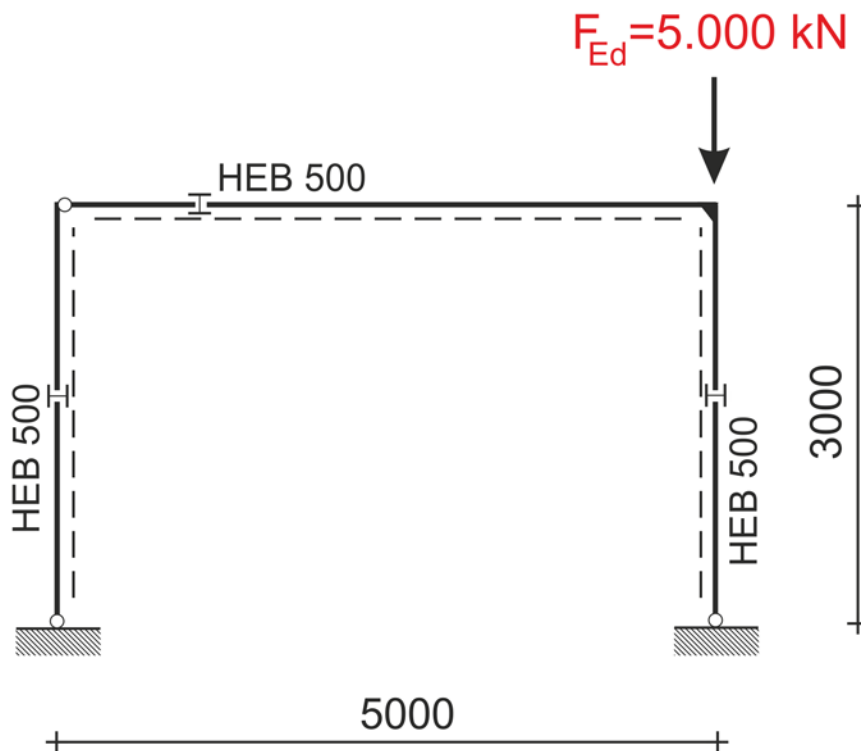


## Beispiel 4: Theorie II. Ordnung



Skizze des Systems

Nachweis: Stabilität des Systems nach Theorie II. Ordnung.

- Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung, ohne Imperfektion  
 $F_{Ed} = 5.000 \text{ kN}$  im rechten Stiel,  
sonst alle  $N, M, V = 0$
- Alle Stäbe HEB 500, S 235

## 1. Allgemeines

Grundsätzlich darf man den Nachweis nach Theorie II. Ordnung führen, der dann den Stabilitätsnachweis ersetzt.

Dabei gibt es 2 Möglichkeiten:

### 1.1. Nach 5.2.2. (7(a)):

Setzt man die Imperfektionen für das System und Bauteile (Riegel und Stützen) gleichzeitig an, brauchen keine Stabilitätsnachweise für Bauteile mehr geführt werden.

### 1.2. Nach 5.2.2. (7(b)):

Setzt man die Imperfektionen nur für das System an, müssen noch Stabilitätsnachweise für die Bauteile geführt werden.

Hier werden nur Systemimperfektionen angesetzt.

### Hinweis:

Man muss eine Berechnung nach Theorie II. Ordnung durchführen, wenn die Gleichung (5.1) nicht erfüllt ist. Dazu benötigt man, was allerdings ein erheblicher Aufwand ist, bereits die Knicklast des Systems  $F_{cr}$  !

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 10 \text{ für die elastische Berechnung}$$

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 15 \text{ für die plastische Berechnung}$$

Gl. (5.1)

mit:

$$E = 21.000 \text{ kN/cm}^2$$

$$I_y = 107.200 \text{ cm}^4$$

$$L_{cr} = 840 \text{ cm (Verfahren siehe Beispiel 2)}$$

Nach 5.2.2 (5)  $\alpha_{cr} < 3,0$  muss eine genauere Betrachtung nach Theorie II. Ordnung erfolgen.

Hinweis: Den Teil bis hier kann man sich ersparen, wenn man sofort nach Theorie II. Ordnung rechnet!

## 2. Stab-Imperfektionen nach Abschnitt 5.3.2

- Anfangsschiefstellung nach 5.3.2 (3) a):

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m \quad \text{Gl. (5.5)}$$

Dabei ist:

- der Ausgangswert  $\phi_0 = \frac{1}{200}$
- der Abminderungsfaktor für die Höhe h von Stützen

$$\frac{2}{3} \leq \alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \leq 1,0$$

$$\text{hier: } \alpha_h = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1,15 \rightarrow \alpha_h = 1$$

- der Abminderungsfaktor für die Anzahl der Stützen in einer

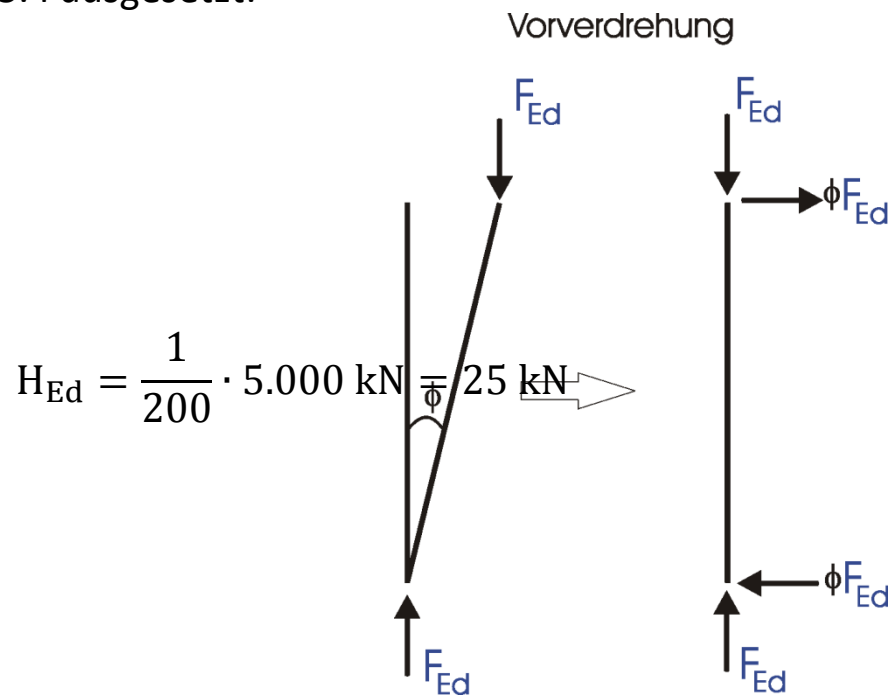
$$\text{Reihe } \alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)}$$

$$\text{hier: } \alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{1}\right)} = 1$$

Im vorliegenden Fall ergibt sich somit eine Anfangsschiefstellung von:

$$\phi = \frac{1}{200} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{200}$$

Anstatt der Schiefstellung wird eine horizontale Ersatzkraft nach DIN EN 1993-1-1, Bild 5.4 ausgesetzt:



- Vorkrümmung nach 5.3.2 (3) b) und 5.3.2 (6)

Bei Tragwerken, die empfindlich auf Verformungen reagieren, sind in der Regel für jedes Bauteil mit Druckbeanspruchung zusätzlich lokale Vorkrümmungen anzusetzen, wenn folgende Bedingung gilt:

$$\bar{\lambda} > 0,5 \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{Ed}}} \quad \text{Gl. (5.8)}$$

Betrachtung der rechten Stütze:

Schlankheitsgrad:

$$\bar{\lambda} = \frac{L_{cr}}{i} \cdot \frac{1}{\lambda_1} \quad \text{Gl. (6.50)}$$

$$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235 \text{ N/mm}^2}{235 \text{ N/mm}^2}} = 1,0 \leq 1,0$$

$$\lambda_1 = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \cdot \epsilon = 93,9 \cdot 1,0 = 93,9$$

$$\rightarrow \bar{\lambda} = \frac{L_{cr}}{\lambda_1 \cdot i_y} = \frac{300 \text{ cm}}{93,9 \cdot 21,2 \text{ cm}} = 0,151$$

Normalkraft  $N_{Ed}$ :

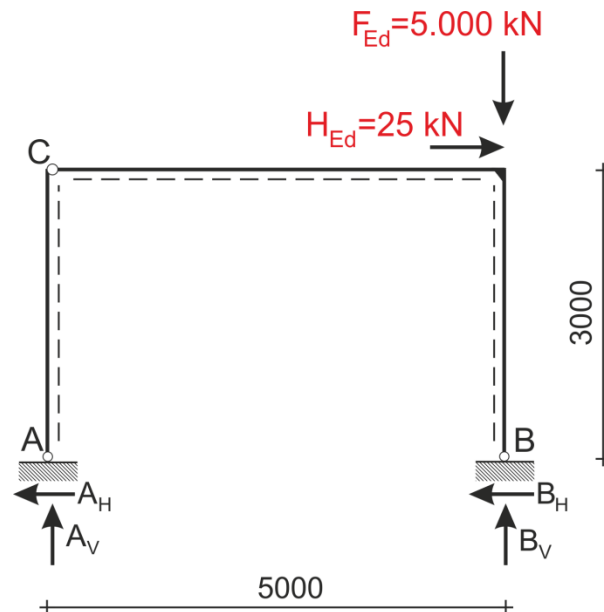
$$N_{Ed} = F_{Ed} + H_{Ed} \cdot \frac{h}{l} = 5.000 \text{ kN} + 25 \text{ kN} \cdot \frac{3 \text{ m}}{5 \text{ m}} = 5.015 \text{ kN}$$

Nach Einsetzen der Werte wird ersichtlich, dass die Ungleichung nicht erfüllt ist.

$$\bar{\lambda} = 0,206 < 0,5 \cdot \sqrt{\frac{239 \text{ cm}^2 \cdot 23,5 \text{ kN/cm}^2}{5.015 \text{ kN}}} = 0,53$$

Deshalb muss keine Vorkrümmung berücksichtigt werden. Für die linke Stütze und den Rahmenriegel braucht diese Bedingung nicht geprüft werden, da keine Normalkraft  $N_{Ed}$  einwirkt.

### 3. Ersatzsystem



$$(1) \quad \curvearrowright \sum M_B = 0 : 0 = H_{Ed} \cdot 3,0\text{m} + A_V \cdot 5,0\text{m}$$

$$\Leftrightarrow A_V = -H_{Ed} \cdot 3,0\text{m} / 5,0\text{m} = -25\text{kN} \cdot 3,0\text{m} / 5,0\text{m} = -15 \text{ kN}$$

$$(2) \quad \uparrow \sum V = 0 : 0 = -F_{Ed} + A_V + B_V = 0$$

$$0 = -5.000\text{kN} + (-15\text{kN}) + B_V$$

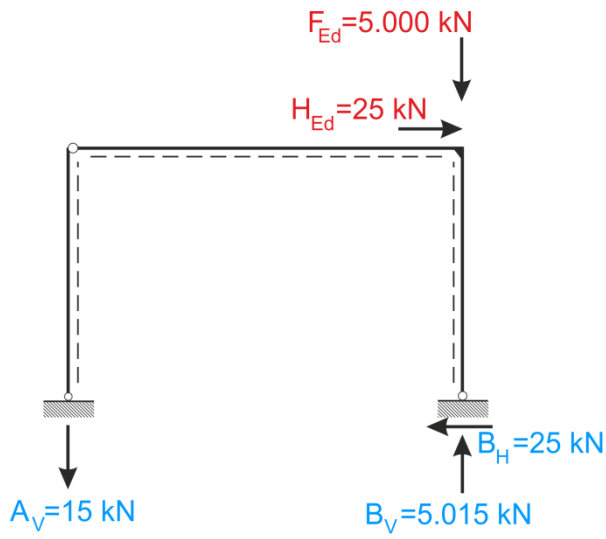
$$\Leftrightarrow B_V = 5.015\text{kN}$$

$$(3) \quad \curvearrowright \sum M_{C,\text{rechts}} = 0 : 0 = F_{Ed} \cdot 5,0\text{m} - B_V \cdot 5,0\text{m} + B_H \cdot 3,0\text{m}$$

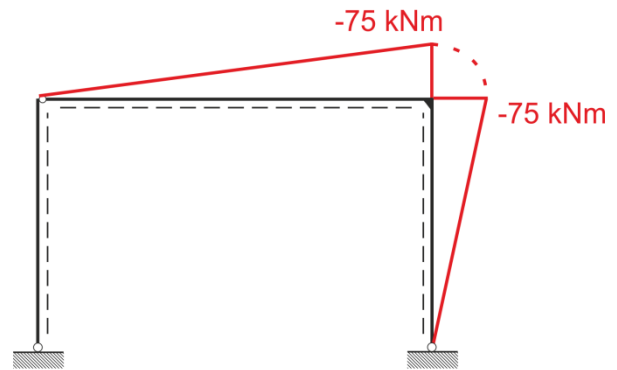
$$\Leftrightarrow B_H = (B_V - F_{Ed}) \cdot \frac{5,0\text{m}}{3,0\text{m}} = (5.015\text{kN} - 5.000\text{kN}) \cdot \frac{5}{3} = 25 \text{ kN}$$

$$(4) \quad \rightarrow \sum H = 0 : 0 = H_{Ed} - A_H - B_H$$

$$\Leftrightarrow A_H = 25\text{kN} - 25\text{kN} = 0$$

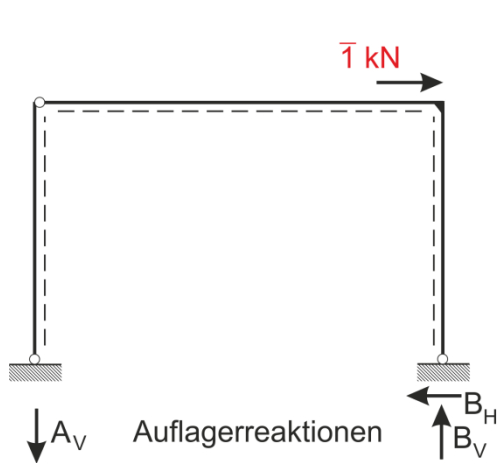


Auflagerreaktionen

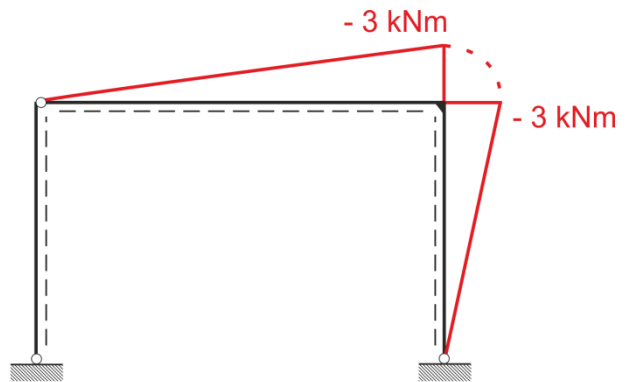


Verlauf Biegemomente

- „1-Zustand“ zur Berechnung der weiteren Schiefstellung



Auflagerreaktionen



Verlauf Biegemomente

Überlagerung der Biegemomente des Lastzustands und des 1-  
Zustands:

$$f = \int \frac{M_0 \cdot \bar{M}}{EI} dx$$

$$f = \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{3} \cdot \bar{M} \cdot M_0 \cdot l_R + \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{3} \cdot \bar{M} \cdot M_0 \cdot l_S$$

$$f = \frac{500 \text{ cm}}{21.000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \cdot 107.200 \text{ cm}^4} \cdot \frac{1}{3} \cdot 300 \text{ kNcm} \cdot 7.500 \text{ kNcm}$$

$$+ \frac{300 \text{ cm}}{21.000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \cdot 107.200 \text{ cm}^4} \cdot \frac{1}{3} \cdot 300 \text{ kNcm} \cdot 7.500 \text{ kNcm}$$

$$f = 0,26 \text{ cm}$$

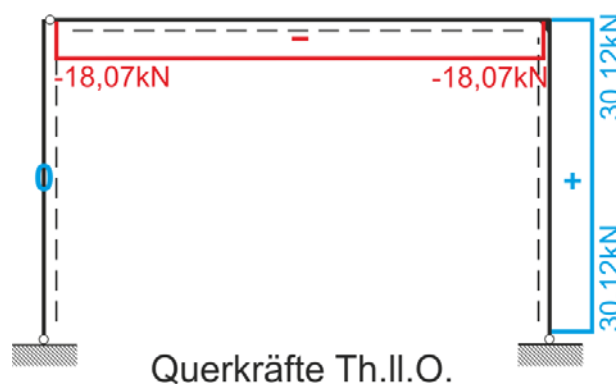
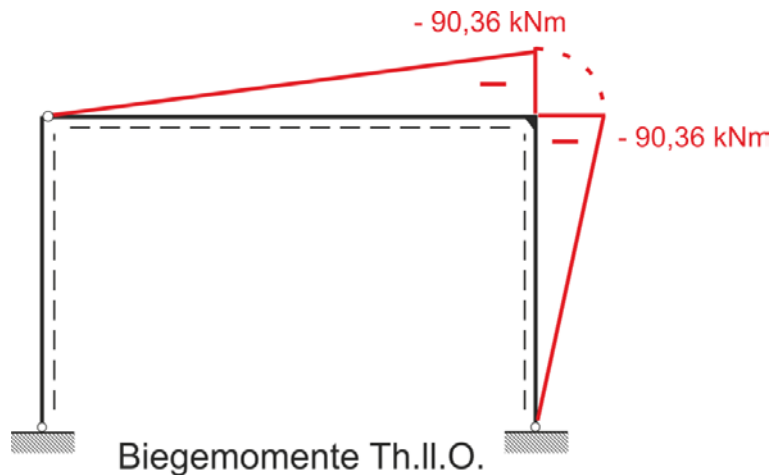
- Näherung für Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung in der rechten Stütze

$$q = \frac{f^{II}}{f^I} = \frac{0,26}{300\text{cm}/200} = 0,17$$

$$M_{y,Ed}^{II} = M_{y,Ed}^I \cdot \frac{1}{1 - q} = -75 \text{ kNm} \cdot \frac{1}{1 - 0,17} = -90,36 \text{ kNm}$$



## Schnittgrößen Theorie II. Ordnung:



- Nachfolgend muss noch der Stabilitätsnachweis für die rechte Stütze als Einzelbauteil (Ersatzstab mit Knicklänge  $L = 3,0\text{m}$  nach EN 1993-1-1 5.2.2. 7(a)) nach EN 1993-1-1 6.3. geführt werden. Daran schließen sich dann die Tragfähigkeitsnachweise auf Querschnittsebene an (vgl. Beispiel 1).

|  |   |                         |
|--|---|-------------------------|
| <b>U N I K A S S E L</b><br><b>V E R S I T Ä T</b><br><b>STAHL- &amp; VERBUNDBAU</b> | Beispiel: Theorie II. Ordnung                       | Blatt: Seite 10 von 10  |
|  | Ansprechpartner: Gregor Turkalj und Axel Mühlhausen | Bearbeitet am: 07.04.15 |

## Referenzen

- [1] DIN EN 1993-1-1:  
Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten  
Beuth Verlag, 2005
  
- [2] Schneider –  
Bautabellen für Ingenieure  
Werner Verlag, 16. Auflage, 2004