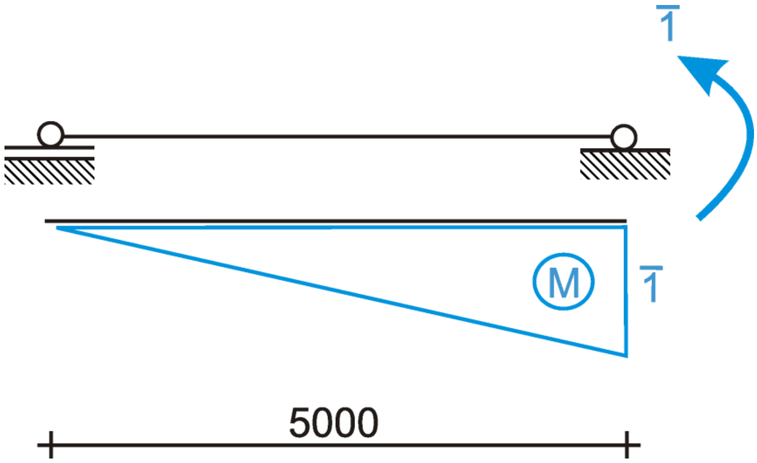
$$w_M = 0{,}0211\ \mathrm{cm}$$

Federsteifigkeit der Dehnfeder:

$$K_w = \frac{1}{w_M} = \frac{1}{0{,}0211\ \mathrm{cm}} = 47{,}32\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}}$$

- Bestimmung Federsteifigkeit der Drehfeder mit „1"-Moment

System:




Bestimmung des Drehwinkels - Überlagerung
(aus Schneider Bautabellen, 16. Auflage):

$$\varphi_M = \frac{1}{EI}\int M\bar{M}\,dx = \frac{500\text{ cm}\cdot 1\text{ kNcm}\cdot \bar{1}\text{ kNcm}}{21.000\,\frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}\cdot 10.140\text{ cm}^4\cdot 3}$$

$$\varphi_M = 7{,}827\cdot 10^{-7}\text{rad}$$

Federsteifigkeit der Drehfeder:

$$C_\varphi = \frac{1}{\varphi} = 1{,}278\cdot 10^{6}\,\frac{\text{kNcm}}{\text{rad}}$$

Wichtig:

Federn müssen entkoppelt sein, d.h. keine „Kreuzüberlagerung" der Momentenflächen bei der Federberechnung.

- Bestimmung der Knicklänge

Für die Bestimmung der Knicklänge kommt ein Diagramm (siehe Anlage) aus „Petersen: Knicklängen biegesteifer Stabtragwerke" S. 387 ff zur Anwendung.

Parameter Diagramm:

$$\delta = \frac{K_w \cdot l^3}{EI_z} = \frac{47{,}32\,\frac{kN}{cm} \cdot (300\ cm)^3}{21.000\,\frac{kN}{cm^2} \cdot 10.140\ cm^4} = 6{,}0$$

$$\gamma = \frac{C_\varphi \cdot l}{EI_z} = \frac{1{,}278 \cdot 10^6\,\frac{kNcm}{rad} \cdot 300\ cm}{21.000\,\frac{kN}{cm^2} \cdot 10.140\ cm^4} = 1{,}8 \approx 2{,}0$$

$\rightarrow \beta \cong 1{,}25$

Knicklänge: $L_{cr} = \beta \cdot l = 1{,}25 \cdot 300\ cm = 375\ cm$

Ideale Verzweigungslast:

$$N_{cr} = EI \cdot \frac{\pi^2}{L_{cr}^2} = 21.000\,\frac{kN}{cm^2} \cdot 10.140\ cm^4 \cdot \frac{\pi^2}{(375)^2} = 14.945\ kN$$

- Biegeknicken nach DIN EN 1993-1-1, Abschnitt 6.3.1.1

Vorbedingungen:

- HEB 360 entspricht Querschnittsklasse 1 (Verfahren siehe Beispiel 1)
- weitere Querschnittsangaben für HEB 360 im Anhang
- $\gamma_{M1}$ = 1,0 nach 6.1 (1)
- Knicklänge $L_{cr}$ = 375 cm

Nachweis:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1{,}0 \tag{6.46}$$

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot A \cdot f_y / \gamma_{M1} \tag{6.47}$$

Bestimmung des Abminderungsfaktors $\chi$ für die maßgebende Biegeknickrichtung nach 6.3.1.2:

1. Möglichkeit (rechnerische Lösung)

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{aber} \quad \chi \leq 1{,}0 \tag{6.49}$$

mit:

$$\phi = 0{,}5\left[1 + \alpha\left(\bar{\lambda} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}^2\right]$$

$$\phi = 0{,}5[1 + 0{,}34 * (0{,}314 - 0{,}2) + 0{,}314^2] = 0{,}569 \tag{6.50}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i_y} \cdot \frac{1}{\lambda_1} = \frac{375 \text{ cm}}{15{,}5 \text{ cm}} \cdot \frac{1}{76{,}059} = 0{,}318$$

mit:

$L_{cr} = 375$ cm
$i_y = 15{,}5$ cm
$\lambda_1 = 93{,}9 \cdot \varepsilon = 93{,}9 \cdot 0{,}81 = 76{,}059$
$\varepsilon = 0{,}81$ für S 355

Bestimmung der Knicklinie Tabelle 6.2:

$$h/_b = {}^{360}/_{300} = 1{,}2 \leq 1{,}2 \; ; t_f = 22{,}5 \leq 100$$

→ Knicklinie b

Der Imperfektionsbeiwert $\alpha$ wird nach Tab. 6.1 für die Knicklinie b mit 0,34 ermittelt

Abminderungsfaktor $\chi$:

$$\chi = \frac{1}{0{,}569 + \sqrt{0{,}569^2 - 0{,}318^2}} = 0{,}96 \leq 1{,}0$$

2. Möglichkeit (graphisch)

Aus Bild 6.4 – Knicklinien lässt sich mit den zuvor berechneten Werten des Schlankheitsgrads $\bar{\lambda}$ = 0,318 und der Knicklinie b der Abminderungsfaktor auslesen.

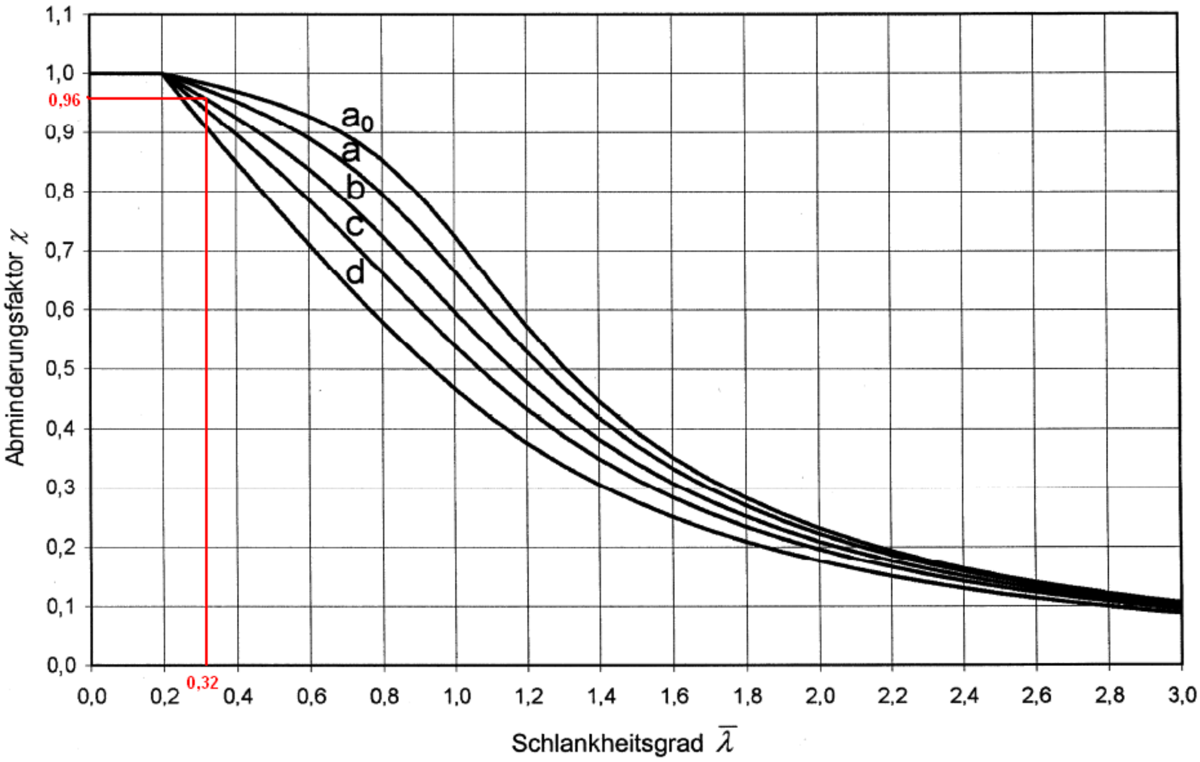



Bild 6.4 – Knicklinien aus DIN EN 1993-1-1

Der Abminderungsfaktor wird mit $\chi$ = 0,96 ermittelt.

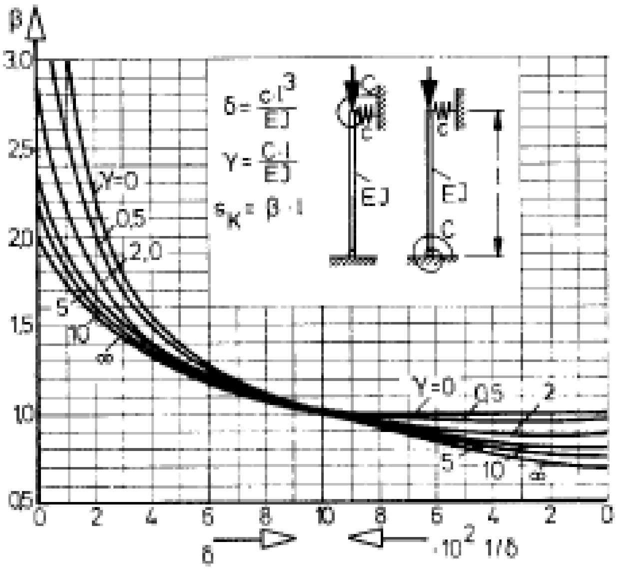
Nachweis:

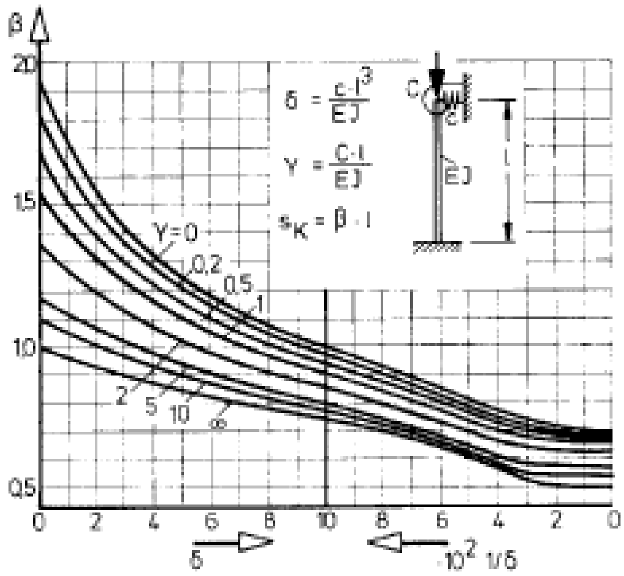
$$N_{b,Rd} = \frac{0{,}96 \cdot 181\ \text{cm}^2 \cdot 35{,}5\ \text{kN/cm}^2}{1{,}0} = 6.168{,}48\ \text{kN}$$

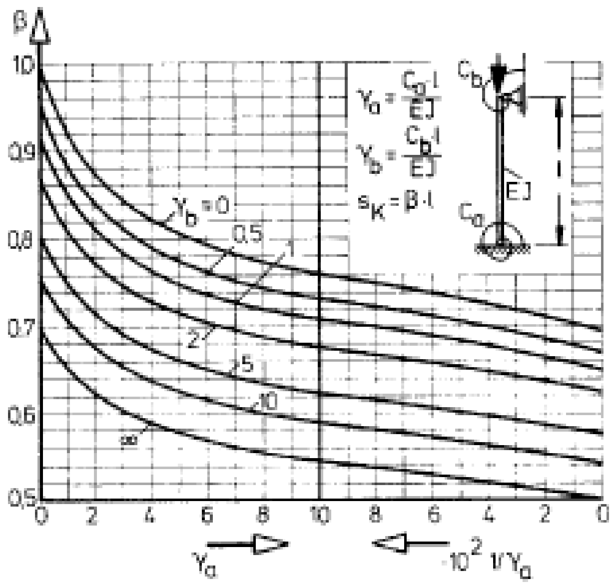
$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq \frac{5.000\ \text{kN}}{6.169\ \text{kN}} = 0{,}81$$

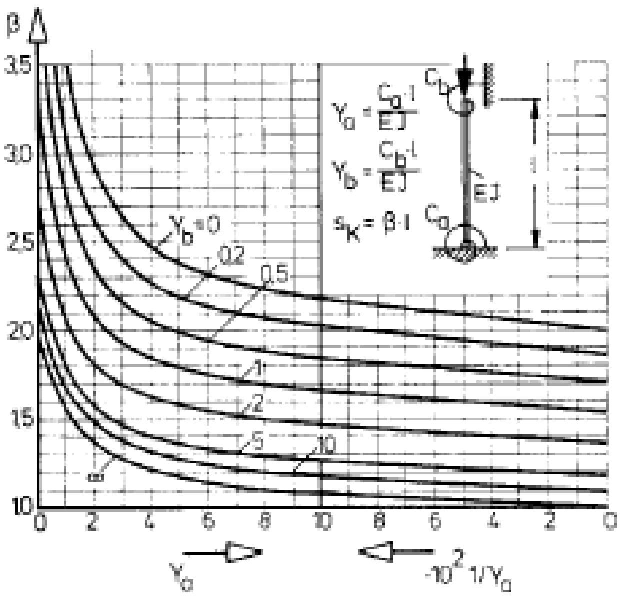
Nachweis erbracht!

# Anlage


β
$\delta = \frac{c \cdot l^3}{EJ}$
$\gamma = \frac{C \cdot l}{EJ}$
$s_K = \beta \cdot l$
EJ
γ=0
0,5
2,0
5
10
∞
δ
$\cdot 10^2\ 1/\delta$


β
$\delta = \frac{c \cdot l^3}{EJ}$
$\gamma = \frac{C \cdot l}{EJ}$
$s_K = \beta \cdot l$
EJ
γ=0
0,2
0,5
1
2
5
10
∞
δ
$\cdot 10^2\ 1/\delta$


β
$\gamma_a = \frac{C_a \cdot l}{EJ}$
$\gamma_b = \frac{C_b \cdot l}{EJ}$
$s_K = \beta \cdot l$
EJ
$\gamma_b = 0$
0,5
1
2
5
10
∞
$\gamma_a$
$\cdot 10^2\ 1/\gamma_a$


β
$\gamma_a = \frac{C_a \cdot l}{EJ}$
$\gamma_b = \frac{C_b \cdot l}{EJ}$
$s_K = \beta \cdot l$
EJ
$\gamma_b = 0$
0,2
0,5
1
2
5
10
∞
$\gamma_a$
$\cdot 10^2\ 1/\gamma_a$