

Ermittlung wirklichkeitsnaher Querschnittswerte und Steifigkeiten für vorgespannte oder nicht vorgespannte Rechteck- und T-Querschnitte aus Stahlbeton

Inhalt

Es wird ein Verfahren zur Ermittlung von belastungsabhängigen Steifigkeiten und Querschnittswerten für Rechteck- und Plattenbalken-Querschnitte aus Stahlbeton oder Spannbeton mit wirklichkeitsnahem Werkstoffverhalten vorgestellt. Die Belastung ist auf einachsige Biegung ohne äußere Normalkraft beschränkt.

Contents

Determination of realistic cross sectional values and stiffnesses for rectangular beams or T-beams made of reinforced or prestressed concrete. A method for determination of load stiffnesses and cross sectional values for rectangular beams and T-beams made of prestressed or reinforced concrete with realistic material behavior is presented. The load is limited to uniaxial bending without external axial forces.

1 Vorbemerkung

Die Kenntnis wirklichkeitsnaher Steifigkeiten und Querschnittswerte ist beim Nachweis des Stabilitätsverhaltens schlanker Träger (z. B. Biegeknick- oder Kippstabilität) oder für Verformungsberechnungen eine wesentliche Voraussetzung. Für ihre Berechnung ist das verwendete nichtlineare Werkstoffgesetz und dessen Lastabhängigkeit (gerissene Zugzone, Zustand II) von Bedeutung.

Der in der Praxis tätige Ingenieur wird zu beiden Punkten in seinen Hilfsmitteln (Vorschriften, Bemessungstabeln usw.) kaum ausreichende Hinweise oder sogar Hilfen finden. Die einschlägige Literatur enthält durchaus eine wirklichkeitsnahe und auch leicht handhabbare Werkstoffbeziehung für den Beton, und auch die erforderliche Gleichgewichtsiteration am Querschnitt (innere Schnittgrößen = äußere Schnittgrößen) läßt sich durchführen. Beides kostet jedoch Zeit.

Die folgenden Ausführungen sollen dem Ingenieur zur Berechnung wirklichkeitsnaher Steifigkeiten und Querschnittswerte ähnliche Hilfsmittel wie bei der Biegebemessung von Stahlbeton- und Spannbetonquerschnitten geben. Dabei wird eng an die bekannten Beziehungen und Darstellungen [1] angelehnt.

2 Voraussetzungen, Bezeichnungen

Die folgenden Formeln und Ableitungen gelten für einen zur z-Achse symmetrischen Plattenbalken-Querschnitt nach Bild 1. Es wird vorausgesetzt, daß in der Betondruckzone nur konstruktive Bewehrung liegt, die für das hier behandelte Thema vernachlässigt werden kann. Die Zugbewehrung wird konzentriert im Bewehrungs-Schwerpunkt angesetzt. Der Querschnitt wird durch einachsige Biegung ohne äußere Normalkraft beansprucht.

Folgende Werte sind bekannt: Bei den Kenngrößen für die Bewehrung und die Belastung kennzeichnet der Index s die nicht vorgespannte Bewehrung, der Index z die vorgespannte Bewehrung.

Betongüte:	Prismenfestigkeit	$\beta_P = 0,85 \beta_{wm}$
Querschnittsabmessungen:	Obergurtbreite	b
	Obergurtdicke	d
	Stegbreite	b_0
	Lage Zugbewehrung	h
Bewehrung:	Streckgrenze	β_{Ss}, β_{Sz}
	Elastizitätsmodul	E_s, E_z
	Fließverzerrung	$\epsilon_{Ss}, \epsilon_{Sz}$
	Querschnittsfläche	A_s, A_z
	Vorspannung	$\sigma_{zv}^{(0)}, \epsilon_{zv}^{(0)}$

Belastung: Moment M_s oder M_z auf Schwerpunkt der Zugbewehrung bezogen

Höhe der Druckzone: $x = k_x h$ mit

$$k_x = \frac{|\epsilon_b|}{|\epsilon_b| + |\epsilon_z| \text{ bzw. } |\epsilon_s|}$$

Hebelarm der inneren Kräfte:

$$z = k_z h$$

Abstand der Druckkraft vom gedrückten Rand:

$$a = k_a x$$

Geometrischer Bewehrungsgrad:

$$\mu_s = \frac{A_s}{b h} \text{ oder } \mu_z = \frac{A_z}{b h}$$

Beiwerte zur Bestimmung der Betondruckkraft:

$$\alpha_P = \frac{D_b}{b x \beta_P}$$

$$k_b = \frac{D_b}{b h \beta_P} = \alpha_P k_x$$

Bezogenes Lastmoment:

$$m_s = \frac{M_s}{b h^2 \beta_P}$$

bzw.

$$m_z = \frac{M_z}{b h^2 \beta_P}$$

In Anlehnung an den auf die Streckgrenze der Bewehrung bezogenen mechanischen Bewehrungsgrad $\omega = \mu \frac{\beta_{Ss}}{\beta_R}$ wird ein entsprechender, aus bekannten Größen bestehender Be-

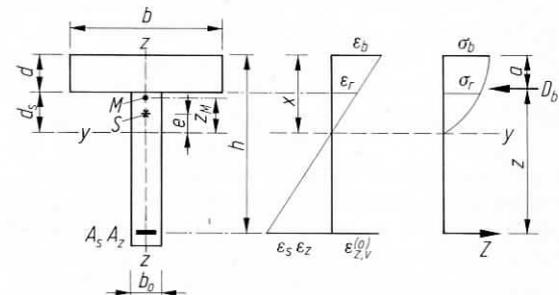


Bild 1. Querschnitt mit Bezeichnungen
Fig. 1. Cross section with notations

Dr.-Ing. Friedrich-Karl Röder, Akad. Oberrat z. A. im Fachgebiet Massivbau, FB Bauingenieurwesen, Gesamthochschule Kassel, FB14, Postfach 10 13 80, 3500 Kassel.

wehrungs-Parameter $\omega_s^* = \mu_s \frac{E_s}{\beta_p}$ oder $\omega_z^* = \mu_z \frac{E_z}{\beta_p}$ definiert, der anstelle der Streckgrenze den Elastizitätsmodul der Bewehrung enthält. Dies hat sich im Laufe der Auswertung als sinnvoll erwiesen.

Abstand des elastischen Schwerpunkts S von der Verzerrungs-Nulllinie: $e = k_e h$

Abstand des Schubmittelpunkts M von der Verzerrungs-Nulllinie: $z_M = k_m h$

Seitliche Biegesteifigkeit:

$$(EI_z) = b^3 h \beta_p k_s \quad (\text{Sekantensteifigkeit})$$

$$= b^3 h \beta_p k_T \quad (\text{Tangentensteifigkeit})$$

Flächenintegral der Betondruckspannungen über die Betondruckzone bezogen auf den elastischen Schwerpunkt („Abtriebskräfte“):

$$\iint \sigma_b (y^2 + z^2) dA_b = (b^3 h k_{sy} + b h^3 k_{sz}) \beta_p$$

Mittlerer gewichteter Elastizitätsmodul \bar{E} für Bereiche der Betondruckzone mit Randverzerrungen ε_1 und ε_2 bei Ermittlung der Torsionswerte:

$$\bar{E} = \frac{\int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} E(\varepsilon) d\varepsilon}{\int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} d\varepsilon} = \frac{\int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} E(\varepsilon) d\varepsilon}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} = 1000 k_{em} \beta_p$$

Stegbreite b_0 zu Obergurttbreite b : $\lambda = b_0/b$

Obergurtdicke d zu statischer Höhe h : $\delta = d/h$

Steganteil der Druckzone d_s zu Druckzonenhöhe x :

$$\eta = \frac{d_s}{x} = 1 - \frac{d}{x} = 1 - \frac{d}{h k_x} = 1 - \frac{\delta}{k_x}$$

Für einen Rechteckquerschnitt ist $\lambda = 1$, $\delta = 1$ und $\eta = 0$.

3 Werkstoffbeziehungen

Die erforderlichen Querschnittswerte und Steifigkeiten werden mit Gleichungen ermittelt, die immer Integrationen über die wirksame Querschnittsfläche enthalten. Durch die Berücksichtigung nichtlinearer Werkstoffbeziehungen ist der Verlauf des Elastizitätsmoduls nicht konstant; er muß deshalb bei der Ausführung der Integrationen im Integranden verbleiben. Es ist daher sehr von Vorteil, für das Werkstoffverhalten Funktionen zu wählen, die leicht zu differenzieren und zu integrieren sind. Als sehr einfache und leicht zu handhabende Funktionen bieten sich Polynome der Form

$$\sigma = \beta \sum_1^n A_n \varepsilon^n \quad (1)$$

an, die bereits in [2] und [3] sehr erfolgreich angewendet worden sind. Für den Grad n des Polynoms ist $n = 3$ oder $n = 4$ meist ausreichend.

In [3] sind Polynomkoeffizienten A_n für die Werkstoffbeziehungen der üblichen Betonfestigkeitsklassen B25 und B55 für Polynome vierten Grades ermittelt worden, die das Verhalten

Tabelle 1. Koeffizienten A_n der Werkstoffbeziehung für Beton. Nach [3]

Table 1. Coefficient A_n of material relation for concrete. Acc. to [3]

Betonfestigkeitsklasse	Koeffizienten			
	A_1	A_2	A_3	A_4
B 25	1,362	-0,711	0,175	-0,0181
B 35	1,143	-0,454	0,0791	-0,00689
B 45	0,970	-0,265	0,0155	-0,000661
B 55	0,829	-0,141	-0,00928	-0,00169

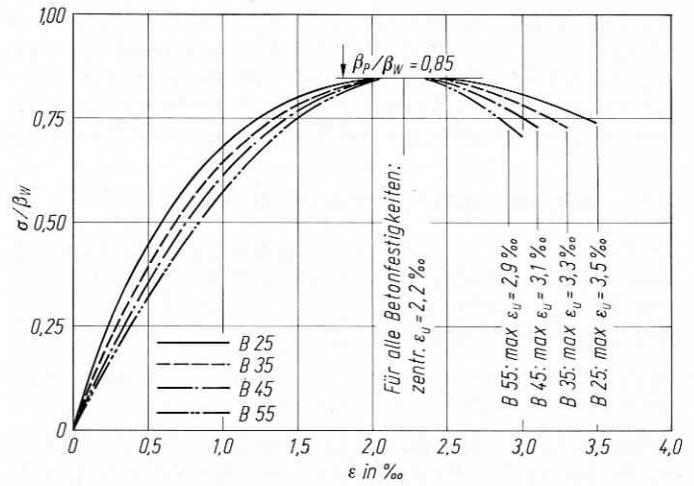


Bild 2. Betonwerkstoffverhalten nach Grasser [4] bzw. Röder [3]
Fig. 2. Concrete material behavior acc. to Grasser [4] and Röder [3]

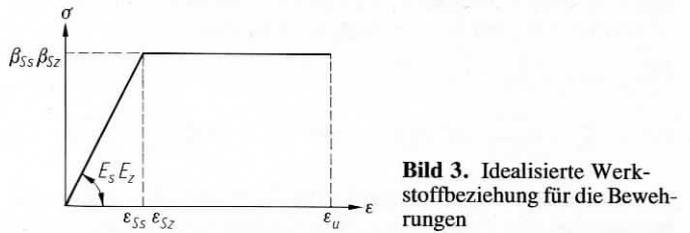


Bild 3. Idealisierte Werkstoffbeziehung für die Bewehrungen

ten des Betons in der Druckzone für die hier gestellte Aufgabe genügend genau beschreiben. Sie ergeben praktisch identische Verläufe für die von Grasser [4] angegebenen Beziehungen, die aus Versuchen gewonnen worden sind. Der Verlauf dieser σ - ε -Beziehungen ist im Bild 2 in normierter Form dargestellt. Der Scheitelpunkt der Kurven ist durch $\sigma = \beta_p = 0,85 \beta_{wm}$ und durch $\varepsilon = -2,2\%$ gekennzeichnet. Die Koeffizienten A_n sind für vier Betonfestigkeitsklassen in Tabelle 1 zusammengestellt. In Gl. (1) ist die Druckverzerrung ε in ‰ und mit positivem Vorzeichen einzusetzen.

Für die Bewehrungen wird ein bi-lineares Werkstoffverhalten (Bild 3) verwendet.

Es wird ausdrücklich darauf hingewiesen, daß das Parabel-Rechteck-Diagramm in DIN 1045 oder DIN 4227 nicht für Verformungs- und Steifigkeitsberechnungen entwickelt worden ist; darauf hat Grasser in vielen Diskussionen, zuletzt in [5], hingewiesen. Deshalb liefern alle Verfahren, die bei der Berechnung von Steifigkeitswerten Bemessungstabellen verwenden, die auf dem Parabel-Rechteck-Diagramm der DIN 1045 oder der DIN 4227 fußen, oft unzutreffende, normalerweise weit auf der sicheren Seite liegende und damit unwirtschaftliche Ergebnisse.

Die hier angegebenen Werkstoffbeziehungen für den Beton in der Druckzone haben für Tabellen und Diagramme den Nachteil, daß für jede Betonfestigkeitsklasse andere Koeffizienten gelten und deshalb für jede Festigkeitsklasse eigene Diagramme und Tabellen aufgestellt werden müssen. Bei Verwendung eines Rechners ist es jedoch kein Problem, die jeweils entsprechende Werkstoffbeziehung zu verwenden.

4 Grundformeln zur Berechnung der Querschnittswerte

Die nachfolgenden Gleichungen enthalten Integrationen über die Betondruckzone. Diese bestimmten Integrationen werden für das Achsensystem nach Bild 1 für die z-Achse von 0 bis x und für die y-Achse von $-b/2$ bis $+b/2$, bzw. von $b_s/2$ bis $b/2$ durchgeführt. Dies wird im folgenden nicht mehr explizit angegeben. Im hier behandelten Fall ist der Spannungsverlauf in

der Betondruckzone nur von der z-Richtung abhängig. Dies erleichtert die auszuführenden Integrationen erheblich. Die abgeleiteten Formeln stellen immer eine Beziehung in möglichst allgemeiner Form zwischen der Querschnittsgeometrie, den Werkstoffbeziehungen und den Randverzerrungen her.

4.1 Betondruckkraft, inneres Moment

Zunächst soll der für die Ermittlung der Betondruckkraft D_b für einen Querschnitt nach Bild 1 einfach zu berechnende Beiwert α_p , als Grundwert der weiteren Schritte, angegeben werden. Für die Betondruckkraft gilt allgemein

$$D_b = \int_{(A_b)} \sigma_b(z) dA_b \quad (2)$$

Dabei sind $\sigma_b(z)$ der Spannungsverlauf in der Druckzone und A_b die Fläche der Betondruckzone. In diese Gleichung wird der Spannungsverlauf nach Gl. (1) eingesetzt. Formale Zwischenschritte der auszuführenden bestimmten Integrationen werden hier aus Platzgründen nicht weiter dargestellt; sie können z. B. in [6 Abschnitt 7] nachgelesen werden. Das Ergebnis ist formal das gleiche wie in [6 Gl. (7.110)]:

$$D_b = \alpha_p b x \beta_p \quad \text{mit} \quad \alpha_p = \sum_{n=1}^4 \frac{1}{n+1} A_n \varepsilon_b^n [1 - \eta^{n+1} (1 - \lambda)] \quad (3)$$

Der Unterschied zu [6] besteht darin, daß anstelle der Rechenfestigkeit β_R die Prismenfestigkeit β_p steht und der Beiwert α_p eine andere Form bekommt.

Unter Berücksichtigung der Beziehungen $x = h k_x$ und $k_b = k_x \alpha_p$ ergibt sich für die Betondruckkraft:

$$D_b = k_b b h \beta_p \quad (4)$$

Als nächster Schritt wird die Lage der Betondruckkraft ermittelt. Hierfür wird das Moment der Betondruckkraft bezogen auf die Verzerrungs-Nulllinie gebildet:

$$M_D = D_b z = \int_{(A_b)} \sigma_b(z) z dA_b \quad (5)$$

Diese Integration läuft genauso ab wie bei Gl. (2); dabei ist der zusätzliche Hebelarm z zu berücksichtigen. Dies führt zu

$$M_D = \alpha_M b x^2 \beta_p \quad \text{mit} \quad \alpha_M = \sum_{n=1}^4 \frac{1}{n+2} A_n \varepsilon_b^n [1 - \eta^{n+2} (1 - \lambda)] \quad (6)$$

Für den Abstand a vom gedrückten Rand gilt unter Berücksichtigung der Gln. (6) und (3)

$$a = x - \frac{M_D}{D_b} = x \left(1 - \frac{\alpha_M}{\alpha_p} \right) = x k_a \quad (8)$$

Als weitere Beiwerte werden noch benötigt für den Hebelarm $z = h - a = h - x k_a = h (1 - k_x k_a) = h k_z$, für das aufnehmbare Moment $M_s = D_b z = k_b k_z b h^2 \beta_p$,

$$\text{dimensionslos } m_s = \frac{M_s}{b h^2 \beta_p} = k_b k_z \quad (9)$$

Dies sind alles bekannte Zusammenhänge, wobei der Unterschied zu den Bemessungstabellen in der Berechnung der α -Werte liegt.

4.2 Wirklichkeitsnahe Querschnittswerte und Steifigkeiten

4.2.1 Seitliche Biegesteifigkeit (EL_z)

Für die wirklichkeitsnahe Biegesteifigkeit der Betondruckzone um die z-Achse gilt

$$(EL_z)_b = \int_{(A_b)} E_b(z) y^2 dA_b \quad (10)$$

Darin sind $E_b(z)$ der dem Werkstoffverhalten nach Gl. (1) entsprechende Elastizitätsmodul des Betons und y die Hebelarme der Flächendifferentiale bezogen auf die z-Achse. Der Verlauf des Elastizitätsmoduls wird aus Gl. (1) bestimmt, und zwar entweder als

$$\text{Sekantenmodul } E_S = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \beta_p \sum_{n=1}^4 A_n \varepsilon^{n-1} \quad (11 a)$$

oder als

$$\text{Tangentenmodul } E_T = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \beta_p \sum_{n=1}^4 \frac{1}{n} A_n \varepsilon^{n-1} \quad (11 b)$$

Setzt man eine der beiden Gln. (11 a) oder (11 b) in Gl. (10) ein, so erhält man ähnliche Ausdrücke wie bei der Bestimmung der Betondruckkraft D_b nach Gl. (2) mit denselben Integrationsgrenzen. Es erübrigt sich deshalb, weitere Zwischenschritte anzugeben.

Für die Sekantensteifigkeit lautet das Ergebnis der Integration

$$(EL_z)_b^S = \frac{1}{12} \alpha_S b^3 x \beta_p \quad (12)$$

$$\text{mit } \alpha_S = 1000 \sum_{n=1}^4 \frac{1}{n} A_n \varepsilon_b^{n-1} [1 - \eta^n (1 - \lambda^3)]$$

bzw. für die Tangentensteifigkeit

$$(EL_z)_b^T = \frac{1}{12} \alpha_T b^3 x \beta_p \quad (13)$$

$$\text{mit } \alpha_T = 1000 \sum_{n=1}^4 A_n \varepsilon_b^{n-1} [1 - \eta^n (1 - \lambda^3)]$$

Der Faktor 1000 ist erforderlich, da die Koeffizienten A_n nach Tabelle 1 für Verzerrungen ε_b in ‰ gelten und beim E-Modul-Verlauf der Koeffizient A_n jedoch mit der Potenz $(n - 1)$ der Verzerrung verbunden ist.

Es ist zweckmäßig, die Druckzonenhöhe x durch die statische Höhe h auszudrücken und neue Beiwerte zu definieren, wobei der Faktor 1/12 gleich mit eingearbeitet werden kann:

$$(EL_z)_b^S = k_S b^3 h \beta_p \quad \text{mit} \quad k_S = \frac{1}{12} k_x \alpha_S \quad (14)$$

$$\text{bzw. } (EL_z)_b^T = k_T b^3 h \beta_p \quad \text{mit} \quad k_T = \frac{1}{12} k_x \alpha_T$$

Für die seitliche Biegesteifigkeit des Verbundquerschnitts ist zu dem Anteil der Betondruckzone noch der Anteil der Bewehrung zu addieren:

$$(EL_z) = (EL_z)_b + \sum E_{s,i} A_{s,i} y_{s,i}^2 + \sum E_{z,j} A_{z,j} y_{z,j}^2 \quad (15)$$

Je nach Verwendung von Sekanten- oder Tangentenmoduln erhält man die zugehörige Sekanten- oder Tangentensteifigkeit.

4.2.2 Elastischer Schwerpunkt

Der Abstand e des elastischen Schwerpunkts von der Verzerrungs-Nulllinie folgt über die elastischen Flächen und die zugehörigen statischen Momente aus

$$e = \frac{\int_{(A_b)} E_b z dA_b + E_s A_s z_s \quad \text{bzw.} \quad E_z A_z z_z}{\int_{(A_b)} E_b dA_b + E_s A_s \quad \text{bzw.} \quad E_z A_z} \quad (16)$$

Für die Elastizitätsmoduln E_b und E_s oder E_z wird der Sekantenmodul eingesetzt. Die Integralausdrücke im Zähler und Nenner für den Betonanteil sind fast identisch mit den Gln. (5) und (2), wenn dort für den Spannungsverlauf σ_b der E-Modul-Verlauf nach Gl. (11 a) eingesetzt wird. Die Ergebnisse der Integrationen entsprechen deshalb ebenfalls formal den Gln. (6) und (3). Die α -Beiwerte sind jedoch etwas anders. Es ergeben sich:

$$\int_{(A_b)} E_b z dA_b = \frac{\alpha_p}{\epsilon_b} b x^2 \beta_p \quad \text{mit } \alpha_p \text{ nach Gl. (3),} \quad (17)$$

$$\int_{(A_b)} E_b dA_b = \alpha_e b x \beta_p \quad (18)$$

$$\text{mit } \alpha_e = \sum_{n=1}^4 \frac{1}{n} A_n \epsilon_b^{n-1} [1 - \eta^n (1 - \lambda)] .$$

Der Hebelarm z_s bzw. z_z wird durch die Druckzonenhöhe x und die statische Höhe h ausgedrückt:

$$z_s \text{ bzw. } z_z = x - h = (k_x - 1) h . \quad (19)$$

Die Beziehungen (17) bis (19) werden nun in Gl. (16) eingesetzt. In Zähler und Nenner läßt sich ein Faktor $b h \beta_p$ ausklammern, mit dem gekürzt werden kann. Unter Beachtung der im Abschnitt 2 angegebenen Abkürzungen folgt schließlich für den Abstand e :

$$e = h \frac{k_x^2 \frac{\alpha_p}{\epsilon_b} - \omega_z^*(1 - k_x) \text{ bzw. } \omega_s^*(1 - k_x)}{k_x \alpha_e + \omega_z^* \text{ bzw. } \omega_s^*} = h \cdot k_e . \quad (20)$$

Bei der Berechnung von k_e ist die Abhängigkeit des Sekanten-Elastizitätsmoduls der Bewehrung von der Stahldehnung zu beachten. Für Dehnungen oberhalb der Streckgrenze, also $\epsilon_z + \epsilon_{zv}^0 > \epsilon_{Ss}$, ist deshalb der Wert ω_z^* mit dem Faktor $\frac{\epsilon_{Ss}}{\epsilon_z + \epsilon_{zv}^0}$ zu multiplizieren, bzw. für $\epsilon_s > \epsilon_{Ss}$ der Wert ω_s^* mit $\frac{\epsilon_{Ss}}{\epsilon_s}$.

4.2.3 Integral der Abtriebs- und Rückstellkräfte

Ein weiterer Querschnittswert, der beim Stabilitätsnachweis auf Kippen oft ermittelt werden muß, führt auf die Integration der Spannungen multipliziert mit den Quadraten der Hebelarme bezogen auf die Koordinatenachsen im Schwerpunkt über die jeweiligen Flächen der Betondruckzone und Bewehrungen:

$$\iint \sigma (y^2 + z^2) dA = \iint \sigma_b (y_b^2 + z_b^2) dA_b + \sum \sigma_{s,i} (y_{s,i}^2 + z_{s,i}^2) A_{s,i} + \sum \sigma_{z,j} (y_{z,j}^2 + z_{z,j}^2) A_{z,j} . \quad (21)$$

Der Anteil der Spannbewehrung ist hier in Klammern gesetzt, da er meist mit der Torsionssteifigkeit der Betondruckzone zusammengefaßt wird und deshalb hier unberücksichtigt bleibt. Während die Berechnung der Bewehrungsanteile problemlos ist, muß beim Betonanteil wiederum eine bestimmte Integration über die Betondruckzone ausgeführt werden. Es ist zweckmäßig, diese Integration bei der Berechnung in die beiden Summenanteile aufzuspalten.

Der Teil $\iint \sigma_b y_b^2 dA_b$ ergibt beim Einsetzen des Spannungsverlaufs σ_b nach Gl. (1) ähnliche Ausdrücke wie nach Gl. (2) oder Gl. (10). Das Ergebnis ist dementsprechend ähnlich wie bei Gl. (3) oder Gl. (12) und lautet:

$$\int_{(A_b)} \sigma_b y_b^2 dA_b = \alpha_y \frac{b^3}{12} x \beta_p \quad (22)$$

$$\text{mit } \alpha_y = \sum_1^4 \frac{1}{n+1} A_n \epsilon_b^n (1 - \eta^{n+1} (1 - \lambda^3)) . \quad (23)$$

Die Druckzonenhöhe x wird noch durch die statische Höhe h ausgedrückt, außerdem der Beiwert k_{sy} eingeführt:

$$\int_{(A_b)} \sigma_b y_b^2 dA_b = k_{sy} b^3 h \beta_p \quad \text{mit } k_{sy} = \frac{1}{12} \alpha_y k_x . \quad (24)$$

Beim zweiten Teil mit dem Faktor z^2 ist zu beachten, daß sich die Ordinaten auf den elastischen Schwerpunkt beziehen. Der Abstand e des elastischen Schwerpunkts von der Verzerrungs-Nullinie ist in Gl. (20) angegeben. Die bestimmte Integration läuft im gleichen Schema wie bei den vorhergehenden Ausdrücken ab. Als Ergebnis erhält man, wobei gleich die Beziehungen $x = h k_x$ und $e = h k_e$ berücksichtigt worden sind und der Beiwert k_{sz} eingeführt wird:

$$\int_{(A_b)} \sigma_b z_b^2 dA_b = k_{sz} b h^3 \beta_p$$

$$\text{mit } k_{sz} = k_x^3 \alpha_2 - 2 k_x^2 k_e \alpha_1 + k_x k_e^2 \alpha_p$$

$$\text{und } \alpha_1 = \sum_{n=1}^4 \frac{1}{n+2} A_n \epsilon_b^n (1 - \eta^{n+2} (1 - \lambda)) . \quad (25)$$

$$\alpha_2 = \sum_{n=1}^4 \frac{1}{n+3} A_n \epsilon_b^n (1 - \eta^{n+3} (1 - \lambda))$$

mit α_p nach Gl. (3), k_e nach Gl. (20). Die zusammengefaßten Ausdrücke (24) und (25) ergeben den gesamten Anteil der Betondruckzone:

$$\int_{(A_b)} \sigma_b (y_b^2 + z_b^2) dA_b = (k_{sy} b^3 h + k_{sz} b h^3) \beta_p . \quad (26)$$

4.2.4 St. Venantsche Torsionssteifigkeit

Die Torsionssteifigkeit (GI_T) wird für die Betondruckzone ermittelt und näherungsweise aus den beiden Anteilen des Obergurts und des Stegs zusammengesetzt.

Für ein Rechteck der Breite b und Dicke t ($b \geq t$) gilt für den Torsionswiderstand I_T

$$I_T = \alpha_T b t^3 \quad \text{für } b/t \geq 1 , \quad (27)$$

dabei ist α_T ein vom Seitenverhältnis b/t abhängiger Beiwert, für den nach St. Venant gilt

$$\alpha_T = \frac{1}{3} - \frac{64}{\pi^5} \frac{1}{b/t} \sum_0^\infty \frac{1}{(2n+1)^5} \tanh \left\{ (2n+1) \frac{\pi b}{2 t} \right\} . \quad (28)$$

Die Werte für α_T sind tabelliert, z. B. in [5] oder in jedem Beton-Kalender. Der Gleitmodul G_b des Betons wird aus dem Elastizitätsmodul E_b über die Beziehung

$$G_b = \frac{E_b}{2(1 + \mu)} \quad (29)$$

ermittelt, wobei für die Querdehnungszahl des Betons üblicherweise $\mu = 0,2$ eingesetzt werden kann. Die Elastizitätsmoduln werden als mittlere gewichtete Sekanten- oder Tangentenmoduln entsprechend der allgemeinen Definition in Abschnitt 2 aus den Spannungen und Verzerrungen der Betondruckzone bestimmt. Mit den Bezeichnungen nach Bild 1 ergibt sich für den Obergurt (Index 1):

a) mittlerer Sekantenmodul \bar{E} mit Verlauf des Sekantenmoduls E_s nach Gl. (11 a):

$$\bar{E}_1^S = \frac{\int_{\epsilon_r}^{\epsilon_b} E_s(\epsilon) d\epsilon}{\epsilon_b - \epsilon_r} = 1000 k_{em,1}^S \beta_p \quad (30a)$$

mit $k_{em,1}^S = \sum_{n=1}^4 \frac{A_n}{n} \varepsilon_b^{n-1} \left(1 + \sum_{i=1}^{n-1} \eta^i \right)$;

b) mittlerer Tangentenmodul mit Verlauf des Tangentenmoduls E_T nach Gl. (11 b):

$$\bar{E}_1^T = \frac{\int_{\varepsilon_r}^{\varepsilon_b} E_T(\varepsilon) d\varepsilon}{\varepsilon_b - \varepsilon_r} = \frac{\int_{\sigma_r}^{\sigma_b} d\sigma}{\varepsilon_b - \varepsilon_r} = \frac{\sigma_b - \sigma_r}{\varepsilon_b - \varepsilon_r} = 1000 k_{em,1}^T \beta_P$$

mit $k_{em,1}^T = \sum_{n=1}^4 A_n \varepsilon_b^{n-1} \left(1 + \sum_{i=1}^{n-1} \eta^i \right)$. (30b)

Für den Steganteil ist (Index 2):

a) mittlerer Sekantenmodul

$$\bar{E}_2^S = \frac{\int_0^{\varepsilon_r} E_S(\varepsilon) d\varepsilon}{\varepsilon_r} = 1000 k_{em,2}^S \beta_P$$

mit $k_{em,2}^S = \sum_{n=1}^4 \frac{A_n}{n} \varepsilon_b^{n-1} \eta^{n-1}$; (31a)

b) mittlerer Tangentenmodul

$$\bar{E}_2^T = \frac{\int_0^{\varepsilon_r} E_T(\varepsilon) d\varepsilon}{\varepsilon_r} = \frac{\int_0^{\sigma_r} d\sigma}{\varepsilon_r} = \frac{\sigma_r}{\varepsilon_r} = 1000 k_{em,2}^T \beta_P$$

mit $k_{em,2}^T = \sum_{n=1}^4 A_n \varepsilon_b^{n-1} \eta^{n-1}$. (31b)

Mit den vorstehenden Werten läßt sich die Torsionssteifigkeit der Betondruckzone für den Fall $b_0 \geq d_s$ wie folgt ausdrücken:

$$(GI_T)_b = G_{b,1} \alpha_{T,1} b d^3 + G_{b,2} \alpha_{T,2} b_0 d_s^3. \quad (32)$$

Die Steghöhe d_s kann aus der Druckzonenhöhe x und der Obergurtdicke d bestimmt werden.

Ein weiteres Zusammenfassen ähnlich wie bei der Biegesteifigkeit (EI_z) erscheint nicht sinnvoll, da die Torsionsbeiwerte $\alpha_{T,i}$ von den Seitenverhältnissen b/d bzw. b_0/d_s abhängen, die in den Lösungen aller übrigen Gleichungen nicht vorkommen.

4.2.5 Schubmittelpunkt

Die Lage des Schubmittelpunktes der gesamten Betondruckzone kann näherungsweise nach [2] über die Einzel-Schubmittelpunkte der Teile Obergurt (Index 1) und Steganteil (Index 2), gewichtet mit ihren Teil-Biegesteifigkeiten um die z-Achse, bestimmt werden:

$$z_{M,b} = \frac{z_{M1} EI_{z1} + z_{M2} EI_{z2}}{EI_{z1} + EI_{z2}}. \quad (33)$$

Mit der Verzerrungs-Nulllinie als Bezugsachse (y-Achse) ergeben sich die Lagen der Schubmittelpunkte der einzelnen Teil-querschnitte zu

$$z_{M1} = x - \frac{d}{2} = h \left(k_x - \frac{1}{2} \delta \right), \quad (34)$$

$$z_{M2} = \frac{x - d}{2} = \frac{1}{2} h (k_x - \delta),$$

und mit dem allgemeinen Beiwert k_{em} für mittlere Elastizitätsmoduln \bar{E} nach Abschnitt 2 folgt für die Teil-Biegesteifig-

keiten

$$EI_{z1} = \frac{1000}{12} d b^3 k_{em1} \beta_P = \frac{1000}{12} h b^3 \delta k_{em1} \beta_P, \quad (35)$$

$$EI_{z2} = \frac{1000}{12} d_s b_0^3 k_{em2} \beta_P = \frac{1000}{12} h b^3 (k_x - \delta) \lambda^3 k_{em2} \beta_P.$$

Die Gln. (34) und (35) werden in Gl. (33) eingesetzt, mit dem Faktor $1000 \beta_P \frac{h b^3}{12}$ gekürzt; mit dem eingeführten Beiwert k_m gilt dann:

$$z_{M,b} = h k_m \left[k_{em,1} \delta \left(k_x - \frac{1}{2} \delta \right) + \frac{1}{2} k_{em,2} (k_x - \delta)^2 \lambda^3 \right] \quad (36)$$

mit $k_m = \frac{k_{em,1} \delta \left(k_x - \frac{1}{2} \delta \right) + \frac{1}{2} k_{em,2} (k_x - \delta)^2 \lambda^3}{k_{em,1} \delta + k_{em,2} (k_x - \delta) \lambda^3}$.

Für die allgemeinen Beiwerte $k_{em,1}$ und $k_{em,2}$ sind, je nachdem, ob mit Sekanten- oder Tangentenmoduln gearbeitet wird, die entsprechenden Werte nach den Gln. (30) und (31) einzusetzen. Der Einfluß der Bewehrung auf die Lage des Schubmittelpunktes wird in analoger Weise über eine Wichtung der Teil-Biegesteifigkeiten um die z-Achse von Betondruckzone und Bewehrung erfaßt:

$$z_M = \frac{z_{M,b} (EI_z)_b + z_{M,s} (EI_z)_s + z_{M,z} (EI_z)_z}{(EI_z)_b + (EI_z)_s + (EI_z)_z}. \quad (37)$$

Die Teil-Biegesteifigkeiten $(EI_z)_s$ und $(EI_z)_z$ sind auch für die Ermittlung der gesamten Querbiegesteifigkeit (EI_z) nach Gl. (15) erforderlich und müssen hier nicht neu berechnet werden. Als Schubmittelpunktabstände $z_{M,s}$ und $z_{M,z}$ werden wie bei der Betondruckzone näherungsweise die Schwerpunktabstände der Bewehrungen angenommen. Da hier eine im Bewehrungsschwerpunkt konzentrierte Bewehrung vorausgesetzt wird, bestimmt sich der Abstand $z_{M,s}$ oder $z_{M,z}$ bezogen auf die Nulllinie zu:

$$z_{M,z} \text{ oder } z_{M,s} = h (k_x - 1). \quad (38)$$

4.3 Gleichgewichtsbetrachtung

Bei Vorgabe der Querschnittsgeometrie und der Werkstoffe stellt sich die Frage nach dem zu einem gegebenen äußeren Moment und zu einer gegebenen Bewehrung gehörenden inneren Beanspruchungszustand des Querschnitts. Dies ist eine etwas andere Aufgabenstellung als bei der geläufigeren Querschnittsbemessung, wo normalerweise die Bestimmung der notwendigen Bewehrung für einen äußeren Beanspruchungszustand aus Gründen der Wirtschaftlichkeit unter Ausnutzung einer der zulässigen größten Randverzerrungen auf der Zug- oder Druckseite eintritt und dadurch die Bemessungsaufgabe eindeutig lösbar wird. Diese Bedingung der Ausnutzung einer Grenz-Randverzerrung ist jedoch bei dem hier anstehenden Problem nicht mehr gegeben. Dafür ist jedoch die Bewehrung bekannt.

Aus der Gleichgewichtsbedingung der Kräfte ergibt sich unter Beachtung von Gl. (14) und einer möglichen Vordehnung $\varepsilon_{z,v}^{(0)}$ der Bewehrung:

$$D_b \stackrel{!}{=} Z, \quad k_b b h \beta_P = A_z (\varepsilon_z + \varepsilon_{z,v}^{(0)}) E_z,$$

$$\frac{k_b}{\varepsilon_z + \varepsilon_{z,v}^{(0)}} = \frac{A_z}{b h} \left| \frac{E_z}{\beta_P} \right| \quad \text{mit } \varepsilon_z + \varepsilon_{z,v}^{(0)} \leq \varepsilon_{Sz},$$

$$k_b^* = \omega_z^*. \quad (39)$$

Das Momentengleichgewicht zwischen innerem und äußerem Moment liefert mit Gl. (14) und $z = h k_z$ die Beziehung:

$$D_b z = M_z; \quad k_b k_z b h^2 \beta_P = M_z, \quad k_b k_z = \frac{M_z}{b h^2 \beta_P};$$

$$k_b k_z = m_z. \quad (40)$$

Die Gln. (39) und (40) gelten sinngemäß auch für den nicht vorgespannten Querschnitt.

Bei diesen umgeformten Gleichgewichtsbedingungen stehen auf der rechten Seite nur bekannte vorgegebene Größen und auf der linken Seite jeweils Werte, die nur von den Verzerrungen abhängen. Für diese beiden unbekanntes Verzerrungen auf der Druck- und Zugseite, ε_b und ε_z , stehen damit zwei Bedingungen zur Verfügung, die eine eindeutige Bestimmung von ε_b und ε_z erlauben. Mit den ermittelten Verzerrungen können dann alle im Abschnitt 4.2 angegebenen Beiwerte berechnet werden.

(Fortsetzung folgt)

Literatur:

[1] Bemessung von Beton- und Stahlbetonbauteilen. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, H. 220, 2. überarbeitete Auflage. Berlin: Ernst & Sohn, 1979.

- [2] Mehlhorn, G.: Ein Beitrag zum Kipp-Problem bei Stahlbeton- und Spannbetonträgern. Dissertation D17, TH Darmstadt 1970, und Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, H. 238, Berlin: Ernst & Sohn 1974.
- [3] Röder, F. K.: Berechnung von Stahlbeton- und Spannbetonträgern nach Theorie II. Ordnung. Dissertation D17, TH Darmstadt 1982.
- [4] Grasser, E.: Darstellung und kritische Analyse der Grundlagen für eine wirklichkeitsnahe Bemessung von Stahlbetonquerschnitten bei einachsigen Spannungszuständen. Dissertation, München 1968.
- [5] Grasser, E.: Bemessung der Stahlbetonbauteile. Beton-Kalender 1988, Teil I, S. 431 ff. Berlin: Ernst & Sohn 1988.
- [6] Leonhardt, F.: Vorlesungen über Massivbau. Erster Teil. Dritte Auflage. Berlin: Springer-Verlag 1984.
- [7] Röder, F. K., und Mehlhorn, G.: Kippstabilität ausgewählter Spannbeton- und Stahlbetonträger. Abschlußbericht eines vom Hauptverband der Deutschen Bauindustrie geförderten Forschungsvorhabens, TH Darmstadt 1981.
- [8] Röder, F. K.: Querwert – Programm zur Berechnung von Bruchzustand, Verformungszustand und Querschnittswerten für polygonartig begrenzte Querschnitte für zweiachsige Biegung mit und ohne Normalkraft. Version 4.5; Gh Kassel, Fachgebiet Massivbau, 1988.
- [9] Röder, F. K.: Ermittlung wirklichkeitsnaher Querschnittswerte und Steifigkeiten für vorgespannte oder nicht vorgespannte Rechteck- und T-Querschnittswerte aus Stahlbeton – Tabellen und Diagramme. Forschungsbericht Nr. 11 aus dem Fachgebiet Massivbau, Gh Kassel. Erscheint 1990.

Beton-Schutzring für Erdöl-Lagerbehälter in der Nordsee. Nach [1]

Seit Beginn der Erdölförderung aus 4500 m Tiefe im Fördergebiet Ekofisk 1971 haben sich durch die Erdölentnahme der Meeresgrund und damit auch die Förderplattformen mit der zentral dazu gelegenen Lagerbehälter-Plattform erheblich gesetzt. Als Höchstabsenkung werden 6 m erwartet; damit würden die auf den Plattformen befindlichen Einrichtungen bei starken Stürmen eine Belastung durch den Wellengang erfahren, für die weder sie noch die Plattformen bemessen sind.

Im Laufe des Sommers 1987 wurden die den Zentralbehälter umgebenden stählernen Förderplattformen durch Einbau 6 m langer Stahlstützen angehoben. Dies schien jedoch nicht durchführbar bei der sehr schweren Lagerbehälter-Plattform. Man entschied sich für einen vom Behälter unabhängigen, 106 m hohen und

15,50 m dicken Schutzring von 140 m Durchmesser aus 48 Stahlbetonzellen, der 74 m tief im Wasser steht (Bild 1) und der auch von der Jahrhundert-Welle nicht überspült wird. Da die Ölförderung während der Bauzeit nicht unterbrochen werden durfte, wurde der Ring in zwei Hälften vorgefertigt, eingeschommen, an Ort abgesetzt und dann durch Schließen der beiden Lücken zwischen den Hälften vervollständigt.

Den Auftrag für Entwurf, Herstellung und Einbau des Schutzrings erhielt 1988 das norwegisch-niederländische Konsortium Peconor Ekofisk AF. Es entschied, die Ringhälften bis 12 m Höhe in einem Trockendock bei Rotterdam herzustellen, sie mit einem Spezialschiff nach Alfjorden (nahe Haugesund) an der Westküste Norwegens zu bringen, dort auf

volle Höhe zu betonieren, dann mit Schleppern an die Einbaustelle zu schleppen, dort durch Einbau von Ballast abzusenken und die Lücken zwischen den Hälften auszubetonieren.

Nach der Fertigstellung der 12 m hohen je 27000 t schweren Ringhälften aus je 24 Zellen im Trockendock und dem Fluten des Docks wurde jede Hälfte auf ein abtauchbares Transportschiff gesetzt (Bild 2) und mit ihnen nach Alfjorden gebracht. Dort wurden sie schwimmend nebeneinander vertäut und durch eine mittig zwischen ihnen angeordnete Schwimmbrücke mit dem Festland verbunden.

Auf dieser schwimmenden Baustelle wurden die Ringhälften mit einer Gleitschalung von 12 auf zunächst 83 m Höhe gebracht, dann bis 84 m ein Deck aus Fertigteilen eingebaut, schließlich unter Ver-

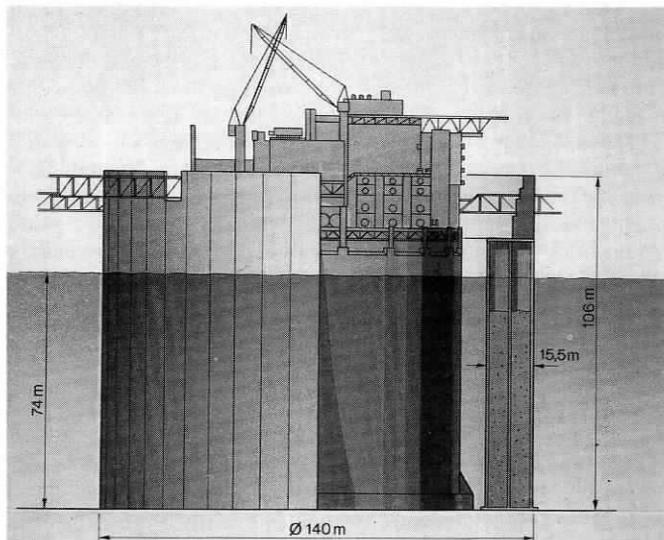


Bild 1. Überblick über den Schutzring mit Querschnitt



Bild 2. Transport einer Ringhälfte von Rotterdam nach Alfjorden

Ermittlung wirklichkeitsnaher Querschnittswerte und Steifigkeiten für vorgespannte oder nicht vorgespannte Rechteck- und T-Querschnitte aus Stahlbeton

(Fortsetzung aus Heft 6/1990 und Schluß)

5 Darstellung der Ergebnisse

Die im Abschnitt 4 abgeleiteten Beziehungen wurden in Anlehnung an bekannte Bemessungsdiagramme ausgewertet. Es wird wegen der einfacheren Schreibweise immer nur ein Index, für schlaife Bewehrung s oder für vorgespannte Bewehrung z , verwendet. Die Aussagen gelten natürlich sinngemäß für beide Fälle.

Als übergeordnete Parameter werden die Querschnittsgeometrie in Form des Breitenverhältnisses $\lambda = b_0/b$ und des Dickenverhältnisses $\delta = d/h$, sowie die Werkstoffkenngrößen für den Beton in Form der Betonfestigkeitsklasse und für die Bewehrung in Form der Fließdehnung und bei vorgespannten Konstruktionen zusätzlich mit einer möglichen Vordehnung gewählt. Es ist nicht mehr möglich, für alle Betonfestigkeitsklassen, wie bei dem allgemeinen Bemessungsdiagramm, mit nur einem Diagramm oder einer Tabelle auszukommen, da die wirklichkeitsnahen Betonspannungsverteilungen nach Bild 2 nicht affin zueinander sind. Weiterhin haben eine mögliche Vordehnung der Bewehrung und die Fließdehnung einen wesentlichen Einfluß auf die Ergebnisse.

Durch den im Abschnitt 2 bereits angegebenen Bezug des Bewehrungsparameters ω^* auf den Elastizitätsmodul der Bewehrung wird die Berechnung der dimensionslosen Beiwerte jedoch unabhängig von der Stahlsorte.

Für das Aufstellen von Tabellen und Diagrammen zur Auswertung der im Abschnitt 4 abgeleiteten Formeln ist es zweckmäßig, eine Kombination der eben beschriebenen übergeordneten Parameter (λ , δ , Betonfestigkeit, Fließdehnung und Vordehnung der Bewehrung) fest vorzugeben und dafür alle Beiwerte durch Veränderung der Verzerrungen auf der Zug- und Druckseite zu berechnen. Alle damit erfaßten Verzerrungskombinationen sind innere Beanspruchungszustände, aus denen über die beiden Gleichgewichtsbedingungen Gln. (39) und (40) der entsprechende Verzerrungszustand mit allen zugehörigen Beiwerten herausgesucht werden kann.

Die Auswertung wird viel übersichtlicher, wenn gleich bei der Variation der Verzerrungen nach einem weiteren Parameter sortiert wird. Es bietet sich der Druckkraft-Parameter k_b^* an, der über die Gleichgewichtsbedingung (39) dem Bewehrungsparameter ω^* entspricht. Da hier der bemessene Querschnitt behandelt wird, kann der Bewehrungsparameter ω^* gewissermaßen auch zu den übergeordneten Querschnittsparametern gezählt werden. Eine Tabelle gilt dann außer für die festen Parameter λ , δ , Betonfestigkeit und Vordehnung des Stahls auch nur für den Vorgabewert $\omega^* = k_b^* = \text{konst.}$, wodurch zwar anzahlmäßig mehr, in sich jedoch übersichtlichere Tabellen aufgestellt werden können. Der Eingangswert für eine so aufgestellte Tabelle besteht dann nur noch aus dem Beiwert m_s , der die Beanspruchung des Querschnitts in Form eines bezogenen Biegemoments erfaßt. Ein Vorteil dieser Wahl der Tabellenparameter liegt darin, daß alle Beanspruchungszustände für einen gegebenen bemessenen Querschnitt in einer Tabelle zusammengefaßt sind.

Für eine bestimmte Querschnittsform (Parameter λ und δ) und Werkstoffvorgaben (Betonfestigkeit, Vordehnung der Bewehrung) können die berechneten Beiwerte in Abhängigkeit von der Biegebeanspruchung (Parameter m_s) und der Bewehrung (Parameter ω^*) auch in Diagrammen dargestellt werden, (siehe Bilder 4 bis 9 beispielhaft für den Steifigkeitsbeiwert k_s). Zur Auswertung der Gleichgewichtsbeziehungen Gl. (39) ist noch anzumerken, daß die Verzerrungen ε_z und $\varepsilon_{z,v}^{(0)}$ üblicherweise in ‰ eingesetzt werden und dadurch der Wert ω^* mit dem Faktor 10^{-3} zu multiplizieren ist.

In den Diagrammen ist auf der Abszisse der Beiwert m_s und auf der Ordinate der Beiwert k_s aufgetragen. Der Zusammenhang zwischen Eingangswert m_s und Ergebniswert k_s wird über die Kurvenschar $\omega_s^* = \text{konst}$ hergestellt. Bei gegebenem m_s und ω_s^* kann der gesuchte k_s -Wert auf der Ordinate abgelesen werden, indem man von der Stelle des Werts m_s auf der Abszisse parallel zur Ordinatenachse nach oben bis zum Schnitt mit der ω_s^* -Kurve geht und von dort parallel zur m_s -Achse auf die Ordinatenachse. Zusätzlich sind noch in den Diagrammen Kurven konstanter Verzerrungen angegeben. Im Schnittpunkt der ω_s^* -Kurve mit der m_s -Linie kann somit auch der zugehörige Verzerrungszustand der Hauptbiegerichtung abgelesen werden.

In den Bildern 4 bis 9 fällt auf, daß die Kurven konstanter Verzerrungen bei allen Bildern gleich und unabhängig von den ω^* -Kurven sind. Hier spiegelt sich eine bekannte Beziehung zwischen Biegemoment, Krümmung und Steifigkeit wieder:

$$\kappa = \frac{|\varepsilon_b| + |\varepsilon_z|}{h} = \frac{M_y}{(EI_y)} \quad (41)$$

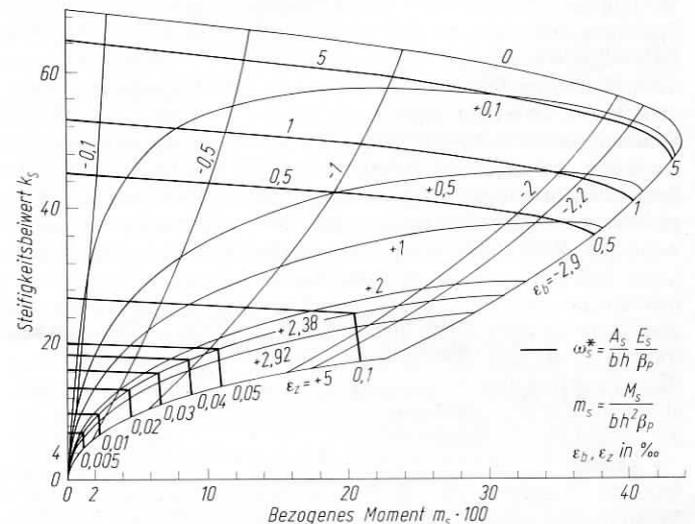


Bild 4. Beiwert $k_s = f(m_s, \omega_s^*)$. Rechteckquerschnitt; Betonfestigkeitsklasse B55; Stahldehnungen $\varepsilon_{s_s} = 2,38\text{‰}$, $\varepsilon_{z_v}^0 = 0$

Fig. 4. Coefficient $k_s = f(m_s, \omega_s^*)$. Rectangular beam; concrete B55 (characteristic compressive cube strength of 55 N/mm²); steel strains $\varepsilon_{s_s} = 2,38\text{‰}$, $\varepsilon_{z_v}^0 = 0$

Dr.-Ing. Friedrich-Karl Röder, Akad. Oberrat z. A. im Fachgebiet Massivbau, FB Bauingenieurwesen, Gesamthochschule Kassel, FB14, Postfach 10 13 80, 3500 Kassel.

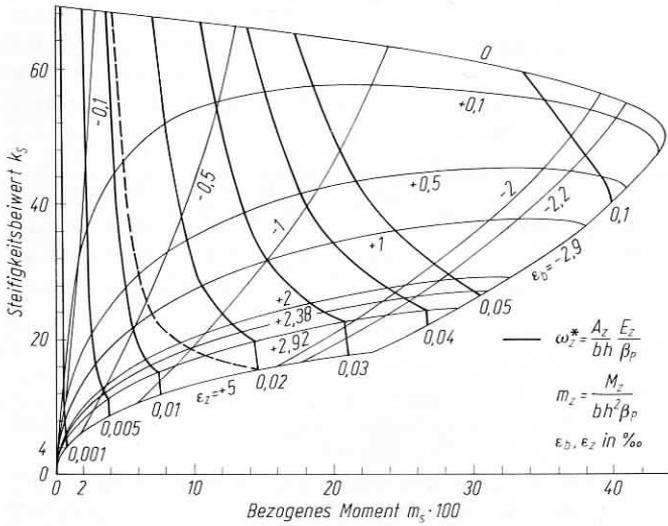


Bild 5. Beiwert $k_S = f(m_z, \omega^*)$. Rechteckquerschnitt; Betonfestigkeitsklasse B55; Stahldehnungen $\epsilon_{sz} = 8,05\%$, $\epsilon_{zv}^0 = 5,13\%$

Fig. 5. Coefficient $k_S = f(m_z, \omega^*)$. Rectangular beam; concrete B55; steel strains $\epsilon_{sz} = 8,05\%$, $\epsilon_{zv}^0 = 5,13\%$

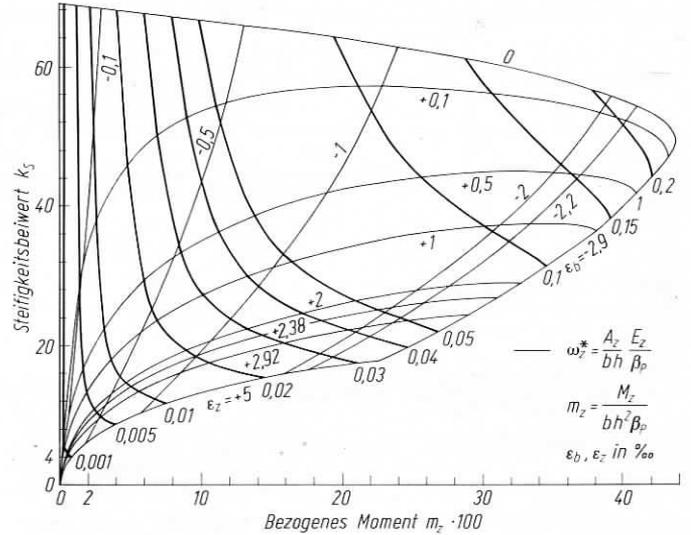


Bild 6. Beiwert $k_S = f(m_z, \omega^*)$. Rechteckquerschnitt; Betonfestigkeitsklasse B55; Stahldehnungen $\epsilon_{sz} = 8,05\%$, $\epsilon_{zv}^0 = 2,92\%$

Fig. 6. Coefficient $k_S = f(m_z, \omega^*)$. Rectangular beam; concrete B55; steel strains $\epsilon_{sz} = 8,05\%$, $\epsilon_{zv}^0 = 2,92\%$

Durch die gewählte Form der Darstellung, Momentenbeiwert auf der Abszisse und Steifigkeitsbeiwert auf der Ordinate, ergibt sich für die zugehörige Krümmung *ein* fester Punkt im Diagramm. Die unterschiedliche Lage der Kurven $\omega^* = \text{konst}$ bei den Bildern 4 bis 9 zu den Kurven der Verzerrungen gibt den Einfluß der Bewehrung an. Über die Beziehung (41) kann damit auch die im Abschnitt 4 nicht behandelte Hauptbiegesteifigkeit (EI_y) ermittelt werden.

Die Diagramme werden durch die vorgegebenen Grenzwertkurven der Verzerrungen umrandet. Es beginnt im Koordinatennullpunkt mit der Kurve $\epsilon_z = \text{konst} = \epsilon_{zu}$ ($= 5\%$), die in die Kurve $\epsilon_b = \text{konst} = \epsilon_{bu}$ ($= -2,9\%$ für B 55) abknickt. Die obere Begrenzung ist die Kurve für $\epsilon_z = \text{konst} = 0$, und die linke Begrenzung für $\epsilon_b = \text{konst} = 0$ fällt mit der Ordinatenachse zusammen. Diese vier Kurven geben den Gültigkeitsbereich der Berechnungen an.

Mit den Bildern 4 bis 9 soll noch auf einige grundsätzliche Zusammenhänge hingewiesen werden. Die ω^* -Kurven haben für vorgespannte und nicht vorgespannte Bewehrung völlig andere Verläufe. Während beim nicht vorgespannten Querschnitt die ω^* -Kurven nur schwach geneigt zur Abszisse verlaufen (Bild 4), nähern sich beim vorgespannten Querschnitt die ω^* -Kurven mehr der Richtung der Ordinatenachse (Bild 5).

Alle ω^* -Kurven haben gemeinsam, daß sie bei Fließbeginn der Bewehrung abknicken und nahezu parallel zur Ordinatenachse verlaufen, bis die rechnerische Bruchdehnung ϵ_{zu} erreicht ist. Dies bedeutet, daß nach Erreichen der Fließdehnung die Steifigkeiten sehr schnell abnehmen und hierzu nur sehr kleine Momentenzuwächse erforderlich sind. Hier stößt die Ablesegenauigkeit der Diagramme an ihre Grenzen, und es ist vorteilhafter, auf Tabellen zurückzugreifen.

Der Einfluß einer unterschiedlichen Vordehnung der Bewehrung wird beim Vergleich der Bilder 5 und 6 deutlich. Die Kurven gleicher ω^* -Werte sehen zwar ähnlich aus, sind jedoch nicht affin zueinander und liegen an anderen Stellen im Diagramm. Als Beispiel ergibt sich für $\sigma_{zv}^0 = 1000 \text{ N/mm}^2$ und $E_s = 195000 \text{ N/mm}^2$ (St 1570/1770) eine Vordehnung von $\epsilon_{zv}^0 = 5,13\%$. Die Fließdehnung des Spannstahls $\epsilon_{sz} = 8,05\%$ wird also bei $\epsilon_{sz} = 2,92\% < \epsilon_{zu}$ erreicht. Bei dieser Dehnung tritt ein Knick in der ω^* -Kurve im Bild 5 auf. Wird die Vordehnung ϵ_{zv}^0 verkleinert, wandert der Knickpunkt in Richtung $\epsilon_{zu} = 5\%$ und liegt für $\epsilon_{zv}^0 = 3,05\%$ auf der ϵ_{zu} -Kurve. Dann treten im dargestellten Bereich zwischen $\epsilon_z = 0$ und $\epsilon_z = \epsilon_{zu} = 5\%$ keine Knicke mehr in den ω^* -Kurven auf. Für

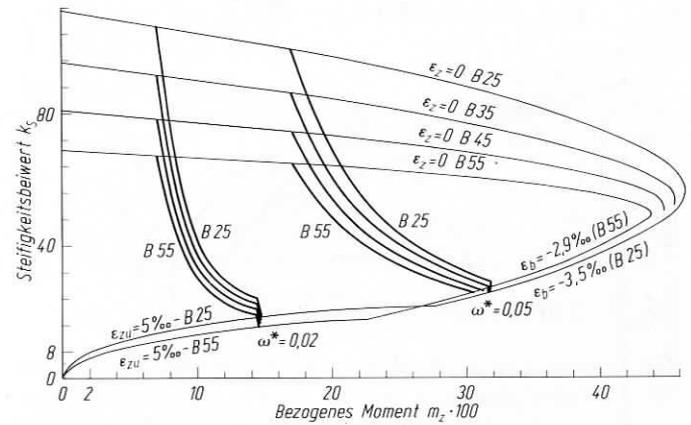


Bild 7. Beiwert $k_S = f(m_z, \omega^*)$. Rechteckquerschnitt; Betonfestigkeitsklasse B25 bis B55; Stahldehnung $\epsilon_{sz} = 8,05\%$; $\epsilon_{zv}^0 = 5,13\%$

Fig. 7. Coefficient $k_S = f(m_z, \omega^*)$. Rectangular beam; concrete B25 to B55; steel strains $\epsilon_{sz} = 8,05\%$, $\epsilon_{zv}^0 = 5,13\%$

das Bild 6 ist eine Vordehnung $\epsilon_{zv}^0 = 2,92\% < 3,05\%$ (z. B. für $\sigma_{zv}^0 = 600 \text{ N/mm}^2$, $E_s = 205000 \text{ N/mm}^2$) gewählt worden. Im Bild 5 ($\epsilon_{zv}^0 = 5,13\%$) ist die Kurve für $\omega^* = 0,02$ des Bildes 6 ($\epsilon_{zv}^0 = 2,92\%$) gestrichelt eingetragen, um den unmittelbaren Vergleich zu haben.

Bild 7 verdeutlicht den Einfluß der Betonfestigkeit. Dargestellt sind für einen Rechteckquerschnitt und eine Vordehnung $\epsilon_{zv}^0 = 5,13\%$ (siehe Bild 5) die umhüllenden Kurven des Gültigkeitsbereichs für die beiden Betone B55 mit $\epsilon_{zu} = 5\%$, $\epsilon_{bu} = -2,9\%$, $\epsilon_z = 0$ und B25 mit $\epsilon_{zu} = 5\%$, $\epsilon_{bu} = -3,5\%$, $\epsilon_z = 0$. Für die Betonfestigkeitsklassen B35 und B45 sind nur die oberen Grenzkurven $\epsilon_z = 0$ angegeben. Die nicht dargestellten Kurven für ϵ_{zu} und ϵ_{bu} der Betone B35 und B45 liegen innerhalb des schmalen Bands dieser Kurven für B25 und B55; sie sind wegen der besseren Übersichtlichkeit nicht dargestellt. In diesem Diagramm spiegelt sich auch die völligere Form der Einheitsparabel eines B25 im Vergleich zu einem B55 besonders im oberen linken Bereich des Diagramms, dem Bereich kleiner Randverzerrungen, wieder. Die Grenzkurve $\epsilon_z = 0$ liegt hier für einen B25 deutlich über der eines B55, was zunächst größere Steifigkeitsbeiwerte bedeutet. Dies liegt jedoch nur an der hier gewählten dimensionslosen Darstellungsform mit den Einheitsparabeln des Betonverhal-

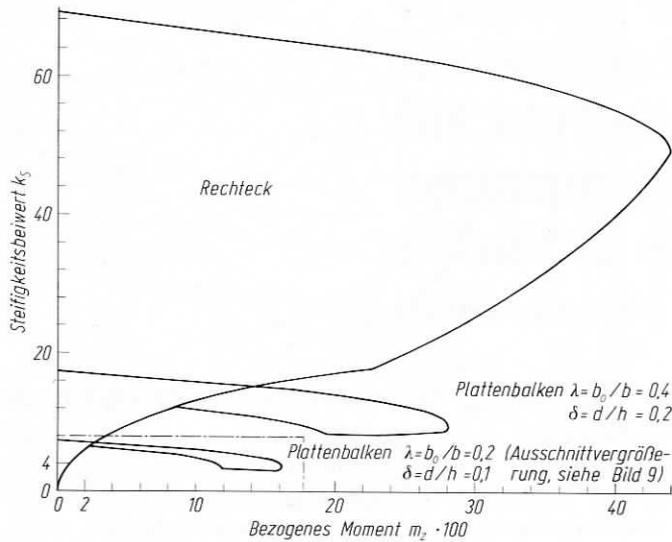


Bild 8. Beiwert $k_s = f(m_z, \omega_s^*)$. Vergleich Rechteck zu Plattenbalken; Betonfestigkeitsklasse B55; Stahldehnungen $\epsilon_{sz} = 8,05\%$; $\epsilon_{zv}^0 = 5,13\%$
Fig. 8. Coefficient $k_s = f(m_z, \omega_s^*)$. Comparison rectangular beam – T-beam; concrete B55; steel strains $\epsilon_{sz} = 8,05\%$, $\epsilon_{zv}^0 = 5,13\%$

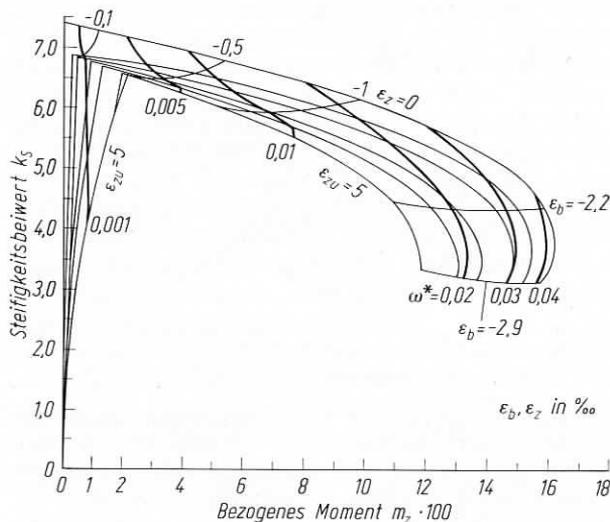


Bild 9. Beiwert $k_s = f(m_z, \omega_s^*)$. Plattenbalken $\lambda = 0,2$; $\delta = 0,1$; Betonfestigkeitsklasse B55; Stahldehnungen $\epsilon_{sz} = 8,05\%$; $\epsilon_{zv}^0 = 5,13\%$
Fig. 9. Coefficient $k_s = f(m_z, \omega_s^*)$. T-beam; $\lambda = 0,2$; $\delta = 0,1$; concrete B55; steel strains $\epsilon_{sz} = 8,05\%$, $\epsilon_{zv}^0 = 5,13\%$

tens nach Bild 3. Absolut gesehen liefert ein Beton B55 bei gleicher Beanspruchung natürlich größere Steifigkeiten als ein B25. Zum Vergleich sind zusätzlich noch die Kurven für den Parameter $\omega^* = 0,02$ und $\omega^* = 0,05$ für alle vier Betonfestigkeitsklassen eingetragen.

Bild 8 zeigt die Gültigkeitsbereiche eines Rechteckquerschnitts und zweier Plattenbalkenquerschnitte. Die für die Plattenbalken angenommenen Verhältnswerte für $\lambda = b_0/b = 0,4$ und $0,2$ und $\delta = d/h = 0,2$ und $0,1$ geben etwa die Bereiche wieder, zwischen denen die Abmessungen praxisnaher Querschnitte liegen. Man erkennt, daß zumindest für die praxisgerechten Plattenbalkenquerschnitte der Bereich zwischen der unteren ($\epsilon_{zu} = 5\%$) und oberen ($\epsilon_z = 0$) Grenzkurve nur sehr schmal, im Vergleich zum Rechteck, ist. Dies ist wegen des „fehlenden“ Betons im Stegbereich eines Plattenbalkens nicht verwunderlich. Die untere Grenzkurve $\epsilon_{zu} = 5\%$ knickt für die Plattenbalkenquerschnitte dort ab, wo die Nulllinie beginnt, in den Steg zu wandern.

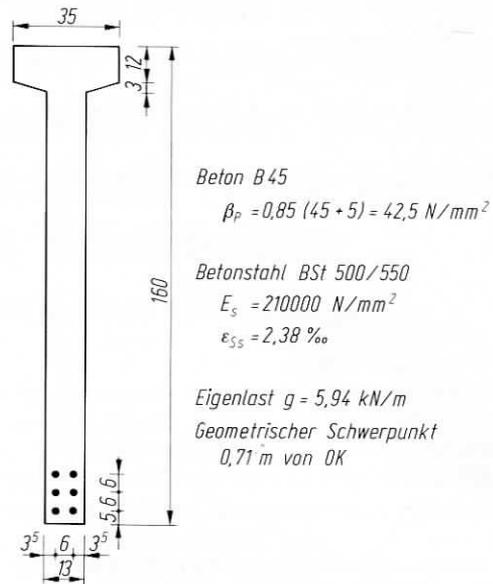


Bild 10. Nicht vorgespannter T-Querschnitt
Fig. 10. Reinforced T-beam

Im Bild 9 sind die Kurven für den Plattenbalkenquerschnitt $\lambda = 0,2$ und $\delta = 0,1$ in sehr viel größerem Maßstab dargestellt. Hier soll gezeigt werden, daß zumindest bei Plattenbalken die Diagramme unübersichtlich werden und die Ablesegenauigkeit zu wünschen übrig läßt. Eine Auswertung in Tabellenform ist für Plattenbalken die bessere Lösung.

6 Zahlenbeispiele

Es werden ein vorgespannter und ein nicht vorgespannter T-Querschnitt untersucht. Die Querschnitte sind aus [7] entnommen. Die mit dem hier vorgestellten Verfahren ermittelten Ergebnisse werden mit den Ergebnissen eines Querschnittswerte-Rechenprogramms [8], das Querschnittsvouten und die Verteilung der Bewehrung in der Zugzone auch erfaßt, verglichen. Die Ergebnisse des Rechenprogramms sind im folgenden in Klammern gesetzt; dabei gibt der erste Wert das Ergebnis des Querschnitts mit Voute und Bewehrungsverteilung, der zweite Wert das des abgeänderten Querschnitts ohne Voute und mit einer konzentriert im Bewehrungsschwerpunkt angesetzten Bewehrung an.

6.1 Nicht vorgespannter T-Querschnitt

Es wird der T-Querschnitt nach Bild 10 behandelt. Es ergeben sich folgende Querschnittsparameter mit näherungsweise rechteckigem Obergurt:

$$d = 12 + \frac{1}{2} \cdot 3 = 13,5 \text{ cm}, h = 160 - 6 - 5 = 149 \text{ cm}$$

$$\lambda = b_0/b = 13/35 = 0,371, \delta = d/h = 13,5/149 = 0,091$$

$$\omega_s^* = \frac{6 \cdot 6,16}{35 \cdot 149} \frac{210000}{42,5} \cdot 10^{-3} = 0,035$$

$$\epsilon_{zv}^0 = 0, \quad \epsilon_{sS} = 2,38\%$$

Für diese Querschnittsparameter ist eine Tabelle mit allen möglichen Gleichgewichtszuständen zwischen ϵ_{zu} und ϵ_{bu} berechnet worden, von der die hier abgedruckte Tabelle 2 einen Ausschnitt wiedergibt.

Trägerlänge 18 m, Streckenlast 19,2 kN/m,

$$\max M = \frac{19,2 + 5,94}{8} \cdot 18^2 = 1018 \text{ kNm}, \text{ Eigenlast } 5,94 \text{ kN/m}$$

Tabelle 2. Beiwerte für T-Querschnitt nach Bild 10. Beiwerte: für Plattenbalken $\lambda = 0,37$; $\delta = 0,09$; $k_b^* = \omega_s^* = 0,035$; für Beton B 45 und Bewehrung mit $\varepsilon_{ss} = 2,38\text{‰}$ (z. B. BSt 500/500)

Table 2. Coefficients for T-beam acc. to Fig. 10. Coefficients: for T-beams $\lambda = 0,37$; $\delta = 0,09$; $k_b^* = \omega_s^* = 0,035$; for concrete B 45 (characteristic compressive cube strength of 45 N/mm²) and reinforcement with $\varepsilon_{ss} = 2,38\text{‰}$ (for example BSt 500/500)

ε_z	ε_b	ε_r	k_x	k_b	$100m_s$	k_e	$100k_{sy}$	$100k_{sz}$	k_T	k_{em1}^T	k_{em2}^T	k_m^T	k_S	k_{em1}^S	k_{em2}^S	k_m^S
1,100	0,434	0,295	0,283	0,039	3,580	0,000	0,252	0,186	6,643	0,783	0,893	0,222	7,373	0,875	0,931	0,223
1,000	0,392	0,266	0,282	0,035	3,256	0,000	0,229	0,168	6,778	0,800	0,900	0,221	7,439	0,884	0,935	0,222
0,900	0,351	0,237	0,280	0,032	2,931	0,000	0,207	0,150	6,911	0,818	0,908	0,220	7,505	0,893	0,937	0,221
0,800	0,310	0,209	0,279	0,028	2,606	0,000	0,184	0,132	7,044	0,835	0,915	0,219	7,569	0,902	0,94	0,220

nach Gl. (9): $100 m_s = \frac{100 \cdot 1,018}{0,35 \cdot 1,49^2 \cdot 42,5} = 3,083$.

Dieser 100 m_s -Wert ist der Eingangswert für die Tabelle 2. Zur Bestimmung aller zugehörigen weiteren Beiwerte wird zwischen den beiden mittleren Zeilen der Tabelle 2 linear interpoliert.

Die Querschnittswerte und Steifigkeiten werden dann wie folgt berechnet:

Seitliche Biegesteifigkeit (EL_z):

a) Betondruckzone nach Gl. (14) mit $k_s = 7,50$ bzw.

$k_T = 6,87$ nach Tabelle 2:

$(EL_z)_b^S = 7,5 \cdot 0,35^3 \cdot 1,49 \cdot 42,5 = 20,36 \text{ MNm}^2$;

$(EL_z)_b^T = 6,87 \cdot 0,35^3 \cdot 1,49 \cdot 42,5 = 18,65 \text{ MNm}^2$.

b) Bewehrung:

$(EL_z)_s = 6 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 6,16 \cdot 10^{-4} \cdot 0,03^2 = 0,7 \text{ MNm}^2$

c) Betonanteil + Bewehrung:

$(EL_z)^S = 20,36 + 0,7 = 21,06 \text{ MNm}^2$ (20,44; 20,99),

$(EL_z)^T = 18,65 + 0,7 = 19,35 \text{ MNm}^2$ (18,78; 19,29).

Abstand e des elastischen Schwerpunkts von der Nulllinie:

$k_e = 0$ nach Tabelle 2, d. h. elastischer Schwerpunkt fällt mit Nulllinie zusammen. Der Abstand des elastischen Schwerpunkts von der Oberkante ist dann $x = h k_x$ mit $k_x = 0,281$ nach Tabelle 2:

$x = 0,281 \cdot 1,49 = 0,42 \text{ m}$ (0,42; 0,42).

Integral der Abtriebskräfte:

a) Betondruckzone nach Gl. (26) mit $100 k_{sy} = 0,218$ und $100 k_{sz} = 0,158$ nach Tabelle 2:

$\int \int_{A_b} \sigma_b (y_b^2 + z_b^2) dA_b$

$= 0,01 (0,218 \cdot 0,35^3 \cdot 1,49 + 0,158 \cdot 0,35 \cdot 1,49^3) \cdot 42,5 = 0,084 \text{ MNm}^2$ (0,084; 0,084).

b) Bewehrungsanteil mit $\varepsilon_z = 0,95\text{‰}$ nach Tabelle 2:

$\sum \sigma_{s,i} (y_{s,i}^2 + z_{s,i}^2) A_{s,i} = 6 \cdot 6,16 \cdot 10^{-4} \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 0,95 \cdot 10^{-3} \cdot (0,03^2 + (1,49 - 0,42)^2) = 0,845 \text{ MNm}^2$ (0,849; 0,847).

c) Betonanteil + Bewehrung:

Es ist zu beachten, daß der Betonanteil aus einer Druckspannung (-) und der Bewehrungsanteil aus einer Zugspannung (+) folgt.

$\int \int \sigma (y^2 + z^2) dA = -0,084 + 0,845 = 0,761 \text{ MNm}^2$ (0,765; 0,763).

St. Venantsche Torsionssteifigkeit der Betondruckzone:

mit $k_{em1}^T = 0,810$; $k_{em2}^T = 0,905$; $k_{em1}^S = 0,889$ und $k_{em2}^S = 0,937$ nach Tabelle 2:

a) Obergurt mit $b = 35 \text{ cm}$ und $d = 13,5 \text{ cm}$:

$b/d = 35/13,5 = 2,59 \rightarrow \alpha_{T,1} = 0,252$ nach (28);

$\bar{E}_1^T = 1000 \cdot 0,81 \cdot 42,5 = 34435 \text{ MN/m}^2$;

$\bar{E}_1^S = 37782 \text{ MN/m}^2$

mit $\mu=0,2 \rightarrow G_{b,1}^T = 14344 \text{ MN/m}^2$; $G_{b,1}^S = 15743 \text{ MN/m}^2$;

$(GI_T)_1^T = 14344 \cdot 0,252 \cdot 0,35 \cdot 0,135^3 = 3,11 \text{ MN/m}^2$;

$(GI_T)_1^S = 3,42 \text{ MN/m}^2$.

b) Steganteil mit $b_0 = 13 \text{ cm}$ und

$d_s = x - d = 42 - 13,5 = 28,5 \text{ cm}$;

$d_s/b_0 = 28,5/13 = 2,19 \rightarrow \alpha_{T,2} = 0,238$ nach (28);

$\bar{E}_2^T = 1000 \cdot 0,905 \cdot 42,5 = 38463 \text{ MN/m}^2$;

$\bar{E}_2^S = 39822 \text{ MN/m}^2$

mit $\mu=0,2 \rightarrow G_{b,2}^T = 16026 \text{ MN/m}^2$; $G_{b,2}^S = 16593 \text{ MN/m}^2$;

$(GI_T)_2^T = 16026 \cdot 0,238 \cdot 0,285 \cdot 0,13^3 = 2,39 \text{ MN/m}^2$;

$(GI_T)_2^S = 2,47 \text{ MN/m}^2$.

c) Obergurt + Steg:

$(GI_T)_b^T = 3,11 + 2,39 = 5,5 \text{ MN/m}^2$ (5,69; 5,48);

$(GI_T)_b^S = 5,89 \text{ MN/m}^2$

Lage des Schubmittelpunkts:

a) Betondruckzone nach Gl. (36) mit $k_{m,b}^T = k_{m,b}^S = 0,22$ aus Tabelle 2:

$z_{M,b} = 0,22 \cdot 1,49 = 0,33 \text{ m}$ (0,33; 0,33).

b) $z_{M,s}$ der Bewehrung nach Gl. (38):

$z_{M,s} = 1,49 (0,2807 - 1) = -1,07 \text{ m}$.

c) Betondruckzone + Bewehrung nach Gl. (37):

$z_M = \frac{0,33 \cdot 20,36 - 1,07 \cdot 0,7}{21,06} = 0,28 \text{ m}$ (0,27; 0,28).

Da die elastische Schwerlinie mit der Nulllinie zusammenfällt, ist in diesem Fall z_M ohne weitere Rechnung sofort der Abstand zwischen S und M .

Hauptbiegesteifigkeit nach Gl. (41) mit $\varepsilon_b = 0,37\text{‰}$ und $\varepsilon_z = 0,95\text{‰}$ nach Tabelle 2:

$(EI_y) = \frac{1,018 \cdot 1,49}{0,37 + 0,95} \cdot 10^3 = 1149 \text{ MN/m}^2$ (1153; 1152).

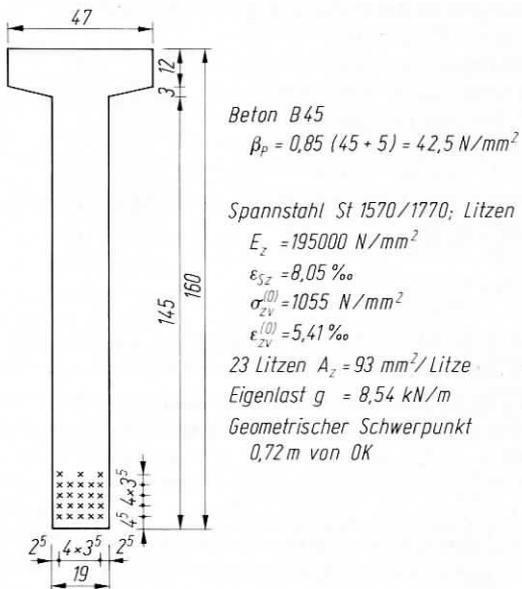


Bild 11. Vorgespannter T-Querschnitt

Fig. 11. Prestressed T-beam

6.2 Vorgespannter T-Querschnitt

Es wird der im Bild 11 dargestellte T-Querschnitt behandelt. Schwerpunkt y_z der Spannbewehrung vom unteren Rand:

$$y_z = \frac{5(4,5 + 8 + 11,5 + 15) + 3 \cdot 18,5}{23} = 10,9 \text{ cm}$$

$h = 160 - 10,9 = 149,1 \text{ cm}$, $d = 12 + 1,5 = 13,5 \text{ cm}$
 $\lambda = b_0/b = 19/47 = 0,4$, $\delta = 13,5/149,1 = 0,09$

$$\omega_z^* = \frac{23 \cdot 0,93}{47 \cdot 149,1} \cdot \frac{195\,000}{42,5} \cdot 10^{-3} = 0,014$$

$$\varepsilon_{zv}^{(0)} = 5,41\text{‰}$$
; $\varepsilon_{Sz} = 8,05\text{‰}$

Für diese Querschnittsparameter ist eine Tabelle mit allen möglichen Gleichgewichtszuständen zwischen ε_{zu} und ε_{bu} berechnet worden, aus der der hier maßgebende Auszug in Tabelle 3 angegeben ist.

Trägerlänge 25 m
 Streckenlast 17,0 kN/m, $\max M = \frac{17 \cdot 8,54}{8} \cdot 25^2 = 1995 \text{ kNm}$.
 Eigenlast 8,54 kN/m

Die Beiwerte werden für eine 1,75fache Belastung berechnet.

$$100 m_z = \frac{100 \cdot 1,75 \cdot 1,995}{0,47 \cdot 1,491^2 \cdot 42,5} = 7,863$$

Mit diesem Eingangswert werden aus der Tabelle 3 die entsprechenden Beiwerte zwischen den beiden mittleren Zeilen linear interpoliert.

Seitliche Biegesteifigkeit (EL_z):

a) Betondruckzone nach (14) mit $k_s = 7,73$ bzw. $k_T = 6,28$ aus Tabelle 3:

$$(EL_z)_b^S = 7,73 \cdot 0,47^3 \cdot 1,491 \cdot 42,5 = 50,86 \text{ MNm}^2$$
;
 $(EL_z)_b^T = 6,28 \cdot 0,47^3 \cdot 1,491 \cdot 42,5 = 41,32 \text{ MNm}^2$

b) Bewehrung:

$$(EL_z)_z = 2 [5 \cdot 0,07^2 + 4 \cdot 0,035^2] \cdot 0,93 \cdot 10^{-4} \cdot 195\,000 = 1,07 \text{ MNm}^2$$

c) Betondruckzone + Bewehrung:

$$(EL_z)^S = 50,86 + 1,07 = 51,93 \text{ MNm}^2 (50,84; 51,95)$$
;
 $(EL_z)^T = 41,32 + 1,07 = 42,39 \text{ MNm}^2 (41,54; 42,44)$

Abstand e des elastischen Schwerpunkts von der Nulllinie mit $k_e = 0,2$ aus Tabelle 3:

$$e = 0,2 \cdot 1,491 = 0,3 \text{ m}$$

Druckzonenhöhe $x = h \cdot k_x$ mit $k_x = 0,45$ aus Tabelle 3:

$$x = 0,45 \cdot 1,491 = 0,67 \text{ m} (0,67; 0,67)$$

Lage des elastischen Schwerpunkts vom oberen Rand:

$$x - e = 0,37 \text{ m} (0,37; 0,37)$$

Integral der Abtriebskräfte:

a) Betondruckzone nach Gl. (26) mit $100 k_{sy} = 0,472$,

$$100 k_{sz} = 0,241 \text{ aus Tabelle 3:}$$

$$\iint_{A_b} \sigma_b (y_b^2 + z_b^2) dA_b =$$

$$= 0,01 (0,472 \cdot 0,47^3 \cdot 1,491 + 0,241 \cdot 0,47 \cdot 1,491^3) \cdot 42,5$$

 $= 0,19 \text{ MNm}^2 (0,19; 0,19)$

Tabelle 3. Beiwerte für T-Querschnitt nach Bild 11. Beiwerte: für Plattenbalken $\lambda = 0,40$; $\delta = 0,09$; $k_b^* = \omega_z^* = 0,014$; für Beton B 45 und Bewehrung mit $\varepsilon_{Sz} = 8,05\text{‰}$ und $\varepsilon_{zv}^0 = 5,41\text{‰}$ (z. B. St.1570/1770 mit $\sigma_{zv}^0 = 1055 \text{ N/mm}^2$)

Table 3. Coefficients for T-beam acc. to Fig. 11. Coefficients: for T-beams $\lambda = 0,40$; $\delta = 0,09$; $k_b^* = \omega_z^* = 0,014$; for concrete B 45 (characteristic compressive cube strength of 45 N/mm^2) and reinforcement with $\varepsilon_{Sz}^0 = 8,05\text{‰}$ and $\varepsilon_{zv}^0 = 5,41\text{‰}$; (for example BSt 1570/1770 with $\sigma_{zv}^0 = 1055 \text{ N/mm}^2$)

ε_z	ε_b	ε_r	k_x	k_b	$100 m_z$	k_e	$100 k_{sy}$	$100 k_{sz}$	k_T	k_{em1}^T	k_{em2}^T	k_m^T	k_S	k_{em1}^S	k_{em2}^S	k_m^S
1,100	0,831	0,656	0,430	0,091	8,083	0,190	0,490	0,235	6,030	0,600	0,802	0,332	7,549	0,781	0,885	0,338
1,000	0,795	0,632	0,443	0,090	7,924	0,199	0,477	0,238	6,202	0,614	0,808	0,342	7,670	0,788	0,888	0,348
0,900	0,760	0,610	0,458	0,088	7,778	0,209	0,464	0,244	6,382	0,628	0,814	0,354	7,802	0,795	0,891	0,360
0,800	0,723	0,585	0,475	0,087	7,613	0,221	0,450	0,250	6,580	0,642	0,820	0,367	7,949	0,803	0,894	0,373

Es ist zu beachten, daß dieser Anteil aus Druckspannungen folgt und deshalb bei weiterführenden Berechnungen mit negativem Vorzeichen berücksichtigt werden muß.

b) Anteil der Spannbewehrung mit $\varepsilon_z = 0,96\text{‰}$ aus Tabelle 3:

$$\sum \sigma_{z,i} (y_{z,i}^2 + z_{z,i}^2) A_{z,i} =$$

$$= 1,95 \cdot 10^5 \cdot (0,96 + 5,41) \cdot 10^{-3} \cdot 0,93 \cdot 10^{-4} \cdot [23 \cdot (1,491 - 0,37)^2 + 10 \cdot 0,07^2 + 8 \cdot 0,035^2]$$

$$= 3,35 \text{ MNm}^2 (3,37; 3,36)$$

Dieser Anteil der Spannbewehrung wird bei Stabilitätsnachweisen üblicherweise mit der Torsionssteifigkeit zusammengefaßt.

St. Venantsche Torsionssteifigkeit der Betondruckzone mit $k_{em,1}^T = 0,62$; $k_{em,2}^T = 0,81$; $k_{em,1}^S = 0,89$ und $k_{em,2}^S = 0,87$ aus Tabelle 3:

a) Obergurt mit $b = 47 \text{ cm}$ und $d = 13,5 \text{ cm}$:

$$b/d = 47/13,5 = 3,48 \rightarrow \alpha_{T,1} = 0,273 \text{ nach Gl. (28);}$$

$$\bar{E}_1^T = 1000 \cdot 0,62 \cdot 42,5 = 26\,350 \text{ MN/m}^2$$

$$\bar{E}_1^S = 37\,825 \text{ MN/m}^2$$

$$\text{mit } \mu = 0,2 \rightarrow G_{b,1}^T = 10\,979 \text{ MN/m}^2$$

$$G_{b,1}^S = 15\,760 \text{ MN/m}^2$$

$$(GI_T)_1^T = 10\,979 \cdot 0,273 \cdot 0,47 \cdot 0,135^3 = 3,46 \text{ MNm}^2$$

$$(GI_T)_1^S = 4,98 \text{ MNm}^2$$

b) Steganteil mit $b_0 = 19 \text{ cm}$ und

$$d_s = x - d = 67 - 13,5 = 53,5 \text{ cm}$$

$$d/b_0 = 53,5/19 = 2,82 \rightarrow \alpha_{T,2} = 0,258 \text{ nach Gl. (28);}$$

$$\bar{E}_2^T = 1000 \cdot 0,81 \cdot 42,5 = 34\,425 \text{ MN/m}^2$$

$$\bar{E}_2^S = 36\,975 \text{ MN/m}^2$$

$$\text{mit } \mu = 0,2 \rightarrow G_{b,2}^T = 14\,344 \text{ MN/m}^2$$

$$G_{b,2}^S = 15\,406 \text{ MN/m}^2$$

$$(GI_T)_2^T = 14\,344 \cdot 0,258 \cdot 0,535 \cdot 0,19^3 = 13,58 \text{ MNm}^2$$

$$(GI_T)_2^S = 14,58 \text{ MNm}^2$$

c) Obergurt + Steg:

$$(GI_T)_b^T = 3,46 + 13,58 = 17,04 \text{ MNm}^2 (17,11; 17,16)$$

$$(GI_T)_b^S = 19,56 \text{ MNm}^2$$

Lage des Schubmittelpunkts:

a) Betondruckzone nach (36) mit $k_{m,b}^T = 0,346$ oder

$$k_{m,b}^S = 0,353 \text{ aus Tabelle 3:}$$

$$z_{M,b} = 0,35 \cdot 1,491 = 0,52 \text{ m} (0,52; 0,52)$$

b) Abstand $z_{M,z}$ der Bewehrung nach Gl. (38):

$$z_{M,z} = 1,491 (0,45 - 1) = -0,82 \text{ m}$$

c) Betondruckzone + Bewehrung nach Gl. (37):

$$z_M = \frac{0,52 \cdot 50,86 - 0,82 \cdot 1,07}{51,93} = 0,49 \text{ m;}$$

z_M ist der Abstand von der Nulllinie.

Der Abstand des Schubmittelpunkts vom elastischen Schwerpunkt ergibt sich zu

$$z_M - e = 0,49 - 0,30 = 0,19 \text{ m} (0,18; 0,19)$$

Hauptbiegesteifigkeit nach Gl. (41) mit $\varepsilon_b = 0,78\text{‰}$ und $\varepsilon_z = 0,96\text{‰}$ aus Tabelle 3:

Einfluß der Vorspannung:

Hebelarm $z_{z,v}$ von S:

$$z_{z,v} = h - x + e = 1,49 - 0,67 + 0,30 = 1,12 \text{ m;}$$

Vorspannkraft Z_v : $Z_v = 23 \cdot 0,93 \cdot 10^{-4} \cdot 1055 = 2,26 \text{ MN}$;

$$(EI_y) = \frac{(1,75 \cdot 1,995 - 2,26 \cdot 1,12) \cdot 1,491}{0,78 + 0,96} \cdot 10^3 =$$

$$= 823 \text{ MN/m}^2 \text{ (821; 821) .}$$

7 Schlußbemerkung

In der Praxis scheidet die Ermittlung wirklichkeitsnaher Steifigkeiten und Querschnittswerte für Stahlbeton- und Spannbetonquerschnitte oft an der Unkenntnis einer wirklichkeitsnahen Werkstoffbezeichnung für den Beton und an der zeitaufwendigen iterativen Bestimmung der erforderlichen lastabhängigen Randverzerrungen. Für die Betondruckzone wird für vier Betonfestigkeitsklassen eine wirklichkeitsnahe Werkstoffbeziehung in Form eines Polynoms 4. Ordnung angegeben, die stetig ist und sich leicht differenzieren sowie integrieren läßt. Die angegebenen Formeln für die Beiwerte zur Ermittlung der Steifigkeiten und Querschnittswerte sind das Ergebnis der ausgeführten Integration der Werkstofffunktionen (Spannungen oder E-Modul) über die wirksame Querschnittsfläche und sind für einen Rechteck- und T-Querschnitt die genaue Lösung.

Die Ansatzformeln für die Berechnung der Biegefestigkeiten, des elastischen Schwerpunkts und des Integrals der Abtriebskräfte sind die bekannten Ausdrücke der Elastostatik; sie können auch von daher als genau bezeichnet werden. Die Torsionssteifigkeit und der Schubmittelpunkt werden ermittelt mit einfachen Näherungsformeln, die mit verhältnismäßig geringem Aufwand genügend genaue Lösungen liefern.

Die iterative Bestimmung der lastabhängigen Randverzerrungen kann durch die dargestellte tabellarische Form der Ergebnisse (siehe Tabelle 2 oder 3) umgangen werden, wo für bestimmte vorgegebene Geometrie- und Werkstoffparameter mögliche, zwischen den beiden Grenzzuständen Null und Bruch liegenden Kombinationen der Belastung (Biegemoment) und der zugehörigen Randverzerrungen angegeben sind. Die Tabellen wurden mit einem Rechenprogramm aufgestellt. Es ist vorgesehen, für häufig vorkommende Abmessungsverhältnisse und Werkstoffgrößen Tabellen und Diagramme in der angegebenen Form aufzustellen [9].

Literatur siehe Heft 6/1990, Seite 159

Bücherschau

Eibl, J., Keintzel, E., und Charlier, H.: **Dynamische Probleme im Stahlbetonbau**. Teil II: Stahlbetonbauteile und -bauwerke unter dynamischer Beanspruchung. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 392. Berlin: Beuth-Verlag 1988. 145 Seiten, 147 Bilder, DIN A4, ISBN 3-410-65592-1. Kartoniert 56,- DM.

Im vorliegenden Heft wird versucht, eine zusammenfassende Darstellung der dynamischen Probleme im Stahlbetonbau unter besonderer Berücksichtigung der baustoffspezifischen Fragen nach DIN 1045 zu vermitteln. Im ersten Teil der Arbeit wird nach einem kurzen Überblick über die dynamischen Einwirkungen der Baustoff Stahlbeton unter dynamischer Beanspruchung behandelt. Im zweiten Teil wird das dynamische Verhalten von Stahlbetonbauteilen und -bauwerken dargestellt. Es wird auf das Bauteil- und Bauwerksverhalten unter veränderlichen Einwirkungen, unter außergewöhnlichen stoßartigen Einwirkungen sowie unter Erdbebenbeanspruchung eingegangen. Anschließend werden die Dämpfung von Stahlbetonbauteilen und -bauwerken und die analytische Darstellung ihres Verhaltens unter dynamischer Beanspruchung behandelt.

Bekanntlich werden durch die *Dämpfung* mechanische Schwingungsenergien wie kinetische und potentielle Energieformen zum Beispiel in Wärmeenergie durch innere Reibung umgewandelt. Anhand von Versuchen hat man festgestellt, daß

für Spannungen im Gebrauchslastbereich das Dämpfungsmaß von Stahl wesentlich niedriger liegt als dasjenige von Stahlbeton. Man führt dies im gerissenen Zustand auf Reibungskräfte an der Kontaktfläche zwischen der Bewehrung und dem Beton zurück.

Der Leser findet in Heft 392 auch konstruktive Hinweise über die Bewehrungsführung bei gedrunghenen Rahmenstielen, bei Rahmenknoten, bei Stahlbetonwandscheiben und bei Trennwänden mit erhöhter Dämpfung. Heft 392 ist daher einerseits als baustoffspezifische Ergänzung zu den üblichen Darstellungen der Baudynamik gedacht; andererseits soll es eine Ergänzung zu Darstellungen des Stahlbetons sein, die sich weitgehend auf Probleme von Baustoff, Bauteil oder Bauwerk unter statischen Lastannahmen beschränken.

Es kann auch zum besseren Verständnis und damit zur sinnvollen Anwendung von DIN-Normen für dynamisch beanspruchte Bauwerke (z. B. DIN 4149: Erdbebenberechnung von Hochbauten) beitragen.

Heft 392 kann somit als Fortsetzung von Heft 342 allen Bauingenieuren weltweit empfohlen werden, die sich mit dynamischen Beanspruchungen von Stahlbetontragwerken und mit der Ermittlung von entsprechenden Vergrößerungsfaktoren oder Vergrößerungsfunktionen, beispielsweise nach *Klotter*, befassen müssen.

G. Arnold

Kreiß, B.: **Straßenbau und Straßenunterhaltung**. 2. Auflage. Bielefeld: Erich Schmidt 1989. 303 Seiten, zahlreiche Bilder und Tabellen, 17 cm × 25 cm, ISBN 3-503-02908-7. Kartoniert 44,- DM.

Zugegeben, es ist sicherlich nicht einfach, den gesamten Straßenbau einschließlich Straßenunterhaltung und -instandsetzung sowie den Winterdienst in einem Buch so abzuhandeln, daß Studierende und Praktiker gleichermaßen Nutzen daraus ziehen können. Das vorliegende Buch erhebt diesen Anspruch, scheidet aber an dieser Aufgabe: es vermittelt zwar einen guten Überblick zur Entwicklung des Straßenbaus, zu den verschiedenen Straßenbautechniken und zur Straßenunterhaltung, bleibt im Detail jedoch zu oft im Unverbindlichen.

Die umfassende Schau auf die Straße als Baukörper und die ausführlich behandelten Grundlagen des hydraulisch oder bituminös gebundenen Straßenoberbaus einschließlich ungebundener Straßenbefestigungen wird vor allem Studierende, aber auch berufliche und fachliche „Einsteiger“ in den Straßenbau ansprechen.

Zu begrüßen ist, daß auch Rückblick und geschichtliche Entwicklungen im Straßenbau nicht zu kurz kommen.

In einer Neuauflage sollten allerdings einige Abbildungen in der Qualität verbessert, ein Literaturverzeichnis beigegeben und der Bildteil nicht als Anhang, sondern in den Text eingefügt werden.

O. Hersel