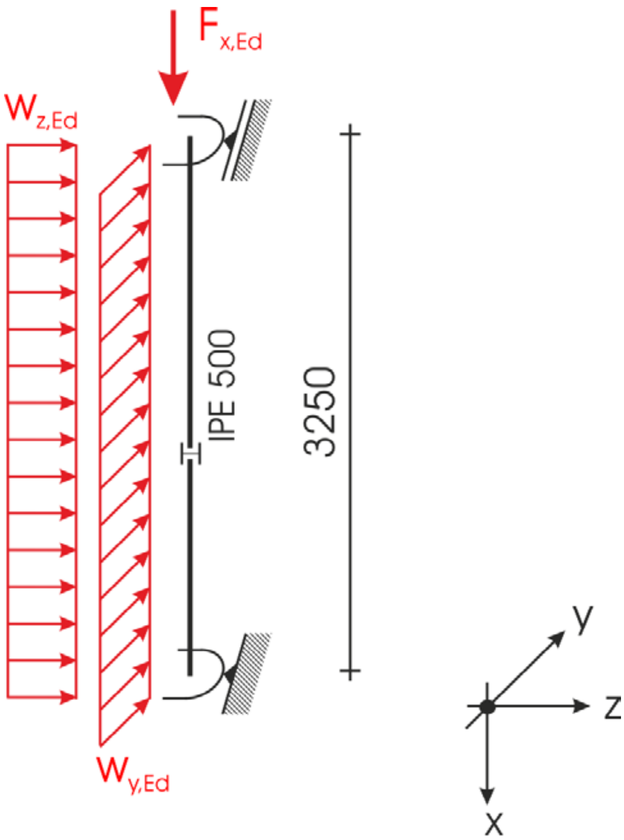
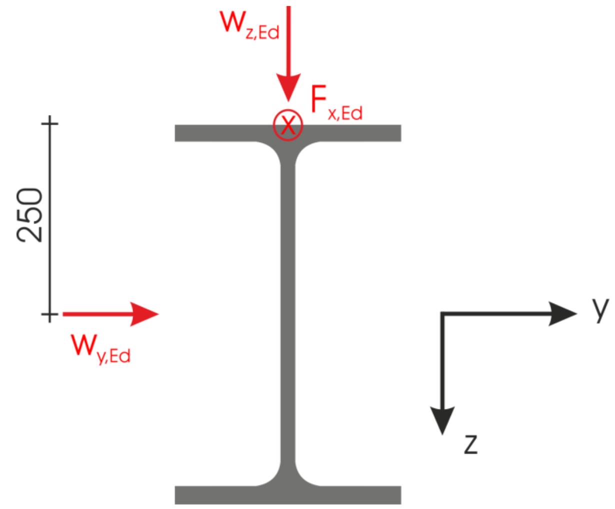
Beispiel 5: Biegedrillknicken





Belastung:

$w_{z,Ed}$ = 120 kN/m

$w_{y,Ed}$ = 32,5 kN/m

$F_{x,Ed}$ = 425 kN

Skizze des Systems

Dieses Beispiel beinhaltet:

- die Klassifizierung des Querschnitts,
- den Nachweis gegen Biegedrillknicken für auf Biegung und Druck beanspruchte Bauteile nach DIN EN 1993-1-1:2010-12, Abschnitt 6.3.3

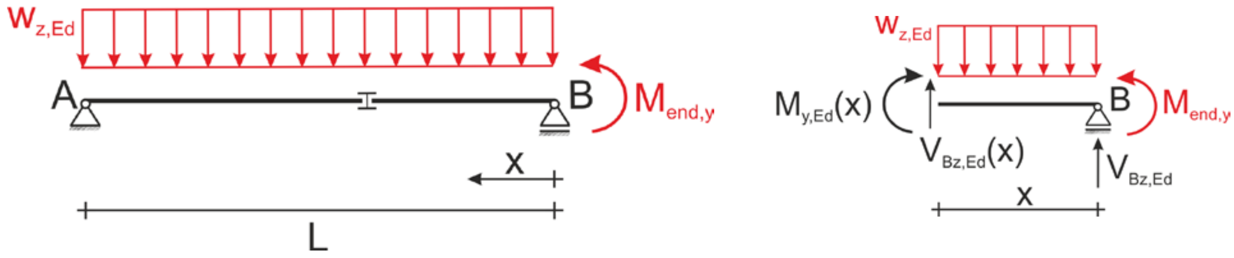
Teilsicherheitsbeiwerte nach DIN EN 1993-1-1:2010-12, Abschnitt 6.1:

- $\gamma_{M0} = 1{,}0$; $\gamma_{M1} = 1{,}0$

Anmerkung: Die Werte von γ_{M0} und γ_{M1} können im Nationalen Anhang bestimmt werden. Die empfohlenen Werte sind $\gamma_{M0} = 1{,}0$ bzw. $\gamma_{M1} = 1{,}0$ (siehe DIN EN 1993-1-1:2010-12, Abschnitt 6.3.2.3)

- Allgemeine Angaben
  - Knicklänge: L_{cr} = 3,25 m, da β = 1,0 (Eulerfall 2)
  - Querschnitt: IPE 500, S 355 (Werte siehe Anhang)

- Nebenrechnung:



$$\text{GS:}\;\; M_{end,y} = F_{x,Ed} \cdot \frac{h}{2} = 425\text{kN} \cdot \frac{0{,}5\text{m}}{2} = 106{,}25\text{kNm}$$

$$\text{GS:}\;\; V_{Bz,Ed} = \frac{w_{z,Ed} \cdot L}{2} - \frac{M_{end,y}}{L}$$

$$V_{Bz,Ed} = \frac{120\text{kN/m} \cdot 3{,}25\text{m}}{2} - \frac{106{,}25\text{kNm}}{3{,}25\text{m}} = 162{,}31\text{kN}$$

$$\text{TS:}\;\; \uparrow \sum V_z = 0\text{:}\;\; V_{Bz,Ed} - w_{z,Ed} \cdot x + V_{z,Ed}(x) = 0$$

$$V_{z,Ed}(x) = 0\text{:}\quad x = \frac{V_{Bz,Ed}}{w_{z,Ed}} = \frac{162{,}31\text{kN}}{120\text{kNm}} = 1{,}35\text{m}$$

$$\text{TS:}\;\; \circlearrowright \sum M_y = 0\text{:}\;\; M_{y,Ed}(x) + w_{z,Ed} \cdot x \cdot \frac{x}{2} - M_{end,y} - V_{Bz,Ed} \cdot x = 0$$

$$M_{y,Ed}(x) = M_{end,y} + V_{Bz,Ed} \cdot x - w_{z,Ed} \cdot \frac{x^2}{2}$$

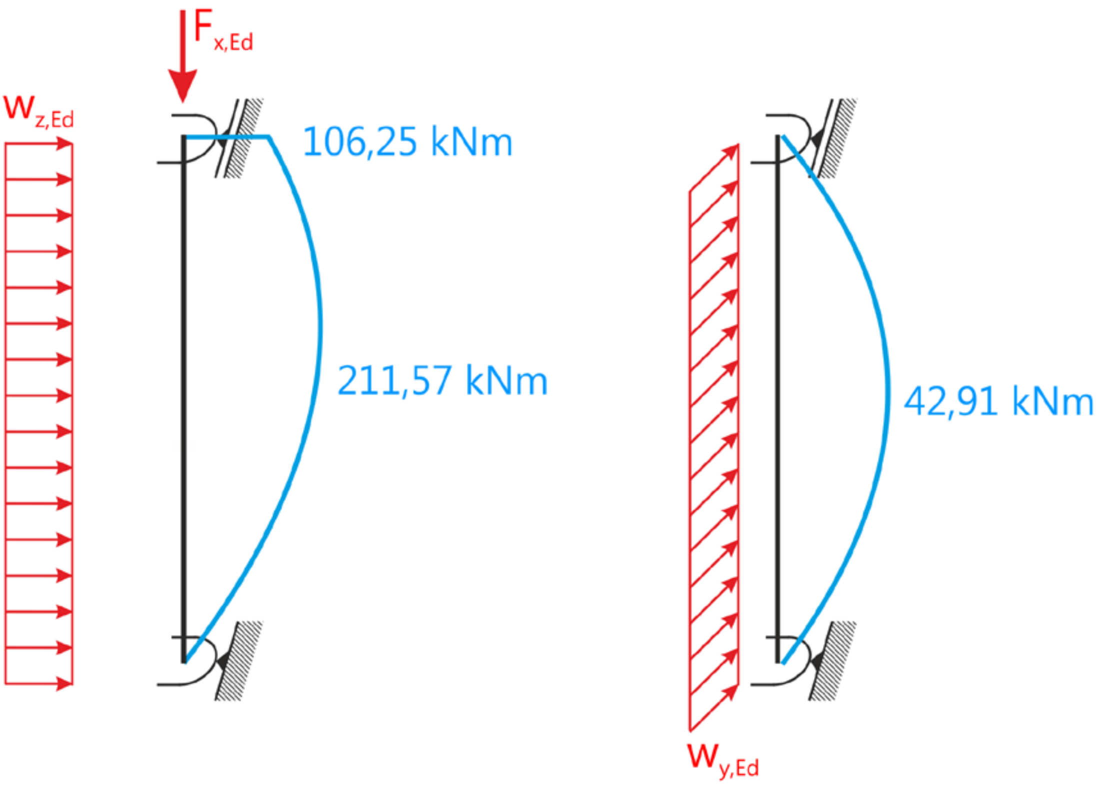
$$\rightarrow\;\; \max\; M_{y,Ed}(x) = 106{,}25\text{kNm} + 162{,}31\text{kN} \cdot x - 120\text{kN/m} \cdot \frac{x^2}{2}$$

$$\max M_{y,Ed}(x = 1{,}35m) = 106{,}25 + 162{,}31 \cdot 1{,}35 - 120 \cdot \frac{1{,}35^2}{2}$$

$$\max M_{y,Ed}(x = 1{,}35m) = 216{,}02kNm$$

$$M_{y,Feldmitte}(x = 1{,}625m) = 211{,}57kNm$$

- Momentenverlauf nach Theorie I. Ordnung:



M_y Verlauf (durch Einzellast und Streckenlast)

M_z Verlauf (durch Streckenlast)

- <u>Einstufung in Querschnittsklasse nach DIN EN 1993-1-1:2010-12, Tab. 5.2:</u>

Der Parameter ε ergibt sich aus der Streckgrenze:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y[\frac{N}{mm^2}]}} = \sqrt{\frac{235}{355}} = 0{,}81$$

Einseitig gestützter Flansch: Flansch unter gleichmäßigem Druck

$c = (b - t_w - 2r)/2 = (200\ mm - 10{,}2\ mm - 2 \cdot 21\ mm)/2$

$c = 73{,}9\ mm$

$c/t_f = 73{,}9\ mm/16\ mm = 4{,}62 \leq 9 \cdot \varepsilon = 7{,}29$ ⇒ Klasse 1

Beidseitig gestützter druckbeanspruchter Querschnittsteil:

Steg auf Druck- und Biegebeanspruchung

$c = h - 2t_f - 2r = 500\ mm - 2 \cdot 16\ mm - 2 \cdot 21\ mm = 426\ mm$

$\alpha = 0{,}5 + N_{Ed}/\left(2 \cdot c \cdot t_w \cdot f_y\right)$

$\alpha = 0{,}5 + 425\ kN/(2 \cdot 42{,}6\ cm \cdot 1{,}02\ cm \cdot 35{,}5\ kN/cm^2)$

$\alpha = 0{,}64 > 0{,}5$

$c/t_w = 426\ mm/10{,}2\ mm = 41{,}76 < \frac{396 \cdot \varepsilon}{(13 \cdot \alpha - 1)} = 43{,}82$ ⇒ Klasse 1

Der Querschnitt wird in Klasse 1 eingeordnet.

- <u>Stabilitätsnachweis Biegedrillknicken nach DIN EN 1993-1-1:2010-12, Abschnitt 6.3.3:</u>

Durch Biegung und Druck beanspruchte Bauteile müssen in der Regel folgende Anforderungen erfüllen:

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_y \cdot N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1{,}0 \qquad (6.61)$$

und

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_z \cdot N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1{,}0 \qquad (6.62)$$

Bestimmung der Anteile 1. Summand (N-Anteil):

$N_{Ed} = 425 \text{ kN}$

$N_{Rk} = f_y \cdot A = 35{,}5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \cdot 116 \text{ cm}^2 = 4.118 \text{ kN}$

Die Beiwerte χ_y und χ_z sollen mit DIN EN 1993-1-1:2010-12, Bild 6.4 graphisch bestimmt werden:

$$h/_b = {}^{500}/_{200} = 2{,}5 \geq 1{,}2 \text{ ; } t_f = 16 \leq 40$$

Aus DIN EN 1993-1-1:2010-12, Tabelle 6.2:

- Knicklinie a für Ausweichen senkrecht zur y-Achse
- Knicklinie b für Ausweichen senkrecht zur z-Achse

$$\lambda_1 = 93{,}9 \cdot \varepsilon = 93{,}9 \cdot 0{,}81 = 76{,}06$$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{L_{cr}}{i_y} \cdot \frac{1}{\lambda_1} = \frac{325 \text{ cm}}{20{,}4 \text{ cm}} \cdot \frac{1}{76{,}06} = 0{,}21$$

→ $\chi_y = 0{,}99$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{L_{cr}}{i_z} \cdot \frac{1}{\lambda_1} = \frac{325 \text{ cm}}{4{,}31 \text{ cm}} \cdot \frac{1}{76{,}06} = 0{,}99$$

→ $\chi_z = 0{,}60$

Bestimmung der Anteile 2. und 3. Summand (M-Anteil):

Die Interaktionsfaktoren k_{yy}, k_{yz}, k_{zy}, k_{zz} werden nach DIN EN 1993-1-1:2010-12, Anhang B, Verfahren 2 ermittelt (alternativ kann auch Verfahren 1 angewendet werden, ist aber meist aufwendiger).

Bei dem I-Profil Träger nach DIN EN 1993-1-1:2010-12, Abschnitt 6.3.3 handelt sich um ein verdreheweiches Bauteil. Deswegen werden die Interaktionsfaktoren k_{yy}, k_{yz}, k_{zz} mit der Hilfe von Tabelle B.1 berechnet und der Interaktionsfaktor k_{zy} wird mit der Hilfe von Tabelle B.2 berechnet.

Die äquivalente Momentenbeiwerte C_{my}, C_{mz} und C_{mLT} werden mit der Hilfe von der Tabelle B.3 berechnet. Der Träger ist für alle Richtungen nur an den Enden seitlich gehalten.

Für das Moment um die y-Achse aus der Gleichlast werden C_{my} und C_{mLT} bestimmt.

$$\alpha_h = \frac{M_h}{M_s} = \frac{106{,}25\ kNm}{211{,}57\ kNm} = 0{,}50 > 0$$

$$\psi = \frac{0\ kNm}{106{,}25\ kNm} = 0$$

$$\rightarrow C_{my} = C_{mLT} = 0{,}95 + 0{,}05 \cdot \alpha_h = 0{,}95 + 0{,}05 \cdot 0{,}50 = 0{,}975$$

Für das Moment um die z-Achse aus der Gleichlast wird C_{mz} bestimmt:

$$\alpha_h = \frac{M_h}{M_s} = \frac{0\ kNm}{42{,}91\ kNm} = 0$$

$$\rightarrow C_{mz} = 0{,}95 + 0{,}05 \cdot \alpha_h = 0{,}95 + 0{,}05 \cdot 0 = 0{,}95$$

Für verdreheweiche Bauteile werden Tabelle B.2 und Tabelle B.1 aus dem DIN EN 1993-1-1:2010-12, Anhang B benutzt.

$k_{yy} = 0{,}976$	$0{,}975 \cdot \left(1 + (0{,}21 - 0{,}2)\frac{425}{0{,}99 \cdot 4118/1{,}0}\right) = \underline{0{,}976}$ $\leq 0975 \cdot \left(1 + 0{,}8\frac{425}{0{,}99 \cdot 4118/1{,}0}\right) = 1{,}06$
$k_{yz} = 0{,}706$	$0{,}6 \cdot 1{,}176 = 0{,}706$
$k_{zy} = 0{,}977$	$\bar{\lambda}_z = 0{,}99 > 0{,}4$ $1 - \frac{0{,}1 \cdot 0{,}99}{(0{,}975 - 0{,}25)} \cdot \frac{425}{0{,}6 \cdot 4118/1{,}0} = \underline{0{,}977}$ $\geq 1 - \frac{0{,}1}{(0{,}975 - 0{,}25)} \cdot \frac{425}{0{,}6 \cdot 4118/1{,}0} = 0{,}976$

$k_{zz} = 1{,}176$	$0{,}95 \cdot \left(1 + (2 \cdot 0{,}99 - 0{,}6)\dfrac{425}{0{,}6 \cdot 4118/1{,}0}\right) = \underline{1{,}176}$ $\leq 0{,}95 \cdot \left(1 + 1{,}4\dfrac{425}{0{,}6 \cdot 4118/1{,}0}\right) = 1{,}179$

- nach DIN EN 1993-1-1:2010-12, Abschnitt 6.3.3 $\Delta M_{y,Ed}$ und $\Delta M_{z,Ed}$ entfallen, da der Querschnitt Klasse 1 ist

- Abminderungsbeiwert für Biegedrillknicken nach DIN EN 1993-1-1:2010-12, Abschnitt 6.3.2.3:

Bei Anwendung der Methode für Walzprofile (DIN EN 1993-1-1:2010-12, Abschnitt 6.3.2.3) ist die Biegedrillknickkurve aus Tabelle 6.5 auszuwählen:

- bei h/b = 500 / 200 = 2,5 > 2

  → Anwendung der <u>Kurve c</u>

  (Imperfektionsbeiwert α_{LT} = 0,49 aus Tabelle 6.3)

- $\bar{\lambda}_{LT,0} = 0{,}4$ und β = 0,75

<u>Anmerkung:</u> Die Werte von $\bar{\lambda}_{LT,0}$ und β können im Nationalen Anhang bestimmt werden. Die empfohlenen Werte sind 0,4 bzw. 0,75 (siehe DIN EN 1993-1-1:2010-12, Abschnitt 6.3.2.3)

- Bezogener Schlankheitsgrad

Das ideale Biegedrillknickmoment M_{cr} für doppeltsymmetrische I-Profile wird nach Access Steel wie folgt ermittelt:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(k \cdot L)^2}\left\{\sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k \cdot L)^2 \cdot G \cdot I_T}{\pi^2 \cdot EI_z} + \left(C_2 \cdot z_g\right)^2} - C_2 \cdot z_g\right\}$$

mit:

$z_g = h/2 = 25\ \mathrm{cm}$

$k = k_w = 1$ (Gabellagerung)

$$\mu = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot M} = \frac{120 \cdot 3{,}25^2}{8 \cdot 106{,}25} = 1{,}49$$

$\psi = 0 \Rightarrow C_1 = 1{,}11; C_2 = 0{,}31$

$$M_{cr} = 1{,}11 \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 2140}{(1 \cdot 325)^2} \cdot \ldots$$

$$\ldots \left\{ \sqrt{\left(\frac{1}{1}\right)^2 \frac{1249000}{2140} + \frac{(1 \cdot 325)^2 \cdot 8077 \cdot 89{,}3}{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 2140} + (0{,}32 \cdot 25)^2} - 0{,}32 \cdot 25 \right\}$$

$$M_{cr} = 96\,136{,}9\ \mathrm{kNcm}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{2194 \cdot 35{,}5}{96136{,}9}} = 0{,}809$$

Damit ist:

$$\phi_{LT} = 0{,}5[1 + 0{,}49(0{,}809 - 0{,}4) + 0{,}75(0{,}809)^2] = 0{,}0846$$

und wir erhalten einen Abminderungsbeiwert von:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{0{,}846 + \sqrt{(0{,}846)^2 - 0{,}75 \cdot (0{,}809)^2}} = 0{,}757 \quad \text{jedoch} \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1{,}0 \\ \chi_{LT} \leq \frac{1}{\lambda_{LT}^2} \end{cases}$$

$$\chi_{LT} = 0{,}757 \quad \begin{cases} \leq 1{,}0 \\ \leq \frac{1}{\lambda_{LT}^2} = \frac{1}{0{,}881^2} = 1{,}53 \end{cases}$$

Nach DIN EN 1993-1-1:2010-12, Abschnitt 6.3.2.3 (2) darf der Abminderungsfaktor χ_{LT} wie folgt modifiziert werden:

mit:

- $k_c = 0{,}91 \;\rightarrow\;$ nach Tabelle 6.6.

$$f = 1 - 0{,}5 \cdot (1 - 0{,}91) \cdot [1 - 2{,}0 \cdot (0{,}809 - 0{,}8)^2] = 0{,}955 \;\leq 1{,}0$$

<u>Anmerkung:</u> Hier wird mit dem empfolnen Wert gerechnet. Die Werte für f können im Nationalen Anhang bestimmt werden.

$$\chi_{LT,mod} = \frac{0{,}757}{0{,}955} = 0{,}793 \begin{cases} \leq 1{,}0 \\ \leq \frac{1}{\lambda_{LT}^2} = \frac{1}{0{,}809^2} = 1{,}53 \end{cases}$$

- Bemessungswert der Momententragfähigkeit für Biegedrillknicken

$$M_{y,Rk} = W_{pl,y} \cdot f_y = 2.194\ \mathrm{cm}^3 \cdot 35{,}5 \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2} = 778{,}87\ \mathrm{kNm}$$

$$M_{z,Rk} = W_{pl,z} \cdot f_y = 335{,}9\ \mathrm{cm}^3 \cdot 35{,}5 \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2} = 119{,}24\ \mathrm{kNm}$$

<u>Nachweis nach DIN EN 1993-1-1:2010-12, Abschnitt 6.3.3:</u>

$$\underbrace{\frac{425}{\frac{0{,}99 \cdot 4118}{1{,}0}}}_{0{,}104} + \underbrace{0{,}976 \cdot \frac{211{,}57 + 0}{0{,}793 \cdot \frac{778{,}87}{1{,}0}}}_{0{,}334} + \underbrace{0{,}706 \cdot \frac{42{,}91 + 0}{\frac{119{,}24}{1{,}0}}}_{0{,}254} \leq 1{,}0$$

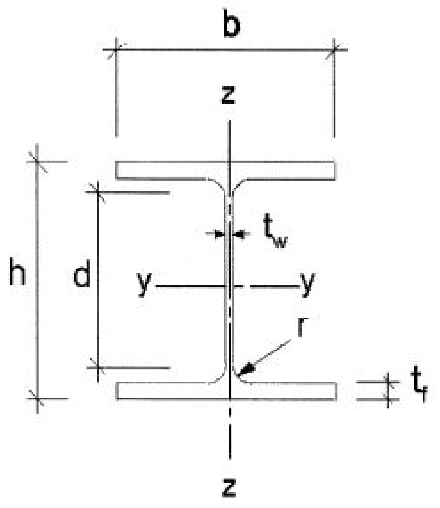
$$0{,}701 \leq 1{,}0$$

und

$$\underbrace{\frac{425}{\frac{0{,}60 \cdot 4118}{1{,}0}}}_{0{,}172} + \underbrace{0{,}977 \cdot \frac{211{,}57 + 0}{0{,}793 \cdot \frac{778{,}87}{1{,}0}}}_{0{,}334} + \underbrace{1{,}176 \cdot \frac{42{,}91 + 0}{\frac{119{,}24}{1{,}0}}}_{0{,}423} \leq 1{,}0$$

$$0{,}929 \leq 1{,}0$$

<u>Anhang:</u>



IPE 500 – Stahlsorte S355

Profilwerte aus Schneider Bautabellen, 19. Auflage

Profilhöhe	$h = 500$ mm
Stegdicke	$t_w = 10{,}2$ mm
Profilbreite	$b = 200$ mm
Flanschdicke	$t_f = 16$ mm
Querschnittsfläche	$A = 116$ cm^2
Flächenträgheitsmoment /yy	$I_y = 48.200$ cm^4
Flächenträgheitsmoment /zz	$I_z = 2.140$ cm^4
Plastisches Widerstandsmoment /yy	$W_{pl,y} = 2.194$ cm^3
Plastisches Widerstandsmoment /zz	$W_{pl,z} = 335{,}9$ cm^3
Wölbwiderstandsmoment	$I_w = 1.249.000$ cm^6
Torsionsflächenträgheitsmoment	$I_t = 89{,}3$ cm^4
Trägheitshalbmesser /yy	$i_y = 20{,}4$ cm
Trägheitshalbmesser /zz	$i_z = 4{,}31$ cm