

Selbsttest Mathematik des FB 14 der Universität Kassel

Der folgende Selbsttest soll Ihnen helfen Ihre mathematischen Fähigkeiten besser einzuschätzen, um zu erkennen, ob Ihre Mathematikkenntnisse für einen erfolgreichen Start ins Studium ausreichen. Die Mathematik ist ein essentielles Handwerkzeug der Ingenieurwissenschaften. Vorlesungen und Übungen der Mathematik sind daher ein wichtiger Bestandteil des Grundstudiums, um Ihnen das notwendige mathematische Handwerkzeug zu vermitteln. Wenn Sie nicht über die notwendigen Kenntnisse und Fertigkeiten der Schulmathematik verfügen, sollten Sie sich bereits vor Studienbeginn intensiv darum bemühen, diese aufzuholen. Die Universität Kassel bietet zu diesem Zweck einen Vorkurs in Mathematik an, dessen Besuch wir Ihnen dringend empfehlen. Dieses Angebot reicht in der Regel nur für eine Auffrischung bereits vorhandener Kenntnisse aus. Grundlegende Defizite können in diesem Zeitrahmen jedoch nicht nachgeholt werden. Informationen zum Vorkurs und Brückenkurs der Universität Kassel finden Sie auf der Homepage der Universität oder unter:

http://www.uni-kassel.de/go/fb14_promathe

Die Auswahl der Aufgaben richtet sich nicht danach, was in den Gymnasien eines besonderen Landes oder Bundeslandes vermittelt wird, sondern danach, was für Kenntnisse im Studium erforderlich sind. Beachten Sie die folgenden Hinweise:

- Als einzige Hilfsmittel sind Stift und Papier zugelassen.
- Der Test ist **ohne** Taschenrechner und ohne Formelsammlung zu bearbeiten. Prägen Sie sich also die benötigten Formeln und Regeln vorher ein (siehe nächste Seite)
- Die Bearbeitungszeit beträgt 50 Minuten. Um diese Zeit nicht zu überschreiten, empfiehlt es sich zu Beginn des Tests die Uhrzeit zu notieren.
- Wenn Sie sich nicht an obige Hinweise halten, ist eine realistische Einschätzung Ihrer Ergebnisse nicht möglich.
- Es zählt lediglich das Endergebnis der einzelnen Aufgaben.
- Der Test besteht aus drei Seiten.

Benötigte Kenntnisse:

- Vektoren
 - Betrag eines Vektors
 - Vektoraddition und -subtraktion
 - Multiplikation von Vektor mit Skalar
 - Skalarprodukt und Vektorprodukt
 - Verbindungsvektor zweier Punkte
- Gleichungssysteme und Gleichungen
 - Gleichungssysteme mit 2-3 Unbekannten lösen
 - Umstellen von Gleichungen (z.B. Auflösen nach einer Unbekannten)
- Differentialrechnung
 - Ableitungen einfacher Funktionen kennen (Polynome, Sinus, Kosinus, Exponentialfunktion)
 - Ableitungen berechnen und an einer Stelle auswerten
 - Ableitungsregeln (Produktregel, Kettenregel, etc.)
 - Berechnung lokaler Extremstellen
- Integralrechnung
 - Einfache Integrale berechnen
 - Regeln für Summe von Integralen und Vertauschen von Grenzen
- Funktionen
 - Lineare Funktionen
 - Berechnung der Nullstelle einer Funktion
 - Quadratische Lösungsformel (p-q-Formel)
 - Wurzelgesetze
 - Potenzgesetze
 - Exponentialfunktion und Logarithmus (auch Werte an wichtigen Punkten)
- Geometrie / Trigonometrie
 - Definitionen von Sinus, Kosinus und Tangens in rechtwinkligen Dreiecken
 - Strahlensatz
 - Satz des Pythagoras
 - Winkelsumme in Dreiecken
 - Fläche von Dreiecken
 - Zusammenhänge von Winkeln (Stufenwinkel, etc.)

Selbsttest Mathematik des FB 14 der Universität Kassel

Lösungen:

Aufgabe 1:

Gegeben seien die Punkte $A = (5, -1, -2)$ und $B = (-1, -3, 2)$. Geben Sie den Verbindungsvektor \overrightarrow{AB} von A nach B an.

Aufgabe 2:

Gegeben seien die Vektoren $\underline{u} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix}$ und $\underline{v} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -7 \end{bmatrix}$. Berechnen Sie $2 \cdot (3\underline{u} - \underline{v})$.

Aufgabe 3:

Gegeben sei der Vektor $\underline{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ \sqrt{8} \\ 2 \end{bmatrix}$. Berechnen Sie seinen Betrag $|\underline{u}|$.

Aufgabe 4:

Gegeben seien die Vektoren $\underline{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ a \\ -2 \end{bmatrix}$ und $\underline{v} = \begin{bmatrix} a \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$. Wie muss a gewählt werden, damit $\underline{u} \cdot \underline{v} = 1$ ist? Dabei ist \cdot das Skalarprodukt von Vektoren.

Aufgabe 5:

Gegeben seien die Vektoren $\underline{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ und $\underline{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$. Berechnen Sie das Vektorprodukt (Kreuzprodukt) $\underline{u} \times \underline{v}$.

Aufgabe 6:

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} 2x + 6y &= -10 \\ -x - 2y &= 3 \end{aligned}$$

Aufgabe 7:

Welches s erfüllt $9s^4 s^{-7} = \frac{1}{3}$?

Aufgabe 8:

Bestimmen Sie die Nullstelle x_0 von $f(x) = 10 - \sqrt{36 - x}$

Aufgabe 9:

Welches t erfüllt $\frac{t+8}{t} = 3$

$t =$

Aufgabe 10:

Berechnen Sie die Lösungen der Gleichung $2x^2 - 3x - 4 = x + 2$.

$x_1 =$

Aufgabe 11:

Es sei $f(x) = mx + b$ eine lineare Funktion mit $f(35) = 75$ und $f(32) = 90$. Bestimmen Sie m und b .

$m =$

$b =$

Aufgabe 12:

Es sei $f(x) = (2x - 3)e^x + \cos(x)$. Bei welchem y schneidet der Graph der Funktion die y -Achse?

$y =$

Aufgabe 13:

Es sei $a \in \mathbb{R}$ und $f(x) = -\frac{1}{5}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x - 4a^2$. Bestimmen Sie $f'(-5)$.

Aufgabe 14:

Gegeben sei $f(x) = (x^2 + 1)e^x$. Bestimmen Sie $f'(-1)$.

Aufgabe 15:

Gegeben sei $f(x) = 4x - 3 \sin\left(2 - \frac{1}{2}x^2\right)$. Bestimmen Sie $f'(-2)$.

Aufgabe 16:

An welcher Stelle x_0 hat die Funktion $f(x) = x^3 - 75x + 10$ ein lokales Maximum?

$x_0 =$

Aufgabe 17:

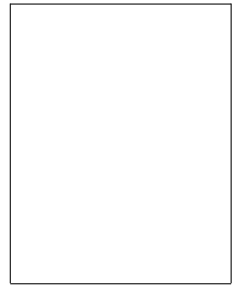
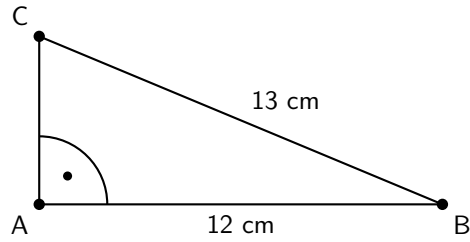
Berechnen Sie das Integral $\int_{-1}^2 2 \, dx$.

Aufgabe 18:

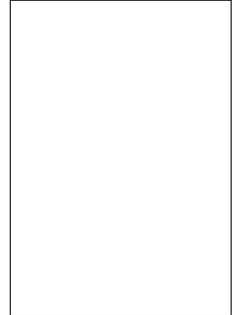
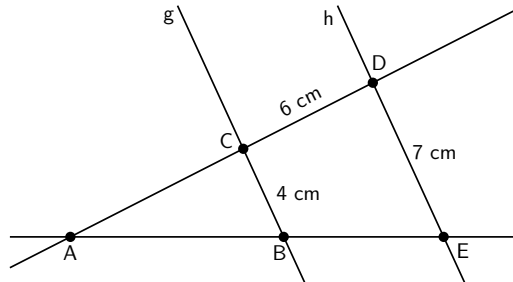
Berechnen Sie das Integral $\int_{-4}^2 3x - 2 \, dx$.

Aufgabe 19:

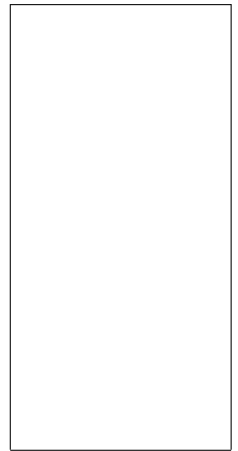
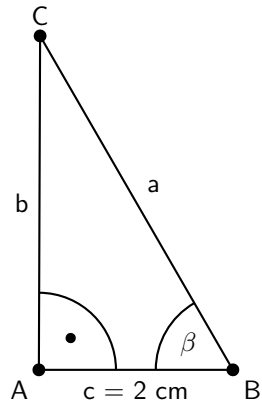
Bestimmen Sie die Fläche des Dreiecks.

**Aufgabe 20:**

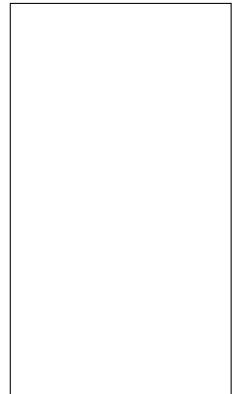
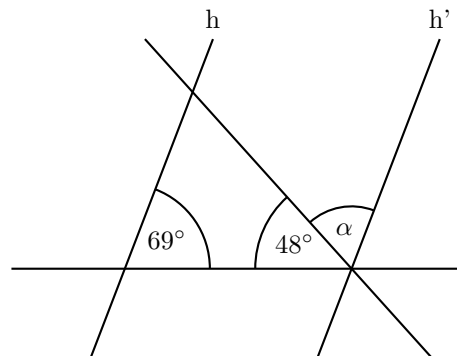
Es sei die Gerade g parallel zur Geraden h. Bestimmen Sie die Länge der Strecke \overline{AC} .

**Aufgabe 21:**

Es sei $\cos(\beta) = \frac{1}{2}$. Berechnen Sie die Länge von a.

**Aufgabe 22:**

Die Geraden h und h' seien parallel. Bestimmen Sie den Winkel alpha.



Auswertung:

Die Lösungen des Tests finden Sie im Anhang. Um den Test auszuwerten, vergleichen Sie für jede Aufgabe Ihr Ergebnis mit der Lösung. Bei genauer Übereinstimmung gibt es für jede Aufgabe 1 Punkt, ansonsten 0 Punkte. Um die Gesamtpunktzahl zu errechnen addieren Sie alle erreichten Punkte.

18-22 Punkte: Sie haben gute mathematische Vorkenntnisse. Wir empfehlen Ihnen dennoch den Besuch des Vorkurses der Universität Kassel. Dort werden nicht nur die hier abgefragten Inhalte vertieft, sondern auch noch weitergehende Inhalte wiederholt.

12-17 Punkte: Sie haben mittelmäßige mathematische Vorkenntnisse. Wir empfehlen Ihnen den Besuch des Vorkurses und/oder Brückenkurses der Universität Kassel, um ihre Kenntnisse aufzufrischen und kleinere Defizite auszugleichen.

6-11 Punkte: Sie haben Defizite im mathematischen Bereich. Ohne eine Wiederholung und Vertiefung im mathematischen Bereich wird Ihnen ein erfolgreicher Einstieg in das Studium schwer fallen. Wir empfehlen Ihnen dringend den Besuch des Vorkurses und des Brückenkurses der Universität Kassel.

0-5 Punkte: Sie haben große mathematische Defizite, die sich über alle Bereiche erstrecken. Ohne eine Wiederholung und Vertiefung im mathematischen Bereich wird Ihnen ein erfolgreicher Einstieg in das Studium schwer fallen. Wir empfehlen Ihnen dringend den Besuch des Vorkurses und des Brückenkurses der Universität Kassel. Da grundlegende Defizite in diesem Zeitrahmen aber nicht ausgeglichen werden können empfehlen wir Ihnen schon vorher mathematische Inhalte aus den Bereichen Vektorrechnung, Integral- und Differentialrechnung und Geometrie im Dreieck zu wiederholen.

Zuordnung der Aufgaben zu mathematischen Gebieten:

Die Aufgaben 1 bis 5 befassen sich mit der Vektorrechnung.

Die Aufgaben 6 bis 12 behandeln verschiedene Arten von Gleichungen, Funktionen Umformungen und elementare Rechengesetze.

In Aufgaben 13 bis 18 wird die Differential- und Integralrechnung behandelt.

Mit der Geometrie im Dreieck beschäftigen sich die Aufgaben 19 bis 22.

Informationen zum Vorkurs und Brückenkurs der Universität Kassel finden Sie auf der Homepage der Universität oder unter:

http://www.uni-kassel.de/go/fb14_promathe

Lösung zum Selbsttest Mathematik des FB 14

Lösungen:

Aufgabe 1:

Gegeben seien die Punkte $A = (5, -1, -2)$ und $B = (-1, -3, 2)$. Geben Sie den Verbindungsvektor \overrightarrow{AB} von A nach B an.

$$\begin{bmatrix} -6 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 2:

Gegeben seien die Vektoren $\underline{u} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix}$ und $\underline{v} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -7 \end{bmatrix}$. Berechnen Sie $2 \cdot (3\underline{u} - \underline{v})$.

$$\begin{bmatrix} -14 \\ 14 \\ -10 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 3:

Gegeben sei der Vektor $\underline{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ \sqrt{8} \\ 2 \end{bmatrix}$. Berechnen Sie seinen Betrag $|\underline{u}|$.

$$4$$

Aufgabe 4:

Gegeben seien die Vektoren $\underline{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ a \\ -2 \end{bmatrix}$ und $\underline{v} = \begin{bmatrix} a \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$. Wie muss a gewählt werden, damit $\underline{u} \cdot \underline{v} = 1$ ist? Dabei ist \cdot das Skalarprodukt von Vektoren.

$$a = 3$$

Aufgabe 5:

Gegeben seien die Vektoren $\underline{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ und $\underline{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$. Berechnen Sie das Vektorprodukt (Kreuzprodukt) $\underline{u} \times \underline{v}$.

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 6:

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} 2x + 6y &= -10 \\ -x - 2y &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 1 \\ y &= -2 \end{aligned}$$

Aufgabe 7:

Welches s erfüllt $9s^4 s^{-7} = \frac{1}{3}$?

$$s = 3$$

Aufgabe 8:

Bestimmen Sie die Nullstelle x_0 von $f(x) = 10 - \sqrt{36 - x}$

$$x_0 = -64$$

Aufgabe 9:

Welches t erfüllt $\frac{t+8}{t} = 3$

$$t = 4$$

Aufgabe 10:

Berechnen Sie die Lösungen der Gleichung $2x^2 - 3x - 4 = x + 2$.

$$\begin{aligned}x_1 &= -1 \\x_2 &= 3\end{aligned}$$

Aufgabe 11:

Es sei $f(x) = mx + b$ eine lineare Funktion mit $f(35) = 75$ und $f(32) = 90$. Bestimmen Sie m und b .

$$\begin{aligned}m &= -5 \\b &= 250\end{aligned}$$

Aufgabe 12:

Es sei $f(x) = (2x - 3)e^x + \cos(x)$. Bei welchem y schneidet der Graph der Funktion die y -Achse?

$$y = -2$$

Aufgabe 13:

Gegeben sei $f(x) = -\frac{1}{5}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x - 4a^2$. Bestimmen Sie $f'(-5)$.

$$-8$$

Aufgabe 14:

Gegeben sei $f(x) = (x^2 + 1)e^x$. Bestimmen Sie $f'(-1)$.

$$0$$

Aufgabe 15:

Gegeben sei $f(x) = 4x - 3 \sin\left(2 - \frac{1}{2}x^2\right)$. Bestimmen Sie $f'(-2)$.

$$-2$$

Aufgabe 16:

An welcher Stelle x_0 hat die Funktion $f(x) = x^3 - 75x + 10$ ein lokales Maximum?

$$x_0 = -5$$

Aufgabe 17:

Berechnen Sie das Integral $\int_{-1}^2 2 \, dx$.

$$6$$

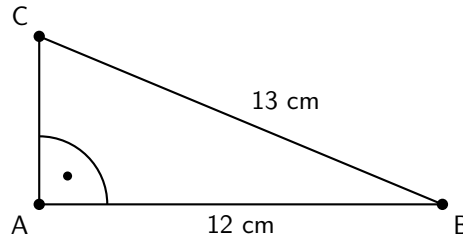
Aufgabe 18:

Berechnen Sie das Integral $\int_{-4}^2 3x - 2 \, dx$.

$$-30$$

Aufgabe 19:

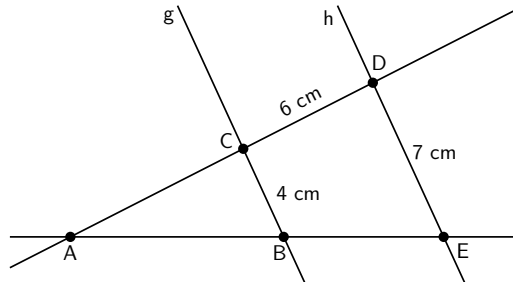
Bestimmen Sie die Fläche des Dreiecks.



30 cm²

Aufgabe 20:

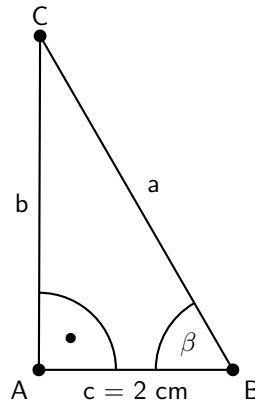
Es sei die Gerade g parallel zur Geraden h . Bestimmen Sie die Länge der Strecke \overline{AC} .



8 cm

Aufgabe 21:

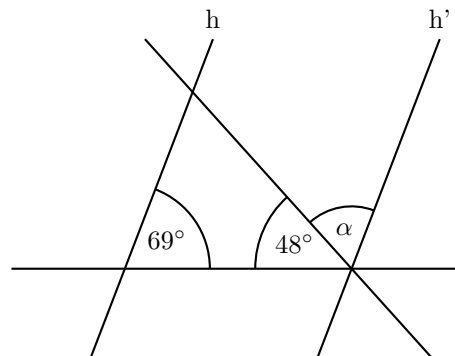
Es sei $\cos(\beta) = \frac{1}{2}$. Berechnen Sie die Länge von a .



4 cm

Aufgabe 22:

Die Geraden h und h' seien parallel. Bestimmen Sie den Winkel α .



63°