

Ein Näherungsverfahren zur Beurteilung der Kippstabilität von Satteldachbindern aus Stahlbeton oder Spannbeton

Das in [1] vorgestellte Verfahren, das den Nachweis der Kippstabilität eines gabelgelagerten parallelgurtigen Einfeldträgers mittels eines Bruchsicherheitsnachweises für zweiachsige Biegung führt, wird auf Satteldachträger erweitert. Die vereinfachten maßgebenden Differentialgleichungen nach der Theorie II. Ordnung werden durch besser angepaßte sinus- und parabelförmige Ansätze für die Verläufe der Steifigkeiten, Biegemomente und Verformungen geschlossen integriert. Mit den abgeleiteten Formeln können die für den Bruchsicherheitsnachweis erforderlichen Biegemomente ermittelt werden. Anhand zweier Berechnungsbeispiele von vorgespannten Satteldachbindern wird das Vorgehen erläutert. Zusätzlich wird eine Möglichkeit zur einfachen Abschätzung des Kippverhaltens von Stahlbeton- und Spannbetonträgern angegeben.

Approximation method for lateral buckling of prestressed or unprestressed saddle shaped concrete beams. *An approximation method presented in [1] is extended for saddle shaped girders. This method replaces the lateral buckling analysis of simply supported, parallel flanged girders by a verification of the safety against failure under biaxial bending. The simplified relevant differential equations of 2nd order theory are completely integrated using better suited sinusoidal and parabolic formulations for the evolution of stiffness, bending moment and deformation over the beam length. With the derived formulas the required bending moments can be determined to verify the safety against failure. Two numeric examples of prestressed saddle shaped girders explain the procedure. In addition a simplified method is presented which allows to estimate the lateral buckling of prestressed and unprestressed concrete girders.*

Une méthode approchée pour l'analyse de la tenue au déversement de fermes à deux versants en béton armé ou en béton précontraint. *La méthode présentée par [1] qui apporte un justificatif de la tenue au déversement d'une poutre de membrure parallèle à deux appuis par l'entremise d'une étude de tenue à la rupture à la suite de flexions sur deux axes, va maintenant être étendue aux poutres de toit à deux versants. Les équations différentielles significatives, simplifiées selon la théorie du 2^{ème} ordre, sont intégrées en bloc, grâce à des mises en équation sinusoidales et paraboliques mieux adaptées aux comportements réels de rigidité, aux couples de flexion et aux déformations. A l'aide de ces formules dérivées, il est possible de déterminer les moments de flexion indispensables à l'établissement du justificatif de la tenue à la rupture. La méthode est expliquée par deux exemples de calculs de fermes précontraintes à deux versants. L'exposé présente en outre une possibilité d'estimation simplifiée de la tenue au déversement de poutres en béton armé et en béton précontraint.*

Akad.-Oberrat Dr.-Ing. Friedrich-Karl Röder, Universität Gesamthochschule Kassel, FB 14, Mönchebergstraße 7, 34109 Kassel

1 Einleitung

1.1 Vorbemerkung

Bereits in [1] ist ein Näherungsverfahren zur Beurteilung der Kippstabilität von Stahlbeton- und Spannbetonträgern vorgestellt worden. Dort wird jedoch nur der Fall eines parallelgurtigen Trägers behandelt; dabei sind die maßgebenden Steifigkeitsverläufe (EI_z) und (GI_t) über die Trägerlänge näherungsweise mit einer Sinusfunktion beschrieben. Dieser sehr einfache Ansatz bietet sich bei dem gewählten Lösungsweg des Näherungsverfahrens vor allem auch aus Verständnisgründen zunächst an und führt auch, wie die Zahlenbeispiele in [1] zeigen, im Rahmen der getroffenen Vorgaben zu vernünftigen Ergebnissen.

Weitere Vergleichsberechnungen zur Überprüfung des Näherungsverfahrens, wobei auch die Kippversuche [8] nachgerechnet worden sind, haben jedoch sehr schnell gezeigt, daß der Ansatz eines näherungsweise sinusförmigen Verlaufs der Steifigkeiten in sehr vielen Fällen unzutreffend ist und sogar auf der unsicheren Seite liegende Ergebnisse liefern kann.

Auf der Suche nach Verbesserungsmöglichkeiten, besonders im Hinblick auf eine angestrebte Erweiterung des Näherungsverfahrens auf Satteldachbinder, hat sich auch aufgrund des Literaturstudiums [3] bis [7] das in [1] vorgestellte Lösungsverfahren als ein gangbarer Weg herausgestellt. Dieses verhältnismäßig einfache Verfahren wird für die Integration der maßgebenden Differentialgleichung grundsätzlich beibehalten. Die erforderlichen Verbesserungen werden nur über die Ansatzfunktionen vorgenommen. Dabei werden die beim Satteldachbinder vorhandenen linear veränderlichen Verläufe der Belastung und der Lastangriffspunkte, der damit zusammenhängende Verlauf des Biegemoments und die Steifigkeitsverläufe durch geeignete Ansatzfunktionen beschrieben. Diese geben den Verlauf über die Trägerlänge möglichst wirklichkeitsnah wieder, erschweren aber nicht übermäßig die durchzuführenden Integrationen.

1.2 Voruntersuchungen zum Verlauf der Steifigkeiten

Um sich ein Bild über die Größenordnung und den Verlauf der beim Kippverhalten maßgebenden Steifigkeiten (EI_z) und (GI_t) machen zu können, sind etwa 50 Stahlbeton- und Spannbetonträger, insbesondere Satteldachbinder, mit Längen zwischen 15 m und 35 m systematisch untersucht worden. Sie stammen zum überwiegenden Teil aus durchgeführten Bauvorhaben der letzten 15 Jahre.

Zu diesem Zweck sind alle Träger mit dem Rechenprogramm nach [2] für folgende Randbedingungen berechnet worden:

- beidseitige starre Gabellagerung,
- Gleichstreckenlast p mittig auf dem Obergurt; Eigenlast g in der geometrischen Schwerlinie,
- geometrische Imperfektion mit parabelförmigem Verlauf über die Trägerlänge, und zwar als eine horizontale Vorverschiebung mit einem Stich von $l/500$ für Trägerlängen $l \leq 30$ m und von $l/1000$ für $l > 30$ m zuzüglich einer Vorverdrehung mit einem Stich von $0,01$ rad jeweils in Trägermitte.

Für diese für alle Träger gleichen Vorgaben ist die Versagenslast p_u für ein globales Sicherheitskonzept ($p_u = 1,75g + fp$) iteriert worden. Für den letzten stabilen Gleichgewichtszustand sind dann die Verläufe der interessierenden Größen – Steifigkeiten (EI_z) und (GI_t); Lage des elastischen Schwerpunkts und des Schubmittelpunkts – über die Trägerlänge in Diagrammen aufgetragen worden. Das Ergebnis dieser Untersuchung wird im folgenden kurz zusammengefaßt; dabei werden die Träger in vier Klassen mit den typischen Unterscheidungsmerkmalen parallelgurtig oder satteldachförmig und vorgespannt oder nicht vorgespannt eingeteilt. Wegen der vorhandenen Symmetrie zur Trägermitte wird nur der halbe Träger beschrieben.

Zu den für die Steifigkeitsverläufe wesentlichen Trägerbereichen ist in Abhängigkeit vom Bindertyp folgendes festzustellen:

Typklasse PG-V: Parallelgurtbinder, vorgespannt. Untersuchung an 13 Trägern, davon zwei Versuchsträger aus [8],

ausgeprägter ungerissener Bereich im Zustand I (Auflagerzone) etwa bis $0,1 l$ teilweise bis $0,2 l$ je nach Größe der Vorspannung; danach bis $0,5 l$ gerissener Bereich im Zustand II mit stetigem nichtlinearem Abfall auf den kleinsten Wert in Trägermitte.

Typklasse PG-S: Parallelgurtbinder, nicht vorgespannt. Untersuchung an fünf Trägern, davon vier Versuchsträger aus [8],

Bereich des Zustands I nur direkt am Auflager, steiler Abfall der Werte von Zustand I auf Zustand II; bereits bei $0,2 l$ Zustand II maßgebend; weiterer Verlauf bis $0,5 l$ nahezu konstant mit Minimum in Trägermitte.

Typklasse SD-V: Satteldachbinder, vorgespannt. Untersuchung an 21 Trägern mit Obergurtneigungen von $1,1^\circ$ bis $7,6^\circ$.

Bereich des Zustands I bis etwa $0,1 l$; zwischen $0,1 l$ und $0,2 l$ rascher Abfall auf die Werte des Zustands II; nahezu konstanter Verlauf zwischen $0,25 l$ und $0,5 l$ mit dem maßgebenden Wert im kritischen Schnitt, der bei Obergurtneigungen bis etwa 3° zwischen $0,4 l$ und $0,5 l$ und bei Obergurtneigungen von 3° bis 5° im Bereich $0,3 l$ bis $0,4 l$ liegt.

Typklasse SD-S: Satteldachbinder, nicht vorgespannt. Untersuchung an fünf Trägern mit Obergurtneigungen von $0,6^\circ$ bis 10° ,

kleinster Wert im kritischen Schnitt (siehe Erläuterungen Typklasse SD-V); von dort in Richtung Auflager und Trägermitte Vergrößerung um etwa 10 % bis 20 %.

Alle hier untersuchten Träger dieses Typs sind bezüglich ihres Kippverhaltens unkritisch gewesen; dabei ist für das rechnerische Versagen der Bruchzustand für einachsige Biegung im kritischen Schnitt maßgebend gewesen.

Bei allen Trägern ist festzustellen, daß die Lage des elastischen Schwerpunkts im gerissenen Bereich etwa parallel zur Trägeroberkante verläuft. Die Lage des Schubmittelpunkts bleibt über die gesamte Trägerlänge etwa konstant zum elastischen Schwerpunkt.

Bei diesen Untersuchungen sind noch weitere fünf Träger mit zur Mitte hin dicker werdendem Obergurt untersucht worden. Die berechneten Steifigkeiten weisen in Trägermitte im Zustand II ausnahmslos teils wesentlich größere Zahlenwerte als im ungerissenen Auflagerbereich auf, wodurch genau gegensätzliche Steifigkeitsverläufe, als die gewohnten, gegeben sind. Diese Träger können mit den hier verwendeten Näherungsansätzen nicht erfaßt werden.

2 Näherungslösung für die homogene Differentialgleichung

Obwohl sich beim Satteldachbinder geknickte Verläufe von elastischer Schwerlinie und Schubmittelpunktlinie einstellen, wird für die Erweiterung des Näherungsverfahrens zunächst auch von einem konstanten Verlauf der Systemlinien ausgegangen, um die Vorgehensweise nicht unnötig zu komplizieren. Der wesentliche Punkt der Erweiterung liegt im wirklichkeitsnäheren Erfassen der Steifigkeitsverläufe (EI_z) und (GI_t), die auf das Kippverhalten den entscheidenden Einfluß haben. Es werden die in [1, Gl. (1a–1c), Bild 1] verwendeten Abkürzungen und Bezeichnungen beibehalten, die deshalb hier nur in Kurzform aufgeführt werden. Auch die in [1] angegebenen Formeln bleiben hier im wesentlichen bestehen, gegebenenfalls erweitert oder geringfügig umgestellt. Aufgrund der ebenfalls in [1, Gl. (2a–2d)] getroffenen Voraussetzungen ergibt sich die folgende zu lösende vereinfachte Differentialgleichung für das Kippproblem ([1, Gl. (8)]):

$$(\overline{GI}_t) \vartheta'' + [(EI_y) - 2z_M M_{y,1}] \vartheta' + \frac{M_{y,1}^2}{(EI_z)} \vartheta - p_z (a_z - z_M) \vartheta = -p_z (a_y + v_{0M}) + M_{y,1} v_{0M}'' \quad (1)$$

- mit
- $(EI_z), (\overline{GI}_t)$ = Biegesteifigkeit, erweiterte Torsionssteifigkeit [1, Gl. (6)],
- (EI_y) = Steifigkeitswert aus Integration von σ_x -Spannungen [1, Gl. (7),(7a)],
- z_M = Schubmittelpunktsordinate (Koordinatenursprung im Schwerpunkt),
- a_z, a_y = Abstände der Lastangriffspunkte,
- $M_{y,1}$ = Hauptbiegemoment nach der Theorie I. Ordnung,
- p_z = Streckenlast in z -Richtung,
- v_M, ϑ = Verschiebung in z -Richtung, Verdrehung des Schubmittelpunkts,
- v_{0M} = seitliche Vorverformung des Schubmittelpunkts,
- $()'$ = Ableitung nach x .

Für die Glieder dieser Dgl. werden die in [1] vorgestellten Ansätze ergänzt und so erweitert, daß sie die in den Untersuchungen gewonnenen Erkenntnisse, die in Abschnitt 1.2 kurz beschrieben sind, wiedergeben.

Es werden im einzelnen die nachstehenden Ansätze gemacht:

Für das Biegemoment $M_{y,I}$

$$M_{y,I}(\xi) = 4M_m f_m(\xi) \quad \text{mit} \quad M_m = M(L/2) \quad (2)$$

bei einer Gleichstreckenlast (Bild 1a):

$$M_m = \frac{p_z l^2}{8} \quad \text{und} \quad f_m(\xi) = \xi - \xi^2; \quad (2a)$$

bei einer trapezförmigen Streckenlast (z. B. Eigenlast des Satteldachbinders), (Bild 1b):

$$M_{m,0} = \frac{p_{z,0} l^2}{8}, \quad \Delta M_m = \frac{\Delta p_z l^2}{12}, \quad M_m = M_{m,0} + \Delta M_m,$$

$$f_m(\xi) = \frac{M_{m,0}}{M_m} (\xi - \xi^2) + \frac{\Delta M_m}{M_m} \left(\frac{3}{4} \xi - \xi^3 \right); \quad (2b)$$

für die Belastung p_z (Bild 1b) und die Lastangriffslinie a_z (Bild 1c):

mit $\Delta p_z = p_{z,m} - p_{z,0}$:

$$\begin{aligned} \text{Bereich } 0 < \xi \leq 0,5: & \quad p_z(\xi) = p_{z,0} + 2\Delta p_z \xi, \\ \text{Bereich } 0,5 < \xi \leq 1: & \quad p_z(\xi) = 2p_{z,m} - p_{z,0} - 2\Delta p_z \xi, \end{aligned} \quad (2c)$$

mit $\Delta a_z = a_{z,m} - a_{z,0}$:

$$\begin{aligned} \text{Bereich } 0 < \xi \leq 0,5: & \quad a_z(\xi) = a_{z,0} + 2\Delta a_z \xi, \\ \text{Bereich } 0,5 < \xi \leq 1: & \quad a_z(\xi) = 2a_{z,m} - a_{z,0} - 2\Delta a_z \xi; \end{aligned} \quad (2d)$$

für den Querschnittswert (EI_y) :

$$(EI_y)(\xi) = 4(EI_y)_m f_r(\xi) \quad \text{mit} \quad f_r(\xi) = \xi - \xi^2; \quad (3)$$

für die Steifigkeiten (EI_z) und (GI_t) , Bild 1d:

$$(\overline{GI}_t)(\xi) = (\overline{GI}_t)_0 - \Delta(\overline{GI}_t) f_{St}(\xi), \quad (4)$$

$$(EI_z)(\xi) = (EI_z)_0 - \Delta(EI_z) f_{St}(\xi), \quad (5)$$

mit $\Delta(EI_z) = (EI_z)_0 - (EI_z)_m$ und $\Delta(\overline{GI}_t) = (\overline{GI}_t)_0 - (\overline{GI}_t)_m$,

sowie den Funktionen f_{St} für den Verlauf über die Trägerlänge

$$f_{St}(\xi) = \sin(\pi\xi) \quad (4a) \quad (5a)$$

oder

$$f_{St}(\xi) = 1 - (2\xi - 1)^6. \quad (4b) \quad (5b)$$

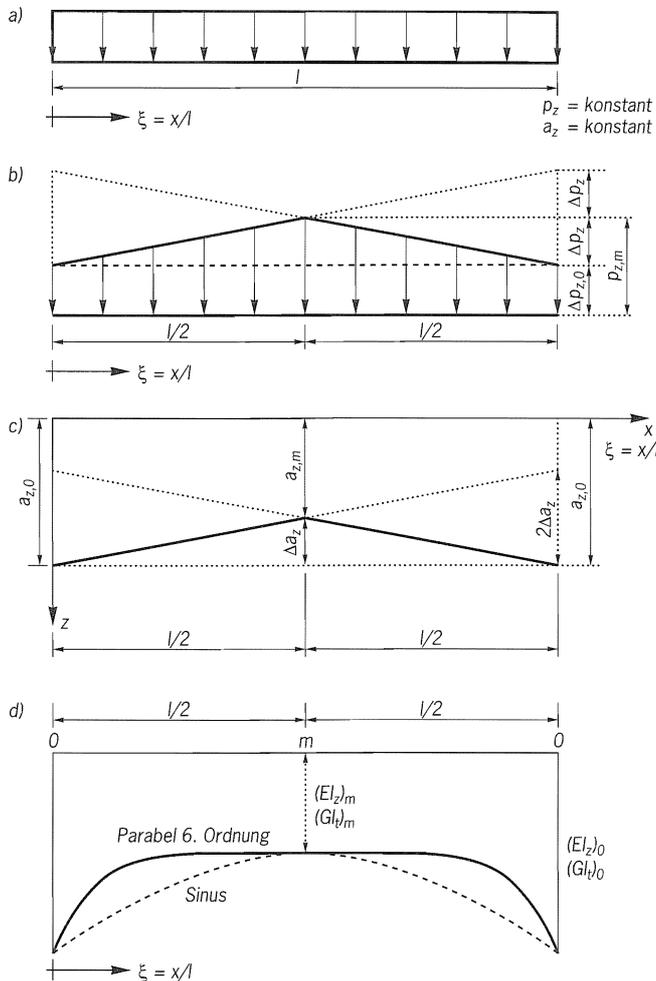


Bild 1. a) Gleichstreckenlast, b) Verlauf der trapezförmigen Streckenlast, c) Verlauf der Lastangriffslinie, d) Verlauf der Steifigkeiten (EI_z) und (GI_t)

Fig. 1. a) Uniform line load, b) Trapezoidal line load, c) Loading line, d) Stiffnesses (EI_z) and (GI_t)

Fig. 1. a) Contrainte parallèle, b) Comportement de la contrainte trapézoïdale, c) Comportement de la ligne d'attaque de la contrainte, d) Comportement des rigidités (EI_z) et (GI_t)

Diese vorstehenden Ansätze werden zunächst in allgemeiner Form in die homogene Differentialgleichung (1)

$$(EI_z) \{ (\overline{GI}_t) \vartheta'' + [\{ (EI_y) - 2z_M M_{y,I} \} \vartheta'] - p_z (a_z - z_M) \vartheta \} + M_{y,I}^2 \vartheta = 0 \quad (6)$$

eingesetzt. Dies führt auf die Gleichung:

$$\begin{aligned} & [(EI_z)_0 - \Delta(EI_z) f_{St}(\xi)] \{ [(\overline{GI}_t)_0 - \Delta(\overline{GI}_t) f_{St}(\xi)] \vartheta'' \\ & + [4(EI_y)_m f_r(\xi) \vartheta'] - [8z_M M_m f_m(\xi) \vartheta'] \\ & - p_z(\xi) (a_z(\xi) - z_M) \vartheta \} + 16M_m^2 f_m^2 \vartheta = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Mit dem Ansatz für die Stabverdrehung ϑ

$$\vartheta = \vartheta_0 \sin(\pi\xi) = \vartheta_0 f_\vartheta(\xi) \quad (8)$$

wird auf die Gl. (7) nun das Galerkin-Verfahren $\int L(\vartheta) \vartheta \, d\xi \stackrel{!}{=} 0$ angewendet. Daraus ergibt sich schließlich

eine quadratische Bestimmungsgleichung und die zugehörige Lösung für das kritische Moment M_m , siehe [1, Gl. (16) bis (20)];

$$M_m = \frac{\pi}{4l} \left\{ z_M \frac{\pi}{l} \frac{\int_0^1 f_2(\xi) d\xi}{\int_0^1 f_1(\xi) d\xi} + \sqrt{ \left[z_M \frac{\pi}{l} \frac{\int_0^1 f_2(\xi) d\xi}{\int_0^1 f_1(\xi) d\xi} \right]^2 - \frac{\int_0^1 f_3(\xi) d\xi}{\int_0^1 f_1(\xi) d\xi} } \right\} \quad (9)$$

mit den Abkürzungen:

$$f_1(\xi) = f_m^2(\xi) f_\vartheta^2(\xi), \quad (9a)$$

$$f_2(\xi) = [(EI_z)_0 - \Delta(EI_z) f_{St}(\xi)] \{ f_m'(\xi) f_\vartheta'(\xi) + f_m(\xi) f_\vartheta''(\xi) \} f_\vartheta(\xi), \quad (9b)$$

$$f_3(\xi) = [(EI_z)_0 - \Delta(EI_z) f_{St}(\xi)] \{ [(\overline{GI}_t)_0 - \Delta(\overline{GI}_t) f_{St}(\xi)] f_\vartheta''(\xi) + 4(EI_r)_m [f_r'(\xi) f_\vartheta'(\xi) + f_r(\xi) f_\vartheta''(\xi)] - p_z(\xi) [a_z(\xi) - z_M] f_\vartheta(\xi) \} f_\vartheta(\xi). \quad (9c)$$

Nach Berechnung der bestimmten Integrationen der Gl. (9) für die Funktionen f_1 , f_2 und f_3 mit den obenstehenden Ansätzen für f_m , f_r , f_{St} und f_ϑ werden die Ergebnisse entsprechend zusammengefaßt, so daß die bereits in [1] angegebene bekannte Form für das kritische Moment M_m entsteht:

$$M_m = c \frac{\sqrt{(EI_z)_0 (\overline{GI}_t)_0}}{l} \quad (10)$$

mit

$$c = \pi \sqrt{k_1} \left[c_1 + \sqrt{c_1^2 + k_3 + k_4 \frac{(EI_r)_m}{(\overline{GI}_t)_0} + k_5 \frac{p_{z,0} l^2 (a_{z,0} - z_M)}{(\overline{GI}_t)_0}} \right] \quad (10a)$$

$$\text{und } c_1 = \frac{\pi}{l} \sqrt{k_1} \sqrt{\frac{(EI_z)_0}{(\overline{GI}_t)_0}} z_M k_2. \quad (10b)$$

Für die möglichen Kombinationen der Ansatzfunktionen für das Biegemoment (Parabel zweiter oder dritter Ordnung) und für die Steifigkeiten (Sinus oder Parabel sechster Ordnung) ergeben sich die Faktoren k_1 bis k_5 unter folgende vier Fallgruppen:

Bindertyp BT-I:

- Vorgabe: $p_z(\xi) = \text{konstant}$, Bild 1a,
 $a_z(\xi) = \text{konstant}$, Bild 1a,
 $f_\vartheta(\xi) = \text{sinusförmig}$ nach Gl. (8),
 $f_r(\xi) = \text{parabelförmig (2. Ordnung)}$ nach Gl. (3),
 $f_m(\xi) = \text{parabelförmig (2. Ordnung)}$ nach Gl. (2), (2a),
 $f_{St}(\xi) = \text{sinusförmig}$ nach Gl. (4a), (5a); Bild 1d.

Faktoren:

$$k_1 = \frac{1}{2} \frac{15\pi^4}{4\pi^4 + 180}, \quad (11a-I)$$

$$k_2 = \frac{2}{\pi^2} - \frac{2}{3} + \frac{448}{27\pi^3} \frac{\Delta(EI_z)}{(EI_z)_0}, \quad (11b-I)$$

$$k_3 = 1 + \frac{3}{4} \frac{\Delta(EI_z)}{(EI_z)_0} \frac{\Delta(\overline{GI}_t)}{(\overline{GI}_t)_0} - \frac{8}{3\pi} \left[\frac{\Delta(EI_z)}{(EI_z)_0} + \frac{\Delta(\overline{GI}_t)}{(\overline{GI}_t)_0} \right], \quad (11c-I)$$

$$k_4 = \frac{2}{3} - \frac{2}{\pi^2} - \frac{448}{27\pi^3} \frac{\Delta(EI_z)}{(EI_z)_0} = -k_2, \quad (11d-I)$$

$$k_5 = \frac{1}{\pi^2} - \frac{8}{3\pi^3} \frac{\Delta(EI_z)}{(EI_z)_0}. \quad (11e-I)$$

Dieser Fall entspricht dem in [1] behandelten. Leider hat sich in [1, Gl. (20c)] ein Vorzeichenfehler eingeschlichen, der dort bei dem Faktor k_4 , [1, Gl. (21d)], ebenfalls zu einem falschen Vorzeichen führt. Die Faktoren werden deshalb hier nochmals angegeben.

Bindertyp BT-II:

- Vorgabe: $p_z(\xi) = \text{konstant}$, Bild 1a,
 $a_z(\xi) = \text{konstant}$, Bild 1a,
 $f_\vartheta(\xi) = \text{sinusförmig}$ nach Gl. (8),
 $f_r(\xi) = \text{parabelförmig (2. Ordnung)}$ nach Gl. (3),
 $f_m(\xi) = \text{parabelförmig (2. Ordnung)}$ nach Gl. (2), (2a),
 $f_{St}(\xi) = \text{parabelförmig (6. Ordnung)}$ nach Gl. (4b), (5b); Bild 1d.

Faktoren:

k_1 wie (11a-I) bei BT-I

$$k_2 = \frac{2}{\pi^2} - \frac{2}{3} + \frac{\Delta(EI_z)}{(EI_z)_0} \left[\frac{40}{63} + \frac{48}{\pi^4} - \frac{2640}{\pi^6} + \frac{20160}{\pi^8} \right], \quad (11b-II)$$

$$k_3 = 1 + \frac{\Delta(EI_z)}{(EI_z)_0} \frac{\Delta(\overline{GI}_t)}{(\overline{GI}_t)_0} \cdot \left[\frac{72}{91} + \frac{360}{\pi^4} \left\{ 3 - \frac{260}{\pi^2} + \frac{11088}{\pi^4} \left(1 - \frac{20}{\pi^2} + \frac{120}{\pi^4} \right) \right\} \right] - \left[\frac{\Delta(EI_z)}{(EI_z)_0} + \frac{\Delta(\overline{GI}_t)}{(\overline{GI}_t)_0} \right] \left[\frac{6}{7} + \frac{6}{\pi^2} - \frac{120}{\pi^4} + \frac{720}{\pi^6} \right], \quad (11c-II)$$

$$k_4 = \frac{2}{3} - \frac{2}{\pi^2} - \frac{\Delta(EI_z)}{(EI_z)_0} \left[\frac{40}{63} + \frac{48}{\pi^4} - \frac{2640}{\pi^6} + \frac{20160}{\pi^8} \right] = -k_2, \quad (11d-II)$$

$$k_5 = \frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{\pi^2} \frac{\Delta(EI_z)}{(EI_z)_0} \left[\frac{6}{7} + \frac{6}{\pi^2} - \frac{120}{\pi^4} + \frac{720}{\pi^6} \right]. \quad (11e-II)$$

Bindertyp BT-III:

- Vorgabe: $p_z(\xi) = \text{satteldachförmig}$, Bild 1b, Gl. (2c),
 $a_z(\xi) = \text{satteldachförmig}$, Bild 1c, Gl. (2d),
 $f_\vartheta(\xi) = \text{sinusförmig}$ nach Gl. (8),
 $f_r(\xi) = \text{parabelförmig (2. Ordnung)}$ nach Gl. (3),
 $f_m(\xi) = \text{parabelförmig (3. Ordnung)}$ nach Gl. (2), (2b),
 $f_{St}(\xi) = \text{sinusförmig}$ nach Gl. (4a), (5a); Bild 1d.

Faktoren:

$$k_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{15\pi^4}{\left(\frac{M_{m,0}}{M_m} \right)^2 k_{11} + \frac{M_{m,0}}{M_m} \frac{\Delta M_m}{M_m} k_{12} + \left(\frac{\Delta M_m}{M_m} \right)^2 k_{13}} \quad (11a-III)$$

mit $k_{11} = (4\pi^4 + 180)$,

$$k_{12} = (7\pi^4 - 15\pi^2 + 540),$$

$$k_{13} = \left(\frac{102\pi^6 - 945\pi^4 + 17640\pi^2 - 37800}{28\pi^2} \right),$$

$$k_2 = \frac{M_{m,0}}{M_m} \left(\frac{2}{\pi^2} - \frac{2}{3} \right) + \frac{\Delta M_m}{M_m} \left(\frac{3}{\pi^2} - \frac{1}{2} \right) + \frac{\Delta(EI_z)}{(EI_z)_0} \left(\frac{M_{m,0}}{M_m} \frac{448}{27\pi^3} + \frac{\Delta M_m}{M_m} \frac{224 - 12\pi^2}{9\pi^3} \right), \quad (11b-III)$$

k_3 wie (11c-I) bei BT-I,
 k_4 wie (11d-I) bei BT-I,

$$k_5 = \frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{\pi^2} \frac{\Delta(EI_z)}{(EI_z)_0} \left[\frac{8}{3\pi} + \frac{56}{9\pi^2} \left(\frac{\Delta a_z}{a_{z,0} - z_M} + \frac{\Delta p_z}{p_{z,0}} \right) + \frac{336\pi - 640}{27\pi^3} \frac{\Delta p_z}{p_{z,0}} \frac{\Delta a_z}{a_{z,0} - z_M} \right] + \frac{1}{\pi^2} \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi^2} \right) \left(\frac{\Delta a_z}{a_{z,0} - z_M} + \frac{\Delta p_z}{p_{z,0}} \right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{\pi^2} \right) \frac{\Delta p_z}{p_{z,0}} \frac{\Delta a_z}{a_{z,0} - z_M} \right]. \quad (11e-III)$$

Bindertyp BT-IV:

Vorgabe: $p_z(\xi)$ = satteldachförmig, Bild 1b, Gl. (2c),
 $a_z(\xi)$ = satteldachförmig, Bild 1c, Gl. (2d),
 $f_\vartheta(\xi)$ = sinusförmig nach Gl. (8),
 $f_r(\xi)$ = parabelförmig (2. Ordnung) nach Gl. (3),
 $f_m(\xi)$ = parabelförmig (3. Ordnung) nach Gl. (2), (2b),
 $f_{St}(\xi)$ = parabelförmig (6. Ordnung) nach Gl. (4b), (5b); Bild 1d.

Faktoren:

k_1 wie (11a-III) bei BT-III,

$$k_2 = \frac{M_{m,0}}{M_m} \left(\frac{2}{\pi^2} - \frac{2}{3} \right) + \frac{\Delta M_m}{M_m} \left(\frac{3}{\pi^2} - \frac{1}{2} \right) + \frac{\Delta(EI_z)}{(EI_z)_0} \left[\frac{M_{m,0}}{M_m} \left(\frac{40}{63} + \frac{48}{\pi^4} - \frac{2640}{\pi^6} + \frac{20160}{\pi^8} \right) + \frac{\Delta M_m}{M_m} \left(\frac{11}{21} - \frac{3}{\pi^2} + \frac{132}{\pi^4} + \frac{4320}{\pi^6} + \frac{30240}{\pi^8} \right) \right], \quad (11b-IV)$$

k_3 wie (11c-II) bei BT-II,

k_4 wie (11d-II) bei BT-II,

$$k_5 = \frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{\pi^2} \frac{\Delta(EI_z)}{(EI_z)_0} \left[\left(\frac{6}{7} + \frac{6}{\pi^2} - \frac{120}{\pi^4} + \frac{720}{\pi^6} \right) + \left(\frac{27}{56} + \frac{1}{\pi^2} + \frac{90}{\pi^4} - \frac{1800}{\pi^6} + \frac{10080}{\pi^8} \right) \left(\frac{\Delta a_z}{a_{z,0} - z_M} + \frac{\Delta p_z}{p_{z,0}} \right) + \left(\frac{83}{252} + \frac{2}{\pi^2} - \frac{36}{\pi^4} + \frac{2400}{\pi^6} - \frac{20160}{\pi^8} \right) \frac{\Delta p_z}{p_{z,0}} \frac{\Delta a_z}{a_{z,0} - z_M} \right] + \frac{1}{\pi^2} \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi^2} \right) \left(\frac{\Delta a_z}{a_{z,0} - z_M} + \frac{\Delta p_z}{p_{z,0}} \right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{\pi^2} \right) \frac{\Delta p_z}{p_{z,0}} \frac{\Delta a_z}{a_{z,0} - z_M} \right]. \quad (11e-IV)$$

Die Faktoren k_1 bis k_5 beschreiben die gegenseitigen Einflüsse der vorgegebenen Verläufe von Biegemomenten, Steifigkeiten und Belastungen mit ihren Angriffslinien. Es ist zu beachten, daß die Abstände des Schubmittelpunkts z_M und der Last a_z gemäß dem Koordinatensystem [1, Bild 1] mit ihren Vorzeichen einzusetzen sind. Bei unterschiedlichen Lastangriffslinien, wie z. B. Eigenlast g in der geometrischen Schwerlinie und Verkehrslast p auf dem Obergurt, muß der Faktor k_5 für jede Last getrennt ermittelt und nach Multiplikation mit dem jeweiligen Lastfaktor dann aufsummiert werden.

In diese vier Bindertypklassen BT-I bis BT-IV können die meisten Stahlbeton- und Spannbetonträger eingruppiert werden; dabei werden als Einstufungskriterien der Biegemomentenverlauf und die Steifigkeitsverläufe über die Trägerlänge herangezogen. Aufgrund der in Abschnitt 1.2 kurz dargestellten Ergebnisse der Voruntersuchungen ergeben sich folgende Einstufungen:

Vorgespannte Parallelgurtbinder (PG-V) mit einer Gleichlast auf dem Obergurt haben normalerweise einen vom Auflager her gesehen weiten Bereich (teilweise bis 0,2 l) im Zustand I und anschließend einen langsamen Abfall der Steifigkeitswerte auf den Zustand II mit dem Minimum in Trägermitte. Diese Träger gehören deshalb in die Binderklasse BT-I.

Nicht vorgespannte Parallelgurtbinder (PG-S) mit einer Gleichlast auf dem Obergurt sind durch den raschen Abfall der Steifigkeiten im Auflagerbereich vom Zustand I in den Zustand II fast ausnahmslos in die Binderklasse BT-II einzuordnen.

Vorgespannte Satteldachbinder (SD-V) können je nach Steifigkeitsverlauf im Auflagerbereich zu der Binderklasse BT-III (sinusförmig) oder BT-IV (parabelförmig) gehören. Um eine zutreffende Einordnung vornehmen zu können, ist die Kenntnis der Steifigkeitsverläufe erforderlich (s. Beispiele Abschnitt 5.2); das erfordert jedoch einen erhöhten Berechnungsaufwand. Auf jeden Fall liefert eine Berechnung nach BT-IV ein kleineres kritisches Moment M_m als nach BT-III und ist deshalb bei einem unbekanntem Steifigkeitsverlauf anzuwenden.

Nicht vorgespannte Satteldachbinder (SD-S) zeigen wie Parallelgurtbinder einen raschen Abfall der Steifigkeitswerte im Auflagerbereich und gehören deshalb zur Binderklasse BT-IV.

3 Ermittlung der Stabverdrehung

Die Stabverdrehungen werden als Näherung nach der Theorie II. Ordnung auf dem in [1] ausführlich beschriebenen Weg berechnet. Folgende Differentialgleichung ist zu lösen:

$$(\overline{GI}_t) \vartheta'' + \{[(EI_r) - 2z_M M_{y,I}] \vartheta'\}' - M_{y,I} \vartheta_M'' - p_z (a_z - z_M) \vartheta = -p_z (a_y + v_{0M}). \quad (12)$$

Für die unbekanntem seitlichen Verschiebungen v_M und v_{0M} , sowie die Verdrehung ϑ werden näherungsweise angesetzt:

$$v_M(\xi) = v_{M,m} f_v(\xi) \approx v_{M,m} \sin(\pi\xi), \quad (13)$$

$$v_{0M}(\xi) = v_{0M,m} f_v(\xi) \approx v_{0M,m} \sin(\pi\xi), \quad (14)$$

$$\vartheta(\xi) = (\vartheta_0 + \vartheta_1) f_\vartheta(\xi) \approx (\vartheta_0 + \vartheta_1) \sin(\pi\xi) \quad (15)$$

Die Anwendung des *Galerkin*-Verfahrens auf die Dgl. (12) mit den vorstehenden Verformungsansätzen liefert die Bestimmungsgleichung für die unbekannte Verdrehung ϑ_1 :

$$\int_0^1 [(\overline{GI}_t) \vartheta_1 f_\vartheta'' + \{(EI_r) - 2z_M M_{y,I}\} \vartheta_1 f_\vartheta'] - p_z(a_z - z_M)(\vartheta_0 + \vartheta_1) f_\vartheta \sin(\pi\xi) l d\xi = \int_0^1 [M_{y,I} v_{M,m} f_\vartheta'' - p_z(a_y + v_{0M,m} f_\vartheta)] \sin(\pi\xi) l d\xi \quad (16)$$

Die Auflösung dieser Gleichung ergibt die Verdrehung ϑ_1 als Quotient der Ausdrücke in Gl. (16). In allgemeiner Form sind die einzelnen Glieder dieser Ausdrücke bereits in [1, Gl. (31a) bis (31f)] angegeben. Unter Berücksichtigung der erweiterten Ansätze der Gln. (2) bis (5) und der Verformungsansätze Gl. (13) bis (15) lassen sich die Integrationen durchführen und liefern für die vier Fallgruppen folgende Zahlenwerte:

BT-I:

$$z_1 = \frac{M_m}{l} v_{M,m} \left(\frac{\pi^2}{3} + 1 \right), \quad (17a-I)$$

$$z_2 = p_z l \left(\frac{2}{\pi} a_y + \frac{1}{2} v_{0M,m} \right), \quad (17b-I)$$

$$z_3 = -\frac{1}{2} p_z l (a_z - z_M) \vartheta_0, \quad (17c-I)$$

$$n_1 = \frac{1}{2} \frac{\pi^2}{l} (\overline{GI}_t)_0 \left[1 - \frac{\Delta(\overline{GI}_t)}{(\overline{GI}_t)_0} \frac{8}{3\pi} \right], \quad (17d-I)$$

$$n_2 = \frac{\pi^2}{l} [(EI_r)_m - 2z_M M_m] \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{\pi^2} \right), \quad (17e-I)$$

$$n_3 = \frac{1}{2} p_z l (a_z - z_M); \quad (17f-I)$$

BT-II: z_1, z_2, z_3, n_2 und n_3 wie BT-I, n_1 wie BT-IV;

BT-III: z_1, z_2, z_3, n_2 und n_3 wie BT-IV, n_1 wie BT-I;

BT-IV:

$$z_1 = \frac{M_m}{l} v_{M,m} \left[\frac{M_{m,0}}{M_m} \left(\frac{\pi^2}{3} + 1 \right) + \frac{\Delta M_m}{M_m} \left(\frac{\pi^2}{4} + \frac{3}{2} \right) \right], \quad (17a-IV)$$

$$z_2 = p_{z,0} l \left(\frac{2}{\pi} a_y + \frac{1}{2} v_{0M,m} \right) + \Delta p_z l \left(\frac{4}{\pi^2} a_y + \left(\frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{4} \right) v_{0M,m} \right), \quad (17b-IV)$$

$$z_3 = -\vartheta_0 l \left[\frac{1}{2} p_{z,0} (a_{z,0} - z_M) + \left(\frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{4} \right) \cdot (p_{z,0} \Delta a_z + \Delta p_z (a_{z,0} - z_M)) + \left(\frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{6} \right) \Delta p_z \Delta a_z \right], \quad (17c-IV)$$

$$n_1 = \frac{1}{2} \frac{\pi^2}{l} (\overline{GI}_t)_0 \left[1 - \frac{\Delta(\overline{GI}_t)}{(\overline{GI}_t)_0} \left(\frac{6}{7} + \frac{6}{\pi^2} - \frac{120}{\pi^4} + \frac{720}{\pi^6} \right) \right], \quad (17d-IV)$$

$$n_2 = \frac{\pi^2}{l} \left[(EI_r)_m \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{\pi^2} \right) - 2z_M M_m \cdot \left\{ \frac{M_{m,0}}{M_m} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{\pi^2} \right) + \frac{\Delta M_m}{M_m} \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2\pi^2} \right) \right\} \right], \quad (17e-IV)$$

$$n_3 = l \left[\frac{1}{2} p_{z,0} (a_{z,0} - z_M) + \left(\frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{4} \right) \cdot (p_{z,0} \Delta a_z + \Delta p_z (a_{z,0} - z_M)) + \left(\frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{6} \right) \Delta p_z \Delta a_z \right]. \quad (17f-IV)$$

Mit diesen Ausdrücken kann nun die Verdrehung ϑ_1

$$\vartheta_1 = \frac{z_1 + z_2 + z_3}{n_1 + n_2 + n_3} \quad (18)$$

berechnet werden, die näherungsweise die Verdrehung nach der Theorie II. Ordnung infolge der Vorverformungen $v_{0,M}$ und $\vartheta_{0,M}$ angibt. Auf die Ermittlung der Verschiebung $v_{M,m}$ in den Zählerausdrücken wird im folgenden Abschnitt eingegangen.

4 Näherungsweise Ermittlung der Kippstabilität

Während bei der Lösung des Differentialgleichungssystems des Kippens bei den genaueren Verfahren nach der Theorie II. Ordnung, z.B. [2], immer ineinandergeschachtelte umfangreiche Iterationsprozesse für die Querschnittsanalyse und die Schnittgrößenermittlung ablaufen, wird hier eine Näherungslösung angegeben, die mit vergleichsweise sehr viel geringerem Aufwand ebenfalls eine Abschätzung des Kippverhaltens erlaubt. Wie bereits in [1] ausgeführt, läßt sich der Nachweis der Kippstabilität im wesentlichen auf einen Nachweis der Bruchsicherheit des untersuchten Trägers für zweiachsige Biegung zurückführen. Die Aufgabe besteht also darin, für ein bekanntes Hauptbiegemoment und für eine vorgegebene Imperfektion zunächst ein Nebenbiegemoment zu bestimmen und anschließend mit beiden Biegemomenten einen Bruchsicherheitsnachweis zu führen.

Dieses Näherungsverfahren nimmt dabei die Lösung des Verzweigungsproblems, das in der Gl. (10) mit den Faktoren k_1 bis k_5 der Gl. (11) vorliegt, zu Hilfe. Die darin enthaltenen belastungsabhängigen Querschnittswerte sind dabei für eine mit dem entsprechenden Sicherheitsbeiwert γ multiplizierte Last und unter Berücksichtigung des Tangentenmoduls der Werkstoffe zu ermitteln (s. [1], Abschnitt 5.1). Mit dem nach Gl. (10) so berechneten Moment M_m und dem Lastmoment $M_{y,I}$ wird der Beiwert η_{ki} aus der Beziehung

$$\eta_{ki} = \frac{M_m}{\gamma M_{y,I}} > 1 \quad (19)$$

und mit diesem näherungsweise die Verschiebung $v_{M,m}$ nach der Theorie II. Ordnung in Abhängigkeit von der Vorverformung aus der Beziehung

$$v_{M,m} = v_{0M,m} \frac{\eta_{ki}^2}{\eta_{ki}^2 - 1} \quad (20)$$

bestimmt. Damit kann nun je nach Typgruppe die Verdrehung ϑ_1 mit den Ausdrücken (17a–f), die Verdrehung ϑ_{II} nach der Theorie II. Ordnung

$$\vartheta_{II} = \vartheta_1 + \vartheta_0 \quad (21)$$

und schließlich mit $M_{y,II} \approx M_{y,I}$ das Nebenbiegemoment M_z aus

$$M_z = -M_{y,I} \vartheta_{II} \quad (22)$$

berechnet werden, wenn üblicherweise die Hauptbiegemomente nach der Theorie I. und II. Ordnung näherungsweise gleichgesetzt werden. Mit diesen beiden Biegemomenten $M_{y,I}$ und M_z ist der Bruchsicherheitsnachweis für zweiachsige Biegung zu führen. Mit dem resultierenden Moment aus der Belastung $resM = \gamma \sqrt{M_{y,I}^2 + M_z^2}$ und dem rechnerischen Bruchmoment M_u für zweiachsige Biegung muß dann gelten:

$$\gamma_u = \frac{M_u}{resM} \geq 1. \quad (23)$$

Wird diese Bedingung (23) nicht erfüllt, ist die Belastung für die gewählte Imperfektion zu groß und müßte verkleinert werden.

4.1 Torsionsmoment an der Gabel

Die Ansätze für die Belastung (2c) und für die Lastangriffslinie (2d) erfordern eine Ergänzung der in [1] angegebenen Formel für das Torsionsmoment M_t , wobei der Lösungsweg in [1] erhalten bleibt:

$$\begin{aligned} M_t = p_{z,0} \frac{l}{\pi} & \left[v_{0M,m} \left(1 + \frac{\eta_{ki}^2}{\eta_{ki}^2 - 1} \right) \right. \\ & \left. - (a_{z,0} - z_M) \left(1 + \frac{2}{\pi} \frac{\Delta a_z}{a_{z,0} - z_M} \right) \vartheta_{II} \right] \\ & + \Delta p_z \frac{2l}{\pi^2} \left[v_{0M,m} \left(1 + \frac{\eta_{ki}^2}{\eta_{ki}^2 - 1} \right) \right. \\ & \left. - (a_{z,0} - z_M) \left(1 + \frac{2\pi - 4}{\pi} \frac{\Delta a_z}{a_{z,0} - z_M} \right) \vartheta_{II} \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

(Fortsetzung folgt)

Literatur

- [1] Mehlhorn, G., Röder, F.-K., und Schulz, J.-U.: Zur Kippstabilität vorgespannter und nicht vorgespannter, parallelgurtiger Spannbetonträger mit einfach symmetrischem Querschnitt. Beton- und Stahlbeton 86 (1991), H. 2, S. 25–32 und H. 3, S. 59–64.
- [2] Röder, F.-K.: Berechnung von Stahlbeton- und Spannbetonträgern nach Theorie II. Ordnung. Dissertation TH Darmstadt 1982, D 17.
- [3] Schroeter, H.: Berechnung idealer Kipplasten von Trägern linear veränderlicher Höhe mit Hilfe Hermite'scher Polynome. Mitteilungen aus dem Institut für Bauingenieurwesen I, TU München, 1980, H. 5.
- [4] Rafla, K.: Näherungsverfahren zur Berechnung der Kipplasten von Trägern mit in Längsrichtung beliebig veränderlichem Querschnitt. Die Bautechnik 52 (1975), H. 8, S. 269–275.
- [5] Mucha, A.: Kippen gabelgelagerter Träger von linear veränderlicher Höhe. Die Bautechnik 50 (1973), H. 8, S. 278–286.
- [6] Hildenbrand, P.: Die Kippstabilität auf Biegung beanspruchter einfach- oder doppelsymmetrischer, eingespannter oder gabelgelagerter Träger mit linear veränderlicher Querschnittshöhe. Dissertation 1970, TU Stuttgart.
- [7] Schleusner, A.: Kippsicherheit eines gleichmäßig belasteten Trägers mit linear veränderlicher Höhe. Der Stahlbau 22 (1953), H. 3, S. 55–56.
- [8] Pauli, W.: Versuche zur Kippstabilität an praxisgerechten Fertigteilträgern aus Stahlbeton und Spannbeton. AIF-Abschlußbericht, TH Darmstadt, April 1989 und Dissertation TH Darmstadt 1990, D 17.
- [9] Röder, F.-K.: Ermittlung wirklichkeitsnaher Querschnittswerte und Steifigkeiten für vorgespannte und nicht vorgespannte Rechteck- und T-Querschnitte aus Stahlbeton. Beton- und Stahlbetonbau 85 (1990), H. 6, S. 154–159; H. 7, S. 180–185 und Forschungsbericht Nr. 11 aus dem Fachgebiet Massivbau der Universität GH Kassel.
- [10] Röder, F.-K.: Kippnachweis parallelgurtiger oder satteldachförmiger gabelgelagerter Einfeldträger aus Stahlbeton oder Spannbeton als Näherungsverfahren nach Theorie II. Ordnung. Rechenprogramm KIPNT2 Version 2.0/K9a.
- [11] Röder, F.-K.: Berechnung von Bruchzustand, Verformungszustand und Querschnittswerten für polygonartig begrenzte Stahlbetonquerschnitte für zweiachsige Biegung mit und ohne Normalkraft. Rechenprogramm QUERWERT Version 5.0.

Ein Näherungsverfahren zur Beurteilung der Kippstabilität von Satteldachbindern aus Stahlbeton oder Spannbeton

(Fortsetzung aus Heft 11/1997 und Schluß)

5 Anwendung des Näherungsverfahrens

Die Qualität einer Stabilitätsuntersuchung hängt ganz entscheidend von der richtigen Ermittlung der erforderlichen Steifigkeiten ab. Dabei ist der Ansatz wirklichkeitsnaher Werkstoffbeziehungen von wesentlicher Bedeutung. Die wichtigsten Dinge zum Werkstoffverhalten für die Berechnung der Steifigkeiten sind bereits in [1, Abschnitt 5.1] und in [9] ausführlich dargestellt worden. Obwohl die Berechnung der für das Näherungsverfahren erforderlichen Steifigkeiten und Querschnittswerte sehr wichtig ist, werden hier nur die mit einem Rechenprogramm [10] ermittelten Zahlenwerte angegeben, da hier die Qualität des abgeleiteten Näherungsverfahrens und nicht die Ermittlung von Querschnittswerten im Vordergrund steht.

5.1 Besonderheiten beim Satteldachbinder

Das in den beiden folgenden Abschnitten beschriebene Vorgehen ist das Ergebnis vieler Vergleichsberechnungen an den etwa 50 Stahlbeton- und Spannbetonträgern, die bereits im Rahmen der Voruntersuchungen (s. Abschnitt 1.2) verwendet worden sind. Die damit erzielten Ergebnisse des Näherungsverfahrens liegen bei einem Vergleich mit den Ergebnissen des genauen Berechnungsverfahrens nach [2] in allen Fällen auf der sicheren Seite.

5.1.1 Lage des Berechnungsquerschnitts

Die Berechnungen sind an der Stelle der größten Biegebeanspruchung des Trägers durchzuführen. Während beim Parallelgurtbinder diese Stelle mit der Trägermitte zusammenfällt, liegt beim Satteldachbinder dieser kritische Schnitt nicht mehr im Mittelquerschnitt, sondern ist je nach Obergurtneigung und Querschnittsform verschoben. Die Bestimmung des kritischen Schnittes x erfolgt mit den Trägerhöhen h_m und h_0 in der Mitte und am Anfang genügend genau mit der Formel

$$x_{\text{krit}} = \frac{l}{2} (1 - \rho) \quad \text{mit} \quad \rho = a - \sqrt{a^2 - 1} \quad \text{und} \quad a = \frac{h_m}{h_m - h_0}, \quad (25)$$

was mit dem Rechenprogramm nach [2] überprüft worden ist.

Obwohl in die Berechnungsformeln des Näherungsverfahrens die Werte am Auflager (Index 0) und in Trägermitte (Index m) eingehen, hat es sich beim Satteldachbinder als sinnvoll herausgestellt, nicht die Steifigkeitswerte des Mittelquerschnitts, sondern die des kritischen Schnitts heranzuziehen. Die Biege-Steifigkeitswerte haben dort ein Minimum und steigen in Richtung Trägermitte wieder an (siehe Bilder 3b und 4b). Das kritische Moment M_m , der Beiwert η_{ki} und die Verdrehung ϑ_{II} werden jedoch mit den abgeleiteten Formeln in Trägermitte ermittelt. Der anschließende Bruchsicherheitsnachweis ist wieder im kritischen Schnitt zu führen. Die Biegemomente sind hierfür mit den Gl (2) entsprechend umzurechnen. Die Beispiele in Abschnitt 5.2 verdeutlichen das eben kurz beschriebene Vorgehen.

5.1.2 Wahl der Bezugslinie

Die Gleichungen des Näherungsverfahrens sind für die elastische Schwerlinie als Bezugslinie hergeleitet worden. Wie im Abschnitt 1.2 beschrieben, verlaufen bei allen berechneten Bindern die elastische Schwerlinie und die Schubmittelpunktlinie etwa parallel zur Trägeroberkante. Während bei Parallelgurtbindern damit die elastische Schwerlinie in konstantem Abstand parallel zur x -Achse liegt, ergibt sich beim Satteldachbinder durch die unterschiedliche Querschnittshöhe ein näherungsweise linear veränderlicher Verlauf mit einem Knick in der Trägermitte, wie im Bild 2 dargestellt. Bei genaueren Verfahren führt die Berücksichtigung dieser Gegebenheit beim Aufstellen und Lösen der Differentialgleichungen zu umfangreichen Berechnungsschritten; das ist bei einem einfachen Näherungsverfahren natürlich nicht möglich. Für ein Näherungsverfahren ist es aber nicht so sehr entscheidend, alle Einzelheiten genau zu erfassen. Viel wesentlicher ist, durch mechanisch sinnvolle Vereinfachungen die Wirkungsweise aller maßgebenden Komponenten in ihrer Gesamtheit so zu berücksichtigen, daß die Ergebnisse zuverlässig sind und in jedem Fall auf der sicheren Seite liegen. Aufgrund eigener Vergleichsberechnungen und auch aufgrund des Literaturstudiums [3] bis [7] erscheint es deshalb sinnvoll, beim Satteldachbinder ebenfalls mit einer ortsfesten, geraden Bezugslinie vom Trägeranfang bis zum Trägerende als elastischer Schwerlinie zu rechnen. Deren Lage ist dann so zu bestimmen, daß die dadurch entstehenden Abstände des Schubmittelpunkts und des Lastangriffspunkts auf das Ergebnis die richtige Wirkung entfalten. Auf das Kippverhalten eines Trägers haben oberhalb des Schubmittelpunkts liegende, wie normalerweise auf dem Obergurt

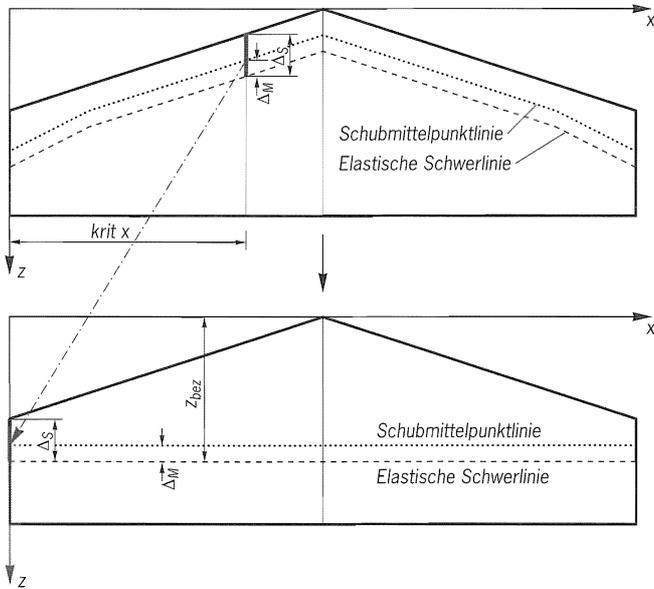


Bild 2. Schematische Darstellung der Bezugslinie beim Satteldachbinder
Fig. 2. Scetch of reference axis for saddle shaped girder
Fig. 2. Représentation schématique de la ligne de référence d'une ferme à deux versants

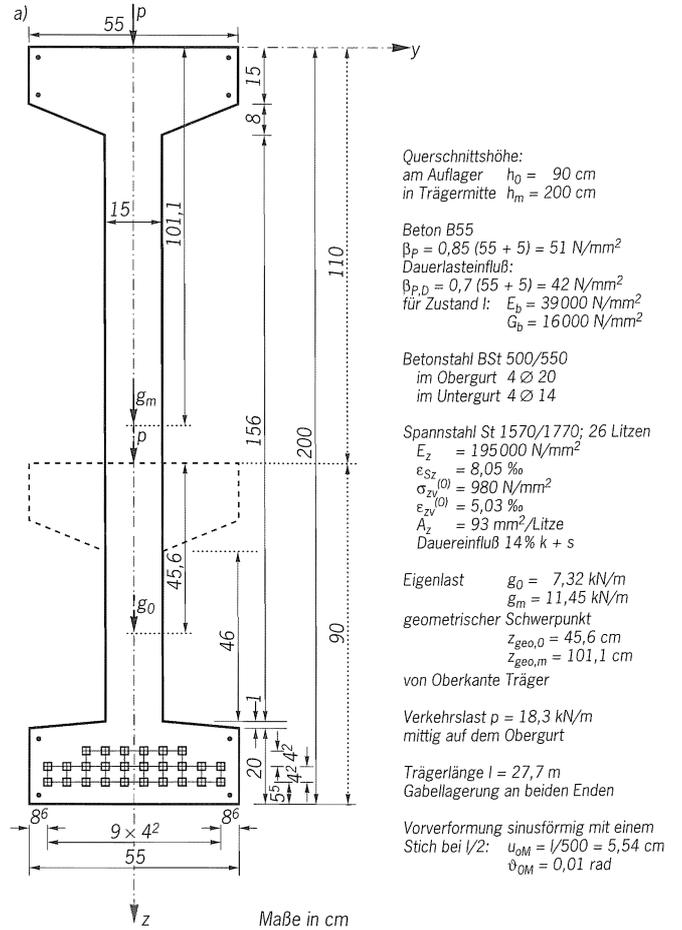
eines Trägers angreifende Lasten, bekanntlich einen ungünstigen Einfluß, der sich mit zur Mitte hin zunehmenden Abständen wie beim Satteldachbinder noch verstärkt. Da voraussetzungsgemäß der Schubmittelpunkt als Drillruhepunkt gilt, wird der Abstand der Last auf den Schubmittelpunkt bezogen. Dies bedeutet für die Berechnung, daß der Schubmittelpunkt Abstand z_M konstant zur elastischen Schwerlinie und somit ebenfalls parallel zur Bezugslinie angesetzt wird, um die volle „abtreibende“ Wirkung eines Lastangriffs auf dem Obergurt zu erfassen. Zum besseren Verständnis ist dieses Vorgehen im Bild 2 dargestellt. Der linear veränderliche Verlauf von elastischer Schwerlinie und Schubmittelpunktlinie etwa parallel zur Trägeroberkante, was bezüglich dieser Linien eigentlich eine konstante Lastangriffslinie zur Folge hat, wird also ersetzt durch einen konstanten Verlauf von elastischer Schwerlinie und Schubmittelpunktlinie mit einer linear veränderlichen Lastangriffslinie. Als Berechnungswerte für den elastischen Schwerpunkt und den Schubmittelpunkt werden die Abstände im kritischen Schnitt herangezogen.

5.2 Ausgewählte Beispiele vorgespannter Satteldachbinder

Die beiden folgenden Beispiele werden wie in [1] für globale Sicherheitsbeiwerte auf der Lastseite $\gamma_g = \gamma_p = 1,75$ und auf der Werkstoffseite $\gamma_b = \gamma_s = 1,0$, sowie für Teilsicherheitsbeiwerte auf der Lastseite $\gamma_g = 1,35$ und $\gamma_p = 1,5$ und auf der Werkstoffseite $\gamma_b = 1,2$ und $\gamma_s = 1,15$ gerechnet.

5.2.1 Vorgespannter Satteldachbinder, Beispiel 1

Im Bild 3a ist der Querschnitt eines Satteldachbinders mit allen Werkstoff-, Belastungs- und Imperfektionsan-



Querschnittshöhe:
 am Auflager $h_0 = 90$ cm
 in Trägersmitte $h_m = 200$ cm

Beton B55
 $\beta_p = 0,85 (55 + 5) = 51$ N/mm²
 Dauerlasteinfluß:
 $\beta_{p,D} = 0,7 (55 + 5) = 42$ N/mm²
 für Zustand I: $E_b = 39000$ N/mm²
 $G_b = 16000$ N/mm²

Betonstahl BSt 500/550
 im Obergurt 4 \varnothing 20
 im Untergurt 4 \varnothing 14

Spannstahl St 1570/1770; 26 Litzen
 $E_z = 195000$ N/mm²
 $\epsilon_{sz} = 8,05$ ‰
 $\sigma_{zV}^{(0)} = 980$ N/mm²
 $\epsilon_{zV}^{(0)} = 5,03$ ‰
 $A_z = 93$ mm²/Litze
 Dauereinfluß 14% k + s

Eigenlast $g_0 = 7,32$ kN/m
 $g_m = 11,45$ kN/m

geometrischer Schwerpunkt
 $z_{geo,0} = 45,6$ cm
 $z_{geo,m} = 101,1$ cm

von Oberkante Träger

Verkehrslast $p = 18,3$ kN/m
 mittig auf dem Obergurt

Trägerlänge $l = 27,7$ m
 Gabellagerung an beiden Enden

Vorverformung sinusförmig mit einem Stich bei $l/2$:
 $u_{0M} = l/500 = 5,54$ cm
 $\vartheta_{0M} = 0,01$ rad

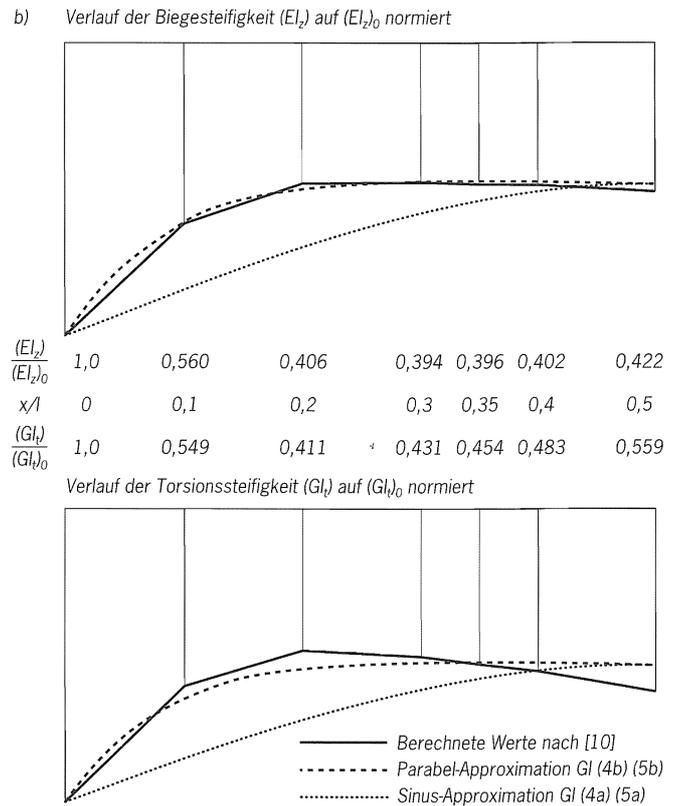
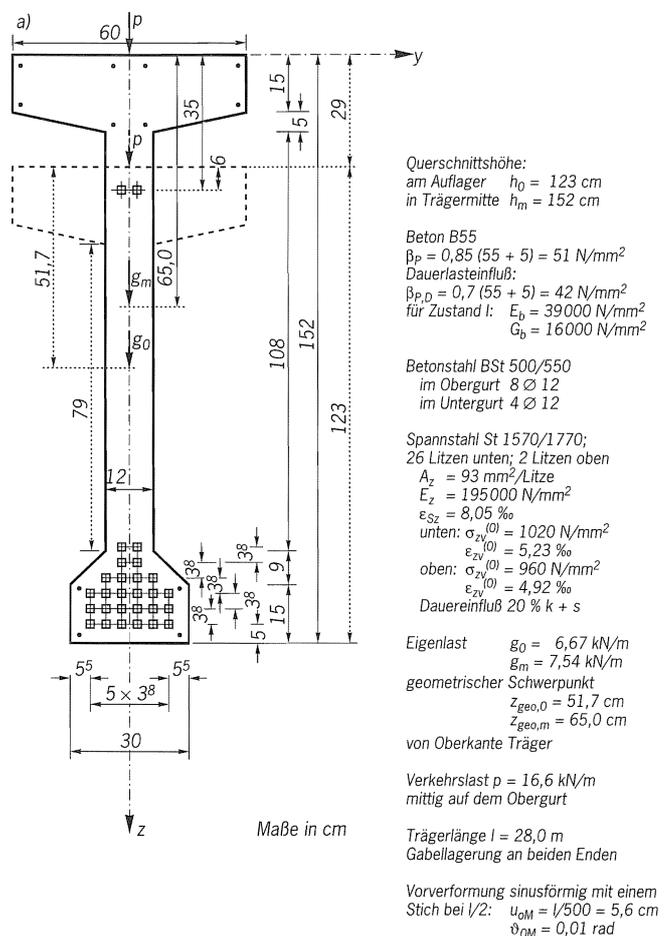


Bild 3. a) Vorgespannter Satteldachbinder, Beispiel 1, b) Tangentensteifigkeiten für Satteldachbinder 1
Fig. 3. a) Prestressed saddle shaped girder, example 1, b) tangent stiffnesses of saddle shaped girder 1
Fig. 3. a) Ferme précontrainte, exemple 1, b) rigidités tangentielles de la ferme 1

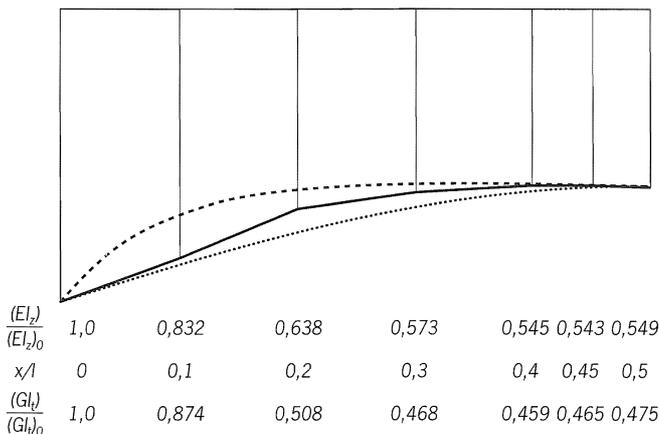
gaben dargestellt. Damit ergeben sich der kritische Schnitt nach Gl. (25) mit $a = 1,82$ und $\rho = 0,3$ zu $kritx = 9,70$ m; $krit\xi = 0,35$ und die Biegemomente nach (2) und (2a)

	bei $l/2$:	im kritischen Schnitt:
aus Eigenlast g :	$M_{m,0} = 702,55$ kNm,	$639,32$ kNm,
	$\Delta M = 263,75$ kNm	$231,70$ kNm,
	$M_g = 966,30$ kNm,	$871,02$ kNm,
aus Verkehrslast p :	$M_{m,0} = 1755,20$ kNm,	$1597,23$ kNm,
aus $p + g$:	$M_q = 2721,50$ kNm,	$2468,25$ kNm,
glob. Sicherheit:	$M_{qu} = 4762,60$ kNm,	$4319,40$ kNm,
Teilsicherheit:	$M_{qu} = 3937,30$ kNm,	$3571,72$ kNm.

Mit den angegebenen Biegemomenten M_{qu} sind zuerst im kritischen Schnitt wirklichkeitsnahe Querschnittswerte zu ermitteln. Dann ist zu entscheiden, ob mit einem parabel- oder sinusförmigen Steifigkeitsverlauf gerechnet wird. Obwohl mit den im Bild 3b dargestellten Steifigkeitsverläufen die parabelförmige Näherung eine optimale Lösung bietet, werden hier zu Vergleichszwecken auch die Formeln für eine sinusförmige Kurve ausgewertet. Mit den ermittelten Werten sind dann das kritische Moment M_m nach (10), der Beiwert η_{ki} nach (19), die Verdrehungen ϑ_1 nach (18) und ϑ_{II} nach (21) und das Nebenbiegemoment M_z nach (22) zu bestimmen. Anschließend ist der Bruchsicherheitsnachweis für zweiachsige Biegung nach (23) zu führen. Alle benötigten Vorwerte und die Ergebnisse der Zahlenrechnungen sind in der Tabelle 1 zusammengestellt. In allen vier Fällen ergibt sich eine ausreichende Bruchsicherheit $\gamma_u > 1$, wobei jedoch bei den mit der sinusförmigen Näherung erzielten Ergebnissen Vorsicht geboten ist. Sie zeigen nämlich noch Tragreserven an, die in Wirklichkeit nicht vorhanden sind, wie ein Vergleich mit den Ergebnissen des genauen Verfahrens [2] zeigt. Für globale Sicherheitsbeiwerte ermittelt das Rechenprogramm nach [2] eine zulässige Gleichlast auf dem Obergurt von $zul\ p = 20,2$ kN/m. Der Träger versagt dabei rechnerisch infolge divergierender Verformungen, d. h. die berechneten Verschiebungen werden größer als $l/50$, bzw. die Verdrehungen größer als 0,1 rad. Bei diesem Beispiel ist also nicht das Versagen des Werkstoffs die Ursache für das Stabilitätsversagen, sondern der Träger verliert seine Tragfähigkeit durch einen Steifigkeitsabfall. Ein Vergleich der iterierten zulässigen Gleichlast auf dem Obergurt zwischen Näherungsverfahren und genauem Verfahren nach der Theorie II. Ordnung zeigt, daß das Näherungsverfahren ein auf der sicheren Seite liegendes Ergebnis liefert, wenn ein parabelförmiger Steifigkeitsverlauf angesetzt wird ($zul\ p_{par} = 18,35 < zul\ p_{TheoII} = 20,2$ kN/m). Wird dagegen beim Näherungsverfahren ein sinusförmiger Steifigkeitsverlauf angenommen, so wird eine größere zulässige Last als nach dem genauen Verfahren ermittelt ($zul\ p_{sin} = 21,6 > zul\ p_{TheoII} = 20,2$ kN/m). Auch bei der Berechnung mit Teilsicherheitsbeiwerten liegt der sinusförmige Steifigkeitsansatz auf der unsicheren Seite ($p_{par} = 20,5 < zul\ p_{TheoII} = 22,6 < zul\ p_{sin} = 23,2$ kN/m).



b) Verlauf der Biegesteifigkeit (EI_z) auf $(EI_z)_0$ normiert



Verlauf der Torsionssteifigkeit (GI_t) auf $(GI_t)_0$ normiert

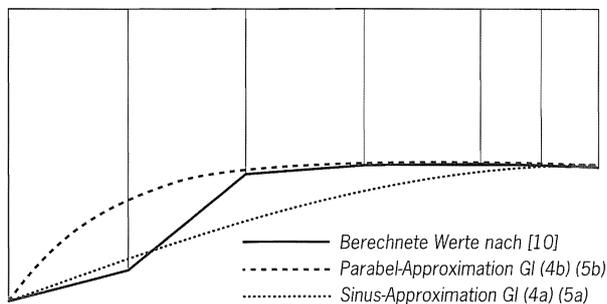


Bild 4. a) Vorgespannter Satteldachbinder, Beispiel 2, b) Tangentensteifigkeiten für Satteldachbinder 2
Fig. 4. a) Prestressed saddle shaped girder, example 2, b) tangent stiffnesses of saddle shaped girder 2
Fig. 4. a) Ferme précontrainte, exemple 2, b) rigidités tangentielles de la ferme 2

Bei Betrachtung der Steifigkeitsverläufe des Bildes 3b sind diese Ergebnisse nicht weiter verwunderlich, da die Parabel-Näherungskurven die berechneten Steifigkeitsverläufe geradezu vollkommen wiedergeben. Die Sinus-

Kurven täuschen demgegenüber zuviel Steifigkeit vor und machen dadurch den Träger steifer als in Wirklichkeit; das wirkt sich in geringeren Verformungen und schließlich in zu großen zulässigen Lasten aus.

Tabelle 1. Zusammenstellung der Ergebnisse der Zahlenrechnung

Table 1. Results of numeric example

Tableau 1. Récapitulation des résultats de l'exemple numérique

	Beispiel 1				Beispiel 2			
Dimensionen in m und kN	Globale Sicherheitsbeiwerte		Teilsicherheitsbeiwerte		Globale Sicherheitsbeiwerte		Teilsicherheitsbeiwerte	
Steifigkeiten Zustand I $(EI_z)_0$ $(GI_t)_0$	232541	44577	198224	37148	144680	30424	122132	25353
	Querschnittswerte im kritischen Schnitt				Querschnittswerte im kritischen Schnitt			
$(EI_z)_m$; $(GI_t)_m$; $(EI_r)_m$	92141; 20237; 92		84912; 19392; -98		78611; 14136; 50		69910; 12733; -77	
z_S von OK	0,336		0,398		0,294		0,336	
z_M bezogen auf S	0,070		0,041		-0,089		-0,114	
	Vorwerte für FormelAuswertung				Vorwerte für FormelAuswertung			
Bezugslinie z_{bez}	1,10 + 0,336 = 1,436		1,10 + 0,398 = 1,498		0,29 + 0,294 = 0,584		0,29 + 0,336 = 0,626	
für p : $a_{z,0}$ Δa_z	-0,336	-1,10	-0,398	-1,10	-0,294	-0,29	-0,336	-0,29
p_0 Δp_z	18,3	0	18,3	0	16,6	0	16,6	0
für g : $a_{z,0}$ Δa_z	+0,12	-0,545	+0,058	-0,545	0,223	-0,157	0,18	-0,157
g_0 Δg	7,32	4,13	7,32	4,13	6,67	0,87	6,67	0,87
$M_{m,0}/M_m$ $\Delta M/M_m$	0,9031	0,0969	0,9096	0,0904	0,9757	0,0243	0,9774	0,0226
$\Delta(EI_z)/(EI_z)_0$	0,6038		0,5716		0,4567		0,4276	
$\Delta(GI_t)/(GI_t)_0$	0,5460		0,4780		0,5354		0,4978	
	Approximation der Steifigkeitsverläufe				Approximation der Steifigkeitsverläufe			
	Parabel BT - IV	Sinus BT - III	Parabel BT - IV	Sinus BT - III	Parabel BT - IV	Sinus BT - III	Parabel BT - IV	Sinus BT - III
k_1 (21a)	1,2967	1,2967	1,2958	1,2958	1,2861	1,2861	1,2858	1,2858
k_2 (21b)	-0,1463	-0,1241	-0,1626	-0,1420	-0,2289	-0,2149	-0,2438	-0,2307
k_3 (21c)	0,1898	0,2713	0,2336	0,3140	0,2623	0,3413	0,2972	0,3742
k_4 (21d)	0,1583	0,1409	0,1746	0,1581	0,2328	0,2197	0,2475	0,2352
für p : k_5 (21e)	0,1185	0,1378	0,1215	0,1390	0,1109	0,1214	0,1121	0,1216
für g : k_5 (21e)	-0,3864	-0,4348	-1,3814	-1,5394	0,0394	0,0443	0,0401	0,0446
c_1 (22b)	-0,0030	-0,0020	-0,0020	-0,0018	0,0056	0,0053	0,0078	0,0073
c (22a)	1,4175	1,7285	1,5848	1,8647	1,7993	2,0567	1,9145	2,1525
M_m (22)	5210	6353	4909	5777	4263	4873	3805	4278
η_{ki} (33)	1,094	1,334	1,247	1,467	1,043	1,192	1,120	1,259
$v_{M,m}$ (34)	0,338	0,126	0,155	0,1035	0,702	0,189	0,2773	0,152
z_1 (32a)	247,0	92,60	92,0	62,7	438,8	118,4	144,2	79,0
z_2 (32b)	38,30	38,30	31,7	31,7	32,8	32,8	27,2	27,2
z_3 (32c)	6,08	6,08	5,3	5,3	1,3	1,3	1,2	1,2
n_1 (32d)	3683,0	4260,8	3511,4	3932,9	2542,8	2925,3	2284,0	2580,3
n_2 (32e)	-44,4	-44,4	-33,6	-33,6	62,6	62,6	56,3	56,3
n_3 (32f)	-607,7	-607,7	-532,7	-532,7	-130,6	-130,6	-123,6	-123,6
ϑ_1 (31)	0,096	0,038	0,045	0,0296	0,191 > 0,1	0,0533	0,0779	0,0427
ϑ_{II} (36)	0,106	0,048	0,055	0,0396	0,201	0,0633	0,0879	0,0527
M_t (45)	211	96	93	70	296	96	109	68
	Bruchsicherheitsnachweis im kritischen Schnitt $\zeta = 0,35$ $\sin(\pi\zeta) = 0,891$				Bruchsicherheitsnachweis im kritischen Schnitt $\zeta = 0,45$ $\sin(\pi\zeta) = 0,988$			
$M_{y,I}$	4319,4	4319,4	3571,7	3571,7	4048,5	4048,5	3364,6	3364,6
$M_z = \vartheta_{II} \sin(\pi\zeta) M_{y,I}$ (35)	408	185	173	126	804	253	292	175
resM	4339	4324	3576	3574	4128	4056	3377	3369
aus [10]: M_u	4391	5621	4795	5023	2027	4081	3097	3771
γ_u (42)	1,012	1,3	1,34	1,41	0,49 \ll 1!	1,0	0,92 < 1!	1,12
zulässig p für $\gamma_u = 1$	18,35	21,6	20,5	23,2	15,1	16,6	16,25	17,6
zul p nach Th. II. O. [2]	20,2		22,6		17,2		18,3	

5.2.2 Vorgespannter Satteldachbinder, Beispiel 2

Im Bild 4a ist ein weiterer Querschnitt eines Satteldachbinders mit allen Werkstoff-, Belastungs- und Imperfektionsangaben dargestellt. Aufgrund dieser Angaben wird der kritische Schnitt nach Gl. (25) mit $a = 5,24$ und $\rho = 0,096$ zu krit $x = 12,60$ m (krit $\xi = 0,45$) ermittelt.

Als Biegemomente ergeben sich nach (2) und (2a)

	bei $l/2$:	im kritischen Schnitt:
aus Eigenlast g :	$M_{m,0} = 653,4$ kNm,	646,9 kNm,
	$\Delta M = 56,8$ kNm,	56,0 kNm,
	$M_g = 710,2$ kNm,	702,9 kNm,
aus Verkehrslast p :	$M_{m,0} = 1\,626,8$ kNm,	1\,610,5 kNm,
aus $p + g$:	$M_q = 2\,337,0$ kNm,	2\,313,4 kNm,
glob. Sicherheit:	$M_{qu} = 4\,089,7$ kNm,	4\,048,5 kNm,
Teilsicherheit:	$M_{qu} = 3\,399,0$ kNm,	3\,364,6 kNm.

Für das Biegemoment M_{qu} ist zunächst eine Querschnittsanalyse im kritischen Schnitt durchzuführen. Die Entscheidung, ob mit einer Sinus- oder Parabel-Näherung der Steifigkeitsverläufe zu rechnen ist, ist bei diesem Beispiel nicht so eindeutig wie beim Beispiel 1. Wie Bild 4b zeigt, liegt der berechnete Verlauf der Biegesteifigkeit (EI_z) ziemlich genau zwischen der Sinus- und der Parabelkurve. Der Verlauf der berechneten Torsionssteifigkeit (GI_t) wird am Trägeranfang besser von der Sinuskurve, zur Trägermitte hin dagegen besser von der Parabelkurve angenähert. Auch bei diesem Beispiel erfolgt eine Berechnung für beide Lösungsansätze. Die Ergebnisse sind ebenfalls in Tabelle 1 angegeben. Bei diesem Beispiel liegt die berechnete Bruchsicherheit beim parabol-förmigen Verlauf der Steifigkeiten deutlich unter eins; das zeigt eine nicht ausreichende Kippsicherheit an. Mit einer sinusförmigen Näherungskurve werden aber ausreichende Bruchsicherheiten $\gamma_u > 1$ ermittelt.

Als Ergebnis des genauen Verfahrens ergibt sich aus dem Rechenprogramm nach [2] eine zulässige Gleichlast auf dem Obergurt von $zul\ p = 17,2$ kN/m für globale Sicherheitsbeiwerte und von $zul\ p = 18,3$ kN/m für Teilsicherheitsbeiwerte. Im Gegensatz zum Beispiel 1 ist beim Beispiel 2 das Erreichen des rechnerischen Bruchzustands im kritischen Schnitt (Werkstoffversagen) für den Stabilitätsverlust maßgebend. Die berechneten Verformungen bleiben dabei deutlich unter einer Verschiebung von $l/100$, bzw. einer Verdrehung von 0,1 rad.

Die mit den Näherungsansätzen ermittelten zulässigen Belastungen liegen in allen vier Fällen unterhalb der mit dem genauen Verfahren berechneten. Nach Tabelle 1 ergibt sich für globale Sicherheitsbeiwerte $zul\ p_{par} = 15,1 < zul\ p_{sin} = 16,6 < zul\ p_{TheoII} = 17,2$ kN/m und für Teilsicherheitsbeiwerte $zul\ p_{par} = 16,25 < zul\ p_{sin} = 17,6 < zul\ p_{TheoII} = 18,3$ kN/m.

Mit einem Blick auf die Steifigkeitsverläufe des Bildes 4b lassen sich diese Ergebnisse erklären. Im Vergleich mit den berechneten Steifigkeitsverläufen schneiden die Parabel-Verläufe im Trägeranfangsbereich sehr viel weg und machen dadurch trotz guter Näherung zur Trägermitte hin den Träger zu weich. Die Sinus-Verläufe erfassen die Steifigkeitsverläufe im Anfangsbereich wesentlich besser,

setzen aber zur Mitte hin zuviel an Steifigkeit an. Trotz dieses Schwachpunkts zeigt die Sinus-Näherung bei diesem Beispiel deutlich bessere Ergebnisse als die Parabel. Auch dieses Verhalten läßt sich begründen. Gerade die Steifigkeiten im Auflagerbereich beeinflussen bekanntlich das Verformungsverhalten eines Trägers ganz wesentlich (große Steifigkeit \rightarrow geringe Anfangsneigung der Verformungslinien \rightarrow kleinere Verformungen in Trägermitte).

5.2.3 Zusammenfassende Bemerkungen zu den Beispielen

Die Gegenüberstellungen der Ergebnisse zeigen sehr deutlich, daß der richtige Ansatz für den Steifigkeitsverlauf die Güte des Näherungsverfahrens ganz entscheidend beeinflusst. Da ohne ein entsprechendes Rechenprogramm die erforderliche umfassende Steifigkeitsanalyse nur schwierig zu bewerkstelligen ist, sollte die bisher bei allen Untersuchungen immer auf der sicheren Seite liegende Parabel-Näherung bevorzugt werden. In Tabelle 1 zeigt der Vergleich der Versagenslasten des Näherungsverfahrens mit denen des genauen Verfahrens [2], daß mit dem Näherungsverfahren bei Verwendung der Parabel etwa 10 % kleinere Versagenslasten berechnet werden.

6 Einfache Abschätzung der Kippstabilität

Vor allem im Planungszustand wird dem Kippverhalten eines Biegeträgers nur sehr wenig Aufmerksamkeit geschenkt, eben weil Kippuntersuchungen normalerweise einen verhältnismäßig großen Berechnungsaufwand erfordern. Aus diesem Grunde sind „Faustformeln“ zur wirklichkeitsnahen Abschätzung des Kippverhaltens eines Biegeträgers sehr hilfreich, die mit geringem Aufwand und geläufigen Nachweisen ein brauchbares Ergebnis liefern. Aufgrund der Erkenntnisse der im Rahmen dieser Arbeit vorgenommenen systematischen Untersuchungen an einer Vielzahl von Betonträgern (siehe Abschnitt 1.2) und der im Laufe der letzten 20 Jahre gesammelten Erfahrungen lassen sich Grenzbetrachtungen durchführen, die eine Aussage zum Kippverhalten eines Biegeträgers ermöglichen. Die folgenden Ausführungen gelten für die bei Stabilitätsberechnungen üblichen anzusetzenden Imperfektionen, z. B. in Form von sinus- oder parabol-förmig verlaufenden Vorverformungen mit einem Stich in der Mitte von $v_{0,m} = l/1000$ bis $l/500$ für die seitliche Verschiebung und von $\vartheta_{0,m} = 0,5$ % bis 1 % für die Verdrehung oder in Form anderer Ansätze (Lastausmitten), die ähnliche Zusatzbeanspruchungen im Träger hervorrufen. Wie bereits mehrfach gesagt, wird unter Beachtung wirklichkeitsnaher Ansätze der Nachweis der Kippstabilität mit einem Bruchsicherheitsnachweis auf zweiachsige Biegung geführt. Auch die genaueren Berechnungsverfahren, z. B. [2], lassen sich grundsätzlich auf diesen Nachweis in ihrem Kern zurückführen, wobei jedoch im allgemeinen ein noch sehr viel größerer Berechnungsaufwand als bei dem hier vorgestellten Näherungsverfahren erforderlich ist. Da Rechenprogramme zur Durchführung eines Bruchsicherheitsnachweises im Stahlbetonbau, auch für den Fall der zweiachsigen Biegung, zum Standard eines jeden Ingenieurbüros gehören,

können die folgenden Schritte von jedem, auch nicht mit der Materie vertrauten Ingenieur sehr leicht angewendet werden.

Für einen zu untersuchenden Trägerquerschnitt im kritischen Schnitt des Trägers sind dementsprechend mehrere Bruchsicherheitsnachweise auf zweiachsige Biegung zu führen, wobei die wesentliche Schwierigkeit, nämlich die Ermittlung des Nebenbiegemoments, durch den Ansatz von Grenzwerten umgangen wird. In Gl. (22) ist der Zusammenhang zwischen bekanntem Hauptbiegemoment $M_{y,I}$ und unbekanntem Nebenbiegemoment M_z über die Verdrehung ϑ in der Form $M_z = |\vartheta \cdot M_{y,I}|$ angegeben.

Für diese Verdrehung ϑ werden nun die folgenden Grenzwerte angesetzt:

1. Oberer Grenzwert $\vartheta = 0,1$:

Die Festlegung dieses Werts liegt darin begründet, daß bei der Behandlung des Kippproblems nach der Theorie II. Ordnung in [2] u. a. Vereinfachungen der Form $\cos \vartheta \approx 1$ und $\sin \vartheta \approx \tan \vartheta \approx 1$ getroffen werden. Diese Annahmen sind nur bis etwa $\vartheta = 5^\circ \approx 0,1$ vertretbar. Größere berechnete Verdrehungen sind im Rahmen der Theorie nicht zulässig und werden in [2] dazu verwendet, ein Trägerversagen anzuzeigen. Die berechnete Verdrehung kann demnach also höchstens $\vartheta = 0,1$ betragen.

Es wird ein Bruchsicherheitsnachweis mit dem Hauptbiegemoment $M_{y,I}$ und dem Nebenbiegemoment $M_z = 0,1 M_{y,I}$ geführt:

- a) Liefert dieser Nachweis eine ausreichende Bruchsicherheit, so ist der untersuchte Träger normalerweise nicht kippgefährdet, und ein Nachweis der Kippsicherheit könnte deshalb entfallen. Ist eine Berechnung der Kippstabilität jedoch erforderlich, so ist auf jeden Fall das Näherungsverfahren ausreichend.
- b) Ist die Bruchsicherheit nicht vorhanden, so ist ein weiterer Schritt erforderlich:

2. Mittlerer Wert $\vartheta = 0,05$:

Die Festlegung dieses Zahlenwerts beruht auf langjährigen Erfahrungen mit der Kippproblematik. Wenn ein Träger die bei Verdrehungen dieser Größenordnung entstehenden Nebenbiegemomente noch problemlos zusätzlich aufnehmen kann, weist er ein normales Kippverhalten auf. Es kann damit erfahrungsgemäß festgestellt werden, ob ein Näherungsverfahren oder ein genaueres Verfahren bei der Berechnung der Kippstabilität zum Ziele führt.

Es ist ein weiterer Bruchsicherheitsnachweis mit dem Hauptbiegemoment $M_{y,I}$ und einem Nebenbiegemoment $M_z = 0,05 M_{y,I}$ zu führen:

- a) Bei ausreichender Bruchsicherheit genügt für den Kippsicherheitsnachweis ein Näherungsverfahren.
- b) Ist die Bruchsicherheit auch diesmal nicht vorhanden, so ist der untersuchte Träger als kritisch einzustufen, und es ist ein letzter Schritt angeraten:

3. Unterer Grenzwert $\vartheta = 0,03$:

Auch die Festlegung dieses Zahlenwerts beruht auf Erfahrungen.

Es ist ein Bruchsicherheitsnachweis mit dem Hauptbiegemoment $M_{y,I}$ und dem Nebenbiegemoment $M_z = 0,03 M_{y,I}$ zu führen:

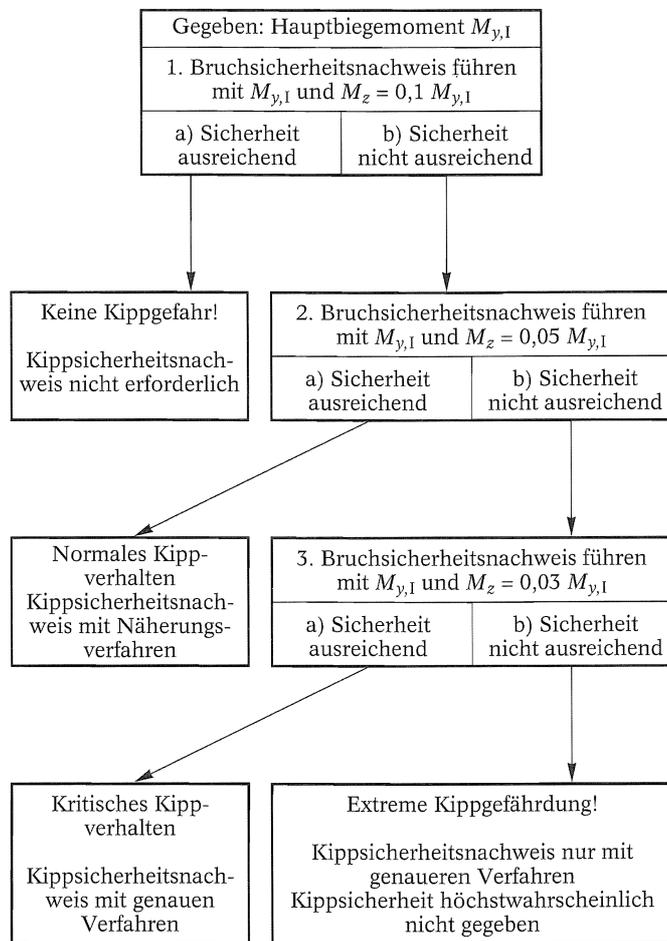


Bild 5. Ablaufschema für einfache Abschätzung der Kippstabilität

Fig. 5. Flow chart of simplified method for lateral buckling

Fig. 5. Schéma du processus d'estimation simplifiée de la tenue au déversement

a) Liefert der Nachweis diesmal schließlich eine ausreichende Bruchsicherheit, so weist der untersuchte Träger ein kritisches Kippverhalten auf. In diesem Falle wird ein Nachweis der Kippstabilität nur mit genauen Verfahren zu einem zufriedenstellenden Ergebnis führen.

b) Besteht keine Bruchsicherheit, so ist der untersuchte Träger in höchstem Maße kippgefährdet. Es ist zu erwarten, daß auch ein genaues Verfahren zur Berechnung der Kippstabilität keine ausreichende Sicherheit liefert. Abhilfe schaffen hier nur einschneidende Maßnahmen wie eine Verringerung der Belastung oder eine Vergrößerung des Querschnitts (Verbreiterung des Obergurts).

Mit diesen höchstens drei Bruchsicherheitsnachweisen kann die Kippstabilität eines Biegeträgers hinreichend genau abgeschätzt werden. Bei Parallelgurtbindern sind die Nachweise in Bindermitte, bei Satteldachträgern im kritischen Schnitt (siehe Abschnitt 5.1) zu führen. Im Bild 5 sind die vorstehend beschriebenen Schritte schematisch zusammengestellt.

Die Anwendung dieser einfachen Abschätzung liefert für den Satteldachbinder des Beispiels 1 im kritischen Schnitt für globale Sicherheitsbeiwerte $M_y = M_{qu} = 4320$ kNm, $M_z = 0,1 M_{qu} = 432$ kNm und $resM = 4341,5$ kNm. Mit einem entsprechenden Rechenprogramm [11] ergibt

sich das Bruchmoment des Querschnitts zu 4342,2 kNm, was fast genau dem Lastmoment entspricht. Die geforderte Bruchsicherheit auf zweiachsige Biegung ist damit gerade vorhanden. Für Teilsicherheitsbeiwerte lauten die Momente $M_y = 3572$ kNm, $M_z = 357,2$ kNm, $resM = 3589,8$ kNm und $M_u = 3873$ kNm. Die Bruchsicherheit ist in diesem Fall auch gegeben. Die Kippstabilität des Satteldachbinders kann deshalb in beiden Fällen mit einem Näherungsverfahren geführt werden, was im Abschnitt 5 bereits gezeigt worden ist. Dieses Beispiel ist gerade der Grenzfall, wo bei globalen Sicherheitsbeiwerten unter der angesetzten Last genau die geforderte Bruchsicherheit erfüllt wird. Ob nun ein Kippsicherheitsnachweis in diesem Grenzfall erforderlich ist oder nicht, hängt von der Erfahrung des Ingenieurs ab. Im Zweifelsfall sollte der Nachweis geführt werden. Bei den Teilsicherheitsbeiwerten könnte der Kippsicherheitsnachweis aufgrund dieser Abschätzung auch entfallen.

Bei globalen Sicherheitsbeiwerten lauten für den Satteldachbinder 2 die Lastmomente $M_y = M_{qu} = 4048,5$ kNm; $M_z = 0,1M_y = 404,85$ kNm und $resM = 4068,7$ kNm und das rechnerische Bruchmoment $M_u = 3271$ kNm. Die Bruchsicherheit auf zweiachsige Biegung ist für diesen Fall nicht gegeben. Damit ist ein Kippsicherheitsnachweis erforderlich. Für den zweiten Schritt ergibt sich bei gleichem Hauptbiegemoment $M_y = 4048,5$ kNm ein Nebenbiegemoment $M_z = 0,05M_y = 202,4$ kNm und ein resultierendes Moment $resM = 4053,5$ kNm. Das rechnerische Bruchmoment wird zu $M_u = 4360$ kNm ermittelt und ist größer als das angesetzte Lastmoment. Die Bruchsicherheit ist damit gegeben, und folglich kann der Kippsicherheitsnachweis mit einem Näherungsverfahren geführt werden. Beim Ansatz von Teilsicherheitsbeiwerten lauten die Momente $M_y = 3364,6$ kNm, $M_z = 336,46$ kNm, $resM = 3381$ kNm und $M_u = 2841$ kNm. Die erforderliche Bruchsicherheit ist für den ersten Schritt ebenfalls nicht vorhanden. Im zweiten Schritt lautet das Ne-

benbiegemoment $M_z = 168,23$ kNm, das resultierende Moment $resM = 3368,8$ kNm und das Bruchmoment $M_u = 3810$ kNm. Nun ist die Bruchsicherheit auch hier gegeben, und für einen Nachweis der Kippsicherheit reicht ein Näherungsverfahren aus.

7 Zusammenfassung

Das bereits in [1] vorgestellte Näherungsverfahren zur Berechnung der Kippstabilität ist dahingehend erweitert worden, daß nun auch die in der Praxis häufig vorkommenden Satteldachbinder aus Stahlbeton oder Spannbeton berechnet werden können. Behandelt wird der gabelgelagerte Einfeldträger, der durch seine Eigenlast und eine Streckenlast auf dem Obergurt belastet und durch eine horizontale Verschiebung und durch eine Verdrehung um die Längsachse sinusförmig vorverformt ist. Der Verlauf des Hauptbiegemoments und der maßgebenden Steifigkeiten (EI_z) und (GI_t) werden entsprechend der Belastung angepaßt. Die maßgebenden Differentialgleichungen nach der Theorie II. Ordnung können durch die gewählten Vorgaben so vereinfacht werden, daß geschlossene Integrationen der differentiellen Beziehungen möglich sind. Mit den angegebenen Formeln können die das Kippverhalten wesentlich beeinflussenden Verformungsgrößen (horizontale Verschiebung und Verdrehung) und Momente (Biegung und Torsion) näherungsweise nach Theorie II. Ordnung bestimmt werden. Der Nachweis der Kippstabilität wird über einen Bruchsicherheitsnachweis für zweiachsige Biegung mit den ermittelten Biegemomenten an der Stelle der größten Biegebeanspruchung (im kritischen Schnitt) geführt. Mit zwei Beispielen von ausgeführten Satteldachbindern wird die Aussagekraft des Näherungsverfahrens gezeigt. Für eine Überschlagsrechnung ist in Abschnitt 6 ein einfacher Lösungsweg zur Abschätzung der Kippstabilität angegeben.

Literatur s. Heft 11/1997, Seite 307

DGEB-Förderpreis 1998

Die Deutsche Gesellschaft für Erdbeben-Ingenieurwesen und Baudynamik (DGEB) e.V. verleiht den mit DM 3000,- dotierten Förderpreis für innovative Dissertationen in Deutschland aus dem Gebiet des Erdbebeningenieurwesens oder der Ingenieur-

seismologie. Mit dem Preis sollen herausragende junge Wissenschaftler/-innen ausgezeichnet werden, deren Arbeiten dem Grenzbereich des Erdbebeningenieurwesens und der Ingenieurseismologie zuzuordnen sind.

Bewerbungen mit zwei Empfehlungsschreiben sind bis zum 30. April 1998 zu richten an den Vorstand der DGEB, c/o TU Berlin, Grundbauinstitut, Sekr. B 7, Straße des 17. Juni 135, 10623 Berlin.

BVK-Förderpreis 1998

Zu diesem vom Bundesverband Kraftwerksnebenprodukte e.V. (BVK) ausgelobten, mit DM 15 000,- Preisgeld ausgestatteten Förderpreis können in deutscher Sprache Arbeiten eingereicht werden, die sich mit den Eigenschaften, Entwicklungen, Herstellverfahren, Praxisanwendungen oder Akzeptanzfragen von Produkten aus Kohlekraftwerken befassen.

Aufgerufen sind Praktiker und Wissenschaftler aus Universitäten, Fachhochschulen und berufsbildenden Schulen, privaten und staatlichen Baustoffprüfstellen, Forschungseinrichtungen, Materialprüfanstalten und ähnlichen Institutionen, Anwendungsbetrieben von Kraftwerksnebenprodukten sowie Kohlekraftwerken selbst und

deren Zulieferbetrieben. Die Arbeiten für den Förderpreis sind bis zum 30. Juni 1998 beim BVK einzureichen.

Die Wettbewerbsunterlagen sind erhältlich beim Bundesverband Kraftwerksnebenprodukte e.V., Niederkasseler Kirchweg 97, 40547 Düsseldorf, Telefon: (02 11) 57 91 95, Telefax: (02 11) 57 95 24.