

Friedrich-Karl Röder

**ALLGEMEINE ANGABEN
UND
BESCHREIBUNG DER EINGABEDATEN
FÜR DIE**

RECHENPROGRAMME K I P N T 2

Ein Näherungsverfahren zur Berechnung der Kippstabilität
von gabelgelagerten Parallelgurt- oder Satteldachträgern
mit einfach symmetrischen Querschnitten aus Stahlbeton oder Spannbeton

und

Q U E R W E R T

Berechnung vom Grenzzustand der Tragfähigkeit und vom Verformungszustand,
sowie wirklichkeitsnahen Querschnittswerten und Steifigkeiten,
für polygonartig begrenzte Querschnitte aus Stahlbeton oder Spannbeton
unter ein- oder zweiachsiger Biegebeanspruchung mit oder ohne Normalkraft

unter Berücksichtigung folgender Vorschriften und Ergänzungen:

DIN EN 1992-1-1:2011-01

mit DIN EN 1992-1-1/NA:2011-01,

mit DAfStb Heft 600 „Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1“,

mit DAfStb-Richtlinie Ultrahochfester Beton, Version 22.12.2022

DIN 1045-1:2008-08

mit DAfStb Heft 525 „Erläuterungen zu DIN 1045-1“

DIN 1045:1988 bzw. DIN 4227:1988

(PC-Version 1.x für WINDOWS Betriebssysteme)

**ALLGEMEINE ANGABEN
UND
BESCHREIBUNG DER EINGABEDATEN
FÜR DIE
RECHENPROGRAMME K I P N T 2**

Ein Näherungsverfahren zur Berechnung der Kippstabilität
von gabelgelagerten Parallelgurt- oder Satteldachträgern
mit einfach symmetrischen Querschnitten aus Stahlbeton oder Spannbeton

**und
Q U E R W E R T**

Berechnung vom Grenzzustand der Tragfähigkeit und vom Verformungszustand,
sowie wirklichkeitsnahen Querschnittswerten und Steifigkeiten,
für polygonartig begrenzte Querschnitte aus Stahlbeton oder Spannbeton
unter ein- oder zweiachsiger Biegebeanspruchung mit oder ohne Normalkraft

unter Berücksichtigung folgender Vorschriften und Ergänzungen:

DIN EN 1992-1-1:2011-01
mit DIN EN 1992-1-1/NA:2011-01,
mit DAfStb Heft 600 „Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1“,
mit DAfStb-Richtlinie Ultrahochfester Beton, Version 22.12.2022

DIN 1045-1:2008-08
mit DAfStb Heft 525 „Erläuterungen zu DIN 1045-1“

DIN 1045:1988 bzw. DIN 4227:1988

(PC-Version 1.x für WINDOWS Betriebssysteme)

Herausgeber

Prof. Dr.-Ing. Ekkehard Fehling
Leiter des Fachgebiets Massivbau
Institut für Konstruktiven Ingenieurbau
Fachbereich Bauingenieur- und Umweltingenieurwesen
Universität Kassel
Kurt-Wolters-Straße 3
34125 Kassel
Telefon 0561/8042656 - Fax 0561/8042803
bauing.massivbau@uni-kassel.de
www.uni-kassel.de/fb14bau/institute/institut-fuer-konstruktiven-ingenieurbau-iki/massivbau

Verlag

Fachgebiet Massivbau - Institut für Konstruktiven Ingenieurbau
Fachbereich Bauingenieur- und Umweltingenieurwesen
Universität Kassel

Verfasser

Dr.-Ing Friedrich-Karl Röder
Akademischer Oberrat i.R.
Fachgebiet Massivbau - Institut für Konstruktiven Ingenieurbau
Fachbereich Bauingenieur- und Umweltingenieurwesen
Kurt-Wolters-Straße 3
34125 Kassel
Telefon 0561/8042656 - Fax 0561/8042803

©2023 Fachgebiet Massivbau
Institut für Konstruktiven Ingenieurbau
Fachbereich Bauingenieur- und Umweltingenieurwesen
Universität Kassel
Kurt-Wolters-Straße 3
34125 Kassel

Diese Veröffentlichung ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte, besonders das der Übersetzung in fremde Sprachen und das der Vervielfältigung, liegen beim Herausgeber und Verfasser.

Diese Programmbeschreibung und Benutzeranleitung sowie die zugehörigen Programme sind nach bestem Wissen und Gewissen erstellt worden. Der Verfasser übernimmt jedoch keine Gewähr für die Fehlerfreiheit dieses Handbuchs und der Programme. Fehler und Unzulänglichkeiten werden nach ihrem Bekanntwerden umgehend beseitigt.

Die Verantwortung für die Anwendung der Programme liegt einzig und allein beim Benutzer. Er sollte die Richtigkeit seiner Berechnungen durch Stichproben überprüfen.

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|--|-------|----|
| Vorbemerkungen | Seite | 3 |
| 1. Werkstoffbeziehungen | Seite | 5 |
| 1.1 Werkstoffbeziehungen nach DIN EN 1992-1-1:2011-01 | Seite | 5 |
| 1.1.1 Betonverhalten für Berechnungen mit Mittelwerten der Baustoffkennwerte | Seite | 7 |
| 1.1.2 Werkstoffbeziehungen für den Grenzzustand der Tragfähigkeit bei Beton und Bewehrungsstahl | Seite | 9 |
| 1.1.3 Betonverhalten für Berechnungen mit rechnerischen Mittelwerten der Baustofffestigkeiten | Seite | 13 |
| 1.1.4 Betonverhalten mit DAfStb-Richtlinie Ultrahochfester Beton | Seite | 14 |
| 1.2 Werkstoffbeziehungen nach DIN 1045-1:2008-08 | Seite | 15 |
| 1.2.1 Betonverhalten für Berechnungen mit Mittelwerten der Baustoffkennwerte | Seite | 17 |
| 1.2.2 Werkstoffbeziehungen für den Grenzzustand der Tragfähigkeit bei Beton und Bewehrungsstahl | Seite | 19 |
| 1.2.3 Betonverhalten für Berechnungen mit rechnerischen Mittelwerten der Baustofffestigkeiten | Seite | 23 |
| 1.3 Werkstoffbeziehungen nach DIN 1045:1988 und DIN 4227:1988 | Seite | 24 |
| 1.3.1 Betonverhalten für Berechnungen mit Mittelwerten der Baustoffkennwerte | Seite | 24 |
| 1.3.2 Werkstoffbeziehungen für den Grenzzustand der Tragfähigkeit bei Beton und Bewehrungsstahl | Seite | 26 |
| 1.4 Werkstoffverhalten des Betons mit Kriecheinfluss | Seite | 28 |
| 2. Querschnittswerte und Steifigkeiten eines Stahlbetonquerschnitts für wirklichkeitsnahes Werkstoffverhalten | Seite | 29 |
| 2.1 Querschnittswerte für Biegebeanspruchung | Seite | 29 |
| 2.1.1 Flächenintegrale der ungerissenen Betonzone | Seite | 31 |
| 2.1.2 Berechnung der Betondruckkraft und ihrer Momente | Seite | 33 |
| 2.2 Querschnittswerte für Torsionsbeanspruchung | Seite | 36 |
| 2.2.1 Allgemeine Zusammenhänge | Seite | 36 |
| 2.2.2 Berechnung der Querschnittswerte für Torsion | Seite | 39 |
| 2.2.2.1 Gewichteteter mittlerer Schubmodul | Seite | 39 |
| 2.2.2.2 St. Venantsche Torsionssteifigkeit | Seite | 41 |
| 2.2.2.3 Schubmittelpunkt | Seite | 43 |
| 2.2.2.4 Berücksichtigung einer Torsionsbewehrung | Seite | 46 |
| 2.2.3 Literatur zur Torsionsproblematik | Seite | 48 |

| | |
|---|----------|
| 3. Erläuterungen zur Dateneingabe mit Beschreibung der Eingabewerte | Seite 49 |
| Zu bearbeitende Eingabeschritte: | |
| Punkt 1.) Überschrift | Seite 50 |
| Punkt 2.) Steuerzahlen für die Berechnung | Seite 50 |
| Punkt 3.) y- und z-Koordinaten der Eckpunkte des Betonquerschnitts | Seite 52 |
| Punkt 4.) Kenndaten für den verwendeten Beton und weitere Steuergrößen | Seite 52 |
| 4.1) Kenndaten für Sonderbeton | Seite 55 |
| 4.2) Kenndaten für UHFB und die verwendeten Fasern | Seite 57 |
| 4.3) Einlesen der erforderlichen Werte für die Berechnung der Kriechzahl $\varphi(t, t_0)$ | Seite 58 |
| Punkt 5.) Einlesen der zulässigen maximalen Grenzrandverzerrungen des Querschnitts ... | Seite 60 |
| Punkt 6.) Einlesen der Sicherheitsbeiwerte für die Werkstoffe | Seite 62 |
| Punkt 7.) y- und z-Koordinaten und Durchmesser der nicht vorgespannten Bewehrungsstäbe für Biegung | Seite 63 |
| Punkt 8.) y- und z-Koordinaten, Flächen und Vorspannkraft der vorgespannten Bewehrungsstäbe | Seite 63 |
| Angaben zur Eingabe der E-Moduln, Streckgrenzen und Zugfestigkeiten für die Bewehrungen der Punkte 7.) und 8.) | Seite 64 |
| Punkt 9.) Eingabe einer Torsionsbewehrung | Seite 65 |
| Nur für KIPNT2: | |
| Punkt K10.) Iterationsgrenzen für Winkel, Kräfte und Momente bei der Erfüllung des Gleichgewichts am Querschnitt, sowie bei Verformungsberechnungen eines Trägers | Seite 66 |
| Punkt K11.) Drei Steuerzahlen für die Programmausgabe | Seite 66 |
| Punkt K12.) Belastungsgrößen des Querschnitts | Seite 67 |
| Nur für QUERWERT: | |
| Punkt Q10.) Iterationsgrenzen für Winkel, Kräfte und Momente bei der Erfüllung des Gleichgewichts am Querschnitt | Seite 67 |
| Punkt Q11.) Vier Zahlen für die Steuerung des Berechnungsablaufs | Seite 68 |
| Punkt Q12.) Belastungsgrößen des Querschnitts | Seite 69 |
| 3.1 Erstellen einer Datendatei mit Programm EIN_NT2QUW | Seite 70 |
| 3.1.1 Eingabe des Betonquerschnitts über die Geometrie | Seite 70 |
| 3.1.2 Eingabe der schlaffen oder vorgespannten Bewehrung über die Geometrie | Seite 73 |
| 3.1.3 Eingabe konstruktiver Eckbewehrung für Biegung über die Geometrie | Seite 74 |

Vorbemerkung

In den früheren Benutzeranleitungen zu den Programmen KIPNT2 und QUERWERT bis zum Jahre 2023 sind in jeweils eigenen Kapiteln Angaben zu den in den Programmen verwendeten Werkstoffbeziehungen und zu den Berechnungsmethoden für die angesetzten Querschnittswerte zusammengestellt. In einem weiteren Kapitel sind noch alle für einen ordnungsgemäßen Ablauf der Programme notwendigen Eingabewerte und deren Wirkungsweise im Programm beschrieben.

Im Laufe der Zeit ist jedoch eine weitgehende Harmonisierung der Berechnungs- und Eingabe-Modalitäten für beide Programme erfolgt, so dass die diese Abläufe beschreibenden Kapitel in den beiden Benutzeranleitungen nahezu identisch geworden und somit doppelt vorhanden sind. Deshalb sind in den Einzel-Benutzeranleitungen zu KIPNT2 und zu QUERWERT die für den allgemeinen Teil bezüglich der Werkstoffe, Querschnittswerte-Berechnungen und Eingabedaten stehenden Angaben entfernt und in diesem Bericht in überarbeiteter Form neu zusammengestellt worden.

Hinweise auf diese neue Zusammenstellung sind in den jeweiligen Einzel-Benutzeranleitungen für KIPNT2 und QUERWERT in einer geschweiften Klammer { } angezeigt.

Auch die zugehörigen Programme NT2EIN bzw. QUWEIN , die bisher zur Erstellung einer Eingabe-Datendatei dienten, sind zu einem überarbeiteten **Programm EIN_NT2QUW** zusammengefasst worden.

Auch hochfeste Betonwerkstoffe gemäß DIN EN 1992-1-1:2011-01 mit DAfStb-Richtlinie Ultrahochfester Beton, Version 22.12.2022, können nun berücksichtigt werden.

Kassel, im Oktober 2023

1. Werkstoffbeziehungen

Zur Berechnung der Biege- und Torsionssteifigkeiten werden die wirklichkeitsnahen Werkstoffbeziehungen wahlweise aus DIN EN 1992-1-1:2011-01 bzw. DIN 1045-1:2008-08 in Abhängigkeit von der Betonfestigkeitsklasse verwendet. Für das Betonwerkstoffverhalten des rechnerischen Grenzzustands der Tragfähigkeit wird das Parabel-Rechteck-Diagramm gemäß vorstehender DIN-Vorschriften zugrunde gelegt. Aus Gründen der Rechenvereinfachung werden die Kurven für das wirklichkeitsnahe Betonverhalten und das P-R-Diagramm in Polynome dritten oder vierten Grades programmintern approximiert. Die Kurvenverläufe für das wirklichkeitsnahe Verhalten und für den rechnerischen Grenzzustand der Tragfähigkeit sind im Folgenden tabellarisch und teilweise in Bildern dargestellt.

Die Werkstoffbeziehungen für Beton in der Druckzone sind in DIN EN 1992-1-1:2011-01 und in DIN 1045-1:2008-08 vom formalen Aufbau her gleich. Der Unterschied besteht nur im Vorzeichen der Betonstauchung ε_c , die in DIN EN 1992-1-1:2011-01 positiv und in DIN 1045-1:2008-08 jedoch negativ definiert wird.

Aus Gründen der einfacheren Darstellung wird die Verzerrung ε in den folgenden Formeln, Bildern und Tabellen in Promille und als positive Zahl in Übereinstimmung mit den Gleichungen nach DIN EN 1992-1-1:2011-01 verwendet. Für die Eingabewerte des Kap. 3 wird die Verzerrung auf der Druckseite jedoch als vorzeichenbehaftete reine Zahl benötigt, also z.B. 1‰ Druckverzerrung entspricht $\varepsilon = -0,001$. Dies bedeutet, dass für eine Berechnung die hier angegebenen Koeffizienten A_n , B_n und C_n mit entsprechenden Zehnerpotenzen multipliziert werden müssen, und zwar A_1 , B_1 , C_1 mit -10^3 , A_2 , B_2 , C_2 mit $+10^6$, A_3 , B_3 , C_3 mit -10^9 und A_4 , B_4 , C_4 mit $+10^{12}$

1.1 Werkstoffbeziehungen nach DIN EN 1992-1-1:2011-01

In DIN EN 1992-1-1:2011-01 wird im Abschnitt 3.1.5, Gl. (3.14), eine Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons für Verformungsberechnungen und Schnittgrößenermittlungen wie folgt angegeben:

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \eta} \quad \text{mit} \quad \eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad \text{und} \quad k = \frac{1,05 E_{cm}}{f_{cm}} |\varepsilon_{c1}| \quad (1.1)$$

Dabei ist

- ε_{c1} die Stauchung bei Erreichen des Höchstwerts der Betondruckspannung (siehe Tabelle 1)
- E_{cm} Sekantenmodul der Spannungs-Dehnungs-Linie bei $0,4f_{cm}$ (siehe Bild 2 und Tabelle 1)
- f_{cm} der Höchstwert der Betondruckspannung (siehe Tabelle 1)
(Für nichtlineare Verfahren der Schnittgrößenermittlung wird für f_{cm} der Rechenwert f_{cR} angesetzt.)

Bild 2 zeigt den Kurvenverlauf in allgemeiner Form nach DIN EN 1992-1-1:2011-01, Bild 3.2 .
In die Formel Gl. (1.1) ist der Wert für E_{cm} in $[\text{kN}/\text{mm}^2]$ und für die Verzerrung in ‰ einzusetzen.

Zahlenwerte für ε_{c1} , E_{cm} und f_{cm} sind in Abhängigkeit der Festigkeitsklassen in DIN EN 1992-1-1:2011-01, Tabelle 3.1, angegeben. Es besteht die Möglichkeit den Zahlenwert für E_{cm} aus der Tabelle 3.1 als gerundeten Wert zu nehmen oder mit der ebenfalls angegebenen Formel $E_{cm} = 22(f_{cm}/10)^{0,3}$ zu bestimmen. In der folgenden Tabelle 1 sind die hier benötigten Kennwerte für die Normalbetone mit den gerundeten Werten aus DIN EN 1992-1-1:2011-01, Tabelle 3.1, zusammengestellt.

Der in Tabelle 1 angegebene Elastizitätsmodul E_{cm} ist als Sekantenmodul bei einer Spannung $\sigma_c = 0,4f_{cm}$ definiert und kann für eine Steifigkeitsermittlung des ungerissenen Betons im Gebrauchslastniveau bei Kurzzeitbelastung verwendet werden (siehe Bild 2).

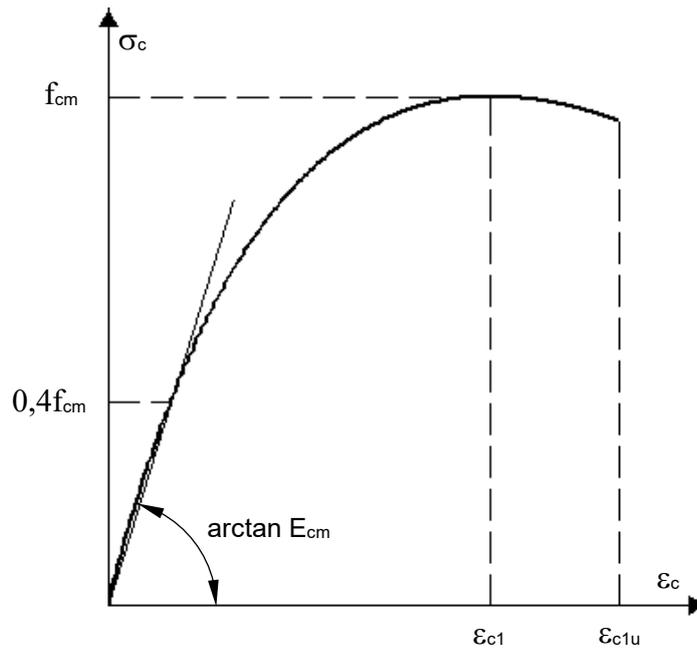


Bild 2: Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons nach DIN EN 1992-1-1:2011-01, Bild 3.2

Tabelle 1: Kennwerte von Normalbeton nach DIN EN 1992-1-1:2011-01, Tabelle 3.1

| Kenngröße | Festigkeitsklassen | | | | | | | | |
|------------------|--------------------|--------|--------|--------|---------|----------|--------------------|--------|--------|
| | C12/15 | C16/20 | C20/25 | C25/30 | C30/37 | C35/45 | C40/50 | C45/55 | C50/60 |
| f_{ck} | 12 | 16 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| f_{cm} | 20 | 24 | 28 | 33 | 38 | 43 | 48 | 53 | 58 |
| E_{cm} | 27 | 29 | 30 | 31 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 |
| ϵ_{c1} | 1,8 | 1,9 | 2,0 | 2,1 | 2,2 | 2,25 | 2,3 | 2,4 | 2,45 |
| ϵ_{c1u} | 3,5 | | | | | | | | |
| n | 2,0 | | | | | | | | |
| ϵ_{c2} | 2,0 | | | | | | | | |
| ϵ_{c2u} | 3,5 | | | | | | | | |
| Kenngröße | Festigkeitsklassen | | | | | | Erläuterung | | |
| | C55/67 | C60/75 | C70/85 | C80/95 | C90/105 | C100/115 | | | |
| f_{ck} | 55 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | N/mm ² | | |
| f_{cm} | 63 | 68 | 78 | 88 | 98 | 108 | N/mm ² | | |
| E_{cm} | 38 | 39 | 41 | 42 | 44 | 45 | kN/mm ² | | |
| ϵ_{c1} | 2,5 | 2,6 | 2,7 | 2,8 | 2,8 | 2,8 | in % , Gl. (1.1) | | |
| ϵ_{c1u} | 3,2 | 3,0 | 2,8 | 2,8 | 2,8 | 2,8 | in % | | |
| n | 1,75 | 1,6 | 1,45 | 1,4 | 1,4 | 1,4 | Gl. (1.3a) | | |
| ϵ_{c2} | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 | 2,6 | in % Gl. (1.3a) | | |
| ϵ_{c2u} | 3,1 | 2,9 | 2,7 | 2,6 | 2,6 | 2,6 | in % | | |

Die Werte der Tabelle 1 sind im Programm hinterlegt und werden durch Eingabe der Betonklasse abgerufen und verwendet.

Für Betonstahl und Spannstahl werden idealisierte bilineare Spannungs-Dehnungs-Beziehungen sowohl im Zug- als auch im Druckbereich angenommen.

Bild 3 zeigt diesen idealisierten Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Linie eines Beton- oder Spannstahls in Anlehnung an DIN EN 1992-1-1/NA:2011-01, Bilder NA 3.8.1 und NA 3.10.1 .

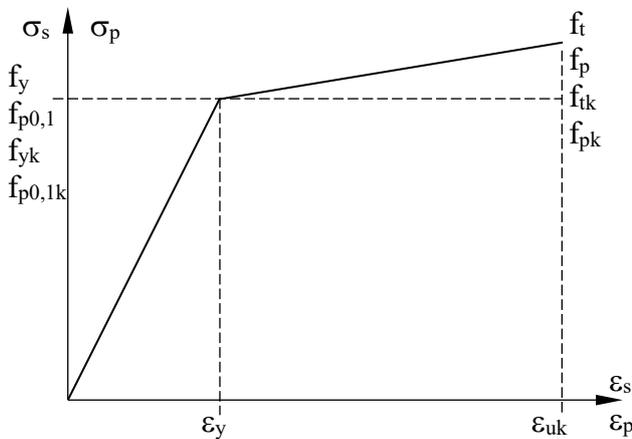


Bild 3: Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Bewehrungen bei Zug- oder Druckbeanspruchung nach DIN EN 1992-1-1/NA:2011-01 und DIN 1045-1:2008-08

Diese idealisierten Werkstoffbeziehungen für die Bewehrungen kommen der Wirklichkeit sehr nahe, haben sich in vielen Bereichen bei der Berechnung von Stahlbetonbauteilen bestens bewährt und reichen deshalb auch bei Verformungsberechnungen völlig aus. Als Werkstoffparameter sind dabei die entsprechenden Mittelwerte der Baustoffkennwerte oder rechnerischen Mittelwerte der Baustofffestigkeiten je nach angewandeter Methode, wie in den einschlägigen DIN-Vorschriften angegeben, einzusetzen.

1.1.1 Betonverhalten für Berechnungen mit Mittelwerten der Baustoffkennwerte

Bei den durchzuführenden Verformungsberechnungen nach DIN EN 1992-1-1/NA:2011-01, Abschnitt 5.8.6, sind ist bei Anwendung der Gl. (1.1) die Betonfestigkeit f_{cm}/γ_c und der Elastizitätsmodul E_{cm}/γ_{cE} einzusetzen. Diese wirklichkeitsnahen Werkstoffbeziehungen für den Beton in der Druckzone müssen im Rahmen der durchzuführenden Berechnungsschritte mehrfach differenziert und integriert werden. Die angegebene Hyperbelform ist für diese mathematischen Operationen jedoch nicht besonders gut geeignet. Deshalb ist es zweckmäßig, diese Hyperbeln in sehr viel einfacher handhabbare Polynome der Form

$$\sigma_c = f_{cm} \sum_{n=1}^4 C_n \varepsilon_c^n \quad \text{für } 0 < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c1u} \quad (1.2)$$

zu approximieren. Dies wird programmintern durchgeführt. Zu Vergleichszwecken sind in Tabelle 2 die Polynomkoeffizienten C_n für die Festigkeitsklassen der Normalbetone nach DIN EN 1992-1-1/NA:2011-01 angegeben. Die Verzerrung ε_c ist in Gl. (1.2) dabei in ‰ einzusetzen.

Die Polynomkoeffizienten C_n sind für eine mit den Formelwerten $E_{cm} = 22(f_{cm}/10)^{0,3}$ ermittelte σ - ε -Kurve des Betons approximiert worden sind. Werden diese Koeffizienten mit den gerundeten Tabellenwerten E_{cm} berechnet, so ergeben sich geringfügige Unterschiede zu den Werten in Tabelle 2. Auf das Gesamtergebnis im Rechenprogramm hat die Wahl, ob mit Formelwerten oder Tabellenwerten für E_{cm} gerechnet wird, nur einen vernachlässigbaren Einfluss.

Tabelle 2: Polynom-Koeffizienten für Spannungs-Dehnungslinien der Betonfestigkeitsklassen C12/15 bis C100/115 für Mittelwerte der Betonkennwerte E_{cm} und f_{cm}

| Betonfestigkeitsklasse | Koeffizienten C_n für Polynomapproximation der σ - ε -Linie des Betons | | | |
|------------------------|---|--------------|----------------|-------------------|
| | C_1 | C_2 | C_3 | C_4 |
| C12/15 | 1,4162655 | -0,68460137 | 0,13744362 | -0,012644852 |
| C16/20 | 1,2498171 | -0,50565219 | 0,077307962 | -0,0061005894 |
| C20/25 | 1,1231040 | -0,38350162 | 0,041229665 | -0,0026274249 |
| C25/30 | 1,0014699 | -0,27557963 | 0,013102255 | -0,00046896873 |
| C30/37 | 0,90732610 | -0,20501074 | -0,00036150799 | -0,00000068951476 |
| C35/45 | 0,83217740 | -0,15097386 | -0,0077563222 | -0,00077040627 |
| C40/50 | 0,77080590 | -0,11668360 | -0,0067328298 | -0,0026328855 |
| C45/55 | 0,71933430 | -0,097078964 | -0,0040483670 | -0,0033535534 |
| C50/60 | 0,67591226 | -0,082903489 | 0,0026904079 | -0,0054932665 |
| C55/67 | 0,63813329 | -0,069960892 | 0,0067597800 | -0,0067506977 |
| C60/75 | 0,60470122 | -0,058776941 | 0,0047469521 | -0,0056528882 |
| C70/85 | 0,54925197 | -0,040758781 | 0,0056641600 | -0,0055949111 |
| C80/95 | 0,50507003 | -0,033173222 | 0,0099328263 | -0,0060548228 |
| C90/105 | 0,46908423 | -0,030448064 | 0,019045793 | -0,0080177533 |
| C100/115 | 0,43889141 | -0,030683830 | 0,026711447 | -0,0093500130 |

Die Verläufe der Originalkurven nach Gl. 1.1 und des Polynoms nach Gl. 1.2 sind praktisch identisch. Auf eine grafische Darstellung der Kurven kann wegen der sehr geringen Abweichungen verzichtet werden.

Für die Ermittlung der Steifigkeiten der Randquerschnitte wird der Anfangstangentenmodul E_{c0m} der Betonwerkstoffbeziehung benötigt. Aus dem Faktor k in Gl. (1.1) lässt sich der Anfangstangentenmodul zu $E_{c0m} = 1,05E_{cm}$ ablesen. Die Anfangstangentenmoduln ergeben sich auch aus dem ersten Koeffizienten des Polynoms multipliziert mit der Festigkeit f_{cm} ($E_{c0m} = C_1 f_{cm}$).

Der Gleitmodul für den Zustand I wird aus E_{c0m} über die Querdehnungszahl ermittelt: $G_{c0m} = E_{c0m}/(2+2\nu)$.

Die Querdehnungszahl ν wird im Folgenden (siehe Kap. 5) noch eingelesen. Die hier angegebenen Tabellenwerte sind mit $\nu = 0,2$ ermittelt worden.

Folgende Zahlenwerte sind für die Standardbetone abgespeichert oder werden berechnet:

mit E_{cm} nach DIN EN 1992-1-1:2011-01, Tabelle 3.1:

| Betonfestigkeitsklasse | E_{cm} [kN/mm ²] | E_{c0m} [kN/mm ²] | G_{c0m} [kN/mm ²] |
|------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| C12/15 | 27 | 28,35 | 11,8 |
| C16/20 | 29 | 30,45 | 12,7 |
| C20/25 | 30 | 31,50 | 13,1 |
| C25/30 | 31 | 32,55 | 13,6 |
| C30/37 | 33 | 34,65 | 14,4 |
| C35/45 | 34 | 35,70 | 14,9 |
| C40/50 | 35 | 36,75 | 15,3 |
| C45/55 | 36 | 37,80 | 15,8 |
| C50/60 | 37 | 38,85 | 16,2 |
| C55/67 | 38 | 39,90 | 16,6 |
| C60/75 | 39 | 40,95 | 17,1 |
| C70/85 | 41 | 43,05 | 17,9 |
| C80/95 | 42 | 44,10 | 18,4 |
| C90/105 | 44 | 46,20 | 19,3 |
| C100/115 | 45 | 47,25 | 19,7 |

Für die Berechnung der Steifigkeiten werden bei der Ermittlung des Anfangstangentenmoduls noch die Sicherheitsbeiwerte und der Dauerlasteinfluss berücksichtigt.

1.1.2 Werkstoffbeziehungen für den Grenzzustand der Tragfähigkeit bei Beton und Bewehrungsstahl

Für die Ermittlung des Grenzzustands der Tragfähigkeit wird eine Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons in Form eines im Bild 4 dargestellten Parabel-Rechteck-Diagramms gemäß DIN EN 1992-1-1:2011-01, Bild 3.3, verwendet.

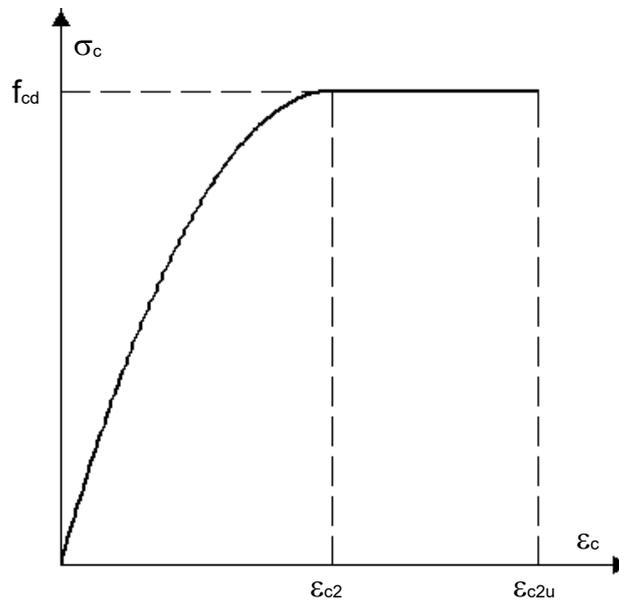


Bild 4: Parabel-Rechteck-Diagramm des Betons nach DIN EN 1992-1-1:2011-01, Bild 3.3

Diese Spannungs-Dehnungs-Linie wird durch die folgenden beiden Gleichungen beschrieben:

$$\sigma_c = f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \text{für } 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2} \quad (1.3a)$$

$$\sigma_c = f_{cd} \quad \text{für } \epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2u} \quad (1.3b)$$

Dabei ist

n der Exponent der Parabel

ϵ_{c2} die Stauchung beim Erreichen der Festigkeitsgrenze

ϵ_{c2u} die maximale Stauchung

Die Werte für n , ϵ_{c2} und ϵ_{c2u} sind für die Betonfestigkeitsklassen in Abhängigkeit von der charakteristischen Festigkeit f_{ck} der Tabelle 3.1 in DIN EN 1992-1-1/NA:2011-01 und hier der Tabelle 1 zu entnehmen.

Der Bemessungswert f_{cd} wird wie folgt bestimmt:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c \quad (1.3c)$$

mit α_{cc} der Abminderungsbeiwert zur Berücksichtigung von Langzeitwirkungen auf die Druckfestigkeit und von ungünstigen Auswirkungen durch die Art der Beanspruchung.

Für Normalbeton ist $\alpha_{cc} = 0,85$ zu setzen.

γ_c der Teilsicherheitsbeiwert für Beton nach DIN EN 1992-1-1/NA:2011-01, Abschnitt 2.4.2.4

Um die Integration des Spannungsverlaufs über die Fläche der Betondruckzone in geschlossener Form durchführen zu können, werden die Parabel-Rechteck-Diagramme in Polynome vierten Grades umgewandelt, wie dies bereits bei den wirklichkeitsnahen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen geschehen ist:

$$\sigma_c = f_{cd} \sum_{n=1}^4 B_n \varepsilon_c^n \quad \text{für } 0 < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2u} \quad (1.4)$$

Auch diese Approximation wird vom Programm intern durchgeführt. Zum Vergleich sind in Tabelle 3 die Polynomkoeffizienten B_n für die Festigkeitsklassen der Normalbetone nach DIN EN 1992-1-1/NA:2011-01 angegeben. Die Verzerrung ε ist in Gl. (1.4) in ‰ einzusetzen.

Tabelle 3 : Polynom-Koeffizienten für das Parabel-Rechteck-Diagramm der Betonklassen C12/15 bis C100/115

| Betonfestigkeitsklasse | Koeffizienten B_n für Polynomapproximation des Parabel-Rechteck-Diagramms | | | |
|------------------------|---|--------------|--------------|---------------|
| | B_1 | B_2 | B_3 | B_4 |
| C12/15 bis C50/60 | 0,99847513 | -0,23186760 | -0,029928159 | 0,010966925 |
| C55/67 | 0,74691498 | -0,015098359 | -0,089242794 | 0,016074181 |
| C60/75 | 0,66955751 | -0,031334423 | -0,041361723 | 0,0045305020 |
| C70/85 | 0,60600847 | -0,077608079 | 0,022047900 | -0,0095091118 |
| C80/95 | 0,56158286 | -0,062758453 | 0,018429376 | -0,0077334871 |
| C90/105 | 0,53930670 | -0,051041368 | 0,0089255022 | -0,0046177008 |
| C100/115 | 0,53930670 | -0,051041368 | 0,0089255022 | -0,0046177008 |

Durch den nicht stetigen Verlauf des P-R-Diagramms ergeben sich zu dem Verlauf des approximierten Polynoms bei einigen Betonfestigkeitsklassen geringe Unterschiede. Deshalb sind Polynomverläufe im Vergleich mit dem Parabel-Rechteck-Diagramm in den folgenden Bildern 5a-g dargestellt.

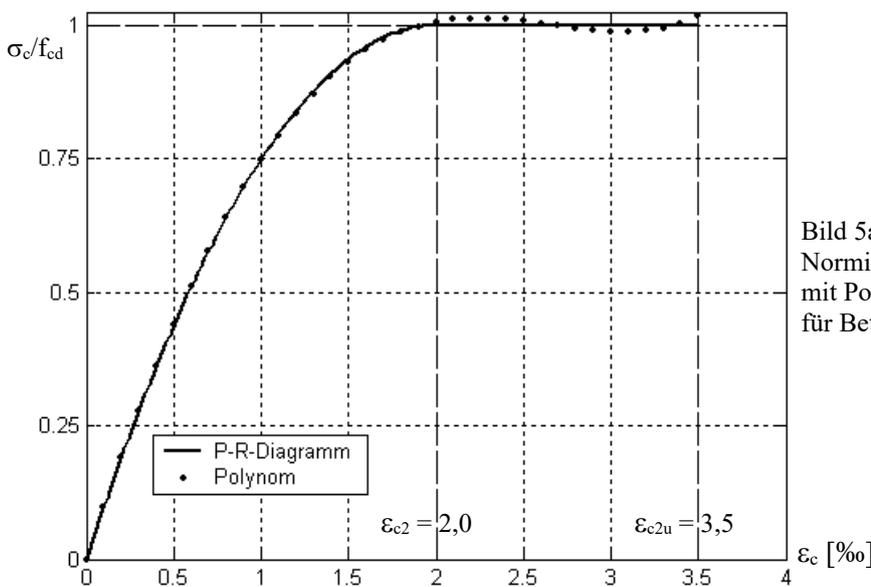


Bild 5a:
Normiertes Parabel-Rechteck-Diagramm mit Polynomapproximation für Beton C12/15 bis C50/60

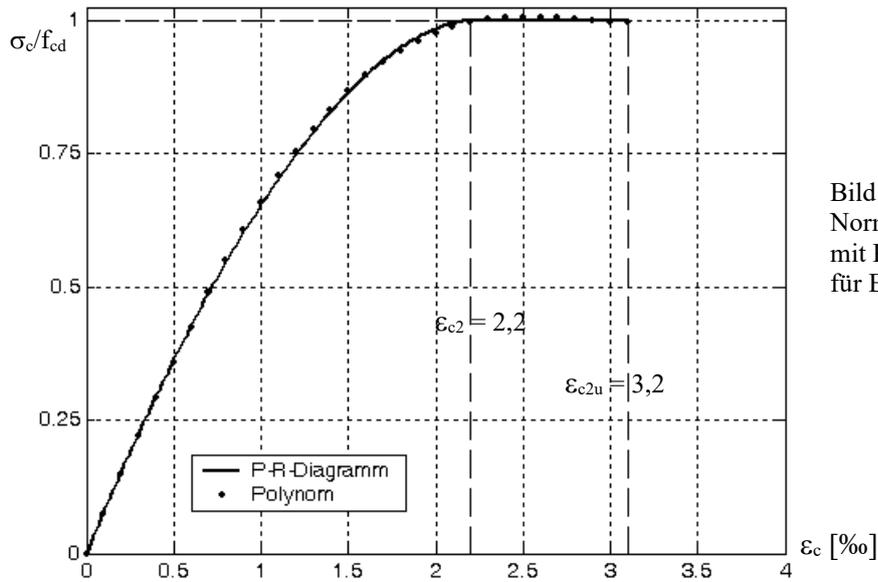


Bild 5b:
 Normiertes Parabel-Rechteck-Diagramm
 mit Polynomapproximation
 für Beton C55/67

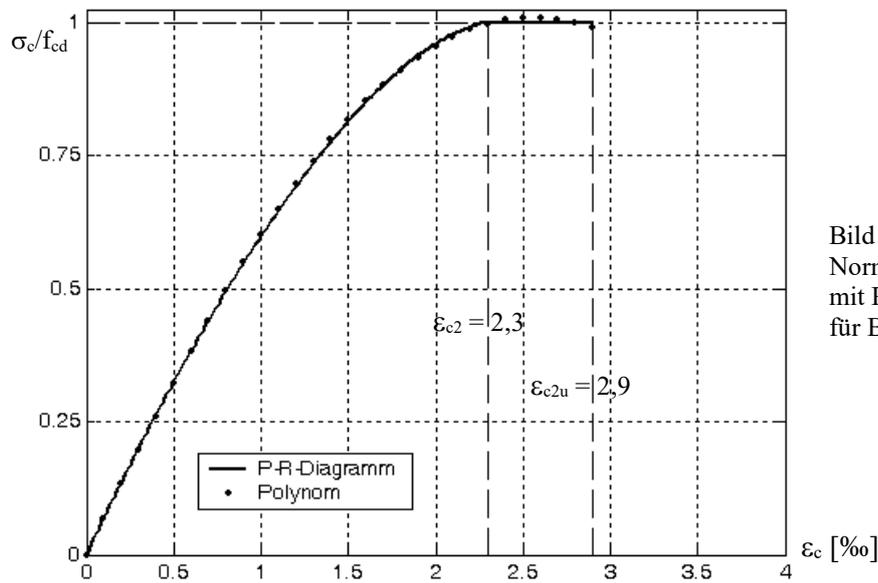


Bild 5c:
 Normiertes Parabel-Rechteck-Diagramm
 mit Polynomapproximation
 für Beton C60/75

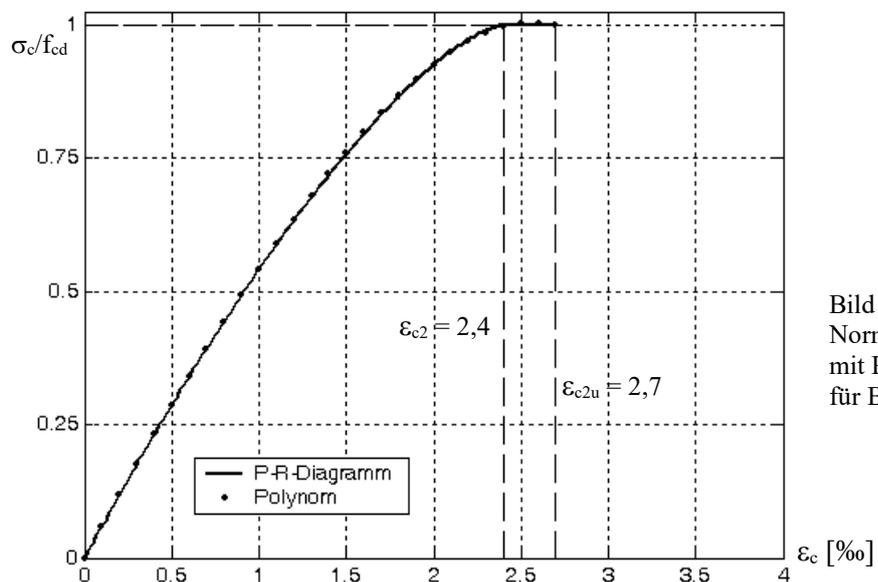


Bild 5d:
 Normiertes Parabel-Rechteck-Diagramm
 mit Polynomapproximation
 für Beton C70/85

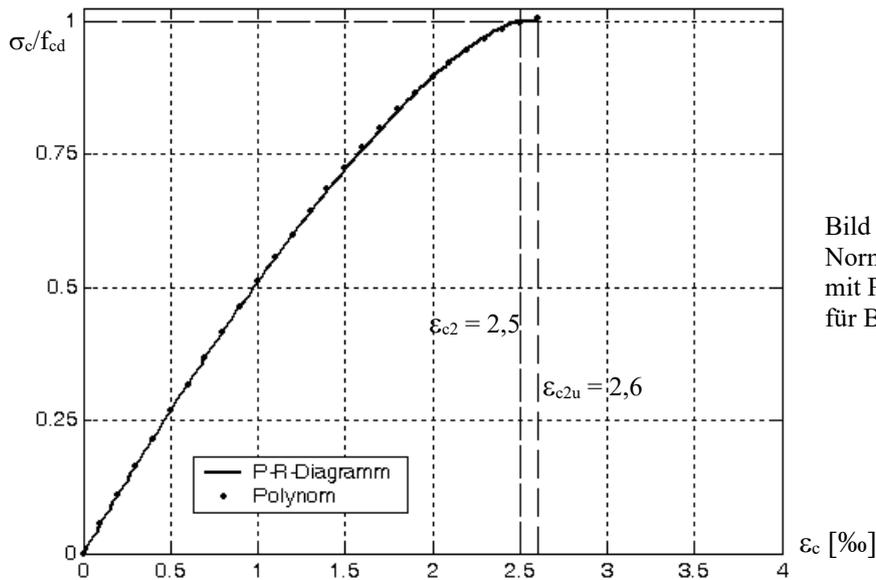


Bild 5e:
 Normiertes Parabel-Rechteck-Diagramm
 mit Polynomapproximation
 für Beton C80/95

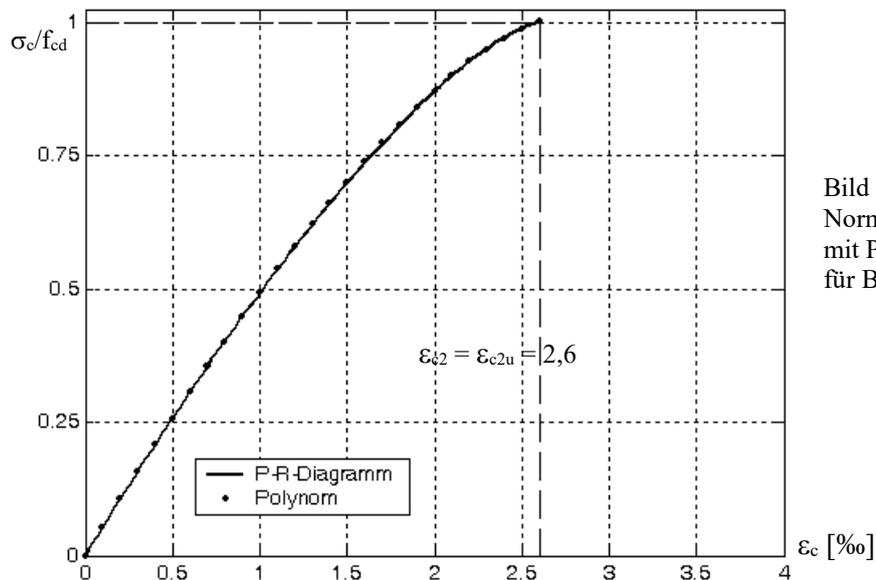


Bild 5f:
 Normiertes Parabel-Rechteck-Diagramm
 mit Polynomapproximation
 für Beton C90/105 und C100/115

Wie ersichtlich, weichen die Polynomkurven der Bilder 5a-f von dem Parabel-Rechteck-Diagramm nur geringfügig ab. Der Fehler liegt z.B. bei der Bestimmung der Betondruckkraft oder ihres Hebelarmes in der Größenordnung von einem Prozent. Hier soll darauf hingewiesen werden, dass auch der Parabel-Rechteck-Verlauf der DIN-Vorschriften nur eine Rechenvereinbarung darstellt. Deshalb sind die genannten geringen Abweichungen ohne große Bedeutung für die Berechnung des Grenzzustandes der Tragfähigkeit.

Für die Bewehrungen wird das im Bild 3 dargestellte bilineare Werkstoffverhalten angenommen. Als Werkstoffkennwerte sind jedoch nicht mehr die Mittelwerte der Festigkeiten sondern die charakteristischen Festigkeiten einzusetzen. Es sind auch hier die Teilsicherheitsbeiwerte für die Bewehrungen zu berücksichtigen. Für die Fließspannung f_y ist $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$ bzw. für $f_{p0,1}$ ist $f_{pd} = f_{p0,1k} / \gamma_s$, für die Zugfestigkeit f_t ist $k \cdot f_{yk} / \gamma_s$ bzw. für f_p ist f_{pk} / γ_s einzusetzen. Die erforderlichen Werte sind den einschlägigen DIN-Vorschriften zu entnehmen. Die Stahldehnung ist bei Betonstahl auf $\epsilon_{ud} = 25\text{‰}$ und bei Spannstahl auf $\epsilon_{ud} = (\epsilon_p^{(0)} + 25\text{‰})$ zu begrenzen. Dabei ist $\epsilon_p^{(0)}$ die Vordehnung des Spannstahls.

Hinweis: Das im folgenden Kapitel 1.1.3 beschriebene Betonverhalten ist für Berechnungen der Kippstabilität nur sehr begrenzt geeignet.

1.1.3 Betonverhalten für Berechnungen mit rechnerischen Mittelwerten der Baustofffestigkeiten

Für nichtlineare Berechnungen nach DIN EN 1992-1-1/NA:2011-01, Abschnitt 5.7, wird in Gl. (1.1) für f_{cm} der rechnerische Mittelwert $f_{cR} = 0,85\alpha_{cc}f_{ck}$ eingesetzt. Alle übrigen Zahlenwerte, wie für ϵ_{c1} und E_{cm} , sind in Abhängigkeit der Festigkeitsklassen in DIN EN 1992-1-1:2011-01, Tabelle 3.1, und hier im Bericht in Tabelle 1 angegeben. Auch diese Hyperbeln werden in sehr viel einfacher handhabbare Polynome der Form

$$\sigma_c = f_{cR} \sum_{n=1}^4 D_n \epsilon_c^n \quad \text{für } 0 < \epsilon_c \leq \epsilon_{c1u} \quad (1.5)$$

programmintern approximiert. Für die Approximation sind ebenfalls die Formelwerte E_{cm} in der σ - ϵ -Kurve des Betons verwendet worden. Zum Vergleich sind in der Tabelle 4 die Polynomkoeffizienten D_n für die Festigkeitsklassen der Normalbetone nach DIN EN 1992-1-1:2011-01 angegeben. Die Verzerrung ϵ ist in Gl. (1.5) dann in ‰ einzusetzen.

Tabelle 4: Polynom-Koeffizienten für Spannungs-Dehnungs-Linien der Betonfestigkeitsklassen C12/15 bis C100/115 für rechnerische Mittelwerte der Betonfestigkeiten f_{cR} und Mittelwert des E-Moduls $1,0E_{cm}$

| Betonfestigkeitsklasse | Koeffizienten D_n für Polynomapproximation der σ - ϵ -Linie des Betons | | | |
|------------------------|--|--------------|--------------|-----------------|
| | D_1 | D_2 | D_3 | D_4 |
| C12/15 | 1,8984122 | -1,3062288 | 0,38831788 | -0,042831663 |
| C16/20 | 1,7627405 | -1,1387709 | 0,32238752 | -0,034491856 |
| C20/25 | 1,6391999 | -0,99400377 | 0,26774940 | -0,027773684 |
| C25/30 | 1,5072899 | -0,84592628 | 0,21382500 | -0,021339187 |
| C30/37 | 1,4154040 | -0,75973248 | 0,18878360 | -0,019079611 |
| C35/45 | 1,3125831 | -0,64773142 | 0,14877786 | -0,014391734 |
| C40/50 | 1,2721103 | -0,62510979 | 0,14858490 | -0,015253500 |
| C45/55 | 1,1673509 | -0,51833910 | 0,11167077 | -0,010843029 |
| C50/60 | 1,0811449 | -0,42856541 | 0,080537498 | -0,0072366302 |
| C55/67 | 1,0086548 | -0,35902619 | 0,058654875 | -0,0049716630 |
| C60/75 | 0,94644320 | -0,30918667 | 0,045360163 | -0,0036741667 |
| C70/85 | 0,84577107 | -0,22491811 | 0,021873912 | -0,0014013450 |
| C80/95 | 0,76739883 | -0,16816078 | 0,0086988844 | -0,00034643826 |
| C90/105 | 0,70453000 | -0,12067918 | 0,0011753936 | -0,000012316385 |
| C100/115 | 0,65285522 | -0,087704025 | 0,0049909148 | -0,00050165283 |

Die Verläufe der Originalkurven nach Gl. (1.1) und des Polynoms nach Gl. (1.5) sind praktisch identisch. Auf eine grafische Darstellung der Kurven kann wegen der sehr geringen Abweichungen verzichtet werden.

1.1.4 Betonverhalten unter Beachtung der DAfStb-Richtlinie Ultrahochfester Beton

In der DAfStb-Richtlinie UHFB, Version 22.12.2022, wird im Abschnitt 3.1.5, Gl. (R.3.14), eine Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons für Verformungsberechnungen und Schnittgrößenermittlungen mit einem linearen Verlauf, wie im Bild U1 dargestellt und wie in Gl.(1.6) beschrieben, angegeben:

$$\sigma_c = E_{cm} \cdot \epsilon_c \leq f_c \tag{1.6}$$

Dabei ist:

- E_{cm} Elastizitätsmodul des Betons gemäß Tabelle U1 oder bestimmt auf Basis von Versuchen
- f_c der maßgebende Wert der Betondruckfestigkeit

Tabelle U1: Kennwerte von UHFB, Richtlinie vom 22.12.2022 Tabelle R.2

| Kenngröße | Festigkeitsklassen | | | |
|------------------|--------------------|----------|----------|--|
| | C130/145 | C150/165 | C175/190 | Erläuterung |
| f_{ck} | 130 | 150 | 175 | N/mm ² |
| $f_{ck,cube}$ | 145 | 165 | 190 | N/mm ² |
| f_{cm} | 142 | 162 | 187 | N/mm ² ; $f_{cm} = f_{ck} + 12$ |
| f_{ctm} | 7,7 | 8,5 | 9,4 | N/mm ² ; $f_{ctm} = 0,30 f_{ck}^{2/3}$ |
| $f_{ctk;0,05}$ | 5,4 | 5,9 | 6,6 | N/mm ² ; $f_{ctk;0,05} = 0,7 f_{ctm}$ |
| $f_{ctk;0,95}$ | 10,0 | 11,0 | 12,2 | N/mm ² ; $f_{ctk;0,95} = 1,3 f_{ctm}$ |
| E_{cm} | 46 | 48 | 50 | kN/mm ² ; $E_{cm} = 20800(f_{cm}/10)^{0,3}$ |
| ϵ_{c1} | 2,6 | 2,6 | 2,6 | in ‰ |
| ϵ_{c1u} | 2,6 | 2,6 | 2,6 | in ‰ |
| n | 1,0 | 1,0 | 1,0 | Gl. (1.3a) |
| ϵ_{c2} | 2,6 | 2,6 | 2,6 | in ‰ Gl. (1.3a) |
| ϵ_{c2u} | 2,6 | 2,6 | 2,6 | in ‰ Gl. (1.3a) |

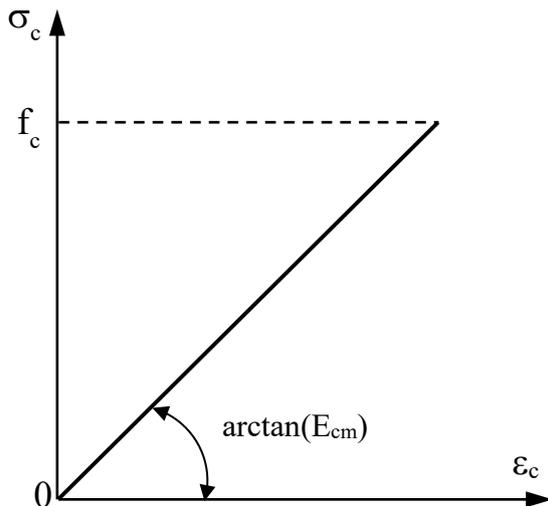


Bild U1: Spannungs-Dehnungs-Linie eines UHFB für die Schnittgrößenermittlung mit nichtlinearen Verfahren und für Verformungsberechnungen

Für den Grenzzustand der Tragfähigkeit gelten die in Kap. 1.1.2 angegebenen Werkstoffbeziehungen.

1.2 Werkstoffbeziehungen nach DIN 1045-1:2008-08

In DIN 1045-1:2008-08 wird im Abschnitt 9.1.5, Gl. (62-64), eine Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons für Verformungsberechnungen und Schnittgrößenermittlungen wie folgt angegeben:

$$\frac{\sigma_c}{f_c} = - \left(\frac{k \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \eta} \right) \quad \text{mit} \quad \eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad \text{und} \quad k = - \frac{E_{c0}}{f_c} \varepsilon_{c1} \quad (1.7)$$

Dabei ist

ε_{c1} die Dehnung bei Erreichen des Höchstwerts der Betondruckspannung

E_{c0} Tangentenmodul im Ursprung der Spannungs-Dehnungs-Linie

vereinfachend darf $E_{c0} = E_{c0m}$ angenommen werden

f_c der Höchstwert der Betondruckspannung;

für nichtlineare Verfahren der Schnittgrößenermittlung wird für f_c der Rechenwert f_{cR} ,

für Verformungsberechnungen wird für f_c der Mittelwert f_{cm} angesetzt.

Bild 6 zeigt den Kurvenverlauf in allgemeiner Form nach DIN 1045-1:2008-08, Bild 22.

Zahlenwerte für ε_{c1} , E_{c0m} und f_{cm} sind in Abhängigkeit der Festigkeitsklassen in DIN 1045-1:2008-08, Tabelle 9, angegeben. Es besteht die Möglichkeit den Zahlenwert für E_{c0m} aus der Tabelle 9 als gerundeten Wert zu nehmen oder mit der ebenfalls angegebenen Formel $E_{c0m} = 9500(f_{ck}+8)^{1/3}$ zu bestimmen. In Tabelle 5 sind die wesentlichen Kennwerte für die Normalbetone mit den gerundeten Werten aus DIN 1045-1:2008-08, Tabelle 9, zusammengestellt.

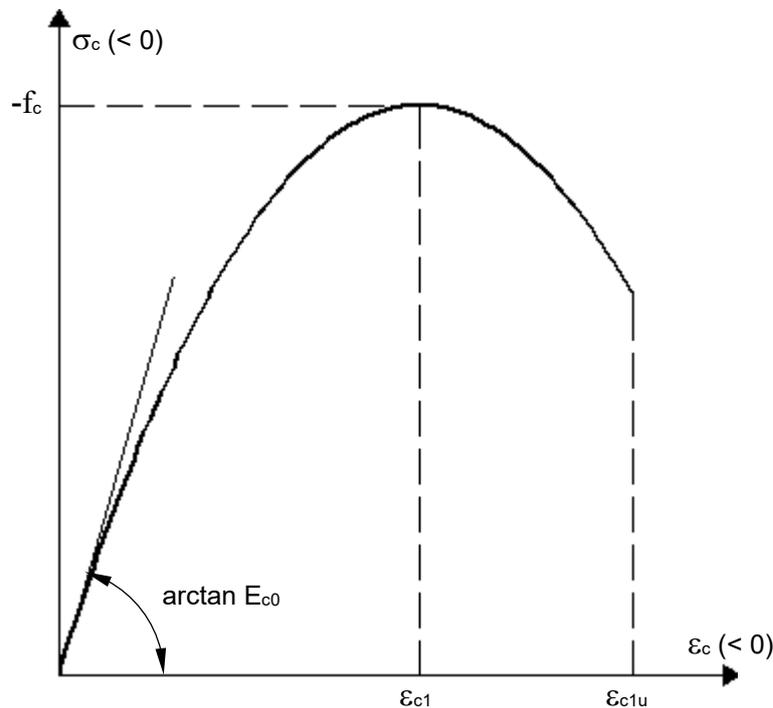


Bild 6: Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons nach DIN 1045-1:2008-08, Bild 22

Der in Tabelle 5 angegebene Elastizitätsmodul E_{cm} ist als Sekantenmodul zwischen dem Ursprung der Spannungskurve $\sigma_c = 0$ und der Spannung $\sigma_c \approx 0,4f_{cm}$ definiert und kann für eine Steifigkeitsermittlung des ungerissenen Betons im Gebrauchslastniveau bei Kurzzeitbelastung verwendet werden.

Der Zahlenwert für E_{cm} ist in DIN 1045-1:2008-08, Tabelle 9, ebenfalls als gerundeter Wert angegeben. Dieser E-Modul kann jedoch auch über den Anfangstangentenmodul E_{c0m} mit Hilfe der Formel $E_{cm} = \alpha_i E_{c0m}$ ermittelt werden, wobei der Vorfaktor α_i mit der Formel $\alpha_i = (0,8 + 0,2f_{cm}/88) \leq 1$ zu bestimmen ist. Dieser Zusammenhang wird in Heft 525, DAfStb, Kap. 9.1.3, näher erläutert.

Tabelle 5: Kennwerte von Normalbeton nach DIN 1045-1:2008-08, Tabelle 9

| Kenngröße | Festigkeitsklassen | | | | | | | | |
|------------------|--------------------|--------|--------|--------|---------|----------|-------------------------------|--------|--------|
| | C12/15 | C16/20 | C20/25 | C25/30 | C30/37 | C35/45 | C40/50 | C45/55 | C50/60 |
| f_{ck} | 12 | 16 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| f_{cm} | 20 | 24 | 28 | 33 | 38 | 43 | 48 | 53 | 58 |
| E_{c0m} | 25800 | 27400 | 28800 | 30500 | 31900 | 33300 | 34500 | 35700 | 36800 |
| E_{cm} | 21800 | 23400 | 24900 | 26700 | 28300 | 29900 | 31400 | 32800 | 34300 |
| ϵ_{c1} | -1,8 | -1,9 | -2,1 | -2,2 | -2,3 | -2,4 | -2,5 | -2,55 | -2,6 |
| ϵ_{c1u} | -3,5 | | | | | | | | |
| n | 2,0 | | | | | | | | |
| ϵ_{c2} | -2,0 | | | | | | | | |
| ϵ_{c2u} | -3,5 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| Kenngröße | Festigkeitsklassen | | | | | | Erläuterung | | |
| | C55/67 | C60/75 | C70/85 | C80/95 | C90/105 | C100/115 | | | |
| f_{ck} | 55 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | N/mm ² | | |
| f_{cm} | 63 | 68 | 78 | 88 | 98 | 108 | N/mm ² | | |
| E_{c0m} | 37800 | 38800 | 40600 | 42300 | 43800 | 45200 | N/mm ² , Gl. (1.7) | | |
| E_{cm} | 35700 | 37000 | 39700 | 42300 | 43800 | 45200 | N/mm ² | | |
| ϵ_{c1} | -2,65 | -2,7 | -2,8 | -2,9 | -2,95 | -3,0 | in ‰, Gl. (1.7) | | |
| ϵ_{c1u} | -3,4 | -3,3 | -3,2 | -3,1 | -3,0 | -3,0 | in ‰ | | |
| n | 2,0 | 1,9 | 1,8 | 1,7 | 1,6 | 1,55 | Gl. (1.9a) | | |
| ϵ_{c2} | -2,03 | -2,06 | -2,1 | -2,14 | -2,17 | -2,2 | in ‰ Gl. (1.9a) | | |
| ϵ_{c2u} | -3,1 | -2,7 | -2,5 | -2,4 | -2,3 | -2,2 | in ‰ | | |

Für Betonstahl und Spannstahl werden idealisierte bilineare Spannungs-Dehnungs-Beziehungen sowohl im Zug- als auch im Druckbereich angenommen.

Bild 3 in Kap. 1.1 zeigt bereits diesen idealisierten Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Linie eines Beton- oder Spannstahls in Anlehnung an DIN 1045-1:2008-08. Es besteht kein Unterschied zu dem Verlauf gemäß DIN EN 1992-1-1/NA:2011-01 .

1.2.1 Betonverhalten für Berechnungen mit Mittelwerten der Baustoffkennwerte

Bei den durchzuführenden Verformungsberechnungen nach DIN 1045-1:2008-08, Abschnitt 8.6.1(7), ist bei Anwendung der Gl. (1.6) für die Betonfestigkeit f_c normalerweise der Mittelwert f_{cm} einzusetzen. Diese wirklichkeitsnahen Werkstoffbeziehungen für den Beton in der Druckzone müssen im Rahmen der durchzuführenden Berechnungsschritte mehrfach differenziert und integriert werden. Die angegebene Hyperbelform ist für diese mathematischen Operationen jedoch nicht besonders gut geeignet. Deshalb ist es zweckmäßig, diese Hyperbeln in sehr viel einfacher handhabbare Polynome der Form

$$\sigma_c = f_{cm} \sum_{n=1}^4 \hat{C}_n \varepsilon_c^n \quad \text{für } 0 < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \quad (1.8)$$

zu approximieren. Dies wird programmintern vorgenommen. Zu Vergleichszwecken sind in der Tabelle 6 die Polynomkoeffizienten \hat{C}_n für die Festigkeitsklassen der Normalbetone nach DIN 1045-1:2008-08 angegeben. Die Verzerrung ε ist in Gl. (1.8) dann in ‰ einzusetzen.

Es wird darauf hingewiesen, dass Koeffizienten \hat{C}_n für eine mit den Formelwerten E_{com} ermittelte σ - ε -Kurve des Betons approximiert worden sind. Werden diese Koeffizienten mit den gerundeten Tabellenwerten E_{com} berechnet, so ergeben sich geringfügige Unterschiede zu den Werten in Tabelle 6, die auf das Gesamtergebnis im Rechenprogramm KIPNT2 nur einen vernachlässigbaren Einfluss haben.

Tabelle 6: Polynom-Koeffizienten für Spannungs-Dehnungs-Linien der Betonfestigkeitsklassen C12/15 bis C100/115 für Mittelwerte der Betonkennwerte E_{com} und f_{cm}

| Betonfestigkeitsklasse | Koeffizienten \hat{C}_n für Polynomapproximation der σ - ε -Linie des Betons | | | |
|------------------------|---|--------------|---------------|-----------------|
| | \hat{C}_1 | \hat{C}_2 | \hat{C}_3 | \hat{C}_4 |
| C12/15 | 1,2878914 | -0,52178299 | 0,073845461 | -0,0055531082 |
| C16/20 | 1,1415656 | -0,37635425 | 0,030743232 | -0,0016270282 |
| C20/25 | 1,0301517 | -0,30564851 | 0,022221588 | -0,0010902295 |
| C25/30 | 0,92337990 | -0,21979372 | 0,0031272732 | -0,000039846236 |
| C30/37 | 0,84050065 | -0,16467826 | -0,0046947808 | -0,00017445876 |
| C35/45 | 0,77406335 | -0,12833150 | -0,0068279686 | -0,00072858669 |
| C40/50 | 0,71941757 | -0,10352166 | -0,0064013917 | -0,0013187004 |
| C45/55 | 0,67369378 | -0,083494656 | -0,0037807147 | -0,0026560798 |
| C50/60 | 0,63479483 | -0,070835292 | 0,0010136809 | -0,0041454355 |
| C55/67 | 0,60113639 | -0,062094241 | 0,0059539145 | -0,0054294211 |
| C60/75 | 0,57165408 | -0,055840228 | 0,010394566 | -0,0064162733 |
| C70/85 | 0,52218467 | -0,046696063 | 0,016267035 | -0,0073718275 |
| C80/95 | 0,48152754 | -0,033480864 | 0,013307819 | -0,0062128105 |
| C90/105 | 0,44834128 | -0,027535744 | 0,015599133 | -0,0063834870 |
| C100/115 | 0,42058733 | -0,026263339 | 0,019255957 | -0,0067321304 |

Die Originalkurvenverläufe Gl. (1.7) nach DIN 1045-1:2008-08 und die Polynomkurven Gl (1.8) sind praktisch identisch. Die Abweichungen zwischen beiden Kurvenverläufen betragen weniger als ein Promille. Auf eine grafische Darstellung der Kurven kann wegen diesen sehr geringen Abweichungen verzichtet werden.

Für die Ermittlung der Steifigkeiten der Randquerschnitte wird der Anfangstangentenmodul E_{c0m} der Betonwerkstoffbeziehung verwendet. Die Anfangstangentenmoduln ergeben sich auch aus dem ersten Koeffizienten des Polynoms multipliziert mit der Festigkeit f_{cm} ($E_{c0m} = \hat{C}_1 f_{cm}$).

Der Gleitmodul für den Zustand I wird aus E_{c0m} über die Querdehnungszahl ermittelt:

$$G_{c0m} = E_{c0m} / (2 + 2\nu).$$

Die Querdehnungszahl ν wird im Folgenden (siehe Kap. 3) noch eingelesen. Die hier angegebenen Tabellenwerte sind mit $\nu = 0,2$ ermittelt worden.

Folgende Zahlenwerte sind für die Standardbetone abgespeichert oder werden formelmäßig berechnet:

nach DIN 1045-1:2008-08, Tab. 9, mit Heft 525 DAfStb:

| Betonfestigkeitsklasse | E_{c0m} [kN/mm ²] | G_{c0m} [kN/mm ²] |
|------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| C12/15 | 25,8 | 10,8 |
| C16/20 | 27,4 | 11,4 |
| C20/25 | 28,8 | 12,0 |
| C25/30 | 30,5 | 12,7 |
| C30/37 | 31,9 | 13,3 |
| C35/45 | 33,3 | 13,9 |
| C40/50 | 34,5 | 14,5 |
| C45/55 | 35,7 | 14,9 |
| C50/60 | 36,8 | 15,3 |
| C55/67 | 37,8 | 15,8 |
| C60/75 | 38,8 | 16,2 |
| C70/85 | 40,6 | 16,9 |
| C80/95 | 42,3 | 17,6 |
| C90/105 | 43,8 | 18,3 |
| C100/115 | 45,2 | 18,8 |

Für die Berechnung der Steifigkeiten werden bei der Ermittlung des Anfangstangentenmoduls noch die Sicherheitsbeiwerte und der Dauerlasteinfluss berücksichtigt.

1.2.2 Werkstoffbeziehungen für den Grenzzustand der Tragfähigkeit bei Beton und Bewehrungsstahl

Für die Ermittlung des Grenzzustands der Tragfähigkeit wird eine Spannungs-Dehnungs-Linie in Form eines im Bild 7 dargestellten Parabel-Rechteck-Diagramms gemäß DIN 1045-1:2008-08, Bild 23, verwendet.

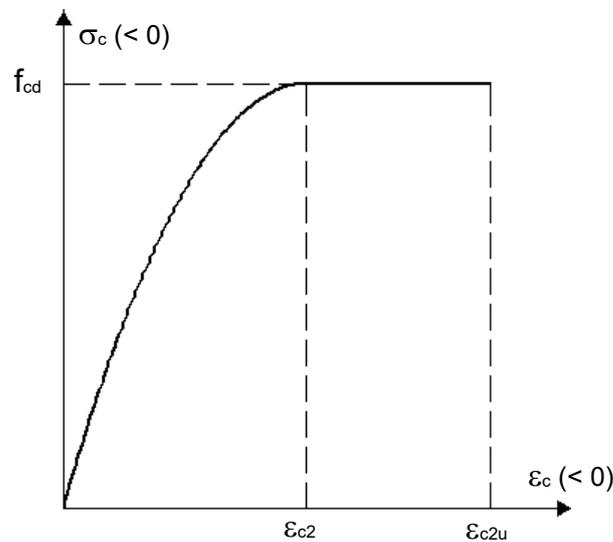


Bild 7: Parabel-Rechteck-Diagramm des Betons nach DIN 1045-1:2008-08, Bild 23

Diese Spannungs-Dehnungs-Linie wird durch die folgenden beiden Gleichungen beschrieben:

$$\sigma_c = -f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \text{für } 0 \geq \epsilon_c \geq \epsilon_{c2} \quad (1.9a)$$

$$\sigma_c = -f_{cd} \quad \text{für } \epsilon_{c2} \geq \epsilon_c \geq \epsilon_{c2u} \quad (1.9b)$$

Dabei ist

n der Exponent der Parabel

ϵ_{c2} die Dehnung beim Erreichen der Festigkeitsgrenze

ϵ_{c2u} die maximale Dehnung

Die Werte für n , ϵ_{c2} und ϵ_{c2u} sind für die Betonfestigkeitsklassen in Abhängigkeit von der charakteristischen Festigkeit f_{ck} DIN 1045-1:2008-08, Tabelle 9, und hier der Tabelle 5 zu entnehmen.

Der Bemessungswert f_{cd} wird wie folgt bestimmt:

$$f_{cd} = \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c \quad (1.9c)$$

mit α der Abminderungsbeiwert zur Berücksichtigung von Langzeitwirkungen auf die Druckfestigkeit und zur Umrechnung zwischen Zylinderdruckfestigkeit und einaxialer Druckfestigkeit des Betons. Für Normalbeton ist $\alpha = 0,85$ zu setzen.

γ_c der Teilsicherheitsbeiwert für Beton nach DIN 1045-1:2008-08, Tabelle 2.

Ab Festigkeitsklasse C55/67 ist γ_c noch mit γ_c' zu multiplizieren, siehe DIN 1045-1:2008-08, Abschn. 5.3.3 (9).

Um die Integration des Spannungsverlaufs über die Fläche der Betondruckzone in geschlossener Form durchführen zu können, werden die Parabel-Rechteck-Diagramme in Polynome vierten Grades umgewandelt, wie dies bereits bei den wirklichkeitsnahen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen geschehen ist:

$$\sigma_c = f_{cd} \sum_{n=1}^4 \hat{B}_n \varepsilon_c^n \quad \text{für } 0 < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2u} \quad (1.10)$$

In der Tabelle 7 sind die Polynomkoeffizienten \hat{B}_n für die Festigkeitsklassen der Normalbetone nach DIN 1045-1:2008-08 angegeben. Die Verzerrung ε ist in Gl. (1.10) in ‰ einzusetzen.

Tabelle 7: Polynom-Koeffizienten für das Parabel-Rechteck-Diagramm der Betonfestigkeitsklassen C12/15 bis C100/115

| Betonfestigkeitsklasse | Koeffizienten \hat{B}_n für Polynomapproximation des Parabel-Rechteck-Diagramms | | | |
|------------------------|---|--------------|--------------|---------------|
| | \hat{B}_1 | \hat{B}_2 | \hat{B}_3 | \hat{B}_4 |
| C12/15 bis C50/60 | 0,99847513 | -0,23186760 | -0,029928159 | 0,010966925 |
| C55/67 | 0,96266007 | -0,17007539 | -0,065218337 | 0,017317049 |
| C60/75 | 0,88579768 | -0,098994210 | -0,085031949 | 0,018804405 |
| C70/85 | 0,83955199 | -0,11509599 | -0,041657493 | 0,0067933444 |
| C80/95 | 0,79475856 | -0,13436480 | 0,0021369203 | -0,0050187064 |
| C90/105 | 0,73872423 | -0,11810442 | 0,016601011 | -0,0097985351 |
| C100/115 | 0,70577902 | -0,10238498 | 0,014605294 | -0,0090792878 |

Die Polynomverläufe im Vergleich mit dem Parabel-Rechteck-Diagramm sind in den folgenden Bildern 8a bis 8g dargestellt.

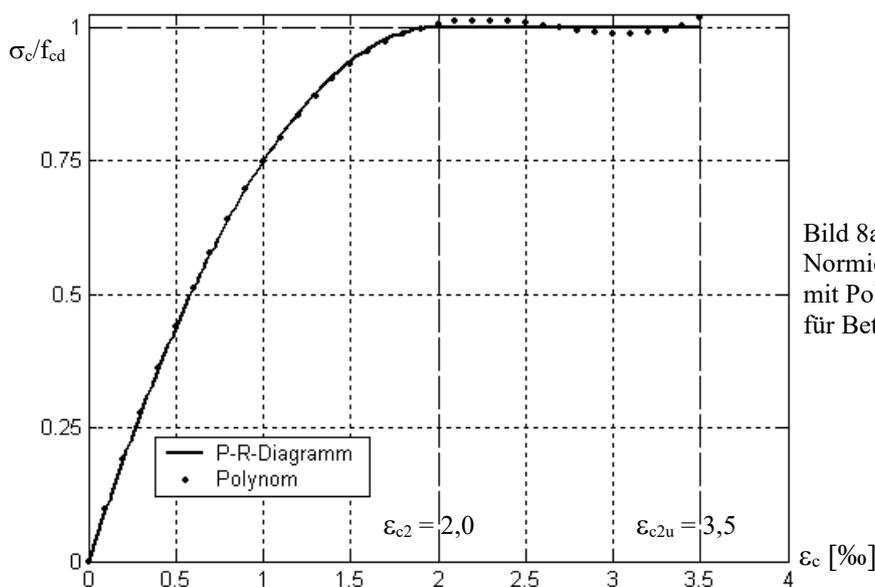


Bild 8a:
 Normiertes Parabel-Rechteck-Diagramm
 mit Polynomapproximation
 für Beton C12/15 bis C50/60

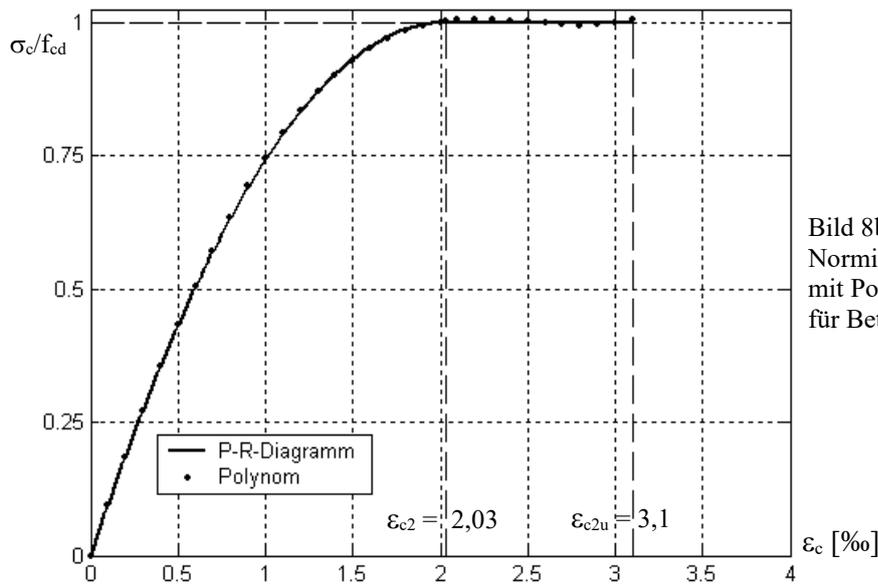


Bild 8b:
 Normiertes Parabel-Rechteck-Diagramm
 mit Polynomapproximation
 für Beton C55/67

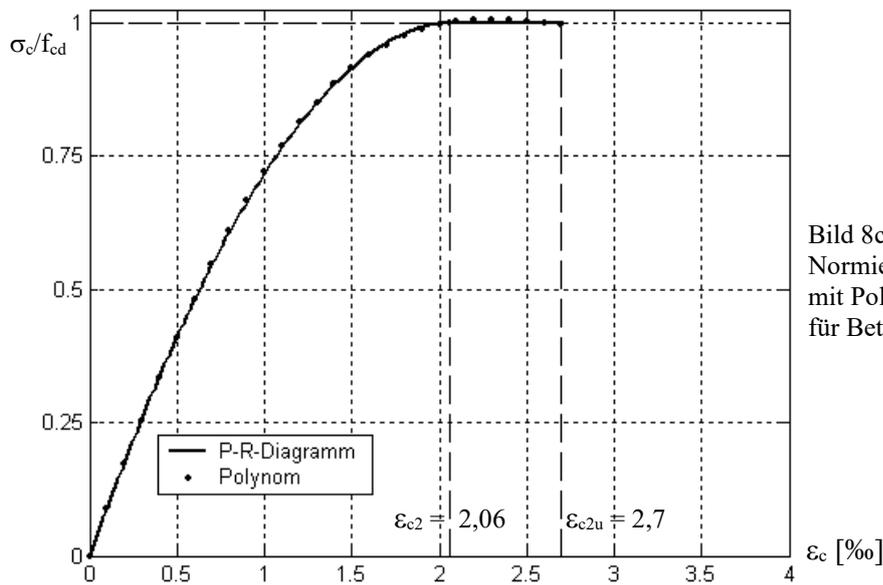


Bild 8c:
 Normiertes Parabel-Rechteck-Diagramm
 mit Polynomapproximation
 für Beton C60/75

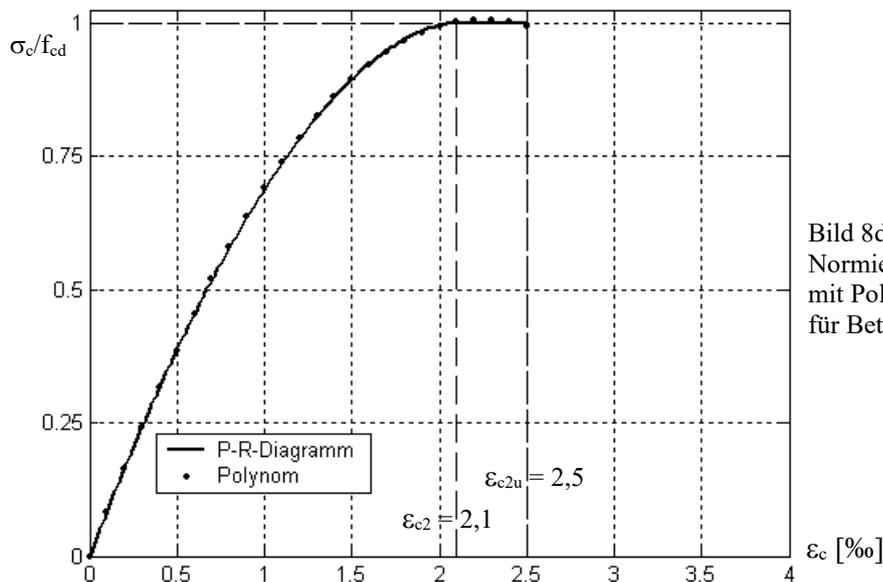


Bild 8d:
 Normiertes Parabel-Rechteck-Diagramm
 mit Polynomapproximation
 für Beton C70/85

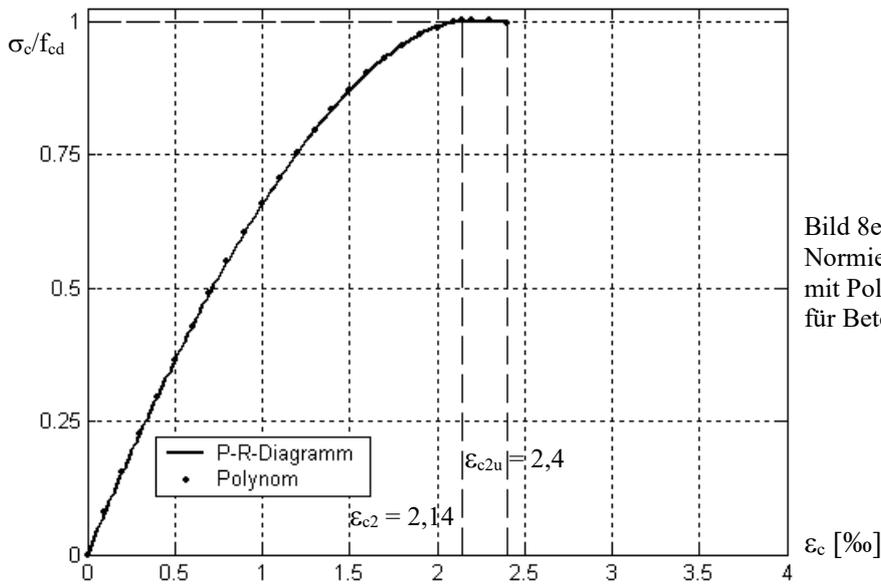


Bild 8e:
 Normiertes Parabel-Rechteck-Diagramm
 mit Polynomapproximation
 für Beton C80/95

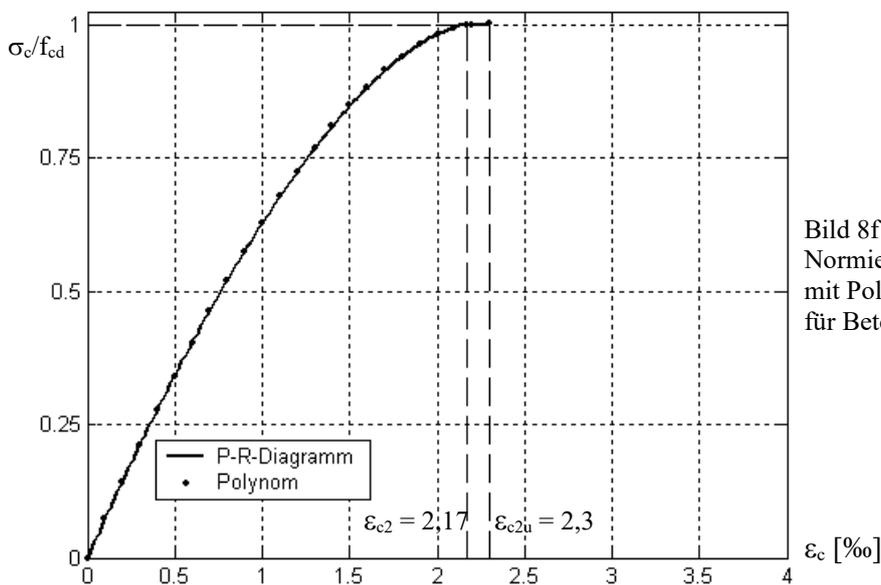


Bild 8f:
 Normiertes Parabel-Rechteck-Diagramm
 mit Polynomapproximation
 für Beton C90/105

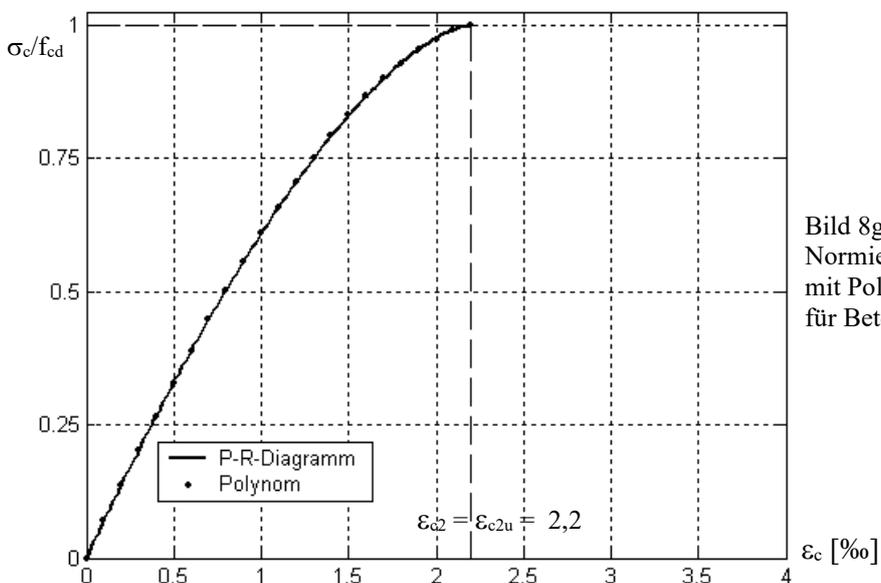


Bild 8g:
 Normiertes Parabel-Rechteck-Diagramm
 mit Polynomapproximation
 für Beton C100/115

Die Polynomkurven der Bilder 8a-g weichen von dem Parabel-Rechteck-Diagramm nur geringfügig ab. Der Fehler liegt z.B. bei der Bestimmung der Betondruckkraft oder ihres Hebelarmes in der Größenordnung von 1 %. Hier soll darauf hingewiesen werden, dass auch der Parabel-Rechteck-Verlauf der DIN-Vorschriften nur eine Rechenvereinbarung darstellt. Deshalb sind die genannten geringen Abweichungen ohne große Bedeutung für die Berechnung des Grenzzustandes der Tragfähigkeit.

Für die Bewehrungen wird das im Bild 3 dargestellte bilineare Werkstoffverhalten angenommen. Als Werkstoffkennwerte sind jedoch nicht mehr die Mittelwerte der Festigkeiten sondern die charakteristischen Festigkeiten einzusetzen (siehe Ausführungen am Ende von Kap. 1.1.3).

Hinweis: Das im folgenden Kapitel 1.2.3 beschriebene Betonverhalten ist für Berechnungen der Kippstabilität nur sehr begrenzt geeignet.

1.2.3 Betonverhalten für Berechnungen mit rechnerischen Mittelwerten der Baustofffestigkeiten

Für nichtlineare Berechnungen nach DIN 1045-1:2008-8, Abschnitt 8.5.1, wird in Gl. (3.1) für die Festigkeit f_c der rechnerische Mittelwert $f_{cR} = 0,85 \cdot \alpha \cdot f_{ck}$ (bis C50/60) oder $f_{cR} = 0,85 \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c$ (ab C55/67) eingesetzt. Alle übrigen Zahlenwerte, wie für ϵ_{c1} und E_{c0m} , sind in Abhängigkeit der Festigkeitsklassen in DIN 1045-1:2008-08, Tabelle 9, und hier in Tabelle 8 angegeben. Auch diese Hyperbeln werden in sehr viel einfacher handhabbare Polynome der Form

$$\sigma_c = f_{cR} \sum_{n=1}^4 \hat{D}_n \epsilon_c^n \quad \text{für } 0 < \epsilon_c \leq \epsilon_{c1u} \quad (1.11)$$

programmintern approximiert. Zum Vergleich sind in der Tabelle 7 die Polynomkoeffizienten \hat{D}_n für die Festigkeitsklassen der Normalbetone nach DIN 1045-1:2008-08 angegeben. Die Verzerrung ϵ ist in Gl. (1.11) dann in ‰ einzusetzen.

Tabelle 8: Polynom-Koeffizienten für Spannungs-Dehnungs-Linien der Betonfestigkeitsklassen C12/15 bis C100/115 für rechnerische Mittelwerte der Betonfestigkeiten f_{cR} und Mittelwert des E-Moduls $1,0E_{c0m}$

| Betonfestigkeitsklasse | Koeffizienten \hat{D}_n für Polynomapproximation der σ - ϵ -Linie des Betons | | | |
|------------------------|--|-------------|--------------|-----------------|
| | \hat{D}_1 | \hat{D}_2 | \hat{D}_3 | \hat{D}_4 |
| C12/15 | 1,8593345 | -1,2556583 | 0,36751622 | -0,040182777 |
| C16/20 | 1,7162992 | -1,0807314 | 0,29924801 | -0,031619724 |
| C20/25 | 1,5836773 | -0,93495786 | 0,24729933 | -0,025339093 |
| C25/30 | 1,4459990 | -0,78447479 | 0,19359012 | -0,019025661 |
| C30/37 | 1,3643154 | -0,71776760 | 0,17778277 | -0,018010864 |
| C35/45 | 1,3054832 | -0,68237180 | 0,17462955 | -0,018590169 |
| C40/50 | 1,1880773 | -0,55435848 | 0,12688188 | -0,012492337 |
| C45/55 | 1,0939611 | -0,45557180 | 0,092435382 | -0,0085129989 |
| C50/60 | 1,0159893 | -0,37844333 | 0,067000680 | -0,0057092519 |
| C55/67 | 0,95974141 | -0,32736975 | 0,051549505 | -0,0041300943 |
| C60/75 | 0,91206491 | -0,28643534 | 0,039811272 | -0,0029744802 |
| C70/85 | 0,83576840 | -0,22648048 | 0,024108155 | -0,0015255145 |
| C80/95 | 0,77763504 | -0,18632108 | 0,015093974 | -0,00079612399 |
| C90/105 | 0,73212361 | -0,15432605 | 0,0080521433 | -0,00030976889 |
| C100/115 | 0,69574428 | -0,13131604 | 0,0037803592 | -0,000092076254 |

Die Verläufe der Originalkurven nach Gl. 1.6 und des Polynoms nach Gl. 1.8 sind praktisch identisch. Auf eine grafische Darstellung der Kurven kann wegen der sehr geringen Abweichungen verzichtet werden.

1.3 Werkstoffbeziehungen nach DIN 1045:1988 und DIN 4227:1988

In DIN 1045:1988 und DIN 4227:1988 werden die Festigkeitsklassen des Betons nach der Nennfestigkeit β_{WN} eingeteilt. Diese Nennfestigkeit $\beta_{WN} (\hat{=} f_{ck})$ ist standardmäßig aus der Druckfestigkeit $\beta_{W28} (\hat{=} f_{ck,cube})$ von Betonwürfeln mit einer Kantenlänge von 20 cm unter Beachtung des 5%-Quantils festgelegt worden. Zu beachten ist, dass nach DIN EN 1992-1-1:2011-01 bzw. DIN 1045-1:2008-08 die Kantenlänge der Betonwürfel demgegenüber nur 15 cm beträgt. Die üblichen Festigkeitsklassen für Konstruktionsbeton sind B25, B35, B45 und B55. Eine wirklichkeitsnahe Werkstoffbeziehung für den Beton in der Druckzone wird in DIN 1045:1988 und DIN 4227:1988 explizit nicht vorgegeben. Deshalb muss dafür auf Vorschläge in der Fachliteratur zurückgegriffen werden.

Für Betonstahl und Spannstahl werden idealisierte bilineare Spannungs-Dehnungs-Beziehungen sowohl im Zug- als auch im Druckbereich angenommen. Bild 11 am Schluss von Kap. 1.3.2 zeigt diesen idealisierten Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Linie eines Beton- oder Spannstahls in Anlehnung an DIN 1045:1988 bzw. DIN 4227:1988. Diese Werkstoffbeziehungen für den Bewehrungsstahl werden sowohl für wirklichkeitsnahe Berechnungen als auch für den Grenzzustand der Tragfähigkeit angesetzt.

1.3.1 Betonverhalten für Berechnungen mit Mittelwerten der Baustoffkennwerte

Zur Berechnung der Biege- und Torsionssteifigkeiten werden in Abhängigkeit von der Betonfestigkeitsklasse die wirklichkeitsnahen Werkstoffbeziehungen aus der Dissertation *Grasser*, TU München 1968, verwendet. Die von *Grasser* und in DIN EN 1992-1-1:2011-01 bzw. in DIN 1045-1:2008-08 angegebenen Werkstoffformulierungen für den Beton sehen zwar formal anders aus, sind vom Inhalt her jedoch identisch. Durch Einsetzen der verwendeten Parameter lassen sich beide Formulierungen ineinander überführen.

Grasser gibt für den Verlauf der Beton-Werkstoffbeziehung in der Druckzone die folgende Formel an:

$$\sigma_c = \beta_p \frac{a\varepsilon + b\varepsilon^2}{1 + c\varepsilon} \tag{1.12}$$

Dabei ist β_p die Prismenfestigkeit des Betons, die näherungsweise der Zylinderfestigkeit f_{cm} entspricht. Die Faktoren a,b,c sind in Tabelle 9 angegeben.

Die Prismenfestigkeit β_p kann mit 85 % der mittleren Würfeldruckfestigkeit angenommen werden, also $\beta_p = 0,85 \beta_{Wm}$. Diese Annahme ist genügend genau, obwohl der Umrechnungsfaktor eigentlich nicht konstant ist, sondern in Abhängigkeit von der Betonfestigkeit etwa zwischen 0,8 und 0,9 liegt. Die mittlere Würfeldruckfestigkeit β_{Wm} des Betons ergibt sich aus seiner Nennfestigkeit β_{WN} durch Addition von 5 N/mm², also $\beta_{Wm} = \beta_{WN} + 5$. Die Prismenfestigkeit beschreibt das Betonverhalten unter einer Kurzzeitbelastung. Der Einfluss einer Dauerlast kann näherungsweise durch eine Abminderung der Prismenfestigkeit um weitere 15 % auf $\beta_{p,d} \approx 0,7 \beta_{Wm}$ berücksichtigt werden.

Tabelle 9: Faktoren a,b,c für das Betonverhalten in der Druckzone nach Grasser

| Betonfestigkeitsklasse | Faktoren | | |
|------------------------|----------|---------|--------|
| | a | b | c |
| B25 | 1,395 | -0,2066 | 0,489 |
| B35 | 1,149 | -0,2066 | 0,240 |
| B45 | 0,970 | -0,2066 | 0,061 |
| B55 | 0,828 | -0,2066 | -0,081 |

Auch die in Gl. (1.12) angegebene *Grasser-Hyperbel* wird in ein Polynom vierten Grades approximiert:

$$\sigma = \beta_P \sum_{n=1}^4 A_n \varepsilon^n \quad \text{für } 0 < \varepsilon \leq \varepsilon_u \quad (1.13)$$

Die Verzerrung ε ist in ‰ einzusetzen. Die maximale Verzerrung ε_u ist im Bild 9 angegeben.

Tabelle 10 : Koeffizienten für wirklichkeitsnahes Verhalten des Betons in der Druckzone

| Betonfestigkeitsklasse | Koeffizienten A_n des wirklichkeitsnahen Verhaltens für B25 – B55 | | | |
|------------------------|---|------------|--------------|---------------|
| | A_1 | A_2 | A_3 | A_4 |
| B25 | 1,328269 | -0,6617875 | 0,15233030 | -0,01471286 |
| B35 | 1,142718 | -0,4532405 | 0,07862710 | -0,006764053 |
| B45 | 0,9698443 | -0,2651278 | 0,01547806 | -0,0006569511 |
| B55 | 0,8285252 | -0,1414913 | -0,009247983 | -0,001691666 |

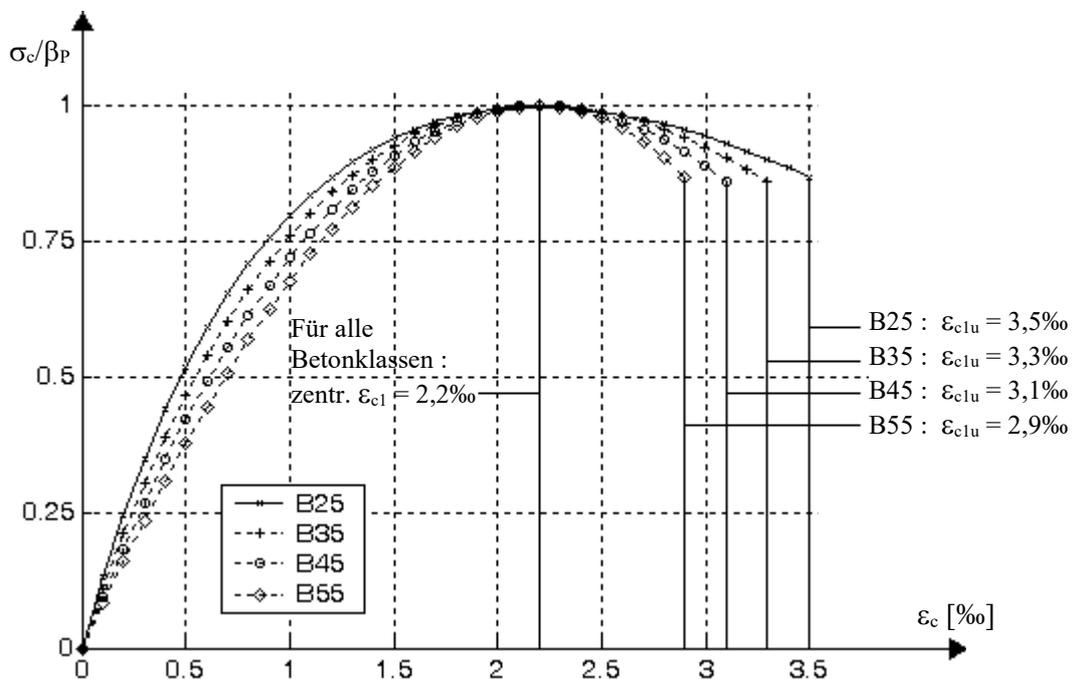


Bild 9: Normierte Spannungs-Dehnungs-Linien nach *Grasser* für Betone B25 bis B55

Für die Ermittlung der Steifigkeiten der Randquerschnitte wird der Anfangstangentenmodul E_{b0} der Betonwerkstoffbeziehung verwendet, wobei bei dessen Berechnung der Dauerlasteinfluss berücksichtigt wird. Die Anfangstangentenmoduln ergeben sich aus dem ersten Koeffizienten des Polynoms multipliziert mit der Festigkeit β_P ($E_{b0} = A_1 \beta_P$).

Der Gleitmodul für den Zustand I wird aus E_{b0} über die Querdehnungszahl ermittelt:

$$G_{c0m} = E_{b0} / (2 + 2\nu).$$

Die Querdehnungszahl ν wird im Folgenden noch eingelesen. Die hier angegebenen Tabellenwerte sind mit $\nu = 0,2$ ermittelt worden.

Folgende Zahlenwerte sind für die Standardbetone abgespeichert oder werden formelmäßig berechnet:

DIN 1045:1988 und DIN 4227 :

Elastizitätsmodul E_{b0} und G_{b0} als Anfangstangentenmoduln der Randquerschnitte für die vier möglichen Betonfestigkeitsklassen:

| Betonfestigkeitsklasse | E_{b0} [kN/mm ²] | G_{b0} [kN/mm ²] |
|------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| B25 | 39,9 | 16,6 |
| B35 | 45,7 | 19,0 |
| B45 | 48,5 | 20,2 |
| B55 | 49,7 | 20,7 |

1.3.2 Werkstoffbeziehungen für den Grenzzustand der Tragfähigkeit bei Beton und Bewehrungsstahl

Für Berechnungen der Betondruckkraft im Bruchzustand (Grenzzustand der Tragfähigkeit) nach DIN 1045:1988, Bild 11 und Tabelle 12, und DIN 4227:1988, Bild 6, wird als Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons ebenfalls ein Parabel-Rechteck-Diagramm verwendet, s. Gl. (1.13). Für alle Festigkeitsklassen gilt das gleiche Diagramm. Die Berechnungsgröße für den Beton ist die Rechenfestigkeit $\beta_R (\hat{=} \alpha f_{ck})$, deren Werte in der Tabelle 11 zusammengestellt sind.

Tabelle 11: Rechenwerte β_R für das Parabel-Rechteck-Diagramm der Betonfestigkeitsklassen B25 bis B55 nach DIN 1045:1988 und DIN 4227:1988

| Betonfestigkeitsklasse | Nennfestigkeit β_{WN} [N/mm ²] | Rechenwerte β_R [N/mm ²] ($\hat{=} \alpha f_{ck}$) | |
|------------------------|---|--|--|
| | | DIN 1045:1988 (Stahlbeton) gemäß Bild 11 mit Tabelle 12 | DIN 4227:1988 (Spannbeton) gemäß Bild 6 |
| B25 | 25 | -17,5 | -15,0 |
| B35 | 35 | -23,0 | -21,0 |
| B45 | 45 | -27,0 | -27,0 |
| B55 | 55 | -30,0 | -33,0 |

Für die Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons gilt:

$$\sigma_c / \beta_R = \varepsilon_c - 0,25 \varepsilon_c^2 \quad \text{für } \varepsilon_c \leq 2 \text{ ‰} \quad (1.14a)$$

$$\sigma_c / \beta_R = 1 \quad \text{für } 2 \text{ ‰} < \varepsilon_c \leq 3,5 \text{ ‰} \quad (1.14b)$$

Das Parabel-Rechteck-Diagramm wird in ein Polynom dritten Grades umgewandelt. Da die Form des Parabel-Rechteck-Diagramms für alle Betonklassen gleich ist, wird die Einheitskurve approximiert. Die Werkstoffbeziehung lautet dann:

$$\sigma_c / \beta_R = 1,090639 \varepsilon_c - 0,3837045 \varepsilon_c^2 + 0,04379554 \varepsilon_c^3 \quad \text{für } 0 < \varepsilon_c \leq 3,5 \text{ ‰} \quad (1.15)$$

Die Verzerrung ε ist in ‰ einzusetzen.

Der Unterschied dieses Polynoms im Vergleich zum Parabel-Rechteck-Diagramm wird im Bild 10 dargestellt.

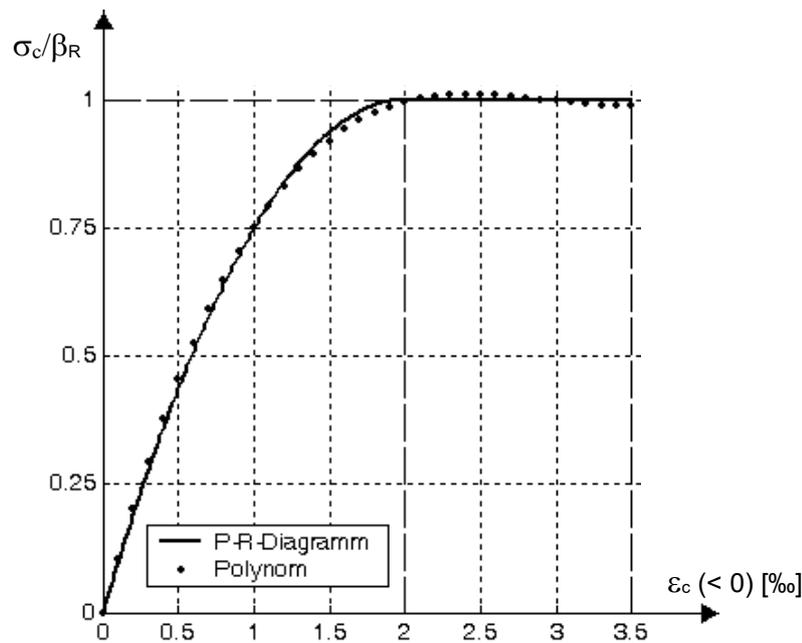


Bild 10: Parabel-Rechteck-Diagramm nach DIN 1045:1988 und DIN 4227:1988

Die Polynomkurve des Bildes 10 weicht von dem Parabel-Rechteck-Diagramm nur geringfügig ab. Der Fehler liegt z.B. bei der Bestimmung der Betondruckkraft oder ihres Hebelarmes in der Größenordnung von etwa einem Prozent. Hier soll darauf hingewiesen werden, dass auch der Parabel-Rechteck-Verlauf nur eine Rechenvereinbarung darstellt. Deshalb sind die genannten geringen Abweichungen ohne wesentliche Bedeutung für die Berechnung des Grenzzustandes der Tragfähigkeit bzw. des Bruchzustandes.

Für Betonstahl und Spannstahl werden idealisierte bilineare Spannungs-Dehnungs-Beziehungen sowohl im Zug- als auch im Druckbereich angenommen.

Im Bild 11 wird dieser idealisierte Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Linie eines Betonstahls gemäß DIN 1045:1988, Bild 12, oder gemäß DIN 4227:1988, Bild 5, dargestellt. Der Rechenwert für den Elastizitätsmodul der Betonstähle ist mit $E_s = 210000 \text{ N/mm}^2$ vorgegeben.

Die Spannungs-Dehnungs-Linie und der Elastizitätsmodul der Spannstähle E_p ist der entsprechenden Zulassung zu entnehmen. Auch für die Spannstähle gilt ein bilinearer Verlauf nach Bild 11.

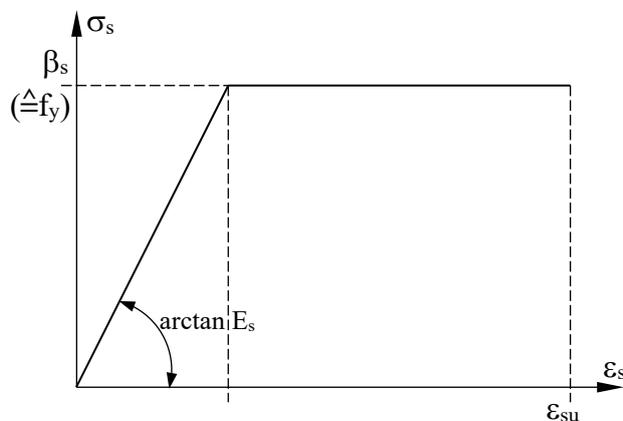


Bild 11: Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Bewehrungen bei Zug- oder Druckbeanspruchung nach DIN 1045:1988 und DIN 4227:1988

Die Grenzen für die Verzerrungen auf der Druck- und der Zugseite werden in DIN 1045:1988 oder in DIN 4227:1988 folgendermaßen angegeben: Die Stahldehnung ist bei Betonstahl auf $\epsilon_{su} = 5\%$ und bei Spannstahl auf $\epsilon_{pu} = (\epsilon_p^{(0)} + 5\%)$ zu begrenzen. Dabei ist $\epsilon_p^{(0)}$ die Vordehnung des Spannstahls.

1.4 Werkstoffverhalten des Betons mit Kriecheinfluss

Das Kriechen des Betons wird in Anlehnung an die Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1:2011-01 , Heft 600, DAfStb, dadurch berücksichtigt, dass in der Spannungs-Verzerrungs-Linie des Betons für die Kurzzeitbelastung, s. Kap. 1.1, Bild 2, die Verzerrungswerte des Betons mit dem Faktor $(1+\varphi_{ef})$ multipliziert werden. Dies ist im folgenden Bild 12 dargestellt.

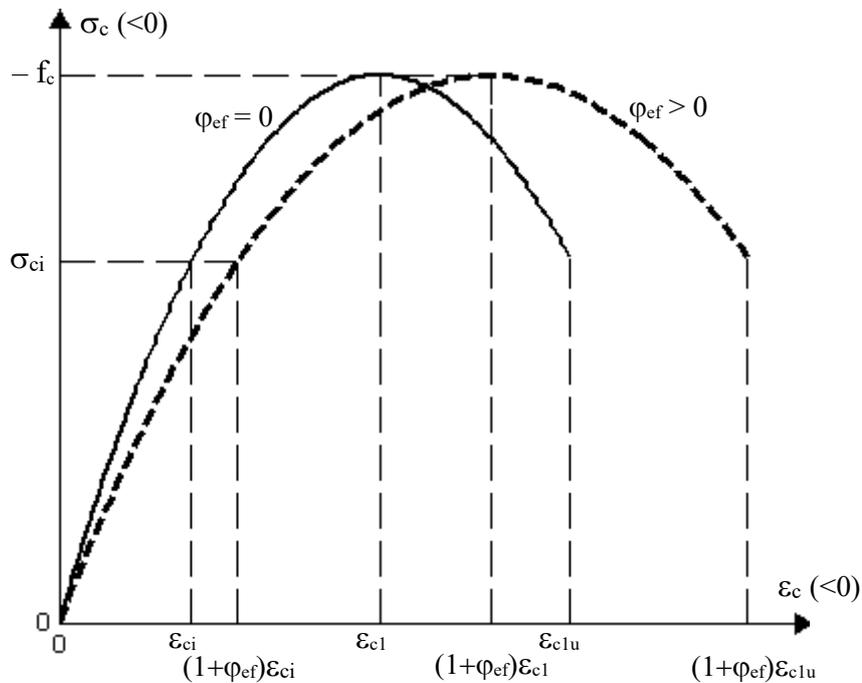


Bild 12: Vereinfachte Berücksichtigung des Kriechens in der Spannungs-Verzerrungs-Linie des Betons nach Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1:2011-01 , Heft 600, DAfStb, Bild H5-15

Nach DIN EN 1992-1-1:2011-01, Abschnitt 3.1.4 mit Anhang B, können Grundzahlen des Kriechens φ_i ermittelt werden. Eine mögliche Vorgehensweise zur Berechnung einer effektiven Kriechzahl φ_{ef} für zwei Belastungsabschnitte wird von Röder im Forschungsbericht „Kippstabilität von Stahlbeton- und Spannbetonträgern“, kassel university press 2015, ISBN 978-3-86219-934-1, Kap. 8, in Anlehnung an den Beitrag von Trost, Beton- und Stahlbetonbau 1967, Hefte 10 und 11, angegeben.

2. Querschnittswerte und Steifigkeiten eines Stahlbetonquerschnitts für wirklichkeitsnahes Werkstoffverhalten

Bekanntlich sind beim Verbundquerschnitt aus Stahlbeton wegen des nichtlinearen Spannungs-Verzerrungs-Zusammenhanges, besonders infolge der im Vergleich zur Druckfestigkeit geringen Zugfestigkeit des Betons, die Lage und Richtung der Querschnittshauptachsen, alle Querschnittswerte und die Steifigkeiten belastungsabhängig. Für deren Berechnung werden nur der Bereich der nicht gerissenen Betonfläche und die punktweise vorhandenen Bewehrungsstäbe berücksichtigt. Als Folge der nichtlinearen Spannungs-Verzerrungs-Zuordnungen für Beton und Bewehrungen kann der zu einer äußeren Belastung gehörende innere Verzerrungszustand des Querschnitts nur auf iterativem Weg bestimmt werden. Mit diesem Verzerrungszustand kann dann der Elastizitätsmodul aus der Werkstoffbeziehung für jedes σ - ε -Wertepaar berechnet werden. Die analytische Form und der Maximalwert der Werkstoffbeziehung und der Beanspruchungszustand bestimmen die Größe des Elastizitätsmoduls, der bei der Ermittlung der benötigten Steifigkeiten und Querschnittswerte eine wesentliche Rolle spielt.

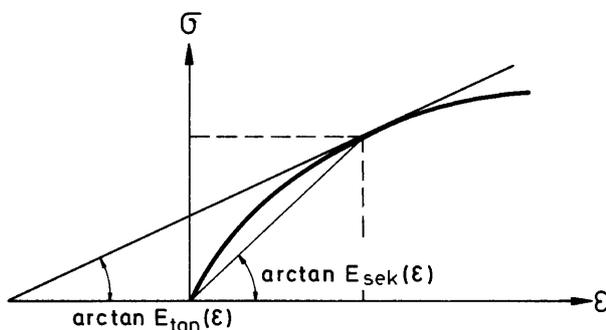


Bild 13: Sekanten- und Tangentenmodul

Beim Elastizitätsmodul muss zwischen Sekanten- und Tangentenmodul unterschieden werden, wobei die Entscheidung, welcher Elastizitätsmodul maßgebend ist, von der Art des behandelten Problems und mit der damit verbundenen Lastaufbringung abhängt. Der grundsätzliche Unterschied zwischen Sekantenmodul $E_{\text{sek}} = \frac{\sigma}{\varepsilon}$ und Tangentenmodul $E_{\text{tan}} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ ist im Bild 13 dargestellt.

2.1 Querschnittswerte für Biegebeanspruchung

Für die Berechnung der Querschnittswerte des Verbundquerschnitts werden nur die ungerissene Betonfläche A_c und die Flächen der punktweise angeordneten nicht vorgespannten Bewehrungsstäbe A_s und der vorgespannten Bewehrungsstäbe A_p herangezogen. Da mit einem nichtlinearen Betonwerkstoffverhalten gearbeitet wird, ist bei den auszuführenden Flächenintegrationen über den E-Modul zu integrieren.

Der Verlauf des Elastizitätsmoduls E_c des Betons wird entweder als Sekantenmodul oder als Tangentenmodul über das Werkstoffverhalten (siehe Kap. 4) aus den vorhandenen Spannungen und Verzerrungen ermittelt. Die E-Moduln E_s der nicht vorgespannten Bewehrungsstäbe und E_p der vorgespannten Bewehrungsstäbe ergeben sich ebenfalls über die entsprechenden Werkstoffbeziehungen aus den an den betreffenden Stellen auftretenden Verzerrungen. Bei der Bestimmung des Elastizitätsmoduls E_p der Spannbewehrung ist die Vordehnung des Spannstahls zu berücksichtigen.

Zuerst werden folgende Steifigkeitswerte bezogen auf das bei der Eingabe gewählte Koordinatensystem ermittelt:

$$\begin{aligned}
 \text{elastische Fläche (EA)} &= \iint_{A_c} E_c dA_c + \sum_{i=1}^n E_{si} A_{si} + \sum_{j=1}^m E_{pj} A_{pj} \\
 \text{stat.Moment um } y\text{-Achse (ES}_y) &= \iint_{A_c} E_c z dA_c + \sum_{i=1}^n E_{si} z_{si} A_{si} + \sum_{j=1}^m E_{pj} z_{pj} A_{pj} \\
 \text{stat.Moment um } z\text{-Achse (ES}_z) &= \iint_{A_c} E_c y dA_c + \sum_{i=1}^n E_{si} y_{si} A_{si} + \sum_{j=1}^m E_{pj} y_{pj} A_{pj} \\
 \text{Trägheitsmoment um } y\text{-Achse (EI}_y) &= \iint_{A_c} E_c z^2 dA_c + \sum_{i=1}^n E_{si} z_{si}^2 A_{si} + \sum_{j=1}^m E_{pj} z_{pj}^2 A_{pj} \\
 \text{Trägheitsmoment um } z\text{-Achse (EI}_z) &= \iint_{A_c} E_c y^2 dA_c + \sum_{i=1}^n E_{si} y_{si}^2 A_{si} + \sum_{j=1}^m E_{pj} y_{pj}^2 A_{pj} \\
 \text{Deviationsmoment (EI}_{yz}) &= \iint_{A_c} E_c yz dA_c + \sum_{i=1}^n E_{si} y_{si} z_{si} A_{si} + \sum_{j=1}^m E_{pj} y_{pj} z_{pj} A_{pj}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Die Berechnung des elastischen Schwerpunkts und der Lage der Hauptachsen wird mit den bekannten Formeln der Elastomechanik vorgenommen. Mit den Gleichungen (2.1) ergeben sich die Koordinaten des elastischen Schwerpunkts aus den Beziehungen

$$z_s = \frac{(ES_y)}{(EA)} \quad \text{und} \quad y_s = \frac{(ES_z)}{(EA)} \tag{2.2}$$

Diese Koordinaten gelten für das bei Angabe der Querschnittskontur gewählte Achsensystem.

Bezogen auf den Schwerpunkt, aber noch auf die Richtung der Eingabeachsen, lauten die Trägheitsmomente:

$$\begin{aligned}
 (EI_y)_s &= (EI_y) - (EA)z_s^2 \\
 (EI_z)_s &= (EI_z) - (EA)y_s^2 \\
 (EI_{yz})_s &= (EI_{yz}) - (EA)y_s z_s
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Die Drehung der Hauptachsen errechnet sich aus

$$\varphi = 0,5 \arctan \frac{2(EI_{yz})_s}{(EI_z)_s - (EI_y)_s} \tag{2.4}$$

Mit diesem Winkel φ bestimmt man schließlich die Hauptträgheitsmomente:

$$\begin{aligned}
 (EI_y)_{s,H} &= 0,5 \left[(EI_y)_s + (EI_z)_s \right] + 0,5 \left[(EI_y)_s - (EI_z)_s \right] \cos(2\varphi) - (EI_{yz})_s \sin(2\varphi) \\
 (EI_z)_{s,H} &= 0,5 \left[(EI_y)_s + (EI_z)_s \right] - 0,5 \left[(EI_y)_s - (EI_z)_s \right] \cos(2\varphi) + (EI_{yz})_s \sin(2\varphi)
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Bei Stabilitätsproblemen kommen in der Bestimmungsgleichung für das Torsionsmoment Flächenintegrationen der Form $\iint \sigma(y^2+z^2)dA$ vor, die für das Hauptachsensystem auszuführen sind. Dieser Wert wird ebenfalls vom Programm berechnet. Zu diesem Zweck werden alle Querschnittskordinaten einschließlich der Bewehrungen in das Hauptachsensystem transformiert und die Integrationen über die drei Bereiche Beton, nicht vorgespannte und vorgespannte Bewehrung durchgeführt:

$$\iint_A \sigma(y^2+z^2)dA = \iint_{A_c} \sigma_c(y^2+z^2)dA_c + \sum_{i=1}^n \sigma_{si}(y_{si}^2+z_{si}^2)A_{si} + \sum_{j=1}^m \sigma_{pj}(y_{pj}^2+z_{pj}^2)A_{pj} \tag{2.6}$$

Die berechneten Zahlenwerte werden vom Programm ausgegeben.

2.1.1 Flächenintegrale der ungerissenen Betonzone

Bei jedem zu ermittelnden Querschnittswert des Verbundquerschnitts wird ein Anteil durch eine Integration über die Fläche der ungerissenen Betonzone gewonnen. Da jede Faser dieser Fläche mit einem unterschiedlichen Elastizitätsmodul behaftet sein kann, muss dies bei den Integrationen berücksichtigt werden. Der Verlauf des maßgebenden Elastizitätsmoduls ergibt sich aus den Werkstoffbeziehungen (1.2) oder (1.4) als Sekantenmodul aus dem Quotienten der in jeder Faser gültigen Spannung, dividiert durch die jeweilige Verzerrung zu

$$E_{c,sek}(\varepsilon) = \frac{\sigma}{\varepsilon} = f_{cm} \sum_{n=1}^4 C_n \varepsilon^{n-1} \quad \text{oder} \quad \beta_p \sum_{n=1}^4 A_n \varepsilon^{n-1} \quad (2.7)$$

oder als Tangentenmodul aus der Ableitung der in jeder Faser gültigen Spannung nach der Verzerrung zu

$$E_{c,tan}(\varepsilon) = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = f_{cm} \sum_{n=1}^4 n C_n \varepsilon^{n-1} \quad \text{oder} \quad \beta_p \sum_{n=1}^4 n A_n \varepsilon^{n-1} \quad (2.8)$$

Maßgebend für die Bestimmung der Verzerrung ε ist der senkrechte Abstand zur Nulllinie, die im allgemeinen Fall weder parallel zu einer Hauptachse des Querschnitts liegt, noch durch den Koordinatennullpunkt geht. Da die Querschnittswerte auf bestimmte Achsen bezogen werden, der Verlauf der Verzerrungsebene aber festliegt, ist eine Umrechnung in Abhängigkeit eines allgemeinen Koordinatensystems erforderlich. Nach Bild 14 ergibt sich die Verzerrung ε zu

$$\varepsilon(y, z) = \kappa (z \cos \delta - y \sin \delta - r) \quad (2.9)$$

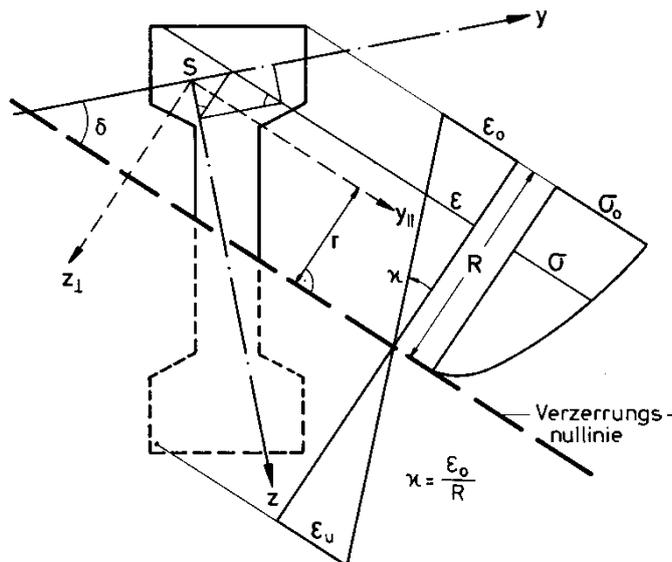


Bild 14: Umrechnung der Verzerrung ε in das Hauptachsensystem

- δ = Neigungswinkel der Verzerrungsnulllinie
- κ = Krümmung
- r = senkrechter Abstand des Koordinatennullpunktes (elastischer Schwerpunkt S) von der Nulllinie
- R = senkrechter Abstand des am meisten gedrückten Randes von der Nulllinie

Setzt man (2.9) in (2.7) oder (2.8) ein, so folgt für den E-Modul in allgemeiner Form:

$$E_c(y, z) = E_1 + E_2 \bar{\varepsilon} + E_3 \bar{\varepsilon}^2 + E_4 \bar{\varepsilon}^3 \quad (2.10)$$

mit der Abkürzung $\bar{\varepsilon} = z \cos \delta - y \sin \delta - r$,

wobei die Faktoren E_i wie folgt zu setzen sind:

Sekantenmodul:

$$\begin{aligned} E_1 &= f_{cm} C_1 \quad \text{oder} \quad \beta_p A_1 \\ E_2 &= f_{cm} C_2 \kappa \quad \text{oder} \quad \beta_p A_2 \kappa \\ E_3 &= f_{cm} C_3 \kappa^2 \quad \text{oder} \quad \beta_p A_3 \kappa^2 \\ E_4 &= f_{cm} C_4 \kappa^3 \quad \text{oder} \quad \beta_p A_4 \kappa^3 \end{aligned}$$

Tangentenmodul:

$$\begin{aligned} E_1 &= f_{cm} C_1 \quad \text{oder} \quad \beta_p A_1 \\ E_2 &= f_{cm} 2C_2 \kappa \quad \text{oder} \quad \beta_p 2A_2 \kappa \\ E_3 &= f_{cm} 3C_3 \kappa^2 \quad \text{oder} \quad \beta_p 3A_3 \kappa^2 \\ E_4 &= f_{cm} 4C_4 \kappa^3 \quad \text{oder} \quad \beta_p 4A_4 \kappa^3 \end{aligned} \quad (2.11)$$

Anhand eines Beispiels sollen die weiteren Schritte kurz erläutert werden. Für die Dehnsteifigkeit der Betondruckzone gilt:

$$(EA)_c = \iint_{A_c} E_c(y, z) dA_c \quad (2.12)$$

Einsetzen von Gleichung (2.10) mit der Abkürzung für $\bar{\epsilon}$ in Gleichung (2.12) liefert mit einigen Umformungen:

$$\begin{aligned} (EA)_c = & (E_1 - E_2r + E_3r^2 - E_4r^3) \iint_{A_c} dA_c + (E_2 - 2E_3r + 3E_4r^2)(\cos \delta \iint_{A_c} z dA_c - \sin \delta \iint_{A_c} y dA_c) + \\ & (E_3 - 3E_4r)(\cos^2 \delta \iint_{A_c} z^2 dA_c - 2 \cos \delta \sin \delta \iint_{A_c} yz dA_c + \sin^2 \delta \iint_{A_c} y^2 dA_c) + \\ & E_4 \cos^3 \delta \iint_{A_c} z^3 dA_c - 3E_4 \cos^2 \delta \sin \delta \iint_{A_c} yz^2 dA_c + 3E_4 \cos \delta \sin^2 \delta \iint_{A_c} y^2 z dA_c - E_4 \sin^3 \delta \iint_{A_c} y^3 dA_c \end{aligned} \quad (5.13)$$

Für die Werte E_1 bis E_4 sind je nach maßgebendem E-Modul die Ausdrücke (2.11) einzusetzen.

Im Ausdruck (2.13) kommen die unterschiedlichsten Flächenintegrationen vor, die mit Hilfe des *Greenschen* Integralsatzes in Konturintegrale umgeformt werden. Der *Greensche* Integralsatz lautet:

$$\iint_A \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) dy dz = \oint_K (V_y dy + V_z dz) \quad (2.14)$$

oder vereinfacht

$$\iint_A \frac{\partial V_z}{\partial y} dy dz = \oint_K V_z dz \quad (2.15)$$

Angewendet z.B. auf das Integral $\iint y^2 dA$ ergibt sich

$$\frac{\partial V_z}{\partial y} = y^2 \Rightarrow V_z = \frac{1}{3} y^3 \quad (2.16)$$

und damit

$$\iint_A y^2 dy dz = \frac{1}{3} \oint_K y^3 dz \quad (2.17)$$

Diese Konturintegration wird nun in Teilintegrationen über die einzelnen Polygonseiten aufgelöst. Die Integration über eine Seite ist relativ einfach durchzuführen, da durch die Geradengleichung der formelmäßige Zusammenhang zwischen y und z bekannt ist:

$$z = m y \quad \text{mit } m = \frac{z_{i+1} - z_i}{y_{i+1} - y_i} \quad \text{und } dz = m dy \quad (2.18)$$

Die Beziehung (2.18) wird in Gl. (2.17) eingesetzt und anschließend die Integration über eine Seite ausgeführt:

$$\frac{1}{3} \int y^3 dz = \frac{m}{3} \int_{y_i}^{y_{i+1}} y^3 dy = \frac{m}{12} y^4 \Big|_{y_i}^{y_{i+1}} = \frac{1}{12} \frac{z_{i+1} - z_i}{y_{i+1} - y_i} (y_{i+1}^4 - y_i^4) \quad (2.19)$$

Nach einigen Zwischenrechnungen erhält man für das Flächenintegral folgenden Summenausdruck:

$$\iint y^2 dA = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^n (y_i z_{i+1} - y_{i+1} z_i) (y_i^2 + y_i y_{i+1} + y_{i+1}^2) \quad (2.20)$$

In diesem Summenausdruck sind die Koordinaten der Eckpunkte fortlaufend in positivem Umlaufsinn einzusetzen. Der Anfangspunkt ist beliebig, da der Endpunkt $n+1$ dem Anfangspunkt 1 entspricht (geschlossene Kontur). Mit dem entsprechenden Faktor versehen, liefert diese Summation einen Beitrag zum Gesamtausdruck der Gleichung (2.13).

In dieser Weise werden alle auftretenden Flächenintegrationen behandelt und in Summenausdrücke überführt. Man erhält zwar sehr lange, aber verhältnismäßig einfach aufgebaute und leicht zu handhabende Formeln, deren numerische Lösung sich gut für Rechenautomaten eignet.

In Tabelle 13 sind alle benötigten Querschnittswerte, aufgelöst in einzelne Flächenintegrationen, zusammengestellt. In Tabelle 14 werden die Summenausdrücke der Konturintegrationen für die vorkommenden Einzelintegrationen angegeben.

2.1.2 Berechnung der Betondruckkraft und ihrer Momente

Die Betondruckkraft und deren Momente werden auf die gleiche Art, wie es im vorstehenden Kapitel beschrieben wird, bestimmt. Die Berechnung vereinfacht sich, wenn man das Koordinatensystem vorab so dreht, dass die y-Achse parallel zur Nulllinie liegt. Mit Bild 14 und aus Gleichung (2.9) erhält man für den Winkel $\delta=0$ die Verzerrung ε

$$\varepsilon(\bar{z}) = \kappa(\bar{z} - r) \quad (2.21)$$

\bar{z} ist dabei die um δ gedrehte z-Koordinate. Der Verlauf der Betonspannung σ_c folgt aus Formel (1.2) mit (2.21)

$$\sigma_c(\bar{z}) = S_1(\bar{z} - r) + S_2(\bar{z} - r)^2 + S_3(\bar{z} - r)^3 + S_4(\bar{z} - r)^4 \quad (2.22)$$

mit den Abkürzungen (κ nach Bild 14):

$$\begin{aligned} S_1 &= f_{cm} C_1 \kappa \\ S_2 &= f_{cm} C_2 \kappa^2 \\ S_3 &= f_{cm} C_3 \kappa^3 \\ S_4 &= f_{cm} C_4 \kappa^4 \end{aligned} \quad (2.23)$$

Die Betondruckkraft F_c bezogen auf die Koordinatenachsen ergibt sich aus der Integration der Spannung über die Betondruckzone. Bei der Berechnung der Momente BMZ und BMY der Betondruckkraft ist der jeweilige Hebelarm zu berücksichtigen. Es gilt:

$$\begin{aligned} F_c &= \iint \sigma_c dA_c \\ BMZ &= F_c \bar{y} = \iint \sigma_c \bar{y} dA_c \\ BMY &= F_c \bar{z} = \iint \sigma_c \bar{z} dA_c \end{aligned} \quad (2.24)$$

Die Aufspaltung in Einzelintegrationen ist der Tabelle 12 zu entnehmen. Die Umwandlung in Konturintegrale ist in Tabelle 14 zusammengestellt.

Tabelle 12 : Flächenintegrale der Betondruckkraft und ihrer Biegemomente

| | F ₁ | F ₂ | F ₃ | F ₄ | F ₅ |
|-------------------------------|----------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| $F_c = \iint \sigma_c dA_c$ | $\iint dA_c$ | $\iint z dA_c$ | $\iint z^2 dA_c$ | $\iint z^3 dA_c$ | $\iint z^4 dA_c$ |
| $BMY = \iint \sigma_c z dA_c$ | $\iint z dA_c$ | $\iint z^2 dA_c$ | $\iint z^3 dA_c$ | $\iint z^4 dA_c$ | $\iint z^5 dA_c$ |
| $BMZ = \iint \sigma_c y dA_c$ | $\iint y dA_c$ | $\iint yz dA_c$ | $\iint yz^2 dA_c$ | $\iint yz^3 dA_c$ | $\iint yz^4 dA_c$ |

Vorfaktoren (S_i nach (2.23) und r nach Bild 14):

$$\begin{aligned} F_1 &= -rS_1 + r^2S_2 - r^3S_3 + r^4S_4 \\ F_2 &= S_1 - 2rS_2 + 3r^2S_3 - 4r^3S_4 \\ F_3 &= S_2 - 3rS_3 + 6r^2S_4 \\ F_4 &= S_3 - 4rS_4 \\ F_5 &= S_4 \end{aligned}$$

| | F_1 | F_2 | F_3 | F_4 | F_5 | F_6 | F_7 | F_8 | F_9 | F_{10} |
|-----------------------------------|------------------|--------------------|--------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| $(EA)_c = \iint E_c dA_c$ | $\iint dA_c$ | $\iint z dA_c$ | $\iint y dA_c$ | $\iint z^2 dA_c$ | $\iint yz dA_c$ | $\iint y^2 dA_c$ | $\iint z^3 dA_c$ | $\iint yz^2 dA_c$ | $\iint y^2 z dA_c$ | $\iint y^3 dA_c$ |
| $(ES_z)_c = \iint E_c y dA_c$ | $\iint y dA_c$ | $\iint yz dA_c$ | $\iint y^2 dA_c$ | $\iint yz^2 dA_c$ | $\iint y^2 z dA_c$ | $\iint y^3 dA_c$ | $\iint yz^3 dA_c$ | $\iint y^2 z^2 dA_c$ | $\iint y^3 z dA_c$ | $\iint y^4 dA_c$ |
| $(ES_y)_c = \iint E_c z dA_c$ | $\iint z dA_c$ | $\iint z^2 dA_c$ | $\iint yz dA_c$ | $\iint yz^2 dA_c$ | $\iint yz^3 dA_c$ | $\iint y^2 z dA_c$ | $\iint z^4 dA_c$ | $\iint yz^3 dA_c$ | $\iint y^2 z^2 dA_c$ | $\iint y^3 z dA_c$ |
| $(EI_z)_c = \iint E_c y^2 dA_c$ | $\iint y^2 dA_c$ | $\iint y^2 z dA_c$ | $\iint y^3 dA_c$ | $\iint y^2 z^2 dA_c$ | $\iint y^3 z dA_c$ | $\iint y^4 dA_c$ | $\iint y^2 z^3 dA_c$ | $\iint y^3 z^2 dA_c$ | $\iint y^4 z dA_c$ | $\iint y^5 dA_c$ |
| $(EI_y)_c = \iint E_c z^2 dA_c$ | $\iint z^2 dA_c$ | $\iint z^3 dA_c$ | $\iint yz^2 dA_c$ | $\iint yz^3 dA_c$ | $\iint yz^4 dA_c$ | $\iint y^2 z^2 dA_c$ | $\iint z^5 dA_c$ | $\iint yz^4 dA_c$ | $\iint y^2 z^3 dA_c$ | $\iint y^3 z^2 dA_c$ |
| $(EI_{yz})_c = \iint E_c yz dA_c$ | $\iint yz dA_c$ | $\iint yz^2 dA_c$ | $\iint y^2 z dA_c$ | $\iint yz^3 dA_c$ | $\iint y^2 z^2 dA_c$ | $\iint y^3 z dA_c$ | $\iint yz^4 dA_c$ | $\iint y^2 z^3 dA_c$ | $\iint y^3 z^2 dA_c$ | $\iint y^4 z dA_c$ |

$$\begin{aligned}
 F_1 &= E_1 - r E_2 + r^2 E_3 - r^3 E_4 & F_6 &= (E_3 - 3r E_4) \sin^2 \delta \\
 F_2 &= (E_2 - 2r E_3 + 3r^2 E_4) \cos \delta & F_7 &= E_4 \cos^3 \delta \\
 F_3 &= -(E_2 - 2r E_3 + 3r^2 E_4) \sin \delta & F_8 &= -3E_4 \cos^2 \delta \cdot \sin \delta \\
 F_4 &= (E_3 - 3r E_4) \cos^2 \delta & F_9 &= 3E_4 \cos \delta \cdot \sin^2 \delta \\
 F_5 &= -2(E_3 - 3r E_4) \cos \delta \cdot \sin \delta & F_{10} &= -E_4 \sin^3 \delta
 \end{aligned}$$

Vorfaktoren F_i :

(Werte E_i nach Gl.(5.11) mit r nach Bild 14)

Tabelle 13: Zusammenstellung aller E-Modul behafteten Flächenintegrale

$$\iint y^k dy dz = \frac{1}{(k+1)(k+2)} \sum_{i=1}^n (y_i z_{i+1} - y_{i+1} z_i) \left\{ y_i^k + y_i^{k-1} y_{i+1} + y_i^{k-2} y_{i+1}^2 + \dots + y_i^2 y_{i+1}^{k-2} + y_i y_{i+1}^{k-1} + y_{i+1}^k \right\}$$

Summe der Exponenten pro Summand ist k : für y_i fällt der Exponent von $k \rightarrow 0$; für y_{i+1} steigt der Exponent von $0 \rightarrow k$

$$\iint y^k z dy dz = \frac{1}{(k+1)(k+2)(k+3)} \sum_{i=1}^n (y_i z_{i+1} - y_{i+1} z_i) \left\{ z_i \left[(k+1)y_i^k + k y_i^{k-1} y_{i+1} + (k-1)y_i^{k-2} y_{i+1}^2 + \dots + 3y_i^2 y_{i+1}^{k-2} + 2y_i y_{i+1}^{k-1} + y_{i+1}^k \right] \right.$$

$$\left. + z_{i+1} \left[y_i^k + 2y_i^{k-1} y_{i+1} + 3y_i^{k-2} y_{i+1}^2 + \dots + (k-1)y_i^2 y_{i+1}^{k-2} + k y_i y_{i+1}^{k-1} + (k+1)y_{i+1}^k \right] \right\}$$

$\iint z^k dy dz$ aus $\iint y^k dy dz$ } durch Vertauschen von y und z in der geschweiften Klammer
 $\iint z^k y dy dz$ aus $\iint y^k z dy dz$

$$\iint y^2 z^2 dy dz = \frac{1}{180} \sum_{i=1}^n (y_i z_{i+1} - y_{i+1} z_i) \left\{ z_i^2 (6y_i^2 + 3y_i y_{i+1} + y_{i+1}^2) + z_i z_{i+1} (3y_i^2 + 4y_i y_{i+1} + 3y_{i+1}^2) + z_{i+1}^2 (y_i^2 + 3y_i y_{i+1} + 6y_{i+1}^2) \right\}$$

$$\iint y^3 z^2 dy dz = \frac{1}{420} \sum_{i=1}^n (y_i z_{i+1} - y_{i+1} z_i) \left\{ z_i^2 (10y_i^3 + 6y_i^2 y_{i+1} + 3y_i y_{i+1}^2 + y_{i+1}^3) + z_i z_{i+1} (4y_i^3 + 6y_i^2 y_{i+1} + 6y_i y_{i+1}^2 + 4y_{i+1}^3) + z_{i+1}^2 (y_i^3 + 3y_i^2 y_{i+1} + 6y_i y_{i+1}^2 + 10y_{i+1}^3) \right\}$$

$$\iint y^4 z^2 dy dz = \frac{1}{840} \sum_{i=1}^n (y_i z_{i+1} - y_{i+1} z_i) \left\{ z_i^2 (15y_i^4 + 10y_i^3 y_{i+1} + 6y_i^2 y_{i+1}^2 + 3y_i y_{i+1}^3 + y_{i+1}^4) + z_i z_{i+1} (5y_i^4 + 8y_i^3 y_{i+1} + 9y_i^2 y_{i+1}^2 + 8y_i y_{i+1}^3 + 5y_{i+1}^4) \right.$$

$$\left. + z_{i+1}^2 (y_i^4 + 3y_i^3 y_{i+1} + 6y_i^2 y_{i+1}^2 + 10y_i y_{i+1}^3 + 15y_{i+1}^4) \right\}$$

$$\iint y^3 z^3 dy dz = \frac{1}{1120} \sum_{i=1}^n (y_i z_{i+1} - y_{i+1} z_i) \left\{ z_i^3 (20y_i^3 + 10y_i^2 y_{i+1} + 4y_i y_{i+1}^2 + y_{i+1}^3) + z_i^2 z_{i+1} (10y_i^3 + 12y_i^2 y_{i+1} + 9y_i y_{i+1}^2 + 4y_{i+1}^3) \right.$$

$$\left. + z_i z_{i+1}^2 (4y_i^3 + 9y_i^2 y_{i+1} + 12y_i y_{i+1}^2 + 10y_{i+1}^3) + z_{i+1}^3 (y_i^3 + 4y_i^2 y_{i+1} + 10y_i y_{i+1}^2 + 20y_{i+1}^3) \right\}$$

$\iint y^2 z^3 dy dz$ aus $\iint y^3 z^2 dy dz$ } durch Vertauschen von y und z in der geschweiften Klammer
 $\iint y^2 z^4 dy dz$ aus $\iint y^4 z^2 dy dz$

Tabelle 14 Lösungen von Flächenintegrationen aus Konturintegrationen über einen Polygonzug

2.2 Querschnittswerte für Torsionsbeanspruchung

2.2.1 Allgemeine Zusammenhänge

Eine ähnliche Methode, wie bei den Querschnittswerten für die Biegebeanspruchung im Kap. 2.1 beschrieben, ist für die Torsionskenngrößen eines Querschnitts nicht zufriedenstellend möglich. Die Aufstellung der Differentialgleichungen des Torsionsproblems unter Beachtung nichtlinearer Werkstoffbeziehungen führt auf komplizierte mathematische Zusammenhänge, wobei es den meisten theoretischen Lösungsansätzen der Torsionsproblematik besonders hinsichtlich der Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Werkstoffformulierungen an Allgemeingültigkeit fehlt. Für eine numerisch einfach handhabbare Berechnungsmethode zur Bestimmung der Torsionswerte ist man deshalb auf Näherungsverfahren angewiesen. Als eine Möglichkeit zur Vereinfachung der Torsions-Differentialgleichungen bietet sich zunächst die Trennung von wirklichkeitsnahem Werkstoffverhalten und Querschnittsform an. Dann können die für ein linear elastisches Materialverhalten aufgestellten Differentialgleichungen des Torsionsproblems herangezogen werden, für die mehrere anwendbare Lösungsmöglichkeiten bekannt sind. Diese rein von der Querschnittsform abhängenden Teilergebnisse müssen dann anschließend in entsprechender Weise mit dem Werkstoffverhalten gekoppelt werden. Für diese Vorgehensweise werden im Folgenden einige allgemeine grundlegende Gedanken ausgeführt.

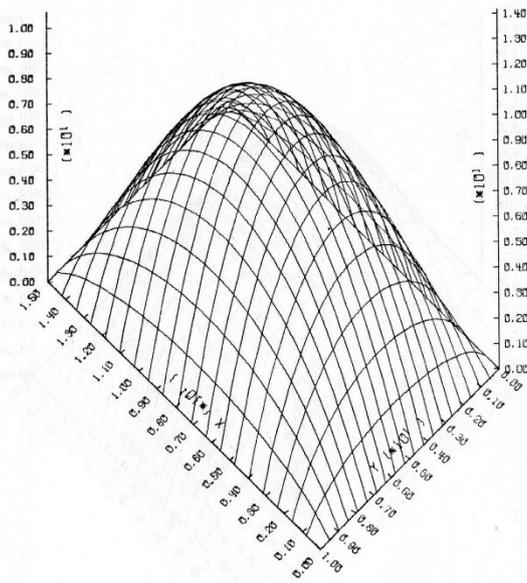


Bild 15: Darstellung einer Potentialfläche (Seifenhautgleichnis nach Prandtl)

Bereits im Fall eines homogenen Querschnitts mit linear elastischem Werkstoffverhalten führt das Torsionsproblem auf Differentialgleichungen der Potentialtheorie, wobei für die wirksame Querschnittsfläche $A(y,z)$ entweder die Wölbfunktion $\phi(y,z)$ als Lösung der Laplace-Dgl. $\Delta\phi = 0$ oder die Spannungsfunktion $T(y,z)$ als Lösung der Poisson-Dgl. $\Delta T = -2$ für jeweils gegebene problemorientierte Randwerte bestimmt werden muss. Die Wölbfunktion ϕ und die Spannungsfunktion T sind über differentielle Beziehungen miteinander verknüpft, so dass die Lösung einer der beiden Randwertaufgaben ausreicht. Durch Integration dieser Beziehungen kann die eine Funktion aus der anderen direkt berechnet werden. Auf anschauliche Weise können die Lösungen der Torsionspotentialgleichungen bekanntlich mit einer Membran-Analogie (Prandtl'sches Seifenhautgleichnis) erläutert werden. Hierbei wird aus einer starren Ebene die zu behandelnde Grundfläche herausgestanzt, über die Öffnung eine Membran gespannt und von einer Seite ein konstanter Einheitsdruck aufgebracht, der die Membran zur anderen Seite aus der Grundflächenebene herauswölbt. Im Bild 15 ist dieser Vorgang mit einer ausgestanzten Grundfläche $b/h = 1,5/1,0$ m

beispielhaft dargestellt. Diese gewölbte Membranfläche ist die zu der betrachteten Grundfläche gehörende Potentialfläche als Lösung der Differentialgleichung $\Delta\psi = 0$, wobei die Funktion $\psi(y,z)$ der homogenen Lösung der Spannungsfunktion T entspricht. Das Volumen des Körpers, der aus der Grundfläche und der aufgespannten Potentialfläche gebildet wird, stellt dann den halben *St. Venantschen* Torsionswiderstand für die Grundfläche dar.

Wenn die Potentialordinaten mit ψ bezeichnet werden, gilt also $I_t = 2 \iint \psi \, dA$. Über differentielle Beziehungen

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{und} \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial z}$$

lassen sich aus bekannten Spannungsordinaten ψ für weitere Berechnungen

Wölbordinaten ϕ bestimmen, mit denen dann der Wölbwiderstand zu $C = \iint \phi^2 \, dA$ berechnet werden kann.

Dieser Ausdruck stellt also das Volumen des aus der Grundfläche und dem Quadrat der Wölbordinaten gebildeten Körpers dar.

Die mathematische Formulierung der Torsionsproblematik wird über Gleichgewichtsbetrachtungen am Balkenelement vorgenommen, wobei hier nicht näher auf Einzelheiten eingegangen, sondern auf die Dissertation *Sauer* [2] verwiesen wird. Dabei wird zunächst das Torsionsmoment als Spannungsergebnisse der Schubspannungen mit Hebelarm angeschrieben. Werden dann die Schubspannungen in Abhängigkeit der Verschiebungen in Form der Wölbfunktion ϕ eingesetzt, folgt für den *St. Venantschen* Torsionswiderstand:

$$I_t = \iint \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} y - \frac{\partial \phi}{\partial y} z + y^2 + z^2 \right) dy dz \quad (2.25)$$

Für die Bestimmung der Wölbfunktion ϕ ist die *Laplace*-Dgl $\Delta \phi = 0$ für zugehörige Randwerte zu lösen. Die beiden anderen Glieder sind die Flächenträgheitsmomente um die Koordinatenachsen und entsprechen in der Summe dem polaren Flächenträgheitsmoment.

Werden die Schubspannungen in Abhängigkeit der Spannungsfunktion $T(y,z)$ in dieselbe Gleichgewichtsbedingung eingesetzt, so ergibt sich der *St. Venantsche* Torsionswiderstand zu:

$$I_t = - \iint \left(\frac{\partial T}{\partial y} y + \frac{\partial T}{\partial z} z \right) dy dz \quad (2.26)$$

wobei für die Spannungsfunktion $T(y,z)$ die *Poisson*-Dgl $\Delta T = -2$ ebenfalls für entsprechende Randwerte gelöst werden muss. Der differentielle Zusammenhang zwischen ϕ und T ist dabei wie folgt angegeben:

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial z} + z \quad \text{und} \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} = - \left(\frac{\partial T}{\partial y} + y \right) \quad (2.27)$$

Beide angegebenen Ausgangsgleichungen zur Berechnung des *St. Venantschen* Torsionswiderstandes I_t müssen das gleiche Ergebnis liefern und können deshalb zur gegenseitigen Kontrolle eingesetzt werden.

Obwohl die Ausgangsgleichungen für den *St. Venantschen* Torsionswiderstand und den Wölbwiderstand gleich sind, soll nicht unerwähnt bleiben, dass der *St. Venantsche* Torsionswiderstand ein von der Lage des Koordinatensystems unabhängiger Wert trotz der Abhängigkeit der Wölbfunktion ϕ von der Lage des Koordinatenursprungs und der Koordinatenachsen ist. Die Gleichung zur Bestimmung von I_t aus der Wölbfunktion ϕ (2.25) enthält jedoch entsprechende Terme, die eine unterschiedliche Lage des Koordinatensystems kompensieren. Dagegen ist der Wölbwiderstand ein koordinatenabhängiger Querschnittswert wie ein Flächenträgheitsmoment. Der minimale Wölbwiderstand ergibt sich, wenn als Bezugspunkt der Schubmittelpunkt und die Hauptachsenrichtungen gewählt werden. Dieser Zusammenhang zwischen Wölbwiderstand und Schubmittelpunkt eröffnet eine Möglichkeit zur Berechnung des Schubmittelpunktes. Der Schubmittelpunkt eines Querschnitts kann entweder als Querkraftmittelpunkt oder als Drillruhepunkt definiert werden:

a.) Querkraftmittelpunkt:

Berechnet wird derjenige Querschnittspunkt, durch den die Wirkungslinie der äußeren Querkraft gehen muss, damit sich der Querschnitt bei der zugehörigen Biegung nicht verdreht.

b.) Drillruhepunkt:

Berechnet wird derjenige Querschnittspunkt, um den sich der Querschnitt bei einer Torsionsbelastung dreht, wenn ihm kein anderer Drehpunkt aufgezwungen wird.

Gemäß den beiden Definitionen stehen zur Berechnung der Schubmittelpunktkoordinaten zwei Methoden zur Verfügung, die wie bei der Bestimmung des Torsionswiderstandes identische Ergebnisse liefern müssen. Diese doppelte Berechnungsmöglichkeit entspricht der bereits erwähnten Darstellung der Torsionsproblematik über die Spannungsfunktion T (Querkraftmittelpunkt) oder über die Wölbfunktion ϕ (Drillruhepunkt).

Über die Funktion $\psi(y,z)$ als homogene Lösung der Spannungsfunktion T ergeben sich die Koordinaten des Schubmittelpunktes zu:

$$y_M = - \iint \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} y + \frac{\partial \psi}{\partial z} z + \frac{1}{I_y} z^2 y \right) dy dz$$

$$z_M = - \iint \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} y + \frac{\partial \psi}{\partial z} z + \frac{1}{I_z} y^2 z \right) dy dz$$
(2.28)

Mit Hilfe der Wölbfunktion ϕ werden die Schubmittelpunktkoordinaten berechnet aus:

$$y_M = - \frac{1}{I_y} \iint \phi z dy dz$$

$$z_M = - \frac{1}{I_z} \iint \phi y dy dz$$
(2.29)

Die Werte I_y und I_z sind dabei jeweils die auf die Koordinatenachsen bezogenen Flächenträgheitsmomente.

Diese vorstehenden, verhältnismäßig einfach aussehenden Bestimmungsgleichungen für die Torsionswerte dürfen jedoch nicht darüber hinwegtäuschen, dass die mathematische Formulierung der Wölbfunktion ϕ oder der Spannungsfunktion T auf komplizierte Zusammenhänge führt. Als Grundfunktionen ergeben sich Ausdrücke, die u.a. den natürlichen Logarithmus und den Arkustangens enthalten. Für allgemeine dickwandige Querschnitte kommen deshalb normalerweise nur numerische Lösungsverfahren in Betracht. Als solch numerische Methoden stehen dabei für einfache Querschnittsformen, wie Rechteck und Dreieck, Reihenentwicklungen (*St. Venantsche* Spannungsfunktion) und für beliebige Querschnittsformen das Differenzenverfahren, das Randelement- bzw. Integralverfahren und die Finite-Elemente-Methode zur Verfügung. In diesem Zusammenhang wird auf die bereits erwähnte Arbeit von *Sauer* [2] verwiesen, wo die gesamte Torsionsproblematik ausführlich dargestellt und eine auf einem Integralverfahren beruhende Lösungsmöglichkeit in Anlehnung an die Dissertation *Mehlhorn* [1] aufgezeigt wird. An dieser Stelle sei noch darauf hingewiesen, dass für dünnwandige Querschnitte geeignete geschlossene Lösungsfunktionen gefunden werden können, wie *Wlassow* [3] zeigt.

Bei der Verbindung von Querschnitt und Werkstoff besteht zum einen die Möglichkeit, mit dem bei *Mehlhorn* und *Sauer* vorgestellten Integralverfahren die Torsionspotentialgleichung für die gesamte wirksame Betonfläche zu lösen und somit den Einfluss der geometrischen Form des Querschnitts sehr genau zu erfassen. Dabei kann jedoch mit nur einem mittleren konstanten Elastizitäts-, bzw. Gleitmodul über die Gesamtfläche gerechnet werden, wodurch der Einfluss eines nichtlinearen Werkstoffverhaltens nur verhältnismäßig grob erfasst wird. Eine andere Näherungslösung besteht darin, die wirksame Betonfläche in Bereiche einzuteilen, für diese Bereiche dann jeweils getrennt eine linear elastische Berechnung unter Beachtung der betreffenden Rand- und Übergangsbedingungen durchzuführen, und die Einzelergebnisse schließlich zu überlagern. Dabei kann der stetig veränderliche, wirklichkeitsnahe Elastizitäts- oder Schubmodulverlauf bereichsweise konstant gesetzt werden. Diese Vorgehensweise gestattet eine verhältnismäßig genaue Näherung des Elastizitäts- und Schubmodulverlaufs über den Querschnitt. Der Einfluss der geometrischen Form der wirksamen Betonfläche wird aber ungenauer erfasst, wobei eine richtige Berücksichtigung der Übergangsbedingungen an den Bereichsgrenzen eine Rolle spielt. Über die Genauigkeit der beiden eben kurz erläuterten Näherungsverfahren für eine Bestimmung des Schubmittelpunktes und der *St. Venantschen* Torsionssteifigkeit kann keine allgemein gültige Aussage getroffen werden, da der Beanspruchungszustand und die geometrischen Verhältnisse des Querschnitts sowie die Art des Elastizitäts- und Gleitmoduls (Sekanten- oder Tangentenmodul) von erheblicher Bedeutung sind und immer vom gerade betrachteten Einzelfall abhängen.

Bei der Anwendbarkeit der beiden Näherungsverfahren setzt die zuerst angegebene Methode voraus, dass eine entsprechende Lösungsmöglichkeit der Torsionspotentialgleichung für den Gesamtquerschnitt nach dem von *Mehlhorn* [1] und *Sauer* [2] beschriebenen Integralverfahren besteht. Diese Voraussetzung wird nicht bei allen Querschnittsformen gegeben sein. Eine einfachere anzuwendende Möglichkeit bietet die zweite beschriebene Vorgehensweise. Die Unterteilung der wirksamen Betonfläche kann so vorgenommen werden, dass kompakte vieleckige Teilbereiche ohne einspringende Ecken entstehen, für die bereits aufbereitete Lösungen der Torsionspotentialgleichung vorhanden sind. Für T- und I- Träger ist es normalerweise ausreichend, die wirksame Betonfläche in die Bereiche Obergurt, Steg und gegebenenfalls Untergurt einzuteilen. Für diese Teilbereiche

können dann entsprechende Lösungen nach dem Potentialverfahren ermittelt werden. Da in jedem Teilbereich ein zwar linearisierter, aber dennoch beanspruchungsabhängiger Werkstoffverlauf angenommen wird, kann eine wirklichkeitsnahe gekrümmte Werkstoffbeziehung besser als bei einer Linearisierung über die gesamte Betonfläche angenähert werden. Diese genauere Berücksichtigung des Werkstoffverhaltens liefert für **T**- und **I**- Querschnitte mit besonders ausgeprägten Gurten bei einer Berechnung der sehr wesentlichen Torsionssteifigkeit erfahrungsgemäß die zutreffendsten Ergebnisse. Auch die Lage des Schubmittelpunktes kann mit beiden angesprochenen Näherungen ermittelt werden. Er lässt sich jedoch keine so eindeutige Aussage wie bei der Torsionssteifigkeit machen, welcher der beiden Wege eine zutreffendere Lage des Schubmittelpunktes ergibt.

2.2.2 Berechnung der Querschnittswerte für Torsion

Wie im Kap. 2.2.1 beschrieben, führt die Behandlung des Torsionsproblems bereits für einen linear elastischen und homogenen Werkstoff auf komplizierte differentielle Beziehungen, die für allgemeine Querschnittsformen nur mit aufwendigen numerischen Methoden zu lösen sind.

Zur Bestimmung der Torsionskenngrößen (Schubmittelpunkt und *St. Venantsche* Torsionssteifigkeit) werden deshalb Näherungsverfahren angewendet, die mit möglichst einfachen Mitteln eine einigermaßen zutreffende Abschätzung erlauben. Die Vorgehensweise bei diesen Näherungen wird in allgemeiner Art ausführlich in den letzten beiden Absätzen im Kap. 2.2.1 erläutert. Grundsätzlich werden die hier betrachteten Querschnittsformen in einfache Bereiche, meist mehreckige Teilbereiche ohne einspringende Ecken, unterteilt. In diesen Teilbereichen wird dann ein gekrümmtes wirklichkeitsnahes Werkstoffverhalten entsprechend linearisiert. Die Ergebnisse der Teilbereiche werden anschließend aufsummiert.

2.2.2.1 Gewichteter mittlerer Schubmodul

Der Schubmodul wird aus dem Elastizitätsmodul über die Querdehnungszahl bestimmt:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.30)$$

Der Elastizitätsmodul ist belastungsabhängig und kann über die Werkstoffbeziehung entweder als Sekanten- oder Tangentenmodul bestimmt werden (s. Bild 13). Aus den in Kap. 2.2.1 beschriebenen Gründen wird näherungsweise ein bereichsweise linearer Verlauf des Schubmoduls angesetzt. Diese Linearisierung wird entsprechend den belastungsabhängigen Randbedingungen eines betrachteten Bereichs vorgenommen. Ein mittlerer Elastizitätsmodul \bar{E} ergibt sich allgemein sehr einfach aus einer Wichtung über die Fläche:

$$\bar{E} = \frac{\iint_A E(y, z) dA}{\iint_A dA} \quad (2.31)$$

Im allgemeinen Fall fällt die Verzerrungsnulldlinie nicht mit einer Hauptachse des betrachteten Bereichs zusammen (s. Bild 14), so dass die im Zähler stehende elastische Fläche nach Gl. (2.13) berechnet werden muss. Für die Faktoren E_i in Gl. (2.13) sind die Ausdrücke nach (2.11) einzusetzen, je nachdem ob ein Sekanten- oder Tangentenmodul bestimmt werden soll.

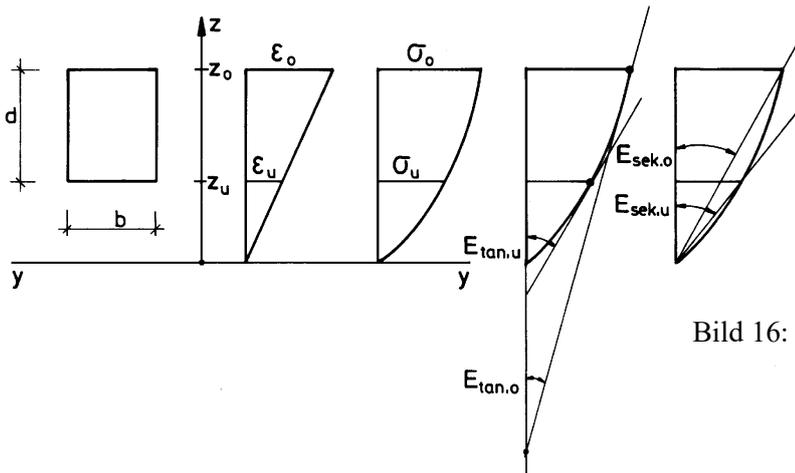


Bild 16: Rechteckquerschnitt mit in z-Richtung veränderlicher Beanspruchung

Für Sonderfälle vereinfacht sich diese Vorgehensweise erheblich. Der Fall eines Rechteckquerschnitts mit parallel zu einer Querschnittsseite verlaufender Verzerrungsnulllinie ist im Bild 16 dargestellt. Die Verläufe von Spannungen und Verzerrungen sind dabei nur noch von der angegebenen z-Richtung abhängig, die differentielle Fläche dA kann durch $b \cdot dz$ ausgedrückt werden. Die Integration ist damit nur noch in z-Richtung von z_u bis z_o auszuführen. Für einen mittleren Elastizitätsmodul gilt dann:

$$\bar{E} = \frac{b \int_{z_u}^{z_o} E(z) dz}{b \int_{z_u}^{z_o} dz} \quad (2.32)$$

Die Integration kann auch direkt über die Verzerrung ε durchgeführt werden. Hierfür wird die Formel (2.32) umgeformt. Der Zusammenhang zwischen ε und z lautet:

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_u + \frac{\varepsilon_o - \varepsilon_u}{d} (z - z_u)$$

Daraus folgt: $d\varepsilon = \frac{\varepsilon_o - \varepsilon_u}{d} dz$. Der mittlere Elastizitätsmodul ergibt sich dann zu:

$$\bar{E} = \frac{\int_{\varepsilon_u}^{\varepsilon_o} E(\varepsilon) d\varepsilon}{\int_{\varepsilon_u}^{\varepsilon_o} d\varepsilon} \quad (2.33)$$

Für den Verlauf des Elastizitätsmoduls $E(\varepsilon)$ kann nun der Tangenten- oder Sekantenmodul eingesetzt werden.

Für einen mittleren gewichteten Tangentenmodul $\bar{E}_{tan}(\varepsilon) = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ gilt dann:

$$\bar{E}_{tan} = \frac{\int_{\varepsilon_u}^{\varepsilon_o} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} d\varepsilon}{\int_{\varepsilon_u}^{\varepsilon_o} d\varepsilon} = \frac{\int_{\varepsilon_u}^{\varepsilon_o} d\sigma}{\int_{\varepsilon_u}^{\varepsilon_o} d\varepsilon} = \frac{\sigma_o - \sigma_u}{\varepsilon_o - \varepsilon_u} \quad (2.34)$$

Der mittlere gewichtete Tangentenmodul \bar{E}_{\tan} ergibt sich also durch Division der Spannungsdifferenz durch die Verzerrungsdifferenz der Randfasern in dem jeweiligen Bereich. Für den hier behandelten, im Bild 16 dargestellten Sonderfall eines Rechteckquerschnitts kann der mittlere Tangentenmodul demnach in Form eines Sekantenmoduls ermittelt werden. Es muss jedoch ausdrücklich darauf hingewiesen werden, dass dieses Ergebnis nicht allgemeingültig ist, sondern nur für den hier betrachteten Sonderfall gilt. Für diesen Sonderfall stellt dieses einfache Ergebnis sogar die exakte Lösung dar.

Wird in Gl. (2.33) der Verlauf des Sekantenmoduls $\bar{E}_{\text{sek}}(\varepsilon) = \frac{\sigma(\varepsilon)}{\varepsilon}$ mit dem Spannungsverlauf nach Gl. (1.2) eingesetzt, so folgt für einen gewichteten mittleren Sekantenmodul:

$$\bar{E}_{\text{sek}} = \frac{\int_{\varepsilon_u}^{\varepsilon_o} (C_1 + C_2\varepsilon + C_3\varepsilon^2 + C_4\varepsilon^3) d\varepsilon}{\varepsilon_o - \varepsilon_u} f_{\text{cm}}$$

Nach Ausführung der Integration, Einsetzen der Integrationsgrenzen und Division durch $\varepsilon_o - \varepsilon_u$ ergibt sich:

$$\bar{E}_{\text{sek}} = f_{\text{cm}} \left[C_1 + \frac{1}{2} C_2 (\varepsilon_o + \varepsilon_u) + \frac{1}{3} C_3 (\varepsilon_o^2 + \varepsilon_o \varepsilon_u + \varepsilon_u^2) + \frac{1}{4} C_4 (\varepsilon_o^3 + \varepsilon_o^2 \varepsilon_u + \varepsilon_o \varepsilon_u^2 + \varepsilon_u^3) \right] \quad (2.35)$$

Diese Wichtungen des Elastizitätsmoduls können sowohl für den gesamten Bereich der Betondruckzone als auch für Teilbereiche vorgenommen werden. Näherungsweise gelten die für einen Rechteckquerschnitt abgeleiteten Formeln (2.34) und (2.35) auch für einen beliebigen kompakten Querschnitt ohne einspringende Ecken.

2.2.2.2 *St. Venantsche* Torsionssteifigkeit

Die *St. Venantsche* Torsionssteifigkeit (GI_t) setzt sich aus den beiden Anteilen der ungerissenen Betonfläche und einer eventuell vorhandenen Torsionsbewehrung (s. Kap. 2.2.2.4) zusammen.

Die *St. Venantsche* Torsionssteifigkeit $(GI_t)_c$ der ungerissenen Betonzone wird näherungsweise aus dem *St. Venantschen* Torsionswiderstand, der mit einem mittleren gewichteten Gleitmodul \bar{G} nach Kap. 2.2.2.1 multipliziert wird, ermittelt. Die Berechnung des Torsionswiderstandes I_t wird mit dem aufwendigen Integralverfahren nach *Mehlhorn* [1] und *Sauer* [2] vorgenommen (siehe hierzu auch Kap. 2.2.1). Dabei wird zuerst versucht, den Torsionswiderstand der gesamten ungerissenen Betonzone zu ermitteln. Falls sich aufgrund ungünstiger geometrischer Verhältnisse der gesamten ungerissenen Betonzone (s. exemplarische Darstellungen im Bild 18) numerische Probleme ergeben, so wird die ungerissene Betonzone in einfache Teilbereiche unterteilt. Eine Aufteilung der Betonzone in die Anteile des Obergurts, des Stegs und gegebenenfalls des Untergurts ist dabei völlig ausreichend. Für jeden dieser Teilbereiche wird dann getrennt eine Berechnung des Torsionswiderstandes durchgeführt. Anschließend wird dieser Wert mit dem jeweiligen Schubmodul G_i multipliziert. Die Einzelergebnisse werden dann aufsummiert:

$$(GI_t)_c = \sum_i G_i \cdot I_{t,i} \quad (2.36)$$

Der Schubmodul G_i kann als Sekanten- oder Tangentenmodul eingesetzt werden. Diese Vorgehensweise ist in den Bildern 17a und 17b für Tangentenmoduln und Sekantenmoduln dargestellt. Ein Schubmodul $G_{\tan,i}$ bzw. $G_{\text{sek},i}$ wird aus den Tangenten-E-Moduln bzw. Sekanten-E-Moduln nach Gl. (2.30) bestimmt.

Im Näherungsverfahren KIPNT2 wird mit Tangentensteifigkeiten nach Bild 17a gerechnet.

QUERWERT berechnet grundsätzlich immer Querschnittswerte und Steifigkeiten für beide E-Modul-Möglichkeiten. Bei einer ungerissenen Betonzone mit kompaktem Obergurt und nur einem kleinen „Steganhängsel“, wie im Bild 18aa dargestellt, können bei bestimmten geometrischen Gegebenheiten die Torsionswerte für die gesamte Betonzone als Ganzes ermittelt werden. Falls dieser Fall eintritt, werden die Ergebnisse einer getrennten Berechnung für Obergurt und Steg ebenfalls angegeben. Ein Beispiel hierzu ist in der Benutzeranleitung zu QUERWERT im Kap. 6.7 dargestellt.

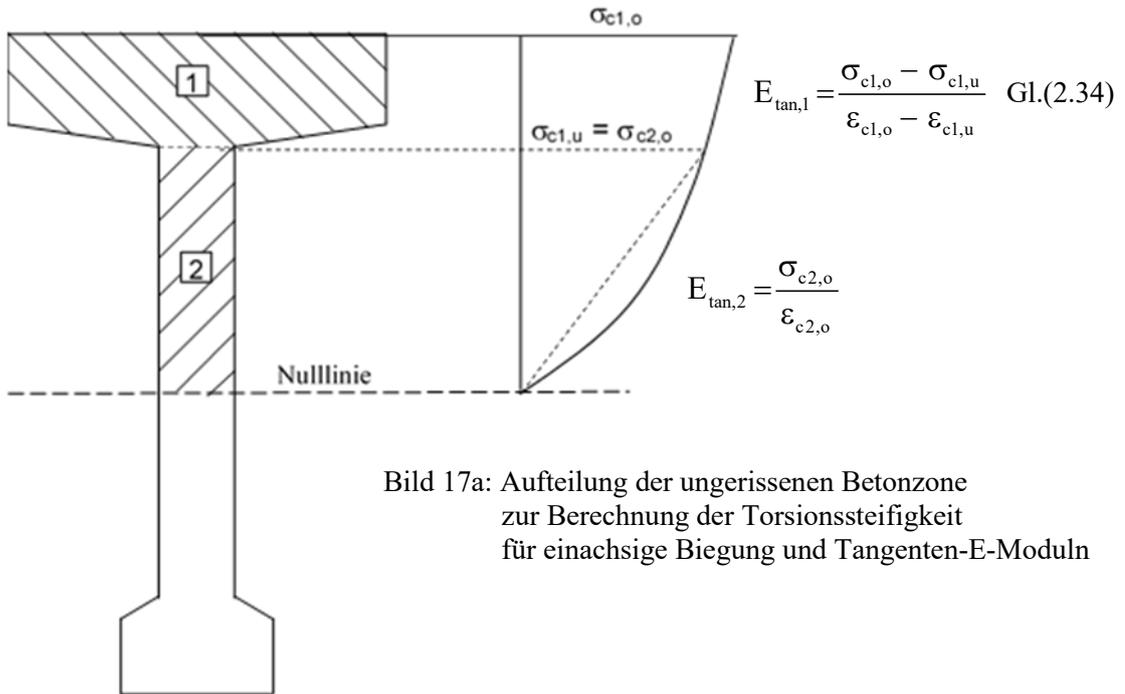


Bild 17a: Aufteilung der ungerissenen Betonzone zur Berechnung der Torsionssteifigkeit für einachsige Biegung und Tangenten-E-Moduln

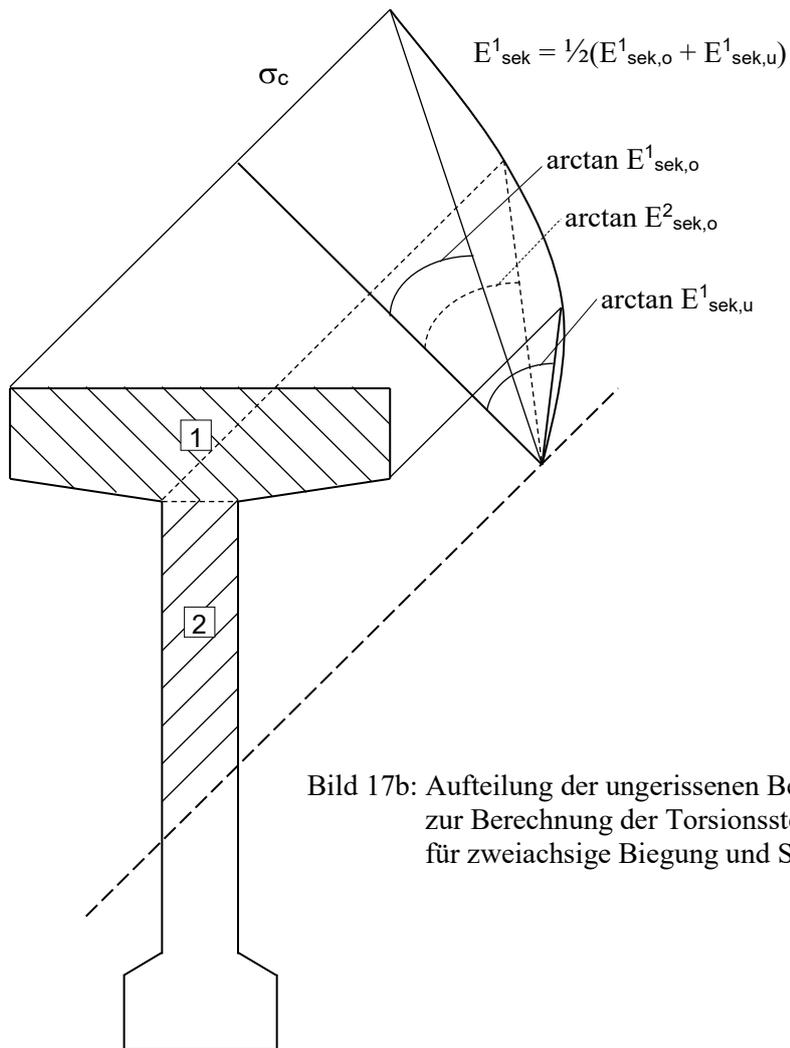


Bild 17b: Aufteilung der ungerissenen Betonzone zur Berechnung der Torsionssteifigkeit für zweiachsige Biegung und Sekanten-E-Moduln

Wie bereits erwähnt, werden die Berechnungen grundsätzlich mit dem Integralverfahren von *Mehlhorn/Sauer* durchgeführt. Erst wenn die Berechnungsmethode nach dem Integralverfahren nicht zum Ziel führt, werden weitere Näherungen angewendet. Da jedoch selbst für einfache allgemeine Querschnittsformen, wie z. B. die Teilbereiche 1 und 2 im Bild 17, sich für den Torsionswiderstand keine geschlossenen Formeln angeben lassen, werden diese Teilbereiche dann in flächengleiche Rechtecke unter Beachtung der Seitenverhältnisse umgewandelt, für die dann auf bekannte Lösungen zurückgegriffen werden kann.

Für den Sonderfall einer rechteckigen Fläche $b \cdot d$ gilt die bekannte Formel für den Torsionswiderstand:

$$I_t = \alpha_t \cdot b \cdot d^3 \quad \text{mit } b \geq d \quad (2.37)$$

Der Faktor α_t hängt vom Seitenverhältnis b/d ab und wird über die folgende Reihenentwicklung der *St. Venantschen* Spannungsfunktion ermittelt:

$$\alpha_t = \frac{1}{3} - \frac{64}{\pi^5} \frac{1}{b/d} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \tanh \left[(2n+1) \frac{\pi b}{2d} \right] \quad (2.38)$$

Die Faktoren α_t sind in Tabelle 15 zusammengestellt. Es sei in diesem Zusammenhang erwähnt, dass diese Reihenentwicklung die exakte Lösung der Potentialfunktion des Torsionsproblems für eine rechteckige Grundfläche darstellt.

Es wird hier bewusst diese einfache und allgemein bekannte Formel angegeben, da sich die üblichen Betonquerschnitte normalerweise immer aus rechteckigen Teilbereichen zusammensetzen lassen, wobei Gurte mit Vouten oder schräg abgeschnittene Stegbereiche der Druckzone näherungsweise ebenfalls durch Rechtecke ersetzt werden können.

Tabelle 15: Beiwerte zur Berechnung des Torsionswiderstandes für Rechteckquerschnitte $I_t = \alpha_t b d^3$

| b/d | α_t | b/d | α_t | b/d | α_t | b/d | α_t | b/d | α_t |
|------|------------|------|------------|------|------------|-----|------------|-------|------------|
| 1.00 | 0.140577 | 2.50 | 0.249365 | 5.0 | 0.291317 | 22. | 0.323784 | 70. | 0.330332 |
| 1.05 | 0.147443 | 2.55 | 0.251002 | 5.1 | 0.292141 | 23. | 0.324199 | 80. | 0.330707 |
| 1.10 | 0.153984 | 2.60 | 0.252578 | 5.2 | 0.292933 | 24. | 0.324580 | 90. | 0.330999 |
| 1.15 | 0.160206 | 2.65 | 0.254095 | 5.3 | 0.293695 | 25. | 0.324930 | 100. | 0.331233 |
| 1.20 | 0.166119 | 2.70 | 0.255557 | 5.4 | 0.294429 | 26. | 0.325253 | 150. | 0.331933 |
| 1.25 | 0.171733 | 2.75 | 0.256966 | 5.5 | 0.295136 | 27. | 0.325552 | 200. | 0.332283 |
| 1.30 | 0.177059 | 2.80 | 0.258326 | 5.6 | 0.295819 | 28. | 0.325830 | 250. | 0.332493 |
| 1.35 | 0.182112 | 2.85 | 0.259639 | 5.7 | 0.296477 | 29. | 0.326089 | 300. | 0.332633 |
| 1.40 | 0.186904 | 2.90 | 0.260907 | 5.8 | 0.297112 | 30. | 0.326331 | 350. | 0.332733 |
| 1.45 | 0.191449 | 2.95 | 0.262132 | 5.9 | 0.297726 | 31. | 0.326556 | 400. | 0.332808 |
| 1.50 | 0.195761 | 3.00 | 0.263317 | 6.0 | 0.298320 | 32. | 0.326768 | 450. | 0.332866 |
| 1.55 | 0.199852 | 3.10 | 0.265573 | 6.5 | 0.301013 | 33. | 0.326967 | 500. | 0.332913 |
| 1.60 | 0.203736 | 3.20 | 0.267688 | 7.0 | 0.303322 | 34. | 0.327154 | 550. | 0.332951 |
| 1.65 | 0.207424 | 3.30 | 0.269676 | 7.5 | 0.305322 | 35. | 0.327331 | 600. | 0.332983 |
| 1.70 | 0.210929 | 3.40 | 0.271547 | 8.0 | 0.307073 | 36. | 0.327498 | 650. | 0.333010 |
| 1.75 | 0.214261 | 3.50 | 0.273312 | 8.5 | 0.308618 | 37. | 0.327655 | 700. | 0.333033 |
| 1.80 | 0.217431 | 3.60 | 0.274978 | 9.0 | 0.309991 | 38. | 0.327805 | 750. | 0.333053 |
| 1.85 | 0.220449 | 3.70 | 0.276555 | 9.5 | 0.311219 | 39. | 0.327947 | 800. | 0.333071 |
| 1.90 | 0.223325 | 3.80 | 0.278049 | 10.0 | 0.312325 | 40. | 0.328081 | 850. | 0.333086 |
| 1.95 | 0.226066 | 3.90 | 0.279466 | 11.0 | 0.314235 | 41. | 0.328209 | 900. | 0.333100 |
| 2.00 | 0.228682 | 4.00 | 0.280813 | 12.0 | 0.315826 | 42. | 0.328331 | 950. | 0.333112 |
| 2.05 | 0.231179 | 4.10 | 0.282094 | 13.0 | 0.317173 | 43. | 0.328448 | 1000. | 0.333123 |
| 2.10 | 0.233565 | 4.20 | 0.283314 | 14.0 | 0.318327 | 44. | 0.328559 | 2000. | 0.333228 |
| 2.15 | 0.235847 | 4.30 | 0.284477 | 15.0 | 0.319328 | 45. | 0.328665 | 3000. | 0.333263 |
| 2.20 | 0.238030 | 4.40 | 0.285587 | 16.0 | 0.320203 | 46. | 0.328766 | 4000. | 0.333281 |
| 2.25 | 0.240121 | 4.50 | 0.286648 | 17.0 | 0.320976 | 47. | 0.328864 | 5000. | 0.333291 |
| 2.30 | 0.242125 | 4.60 | 0.287663 | 18.0 | 0.321662 | 48. | 0.328957 | 6000. | 0.333298 |
| 2.35 | 0.244047 | 4.70 | 0.288635 | 19.0 | 0.322276 | 49. | 0.329046 | 7000. | 0.333303 |
| 2.40 | 0.245891 | 4.80 | 0.289566 | 20.0 | 0.322829 | 50. | 0.329132 | 8000. | 0.333307 |
| 2.45 | 0.247663 | 4.90 | 0.290459 | 21.0 | 0.323329 | 60. | 0.329832 | 9000. | 0.333310 |

2.2.2.3 Schubmittelpunkt

Die Bestimmung der Koordinaten y_M und z_M des Schubmittelpunktes über die Gleichungen (2.28) oder (2.29) erfordert die Kenntnis der Wölbfunktion ϕ oder der homogenen Lösung ψ der Spannungsfunktion T , was schon für allgemeine dickwandige kompakte Querschnittsformen nur mit erheblichem numerischem Aufwand zu erreichen ist.

Für die Bestimmung des Schubmittelpunktes wird in Analogie zur Berechnung der Torsionssteifigkeit ebenfalls nur die ungerissene Betonzone berücksichtigt. Es wird somit auf das gleiche Verfahren wie bei der Ermittlung der Torsionswerte (s. Kap. 2.2.2.2) zurückgegriffen.

Als Näherung kann aus bekannten Lösungen für Teilbereiche der betrachteten Betonzone über eine entsprechende Wichtung ein für die Gesamtfläche verhältnismäßig zutreffendes Ergebnis für die Lage des Schubmittelpunktes des Gesamtbereichs erhalten werden. Dabei wird wie bei der Bestimmung des Torsionswiderstandes die gesamte wirksame Betonfläche in die Teilbereiche Obergurt, Steg und gegebenenfalls Untergurt aufgeteilt. Für diese Teilbereiche wird dann zunächst der Schubmittelpunkt mit dem von *Mehlhorn* [1] und *Sauer* [2] beschriebenen Integralverfahren (Potentialtheorie-Analogie) bestimmt. Für rechteckige Teilbereiche fällt der Schubmittelpunkt mit dem Schwerpunkt zusammen. Aus der Definition des Schubmittelpunktes als Querkrafttrahepunkt (s. Kap. 2.2.1), was eine Biegung in Hauptachsenrichtung ohne Verdrehung voraussetzt, kann der Schubmittelpunkt der Gesamtfläche über eine Wichtung der Schubmittelpunkte der Teilbereiche mittels der entsprechenden Teil-Biegesteifigkeiten vorgenommen werden.

Bereits *Mehlhorn* [1] leitet für einen zur z -Achse symmetrischen **I**-Querschnitt unter einachsiger Biegebelastung folgende Formel für den Schubmittelpunkt Abstand z_M ab (s. Bild 18db):

$$z_M = \frac{z_{M,o}(EI_z)_o + z_{M,u}(EI_z)_u}{(EI_z)_o + (EI_z)_u} \quad (2.39)$$

mit $z_{M,o}$; $z_{M,u}$ = Abstand des Schubmittelpunktes für den Ober- und Untergurt
 $(EI_z)_o$; $(EI_z)_u$ = Biegesteifigkeit des Ober- bzw. des Untergurtes

Dabei wird von *Mehlhorn* vorausgesetzt, dass der Steg keinen wesentlichen Beitrag zu den Biegesteifigkeiten um die z -Achse leistet, was bei zur z -Achse symmetrischen **I**-Querschnitten mit ausgeprägten Gurten auch der Fall ist. Bei den hier betrachteten Querschnitten trifft diese Annahme jedoch meistens nicht mehr zu. Dies ist vor allem dann der Fall, wenn Teile vom Obergurt und/oder Untergurt gerissen sind, und größere Bereiche der Druckzone im Steg liegen. Die Formel (2.39) wird daher um den Steganteil erweitert und lautet dann:

$$z_M = \frac{z_{M,o}(EI_z)_o + z_{M,St}(EI_z)_{St} + z_{M,u}(EI_z)_u}{(EI_z)_o + (EI_z)_{St} + (EI_z)_u} \quad (2.39a)$$

Bei den von *Mehlhorn* betrachteten, einfach symmetrischen Querschnitten unter einachsiger Biegebelastung liegt der andere Schubmittelpunkt Abstand y_M auf der Symmetrieachse, so dass keine Notwendigkeit bestand, auch y_M zu berechnen. In Analogie zur Berechnung von z_M wird hier für den Abstand y_M angesetzt:

$$y_M = \frac{y_{M,o}(EI_y)_o + y_{M,St}(EI_y)_{St} + y_{M,u}(EI_y)_u}{(EI_y)_o + (EI_y)_{St} + (EI_y)_u} \quad (2.39b)$$

In beiden Formeln sind die Teil-Biegesteifigkeiten (EI_z) und (EI_y) auf den Schwerpunkt der Einzelbereiche und die gegebenen Achsenrichtungen bezogen. Die Koordinaten $y_{M,i}$ und $z_{M,i}$ der Einzel-Schubmittelpunkte M_i werden mit dem von *Mehlhorn/Sauer* beschriebenen Integralverfahren (Potentialtheorie-Analogie) berechnet.

Das folgende Bild 18 zeigt beispielhaft einige Möglichkeiten einer Betondruckzone. Im Kap. 6.8 der Benutzeranleitung QUERWERT sind die Ergebnisse der Berechnungen für Betondruckzone, Schwerpunkt und Schubmittelpunkt für die verwendeten Beispiel-Querschnitte aus Kap. 6 bildlich dargestellt.

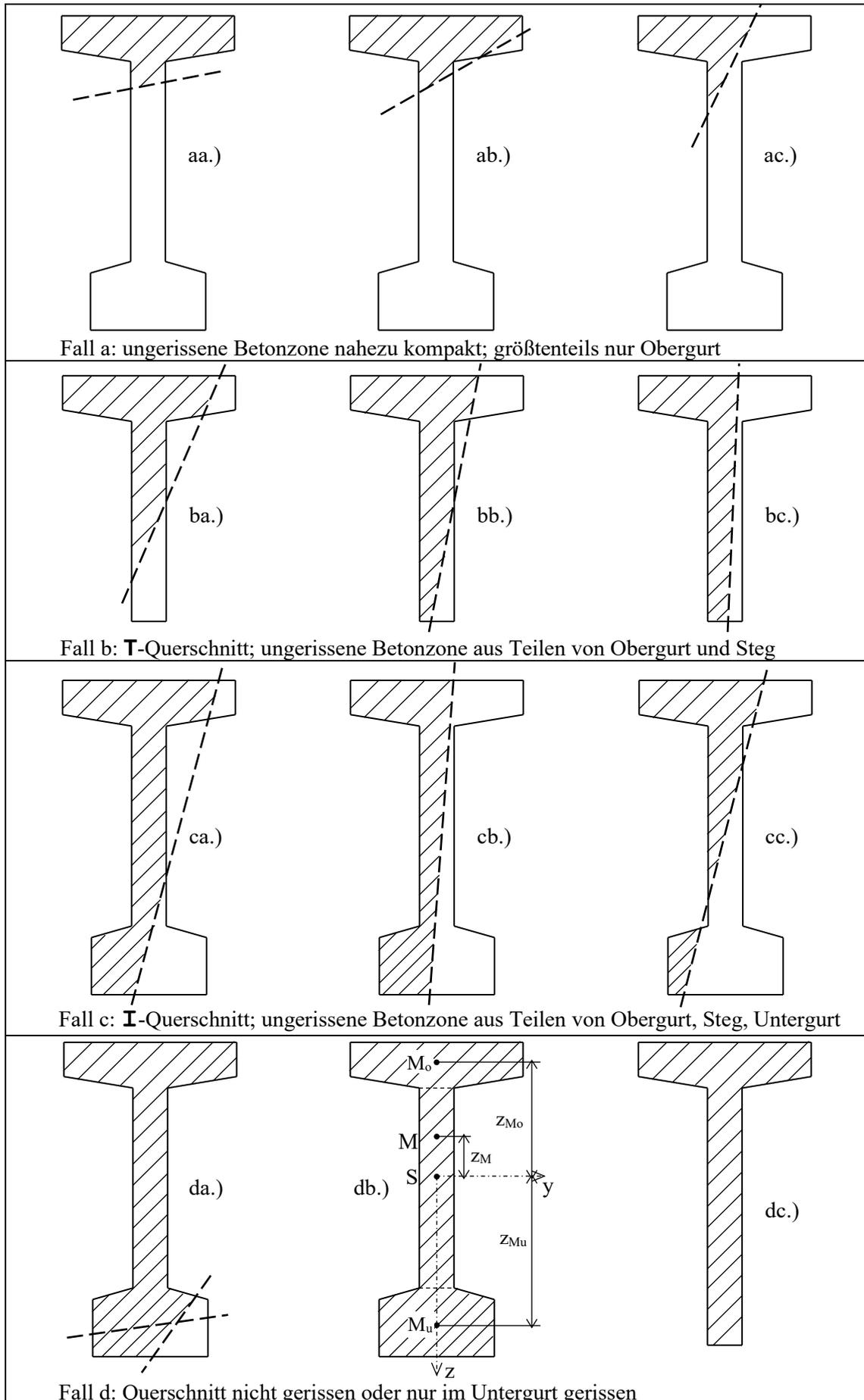


Bild 18: Mögliches Aussehen ungerissener Betonflächen bei **T**- und **I**-Querschnitten

Wenn das Integralverfahren nicht zum Ziel führt, kann man ein Ergebnis für beide Schubmittelpunktabstände über die allgemein gültigen Formeln (2.29) erhalten, wenn für die Wölbfunktion $\phi(y,z)$ näherungsweise, in Anlehnung an *Wlassow* [3], ein für dünnwandige Querschnitte geltender Ansatz $\phi(y,z) = y \cdot z$ eingesetzt wird. Damit folgt aus den Formeln (2.29), wenn noch mit dem Elastizitätsmodul erweitert wird:

$$\begin{aligned} z_M &= -\frac{1}{(EI_z)} \iint E y^2 z \, dA \\ y_M &= -\frac{1}{(EI_y)} \iint E y z^2 \, dA \end{aligned} \quad (2.40)$$

Diese Integralausdrücke treten bereits bei der Bestimmung der wirklichkeitsnahen Querschnittswerte für Biegung auf und erfordern deshalb keine neuen Überlegungen bei der expliziten Berechnung. Sie liefern jedoch nur eine sehr grobe Näherung für die hier vorkommenden dickwandigen Querschnitte.

2.2.2.4 Berücksichtigung einer Torsionsbewehrung

Eine Torsionsbewehrung bleibt bei der Berechnung der Lage des Schubmittelpunktes grundsätzlich unberücksichtigt. Die für die Verdrehung um den Schubmittelpunkt maßgebende Torsionssteifigkeit wird fast ausschließlich von der Größe der ungerissenen Betonfläche bestimmt. Eine meist geringe Torsionsbewehrung beeinflusst den Wert der Torsionssteifigkeit nur unwesentlich. Auch die Lage des Schubmittelpunktes wird vorwiegend von der Größe und der Form der ungerissenen Betonfläche bestimmt. Eine Torsionsbewehrung hat daher im Vergleich zur wirksamen Betonfläche einen vernachlässigbaren Einfluss.

Schließlich soll auch auf den Einfluss einer Bewehrung bei der Ermittlung von Torsionsquerschnittswerten eingegangen werden. Man muss sich jedoch darüber im Klaren sein, welchen Stellenwert eine Torsionsbewehrung im Rahmen der hier betrachteten Träger besitzt. Wie bereits zuvor kurz ausgeführt, ist die Torsionsbeanspruchung nur als Folge einer Berechnung nach Theorie II. Ordnung zu sehen und deshalb wesentlich kleiner als die Biegebeanspruchung. Eine Torsionsbewehrung wird deshalb nur konstruktiv vorhanden sein. Erst bei hochgradig auf Biegung ausgenutzten und damit in weiten Bereichen gerissenen Querschnitten, bei denen deshalb nur noch eine geringe wirksame Restfläche des Betons für die Aufnahme der Torsionsbeanspruchung verbleibt, wird die Berücksichtigung dieser konstruktiven Torsionsbewehrung überhaupt zahlenmäßig spürbar und damit zweckmäßig sein. Die Frage, ob diese Berücksichtigung auch von Nutzen ist, sei dahingestellt, da die entscheidende Größe für die Bestimmung der Torsionswerte die ungerissene Betonzone ist.

Eine Torsionsbewehrung bleibt deshalb sowohl bei der Ermittlung der Torsionssteifigkeit als auch bei der Berechnung der Lage des Schubmittelpunktes unberücksichtigt. Die für die Verdrehung um den Schubmittelpunkt maßgebende Torsionssteifigkeit wird fast ausschließlich von der Größe der ungerissenen Betonfläche bestimmt. Eine meist geringe Torsionsbewehrung beeinflusst den Wert der Torsionssteifigkeit nur unwesentlich. Auch die Lage des Schubmittelpunktes hängt vorwiegend von der Größe und der Form der ungerissenen Betonfläche ab. Eine Torsionsbewehrung hat daher im Vergleich zur wirksamen Betonfläche auch hier einen vernachlässigbaren Einfluss, wobei anzumerken ist, dass auch kein Verfahren bekannt ist, nach dem die Bestimmung des Schubmittelpunktes eines inhomogenen Querschnitts (Beton plus Bewehrung) vorgenommen werden kann.

Im Folgenden werden die Formeln zweier einfacher Näherungsverfahren angegeben, mit denen eine Torsionsbewehrung näherungsweise berechnet werden kann und damit bei der *St. Venantschen* Torsionssteifigkeit auch berücksichtigt werden könnte.

Die Torsionssteifigkeit einer Torsionsbewehrung kann mit der auf *Collins* [4] zurückgehenden Formel wie folgt bestimmt werden:

$$(GI_t)_s = \frac{E_s}{2} \frac{4 A_0^2}{U_0} \sqrt{\frac{A_{s,Bü}}{a_{Bü}} \frac{A_{s,L}}{a_L}} \quad (2.41)$$

mit E_s = Elastizitätsmodul der Torsionsbewehrung

A_0 = Fläche, die von den Verbindungslinien der Mittelpunkte der Eckbewehrungen umschlossen wird

U_0 = Umfang der Fläche A_0

$A_{s,Bü}$; $A_{s,L}$ = Querschnittsfläche eines Bügels bzw. Längsstabes

$a_{Bü}$; a_L = Abstand der Bügel bzw. Längsstäbe

Diese Formel stellt die Torsionssteifigkeit eines aus Bügeln und Längsstäben gebildeten Bewehrungskorbes für den völlig gerissenen Beton in Anlehnung an die bekannte *Bredtsche* Formel dar. Es handelt sich dabei um eine Beziehung aus der Fachwerktheorie, wobei die zum Gleichgewicht benötigten Betondruckstreben vereinfacht als dehnstarr und unter 45° verlaufend angenommen werden.

Eine ähnliche Formel wird von *Leonhardt* [5], ebenfalls für einen "verschmierten" Bewehrungskorb, aber mit dehnsteifen 45° -Betondruckstreben angegeben:

$$(GI_t)_s = \frac{4E_s A_0^3}{U_0^2} \frac{1}{\frac{1}{\mu_L} + \frac{1}{\mu_{Bü}} + \frac{4nA_0}{U_0 t}} \quad (2.42)$$

mit

$$\mu_L = \frac{A_{s,L}}{a_L} \frac{U_0}{A_0} \quad \mu_{Bü} = \frac{A_{s,Bü}}{a_{Bü}} \frac{U_0}{A_0}$$

$$n = E_s / E_c$$

t = Dicke der Betondruckstreben

weitere Bezeichnungen wie bei (5.41)

Die Dicke der Betondruckstreben wird aus der Betonüberdeckung der Bügel, dem Durchmesser der Bügel und dem Durchmesser der Längsbewehrung ermittelt und ist der doppelte Abstand des Mittelpunktes des Längsbewehrung von der Außenkante des Querschnitts.

Für $n \rightarrow 0$ ($\hat{=}$ dehnstarr) ergibt sich:

$$(GI_t)_s = \frac{4E_s A_0^3}{U_0^2} \frac{\mu_L \cdot \mu_{Bü}}{\mu_L + \mu_{Bü}} \quad (2.42a)$$

Nur im Falle $n = 0$ und $\mu_L = \mu_{Bü}$ stimmen beide Formeln (5.41) und (5.42) überein. Beim zahlenmäßigen Vergleich liefert die Formel (5.41) immer etwas größere Werte und liegt damit auf der unsicheren Seite. Bei einer über die konstruktiven Maßnahmen hinausgehenden Anordnung einer Torsionsbewehrung wird damit die Anwendung der einfacheren Formel (5.41) problematisch. Es sollte dann die etwas aufwendigere Formel (5.42) verwendet werden. Für Träger mit einer nur konstruktiven Torsionsbewehrung sind die zahlenmäßigen Unterschiede von untergeordneter Bedeutung.

Die Torsionssteifigkeit des Querschnitts ergibt sich aus der Addition der beiden Anteile aus der Betondruckzone und der Bewehrung:

$$(GI_t) = (GI_t)_c + (GI_t)_s \quad (2.43)$$

Hinweis:

Eine im Programm KIPNT2 eingegebene Torsionsbewehrung wird nur im Rahmen der Nachweise auf Querkraft und Torsion am Auflager verwendet.

Im Rechenprogramm QUERWERT wird bei Eingabe einer Torsionsbewehrung aufgrund der beiden vorstehenden Näherungsverfahren eine Torsionssteifigkeit berechnet, die bei der *St.Venantschen* Torsionssteifigkeit des Gesamtquerschnitts auch berücksichtigt werden könnte.

2.2.3 Literatur zur Torsionsproblematik

- [1] Mehlhorn, Gerhard: „Ein Beitrag zum Kipp-Problem bei Stahlbeton- und Spannbetonträgern“, Dissertation D14, Darmstadt 1970, abgedruckt in Heft 238 DAfStb
- [2] Sauer, Ernst: „Schub und Torsion bei elastischen prismatischen Balken“, Dissertation Darmstadt 1979, Heft 29 der Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der TH Darmstadt, Verlag W. Ernst & Sohn 1980
- [3] Wlassow, W.S.: „Dünnwandige elastische Stäbe“ VEB Verlag für Bauwesen, Band 1, 1964, und Band 2, 1965
- [4] Collins, Michael: „Torque-Twist Characteristics of Reinforced Concrete Beams“, in: Inelasticity an Non-Linearity in Structural Concrete, SM Study No. 8, University of Waterloo Press, Waterloo, Ontario, 1972, pp. 211-232
- [5] Leonhardt, Fritz: „Vorlesungen über Massivbau“, Teil 4, 3. Auflage, Springer Verlag 1984

3. Erläuterungen zur Dateneingabe mit Beschreibung der Eingabewerte

Aufgrund der im Folgenden beschriebenen Angaben (Punkte 1. bis 12.) ist eine Datendatei zu erstellen. Dies kann direkt mit einem Texteditor (z.B. Wordpad) erfolgen. Die Zahleneingabe kann formatgebunden, d.h. die Zahlen müssen aufgrund der Formatangaben an bestimmten Stellen stehen, oder formatfrei, d.h. die Zahlen werden jeweils nur mit einem Komma voneinander getrennt, erfolgen. Jede Zeile, außer der ersten Textzeile, sollte bei formatfreier Eingabe mit einem Komma abgeschlossen werden. Die formatgebundene Eingabe hat den Vorteil einer besseren Übersichtlichkeit ist jedoch schwieriger zu handhaben. Der vom Programm geforderte Zahlentyp (Real oder Integer) ist einzuhalten. Real-Zahlen können bei formatgebundener Eingabe auch im E-Format eingegeben werden.

Wesentlich einfacher ist die Methode, eine bereits vorhandene Eingabedatei (z.B. eine der verwendeten Musterbeispiele) in den Editor zu laden, entsprechend den neuen Vorgaben zu ändern und mit neuem Namen abzuspeichern.

Für den weniger geübten Anwender steht das Eingabeprogramm EIN_NT2QUW (s. Kap. 3.1) zur Verfügung. Dieses Programm führt im Bildschirmdialog durch die notwendigen Angaben und speichert die eingegebenen Daten in einer formatgebundenen Datei ab.

Die Eingabe der Querschnittsgeometrie und die Lage der Bewehrungen erfolgt mit Hilfe eines Koordinatensystems, dessen Nullpunkt frei wählbar ist. Die Achsen dieses Eingabekoordinatensystems sind dabei so festgelegt, dass die y-Achse nach rechts und die z-Achse nach unten zeigt. Die x-Achse verläuft dann in Trägerlängsrichtung.

Es ist sinnvoll, den Koordinatenursprung an die Trägeroberkante — bei Satteldachbindern in Höhe des Knickpunktes – und die z – Achse in die Symmetrieachse des Querschnitts zu legen.

Für die Ein- und Ausgabewerte sind folgende Dimensionen festgelegt:

- Die **Längen - Einheit** ist [m].
- **Bewehrungsdurchmesser** werden in [mm] ,
- **Bewehrungsflächen** in [cm²] angegeben.
- Die **Kraft - Einheit** kann als [kN] oder [MN] über eine Steuergröße gewählt werden.
- Je nach Wahl sind **Spannungen und E-Moduln** in [kN/m²] oder [MN/m²] anzugeben.

Zur Beschreibung und Verdeutlichung der Eingabe werden in der folgenden Beschreibung die im Programm verwendeten Variablennamen genommen und die entsprechenden FORTRAN-Lesebefehle und -Formate angegeben. An den Formaten (Angaben in Hochkommas beim Lesebefehl) ist zu erkennen, ob Text im A-Format oder Zahlen vom Typ Integer (I) oder Real (F) einzugeben ist. Ganze Zahlen vom Typ Integer sind nur bei den Punkten 2. und 12. vorhanden.

Zur Erinnerung: Integer-Zahlen sind ganze Zahlen ohne Dezimalpunkt. Falls dieser Zahlentyp verlangt wird, muss eine entsprechende Eingabe erfolgen. Das Programm läuft sonst auf einen Lesefehler! Demgegenüber können ganzzahlige Dezimalzahlen auch ohne Dezimalpunkt eingegeben werden. Dies ist eine FORTRAN-Konvention.

Hinweis:

Die Eingabemodalitäten für die Programme KIPNT2, QUERWERT und KIPPEN sind bezüglich der Querschnittsdaten und des Werkstoffverhaltens harmonisiert worden. Dies betrifft die Eingabepunkte 1 bis 9. Dadurch können diese Teile der Eingabedateien in beiden Programmen ohne weitere Veränderungen übernommen werden. Es sind dann nur noch die Belastungsangaben und einige Steuergrößen in den Punkten 10, 11 und 12 entsprechend anzupassen. Im Programm EIN_NT2QUW ist diese Möglichkeit entsprechend umgesetzt.

Die folgenden zwölf Eingabepunkte sind zu bearbeiten, wobei die Punkte sieben, acht und neun nur bei entsprechend vorhandener Bewehrung zu berücksichtigen sind:

1. Eine Überschriftzeile mit maximal 75 alphanumerischen Zeichen zur Kennzeichnung des Projektes (Spalte 1 bis 75)

```
READ (NDE, ' (A75) ' ) PROJ
```

2. Steuerzahlen für die Berechnung

```
READ (NDE, ' (4I10, 2I5, I10, 2I5, 2F5.0) ' )  
NB, NF, NV, NH, NS, KEH, NTOB, LWGS, LTAB, STKR, FKMZ
```

Die Variablen bedeuten:

- NB Anzahl der Eckpunkte des Betonquerschnitts
NF Anzahl der nicht vorgespannten Bewehrungsstäbe
NV Anzahl der vorgespannten Bewehrungsstäbe
NH Steuerzahl für die Wahl eines Parallelgurträgers (NH=0) oder Satteldachträgers (NH=1)
NS Steuerzahl zum Verlauf der Spanndrähte,
Standardwert ist NS=0, bedeutet geradliniger Verlauf parallel zur Trägerlängsachse
(Diese Steuerzahl wird nur im Programm KIPPEN benötigt.)
KEH Steuerzahl für die Wahl der Krafteinheit kN (KEH=2) oder MN (KEH=1)
NTOB Steuerzahl für die Berücksichtigung einer Torsionsbewehrung beim
Nachweis auf Querkraft und Torsion am Auflager (siehe hierzu Nr. 9.),
NTOB = 0 => Es wird **keine** Torsionsbewehrung eingelesen.
NTOB = 1 => Eingabe von Torsionsbewehrung; Bewehrung ist für gesamten Querschnitt gleich
NTOB = 2 => Eingabe von Torsionsbewehrung;
Bewehrung ist im Obergurt, Steg und ggf. Untergurt unterschiedlich.
LWGS Steuerzahl für eine Ausgabe der Approximations-Ergebnisse des Betonwerkstoffverhaltens
LWGS = 0 => Standardwert - keine Ausgabe
LWGS = 1 => Ausgabe der Betonwerkstoffapproximation in Tabellenform.

Angaben für die Steuergrößen LTAB, STKR und FKMZ werden nur bei Satteldachträgern benötigt. Sie haben jedoch in den Programmen QUERWERT oder KIPNT2 eine unterschiedliche Bedeutung.

Für das Programm QUERWERT gelten die folgenden Angaben:

- LTAB Steuerzahl für eine tabellarische Ausgabe des Berechnungs-Ergebnisses für den kritischen Schnitt
Diese Angabe wird nur im Programm KIPNT2 benötigt. Es ist LTAB = 0 zu setzen.
- STKR Angaben zur Stelle des kritischen Querschnitts bei Satteldachträgern
STKR = 0. : Berechnungsquerschnitt ist der Mittelquerschnitt → Standardfall
STKR = 1. : Bestimmung des Berechnungsquerschnitts über Formel mit den Querschnittshöhen
In diesem Fall wird der kritische Schnitt $\xi = x/\ell$ wie folgt ermittelt:
- $$\xi_{\text{krit}} = \frac{1}{2}(1-\rho) \quad \text{mit} \quad \rho = a - \sqrt{a^2 - 1} \quad \text{und} \quad a = \frac{h_m}{h_m - h_0}$$
- mit h_m = Höhe in Trägermitte und h_0 = Höhe am Trägeranfang, bzw. - ende.
STKR = 0.xx : Explizite Angabe des kritischen Schnitts x/ℓ , z.B. 0.38
- FKMZ Faktor für die Größe des Nebenbiegemoments $M_{Ed,z}$ bei Ermittlung des kritischen Schnitts
Diese Angabe wird nur im Programm KIPNT2 benötigt. Es ist FKMZ = 0 zu setzen

Mit diesen Angaben werden für den kritischen Querschnitt die Koordinaten der Eckpunkte des Betonquerschnitts und die Lage der Bewehrungen bestimmt.

Für das Programm KIPNT2 gelten die folgenden Angaben:

- LTAB Steuerzahl für eine tabellarische Ausgabe des Berechnungs-Ergebnisses für den kritischen Schnitt
LTAB = 0 => Standardwert – Angabe der Stelle des kritischen Schnittes $\xi = x/\ell$
mit den wesentlichen Berechnungsdaten (s. Beispiel S. 29)
LTAB = 1 => Ausgabe aller Berechnungsschritte bei der Bestimmung des kritischen Schnittes in Tabellenform (s. Beispiel S. 51)
LTAB = 2 => Ausgabe aller Berechnungsschritte zur Bestimmung des kritischen Schnittes in jedem einzelnen Berechnungsquerschnitt mit Angabe der geometrischen Querschnittsdaten, Belastungen und Ergebnisse (s. Beispiel S. 52)

Die Seitenangaben für das Beispiel beziehen sich auf die Benutzeranleitung für KIPNT2:

- STKR Angaben zum kritischen Querschnitt bei Satteldachträgern
STKR = 0. => Bestimmung des Berechnungsquerschnitts über den Verlauf des Biegemoments
Es wird in den Zwanzigstel-Punkten das Minimum des Verhältnisses M_{Rd}/M_{Ed} vorab gesucht. → Standardfall, siehe folgende Angaben für FKMZ
STKR = 1. => Bestimmung des Berechnungsquerschnitts über Formel mit den Querschnittshöhen
In diesem Fall wird der kritische Schnitt $\xi = x/\ell$ wie folgt ermittelt:
$$\xi_{\text{krit}} = \frac{1}{2}(1 - \rho) \quad \text{mit} \quad \rho = a - \sqrt{a^2 - 1} \quad \text{und} \quad a = \frac{h_m}{h_m - h_0}$$

mit h_m = Höhe in Trägermitte und h_0 = Höhe am Trägeranfang, bzw. – ende.
STKR = 0.xxx => Explizite Angabe des kritischen Schnitts x/ℓ , z.B. 0.380

Mit diesen Angaben werden für den kritischen Querschnitt die Koordinaten der Eckpunkte des Betonquerschnitts und die Lage der Bewehrungen bestimmt.

NUR FÜR STKR = 0.:

FKMZ Faktor für die Größe des Nebenbiegemoments $M_{Ed,z}$ bei Ermittlung des kritischen Schnitts

FKMZ = 0.050 bis 0.100 (sinnvoller Eingabebereich 5% bis 10% Nebenbiegemoment)

Der kritische Schnitt liegt bekanntlich im am höchsten belasteten Querschnitt und fällt meist mit der Stelle des maximalen Hauptbiegemoments zusammen. Dies ist bei Parallelgurträgern der Fall, wo beides bei einer symmetrischen Belastung in der Trägermitte liegt.

Bei Satteldachträgern stimmt dies jedoch nicht. Daher wird bei Satteldachträgern dieser Schnitt aufgrund der vorgegebenen Belastung über das Verhältnis des aufnehmbaren Biegemoments M_{Rd} zum auftretenden Biegemoment $M_{Ed,y}$ als Minimum von $M_{Rd}/M_{Ed,y}$ für einachsige Biegung ($M_{Ed,z} = 0$), bzw. zweiachsige Biegung ($M_{Ed,z} = \text{FKMZ} \cdot M_{Ed,y}$) vorab berechnet.

Diese Berechnungen werden in zwanzigstel Schritten über die Trägerlänge mit $\Delta(x/\ell) = 0.05$ in dem jeweils betreffenden Querschnitt durchgeführt. Um ein möglichst genaues Ergebnis zu erhalten, wird im kritischen Bereich die Schrittweite auf $\Delta(x/\ell) = 0.01$ verfeinert.

3. y- und z-Koordinaten der Eckpunkte des Betonquerschnitts

Die Eckpunkte des Querschnitts werden von '1' bis 'NB' im Uhrzeigersinn, also in mathematisch positiver Umlaufrichtung, durchnummeriert. **Punkt 1 muss der linke untere Eckpunkt sein**, um bei der Bestimmung der Torsionswerte die richtige Einteilung des Querschnitts in Obergurt, Untergurt und Steg vornehmen zu können.

für NH = 0 (Parallelgurträger) :

```
READ (NDE, '(8F10.0)') (YB(I), ZB(I), I=1, NB)
```

für NH = 1 (Satteldachträger) :

Es werden zuerst die Koordinaten der Eckpunkte des Anfangsquerschnitts und dann die der Eckpunkte des Mittelquerschnitts eingelesen !

```
READ (NDE, '(8F10.0)') (YBA(I), ZBA(I), I=1, NB)
```

```
READ (NDE, '(8F10.0)') (YB(I), ZB(I), I=1, NB)
```

Die Anzahl der einzugebenden y-z-Wertepaare ist NB, wie unter Punkt 2. bereits angegeben. Pro Eingabezeile werden maximal vier Wertepaare gelesen. Insgesamt können maximal 50 Eckpunkte berücksichtigt werden.

4. Kenndaten für den verwendeten Beton und weitere Steuergrößen

```
READ (NDE, '(F10.0, I2, F8.0, F10.0, 6F5.0, 2F10.0)')
```

```
BN, KDIN, QDZ, ALFA, EC, STW, PHIEF, ERED, ALFE, FFCM, GBET, FGO
```

Die Variablen bedeuten:

BN Betonfestigkeitsklasse (charakteristische Festigkeit f_{ck} oder Nennfestigkeit β_{wN})

Anzugeben ist die Betonfestigkeitsklasse in der üblichen Form:

Für einen C30/37 nach DIN 1045-1:2008-08 bzw. DIN EN 1992-1-1:2011-01 ist die Doppelzahl 3037. einzulesen, für einen B35 nach DIN 1045:1988 die Zahl 35. .

Alle weiteren erforderlichen Angaben sind gemäß den Vorgaben in den DIN-Normen in einem Unterprogramm gespeichert und werden von dort abgerufen.

Eine negative Eingabe bedeutet die Eingabe eines Sonderbetons, siehe hierzu Nr. 4.1 .

KDIN Steuergröße für die Wahl der DIN-Vorschrift mit gerechnet werden soll.

KDIN = 0 \Rightarrow DIN 1045-1:2008-08

KDIN = 1 \Rightarrow DIN EN 1992-1-1:2011-01

KDIN = 2 \Rightarrow vorgesehen für Nachfolger von DIN EN 1992

KDIN = 3 \Rightarrow DIN EN 1992-1-1:2011-01 mit DAfStb-Richtlinie Ultrahochfester Beton

Durch die Eingabe bei BN und KDIN wird gesteuert, ob die Berechnung nach DIN 1045-1:2008-08 bzw. DIN EN 1992-1-1:2011-01 oder DIN 1045:1988 erfolgen soll. Wenn mit Standardwerten gerechnet werden soll, genügen diese beiden Angaben.

- QDZ Querdehnungszahl ν des Betons
→ Bei Eingabe von 0. wird mit QDZ = 0.2 gerechnet.
- ALFA Faktor zur Ermittlung des Bemessungswerts der Betonfestigkeit f_{cd} aus DIN-Kennwerten
DIN EN 1992-1-1:2011-01 bzw. DIN 1045-1:2008-08:
Der Faktor berücksichtigt u.a. die Langzeitwirkung auf die Betondruckfestigkeit (Beiwert α bzw. α_{cc} nach DIN) bei Bestimmung des Bemessungswertes aus der eingelesenen charakteristischen Festigkeit f_{ck} : $f_{cd} = ALFA \cdot f_{ck} / \gamma_C$.
→ Bei Eingabe von 0. wird mit ALFA = 0,85 gerechnet.
- DIN 1045:1988 und DIN 4227 :
Der Faktor dient zur Ermittlung der für die Berechnungen maßgebenden Prismenfestigkeit β_P aus der mittleren Würfeldruckfestigkeit β_{wm} unter Berücksichtigung der eingelesenen Nennfestigkeit β_{WN} : Mit $\beta_{wm} = \beta_{WN} + 5$ [N/mm²] gilt $\Rightarrow \beta_P = ALFA \cdot (BN+5)$
Normalerweise wird für den Faktor ALFA angegeben:
ALFA = 0,85 für Kurzzeitverhalten
(entspricht der Umrechnung der Würfeldfestigkeit auf die Prismenfestigkeit)
ALFA = 0,70 für Langzeitverhalten
($\approx 0,85 \cdot 0,85$ aus Umrechnung der Würfeldfestigkeit in Prismenfestigkeit mal Dauerlasteinfluss)
→ Bei Eingabe von 0. wird mit ALFA = 0,7 gerechnet.
- EC Steuerung für die Wahl des E-Moduls E_{cm} bei der Bestimmung der Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons:
DIN EN 1992-1-1:2011-01, Abschnitt 3.1.5, Gl. (3.14), und Tabelle 3.1:
EC = 0. heißt: Es wird der Formelwert $E_{cm} = 22(f_{cm}/10)^{0,3}$ genommen.
EC = 1. heißt: Es wird der gerundete Tabellenwert für E_{cm} genommen.
- DIN 1045-1:2008-08, Abschnitt 9.1.5, Gl. (62-64), und Tabelle 9:
EC = 0. heißt: Es wird der Formelwert $E_{c0m} = 9500(f_{ck}+8)^{1/3}$ genommen.
EC = 1. heißt: Es wird der gerundete Tabellenwert für E_{c0m} genommen.
- Bei einer anderen Eingabe als 0. oder 1. wird der angegebene Wert als E_{cm} bzw. E_{c0m} genommen!
 E_{cm} bzw. E_{c0m} ist dann in [kN/mm²] anzugeben.
- STW Steuerzahl für die Wahl des Betonwerkstoffverhaltens
- STW = 0: Grenzzustand der Tragfähigkeit mit Parabel-Rechteck-Diagramm und Verformungszustand mit wirklichkeitsnahem Verhalten (Hyperbelverlauf) nach DIN EN 1992-1-1:2011-01, Abschnitt 3.1.7, Bild 3.3, und Abschnitt 3.1.5, Bild 3.2, siehe Kap. 4.1;
bzw. DIN 1045-1:2008-08, Abschnitt 9.1.6, Bild 23, und Abschnitt 9.1.5, Bild 22, siehe Kap. 1.2;
oder DIN 1045:1988 und DIN 4227:1988, siehe Kap. 1.3
→ STW = 0 ist der Standardfall
- STW = 1: Grenzzustand der Tragfähigkeit **und** Verformungszustand mit Hyperbelverlauf und Spitzenwert f_{cm}
- STW = -1: Grenzzustand der Tragfähigkeit **und** Verformungszustand mit Parabel-Rechteck-Verlauf und Spitzenwert f_{cd}
- STW = 2: Grenzzustand der Tragfähigkeit mit Hyperbelverlauf und Spitzenwert f_{cd} ;
Verformungszustand mit Hyperbelverlauf und Spitzenwert f_{cm}
- STW = -2: Grenzzustand der Tragfähigkeit **und** Verformungszustand mit Hyperbelverlauf und Spitzenwert f_{cd}

- PHIEF Steuerung zur Berücksichtigung des Kriechens nach DIN EN 1992-1-1:2011-01, Abschnitte 5.8.6(4) und 5.8.4, bei der Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons mittels einer effektiven Kriechzahl φ_{ef} (auch für DIN 1045-1:2008-08 oder UHFB-Richtlinie):
PHIEF = 0.: Es wird kein Kriechen berücksichtigt.
PHIEF > 0.: PHIEF ist die effektive Kriechzahl.
PHIEF = -1.: Die effektive Kriechzahl wird vom Programm berechnet.
Für diese Berechnung werden die erforderlichen Werte noch zusätzlich eingelesen. (siehe hierzu Nr. 1.3 und Nr. 8).
- ERED Steuerzahl für E-Modul der Bewehrungen :
ERED = 0: E-Modul bleibt unverändert. → Standardfall
ERED ≠ 0: E-Modul wird durch den Sicherheitsbeiwert der Bewehrung geteilt.
- ALFE Beiwert α_E für die Gesteinskörnung zur Ermittlung des E-Moduls E_{cm} gemäß DIN EN 1992-1-1:2011-01, Abschnitt 3.1.3(2), mit Heft 600 DAfStb
Für den Normalfall von quarzitischen Zuschlägen ist $\alpha_E = 1,0$.
→ Bei Eingabe von 0. wird mit ALFE = 1,0 gerechnet.
- FFCM Faktor zur Berücksichtigung eines Dauereinflusses bei Berechnungen nach DIN 1045-1:2008-08, Abschn.8.6.1(7)
mit Mittelwerten der Baustoffkennwerte: $FFCM \cdot f_{cm}/\gamma_C$, $FFCM \cdot E_{cm}/\gamma_C$
→ Bei Eingabe von 0. wird mit FFCM = 1,0 gerechnet.
- GBET Rohdichte des Betons in kN/m^3 oder MN/m^3 je nach gewählter Krafteinheit
Bei Angabe der Rohdichte wird programmintern die Eigenlast (kN/m , bzw. MN/m) und damit das Moment in Trägermitte berechnet. Als Angriffslinie wird die geometrische Schwerlinie des Trägers in Längsrichtung angesetzt. **Wird keine Rohdichte angegeben, so erfolgt die Berechnung ohne Eigenlast.** (nur für KIPNT2 erforderlich!)
- FG0 Faktor zur gezielten Vorgabe der Größe des Gleitmoduls im Anfangs-/Endquerschnitt (nur für KIPNT2 erforderlich!)

Eingabe nur für BN < 0:

4.1 Kenndaten für Sonderbeton

Soll mit einem anderen als den angegebenen Standard-Werkstoffgesetzen gerechnet werden, so muss **für BN ein negativer Zahlenwert** eingegeben werden. Es werden dann keine voreingestellten Zahlenwerte zur Beschreibung des Betonverhaltens aus einem Unterprogramm abgerufen. Alle erforderlichen Werte müssen dann über die Eingabedatendatei angegeben werden. Zusätzlich zu den Kenndaten bei Punkt 4. sind die im Folgenden beschriebenen weiteren Werte einzulesen.

4.1.1 Eingabewerte für Normalbetone (Steuerzahl KDIN = 0 oder =1) als Sonderbeton

Bei Eingabe für BN von einer Zahl zwischen -1. und -999. erfolgt eine Berechnung nach DIN 1045:1988, bei jeder anderen negativen Zahl in Verbindung mit der Steuergröße KDIN eine nach DIN EN 1992-1-1:2011-01 (KDIN=1), bzw. DIN 1045-1:2008-08 (KDIN=0). Es sind im Einzelnen einzulesen:

```
READ (NDE, '(8F10.0)') FCK, FCM, ECM, HOZ, VA, VB, VC, VS
```

Nur für VS = 1. zusätzlich:

```
READ (NDE, '(4F20.0)') (A(I), I=1, 4)
```

```
READ (NDE, '(4F20.0)') (B(I), I=1, 4)
```

Die Variablen bedeuten:

- FCK Charakteristische Festigkeit f_{ck} oder Rechenfestigkeit des Betons β_R in $[N/mm^2]$
- FCM mittlere Festigkeit f_{cm} oder β_{wm} des Betons für das Verformungsverhalten in $[N/mm^2]$
- ECM E-Modul E_{cm} des Betons bei Beschreibung des Werkstoffverhaltens in $[kN/mm^2]$ nach DIN EN 1992-1-1:2011-01 (KDIN=1), siehe Kap. 1.1.1,
oder E-Modul E_{c0m} des Betons bei Beschreibung des Werkstoffverhaltens in $[kN/mm^2]$ nach DIN 1045-1:2008-08 (KDIN=0), siehe Kap. 1.2.1,
oder E-Modul E_b des Betons für den Zustand I nach DIN 1045:1988 in $[kN/mm^2]$
- HOZ Hochzahl n bei Parabel-Rechteck-Diagramm nach DIN EN 1992-1-1:2011-01 (KDIN=1), siehe Kap. 1.1, Tabelle 1, und nach DIN 1045-1:2008-08 (KDIN=0), siehe Kap. 1.2, Tabelle 5
Hinweis: Bei Eingabe von 0., wird HOZ = 2. (quadratische Parabel) gesetzt.
- VA Vorfaktor bei E_{cm} im Ausdruck k beim Beton-Werkstoffverhalten nach DIN EN 1992-1-1:2011-01 (KDIN=1), siehe Kap. 1.1, Gleichung (1.1)
Hinweis: Bei Eingabe von 0., wird VA = 1.05 gesetzt.
oder Faktor a beim Beton-Werkstoffverhalten nach Grasser für Berechnungen nach DIN 1045:1988, siehe Kap. 1.3, Gleichung (1.12) und Tabelle 9
- VB Faktor b beim Beton-Werkstoffverhalten nach Grasser für Berechnungen nach DIN 1045:1988, siehe Kap. 1.3 Gleichung (1.12) und Tabelle 9
- VC Faktor c beim Beton-Werkstoffverhalten nach Grasser für Berechnungen nach DIN 1045:1988, siehe Kap. 1.3 Gleichung (1.12) und Tabelle 9
- VS Steuergröße, ob die Koeffizienten des Betonverhaltens vom Programm intern berechnet werden (VS = 0)
Hinweis: Dafür werden die hier eingelesenen Werte FCK,FCM,ECM,HOZ,VA,VB,VC nach Bedarf verwendet, um für die in Kap. 1. angegebenen Werkstoff-Gleichungen die benötigten Koeffizienten zu ermitteln.
oder eingelesen werden (VS = 1).

Nur für VS = 1. :

- A vier Koeffizienten des Betonverhaltens für Grenzzustand der Tragfähigkeit
- B vier Koeffizienten des Betonverhaltens für Schnittgrößen und Verformungszustand

Siehe weitere Erläuterungen am Ende von Punkt 4.1.2

4.1.2 Eingabewerte für Ultrahochfeste Betone (Steuerzahl KDIN = 3) als Sonderbeton

Bei Eingabe für BN von einer Zahl kleiner als -1001. erfolgt in Verbindung mit der Steuerzahl KDIN = 3 eine Berechnung nach DIN EN 1992-1-1:2011-01 mit der DAfStb-Richtlinie Ultrahochfester Beton, V. 22.12.2022. Es sind im Einzelnen einzulesen:

```
READ (NDE, '(8F10.0)') FCK, FCM, ECM, HOZ, VS
```

Nur für VS = 1. zusätzlich:

```
READ (NDE, '(4F20.0)') (A(I), I=1, 4)
```

```
READ (NDE, '(4F20.0)') (B(I), I=1, 4)
```

Die Variablen bedeuten:

FCK Charakteristische Festigkeit f_{ck} des Betons in [N/mm²]

FCM mittlere Festigkeit f_{cm} des Betons für das Verformungsverhalten in [N/mm²]

ECM E-Modul E_{cm} des Betons bei Beschreibung des Werkstoffverhaltens in [kN/mm²]
nach DIN EN 1992-1-1:2011-01 mit UHFB-Richtlinie (KDIN=3), siehe Kap. 1.1.4,

HOZ Hochzahl n bei Parabel-Rechteck-Diagramm
nach DIN EN 1992-1-1:2011-01 mit UHFB-Richtlinie (KDIN=3), siehe Kap. 1.1.4, Tabelle U1,
Hinweis: Bei Eingabe von 0., wird HOZ = 1. (linearer Verlauf) gesetzt.

VS Steuergröße, ob die Koeffizienten des Betonverhaltens vom Programm intern berechnet werden (VS = 0)
Hinweis: Dafür werden die hier eingelesenen Werte FCK,FCM,ECM,HOZ nach Bedarf verwendet, um für die in Kap. 1. angegebenen Werkstoff-Gleichungen die benötigten Koeffizienten zu ermitteln.
oder eingelesen werden (VS = 1).

Nur für VS = 1. :

A vier Koeffizienten des Betonverhaltens für Grenzzustand der Tragfähigkeit

B vier Koeffizienten des Betonverhaltens für Schnittgrößen und Verformungszustand

Die Zahlenwerte der in Punkt 4.1.1 oder Punkt 4.1.2 beschriebenen Variablen werden zusätzlich an dieser Stelle der Eingabedatei mit einer weiteren Datenzeile (VS=0) bzw. drei weiteren Datenzeile (VS=1) eingelesen.(siehe Beispiele Kap. 6 der Benutzeranleitungen zu KIPNT2 und QUERWERT)

Bei Eingabe der Werte für FCK und FCM ist zu beachten, dass diese Werte in Übereinstimmung mit den Gleichungen in Kap. 4 und somit als positive Zahlen einzugeben sind. Für die Koeffizienten A und B gilt die Vorbemerkung zu Beginn des Kap. 1 .

Eingabe nur für BN > 100115. und KDIN = 3 (UHFB) :

4.2 Kenndaten für UHFB und die verwendeten Fasern

```
READ (NDE, '(10F5.0)') FLK,ALFV,ALFT,ALFACF,GAMACF,FKAP,BETA,ETAF,FCMN,WU
```

Die Variablen bedeuten:

FLK Leistungsklasse L der Stahlfaserbewehrung nach Tabelle R.4

ALFV Beiwert α_V für den Faseranteil bei der Querkraft-Tragfähigkeit

ALFT Beiwert α_T für den Faseranteil bei der Torsions-Tragfähigkeit

ALFACF Beiwert α_{cf} zur Berücksichtigung von Langzeitauswirkungen auf die zentrische Nachrisszugfestigkeit
→ Bei Eingabe von 0. wird mit ALFACF = 0,85 gerechnet.

GAMACF Teilsicherheitsbeiwert γ_{CF} für die Nachrisszugfestigkeit von stahlfaserbewehrtem UHFB nach Tabelle R.1
→ Bei Eingabe von 0. wird mit GAMACF = 1,5 gerechnet.

FKAP Beiwert κ_F zur Berücksichtigung der Faserorientierung
→ Bei Eingabe von 0. wird mit FKAP = 2/3 gerechnet.

BETA Beiwert β zur Ermittlung des Grundwerts der zentrischen Nachrisszugfestigkeit
→ Bei Eingabe von 0. wird mit BETA = 0,37 gerechnet.

ETAF Beiwert η_F zur Berücksichtigung des Beitrags der Fasern zum Querkraftwiderstand
→ Bei Eingabe von 0. wird mit FETA = 1,0 gerechnet.

FCMN Beiwert zur Bestimmung der effektiven Festigkeit $f_{efd,M+N}$ für den Spannungsblock der Fasern beim Nachweis des GZT nach Bild R.2
→ Bei Eingabe von 0. wird mit FCMN = 0,95 gerechnet.

WU Grenzwert der Rissöffnung bei der Bestimmung der Biegetragfähigkeit von Querschnitten
→ Bei Eingabe von 0. wird mit WU = 0,4 mm gerechnet.

Die Zahlenwerte der beschriebenen Variablen werden zusätzlich an dieser Stelle der Eingabedatei mit einer weiteren Datenzeile eingelesen.(siehe Beispiele Kap. 6 der Benutzeranleitungen zu KIPNT2 und QUERWERT)

Eingabe nur für PHIEF < 0:

4.3 Einlesen der erforderlichen Werte für die Berechnung der Kriechzahl $\phi(t, t_0)$

4.3.1 Berechnungen nach DIN EN 1992-1-1:2011-01, Abschnitt 3.1.4 und Abschnitt B, oder DIN 1045-1:2008-08, Abschnitt 9.1.4, mit Heft 525 DAfStb

```
READ (NDE, ' (A1, F9.0, F10.0, 5 (2F5.0), 2I5) ' )  
      ZK, RH, TEND, (TC (I), DTC (I), I=1, 5), K1, K2
```

Die Variablen bedeuten:

ZK Zementklasse mit folgenden Möglichkeiten:

ZK = S: für langsam erhärtende Zemente („Slowly“)

ZK = N: für normal erhärtende Zemente („Normally“)

ZK = R: für schnell erhärtende Zemente („Rapidly“)

Hinweis: Zementklasse N hat keine Auswirkung auf die Kriechzahl.

RH relative Luftfeuchte in %

Standardwerte: für Innenräume 50%; für Außenbereich 80%

→ Bei Eingabe von 0. Wird mit RH = 50. Gerechnet.

TEND Betonalter am betrachteten Endzeitpunkt in Tagen

Für $t = \infty$ können laut DIN 70 Jahre = 25550 Tage angesetzt werden.

→ Bei Eingabe von 0. Wird mit TEND = 25550. gerechnet.

(TC(I), DTC(I), I=1, 5)

Eingabe von 5 Wertepaaren (Intervallen) bestehend aus:

TC = Temperatur in °C zwischen 0 und 80

DTC = Anzahl der Tage, in denen Temperatur TC herrscht.

Hinweis: Eine Temperatur von 20° hat keine Auswirkung auf die Kriechzahl.

Die angegebenen Tage entsprechen dann dem tatsächlichen Betonalter.

K1 Nummer des Intervalls, an dessen Ende der Belastungsbeginn für die ständige Last g_{k1} erfolgt.

K2 Nummer des Intervalls, an dessen Ende der Belastungsbeginn für die ständige Last g_{k2} erfolgt.

4.3.2 Berechnungen nach DIN EN 1992-1-1:2011-01 mit UHFB-Richtlinie

```
READ (NDE, ' (A1, F9.0, F10.0, 4F5.0) ' ) WB, RH, TEND, FCM1, T1, FCM2, T2
```

Die Variablen bedeuten:

WB Angabe für Wärmebehandlung mit folgenden Eingaben:

WB = keine Eingabe: Es erfolgte **keine** Wärmebehandlung.

WB = w oder W: Es erfolgte eine Wärmebehandlung mit Auswirkung auf die Endkriechzahl

RH relative Luftfeuchte in %

Standardwerte: für Innenräume 50%; für Außenbereich 80%

→ Bei Eingabe von 0. Wird mit RH = 50. Gerechnet.

TEND Betonalter am betrachteten Endzeitpunkt in Tagen

Für $t = \infty$ können laut DIN 70 Jahre = 25550 Tage angesetzt werden.

→ Bei Eingabe von 0. Wird mit TEND = 25550. gerechnet.

FCM1, T1, FCM2, T2 2 Wertepaare für den Belastungsbeginn der ständigen Lasten

FCM_i = mittlere Betondruckfestigkeit am Belastungstag T_i

T_i = Tag T_i des Belastungsbeginns

Index i = 1 Angaben für die ständige Last g_{k1} .

Index i = 2 Angaben für die ständige Last g_{k2} .

Die Zahlenwerte der in Punkt 4.3.1 oder Punkt 4.3.2 beschriebenen Variablen werden zusätzlich an dieser Stelle der Eingabedatei mit einer weiteren Datenzeile eingelesen. (siehe Beispiele Kap. 6 der Benutzeranleitungen zu KIPNT2 und QUERWERT)

5. Einlesen der zulässigen maximalen Grenzrandverzerrungen des Querschnitts

READ (NDE, '(8F10.0)') EPSSU2, EPSC2, EPSCU2, EPSSU1, EPSC1, EPSCU1

Grenzrandverzerrungen des Querschnitts für

a.) den rechnerischen Grenzzustand der Tragfähigkeit

EPSSU2 = max. zulässige Verzerrung ε_{su2} auf der Zugseite

EPSC2 = Verzerrung ε_{c2} auf der Druckseite, bei der die maximale Spannung auftritt

EPSCU2 = max. zulässige Verzerrung ε_{cu2} auf der Druckseite

b.) Schnittgrößen und Verformungen

EPSSU1 = max. zulässige Verzerrung ε_{su1} auf der Zugseite

EPSC1 = Verzerrung ε_{c1} auf der Druckseite, bei der die maximale Spannung auftritt

EPSCU1 = max. zulässige Verzerrung ε_{cu1} auf der Druckseite

→ Bei der Eingabe von '0.' für alle Verzerrungswerte (Leerzeile) werden die Standardwerte der folgenden Tabellen in Abhängigkeit von der Betonfestigkeitsklasse gesetzt:

DIN EN 1992-1-1:2011-01 - Normalbeton:

| Betonfestigkeitsklasse | Grenzzustand Druckseite (EPSC2 und EPSCU2) ε_{c2} für $\sigma_{max} / \varepsilon_{cu2}$ | Grenzzustand Zugseite (EPSSU2) | Verformungszustand Druckseite (EPSC1 und EPSCU1) ε_{c1} für $\sigma_{max} / \varepsilon_{cu1}$ | Verformungszustand Zugseite (EPSSU1) |
|------------------------|---|--------------------------------|---|--------------------------------------|
| C12/15 | -0.0020 / -0.0035 | +0.025 | -0.00180 / -0.0035 | +0.025 |
| C16/20 | -0.0020 / -0.0035 | +0.025 | -0.00190 / -0.0035 | +0.025 |
| C20/25 | -0.0020 / -0.0035 | +0.025 | -0.00200 / -0.0035 | +0.025 |
| C25/30 | -0.0020 / -0.0035 | +0.025 | -0.00210 / -0.0035 | +0.025 |
| C30/37 | -0.0020 / -0.0035 | +0.025 | -0.00220 / -0.0035 | +0.025 |
| C35/45 | -0.0020 / -0.0035 | +0.025 | -0.00225 / -0.0035 | +0.025 |
| C40/50 | -0.0020 / -0.0035 | +0.025 | -0.00230 / -0.0035 | +0.025 |
| C45/55 | -0.0020 / -0.0035 | +0.025 | -0.00240 / -0.0035 | +0.025 |
| C50/60 | -0.0020 / -0.0035 | +0.025 | -0.00245 / -0.0035 | +0.025 |
| C55/67 | -0.0022 / -0.0031 | +0.025 | -0.00250 / -0.0032 | +0.025 |
| C60/75 | -0.0023 / -0.0029 | +0.025 | -0.00260 / -0.0030 | +0.025 |
| C70/85 | -0.0024 / -0.0027 | +0.025 | -0.00270 / -0.0028 | +0.025 |
| C80/95 | -0.0025 / -0.0026 | +0.025 | -0.00280 / -0.0028 | +0.025 |
| C90/105 | -0.0026 / -0.0026 | +0.025 | -0.00280 / -0.0028 | +0.025 |
| C100/115 | -0.0026 / -0.0026 | +0.025 | -0.00280 / -0.0028 | +0.025 |

DIN EN 1992-1-1:2011-01 – Ultrahochfester Beton:

| Betonfestigkeitsklasse | Grenzzustand Druckseite (EPSC2 und EPSCU2) ε_{c2} für $\sigma_{max} / \varepsilon_{cu2}$ | Grenzzustand Zugseite (EPSSU2) | Verformungszustand Druckseite (EPSC1 und EPSCU1) ε_{c1} für $\sigma_{max} / \varepsilon_{cu1}$ | Verformungszustand Zugseite (EPSSU1) |
|------------------------|---|--------------------------------|---|--------------------------------------|
| C130/145 | -0.0026 / -0.0026 | +0.025 | -0.0026 / -0.0026 | +0.025 |
| C150/165 | -0.0026 / -0.0026 | +0.025 | -0.0026 / -0.0026 | +0.025 |
| C175/190 | -0.0026 / -0.0026 | +0.025 | -0.0026 / -0.0026 | +0.025 |

DIN 1045-1:2008-08 :

| Betonfestigkeitsklasse | Grenzzustand Druckseite (EPSC2 und EPSCU2) ϵ_{c2} für $\sigma_{max} / \epsilon_{cu2}$ | Grenzzustand Zugseite (EPSSU2) | Verformungszustand Druckseite (EPSC1 und EPSCU1) ϵ_{c1} für $\sigma_{max} / \epsilon_{cu1}$ | Verformungszustand Zugseite (EPSSU1) |
|------------------------|---|--------------------------------|---|--------------------------------------|
| C12/15 | -0.0020 / -0.0035 | +0.025 | -0.00180 / -0.0035 | +0.025 |
| C16/20 | -0.0020 / -0.0035 | +0.025 | -0.00190 / -0.0035 | +0.025 |
| C20/25 | -0.0020 / -0.0035 | +0.025 | -0.00210 / -0.0035 | +0.025 |
| C25/30 | -0.0020 / -0.0035 | +0.025 | -0.00220 / -0.0035 | +0.025 |
| C30/37 | -0.0020 / -0.0035 | +0.025 | -0.00230 / -0.0035 | +0.025 |
| C35/45 | -0.0020 / -0.0035 | +0.025 | -0.00240 / -0.0035 | +0.025 |
| C40/50 | -0.0020 / -0.0035 | +0.025 | -0.00250 / -0.0035 | +0.025 |
| C45/55 | -0.0020 / -0.0035 | +0.025 | -0.00255 / -0.0035 | +0.025 |
| C50/60 | -0.0020 / -0.0035 | +0.025 | -0.00260 / -0.0035 | +0.025 |
| C55/67 | -0.00203 / -0.0031 | +0.025 | -0.00265 / -0.0034 | +0.025 |
| C60/75 | -0.00206 / -0.0027 | +0.025 | -0.00270 / -0.0033 | +0.025 |
| C70/85 | -0.00210 / -0.0025 | +0.025 | -0.00280 / -0.0032 | +0.025 |
| C80/95 | -0.00214 / -0.0024 | +0.025 | -0.00290 / -0.0031 | +0.025 |
| C90/105 | -0.00217 / -0.0023 | +0.025 | -0.00295 / -0.0030 | +0.025 |
| C100/115 | -0.00220 / -0.0022 | +0.025 | -0.00300 / -0.0030 | +0.025 |

DIN 1045:1988 und DIN 4227 :

| Betonfestigkeitsklasse | Grenzzustand Druckseite (EPSC2 und EPSC2U) ϵ_{c2} für $\sigma_{max} / \epsilon_{cu2}$ | Grenzzustand Zugseite(EPSS2U) | Verformungszustand Druckseite (EPSC1 und EPSC1U) ϵ_{c1} für $\sigma_{max} / \epsilon_{cu1}$ | Verformungszustand Zugseite (EPSS1U) |
|------------------------|---|-------------------------------|---|--------------------------------------|
| B25 | -0.0020 / -0.0035 | +0.005 | -0.0022 / -0.0035 | +0.005 |
| B35 | -0.0020 / -0.0035 | +0.005 | -0.0022 / -0.0033 | +0.005 |
| B45 | -0.0020 / -0.0035 | +0.005 | -0.0022 / -0.0031 | +0.005 |
| B55 | -0.0020 / -0.0035 | +0.005 | -0.0022 / -0.0029 | +0.005 |

6. Einlesen der Sicherheitsbeiwerte für die Werkstoffe

READ (NDE, ' (8F10.0) ') SFBU, SFBV, SFSU, SFSV, SFVU, SFVV, SFR

Der nach DIN 1045-1:2008-08, Abschn. 5.3.3 (9) für die Betone ab Klasse C55/67 erforderliche Faktor γ_c wird vom Programm automatisch berechnet und jeweils berücksichtigt.

Bei Berechnungen nach DIN 1045:1988 ist die Eingabe von SFR nicht erforderlich. Für Berechnungen nach DIN EN 1992-1-1:2011-01 bzw. DIN 1045-1:2008-08 wird über die Eingabe von SFR gesteuert, ob

- eine Berechnung nach der üblichen Methode mit Mittelwerten der Baustoffkennwerte (z.B. f_{cm}) für die Steifigkeitsermittlung und einer Überprüfung der Grenztragfähigkeit mit den Bemessungswerten (z.B. f_{ck}) unter Beachtung der Teilsicherheitsbeiwerte (z.B. γ_c) erfolgt (SFR \leq 0),

oder ob

- die Berechnung mit rechnerischen Mittelwerten (z.B. f_{cR}) und einem einheitlichen Teilsicherheitsbeiwert γ_R durchgeführt wird (SFR > 1.).

- Erfolgt für SFR keine Eingabe (SFR \leq 0), so werden die Teilsicherheitsbeiwerte für Beton und Bewehrungen in der Reihenfolge

Grenz- und Verformungszustand Beton (SFBU,SFBV),

Grenz- und Verformungszustand nicht vorgespannte Bewehrung (SFSU,SFSV),

Grenz- und Verformungszustand vorgespannte Bewehrung (SFVU,SFVV) eingelesen.

→ Bei der Eingabe von '0.' für alle Sicherheitsbeiwerte (Leerzeile) werden die folgenden Standardwerte gesetzt:

DIN EN 1992-1-1:2011-01 und DIN 1045-1:2008-08 :

Für Beton wird SFBU = SFBV = 1,5 (entspricht γ_c),

für Bewehrungen SFSU = SFSV = SFVU = SFVV = 1,15 (entspricht γ_s) gesetzt.

DIN 1045:1988 und DIN 4227:1988 : Alle Werte werden Eins gesetzt.

- Erfolgt für SFR eine Eingabe (SFR > 1), so wird SFR als Teilsicherheitsbeiwert γ_R interpretiert, und es erfolgt eine Berechnung mit rechnerischen Mittelwerten der Baustofffestigkeiten. Die Eingabevariablen haben dann nach DIN EN 1992-1-1/NA:2011-01, Abschn. 5.7, (NA.10) bzw. DIN 1045-1:2008-08, Abschn. 8.5.1, (4) folgende Bedeutung:

SFBU = Faktor zur Ermittlung von f_{cR} aus f_{ck} : $f_{cR} = SFBU \cdot \alpha \cdot f_{ck}$

SFBV = Faktor zur Ermittlung von E_{cm} aus E_{c0m} : $E_{cm} = SFBV \cdot E_{c0m}$

SFSU = Faktor zur Ermittlung von f_{tR} aus f_{yR} : $f_{tR} = SFSU \cdot f_{yR}$

SFSV = Faktor zur Ermittlung von f_{yR} aus f_{yk} : $f_{yR} = SFSV \cdot f_{yk}$

SFVU = Faktor zur Ermittlung von f_{pR} aus f_{pk} : $f_{pR} = SFVU \cdot f_{pk}$

SFVV = Faktor zur Ermittlung von $f_{p0,1R}$ aus $f_{p0,1k}$: $f_{p0,1R} = SFVV \cdot f_{pk}$

→ Bei Eingabe von Null für die vorstehenden sechs Werte (keine Leerzeile, SFR muss größer Eins sein!) werden folgende Standardwerte gesetzt:

SFBU = 0,85 (NA.5.12.7) bzw.

DIN 1045-1:2008-08, Gl. (23),(24 - γ_c wird automatisch berücksichtigt)

SFBV = 0,85 Heft 525 DAfStb, S. 67, letzte Zeile

SFSU = 1,05 (NA.12.4) bzw. DIN 1045-1:2008-08, Gl. (20)

SFSV = 1,1 (NA.12.2) bzw. DIN 1045-1:2008-08, Gl. (18)

SFVU = 1,1 (NA.12.6) bzw. DIN 1045-1:2008-08, Gl. (22)

SFVV = 1,1 (NA.12.5) bzw. DIN 1045-1:2008-08, Gl. (21)

Die Reihenfolge der Bewehrungsstäbe innerhalb der folgenden Punkte 7. und 8. ist grundsätzlich beliebig. Es wird jedoch auf die Möglichkeit der Berücksichtigung unterschiedlicher Werkstoffdaten (siehe Erläuterung nach Punkt 8.) hingewiesen. Dabei können Bewehrungsstabgruppen gebildet werden, innerhalb derer jedoch eine fortlaufende Nummerierung gegeben sein muss.

Eingabe nur für $NF > 0$:

7. y- und z-Koordinaten und Durchmesser (d_s) der nicht vorgespannten Bewehrungsstäbe für Biegung

für $NH = 0$ (Parallelgurträger) :

Es werden die Koordinaten und der Durchmesser der Bewehrungsstäbe des Querschnitts eingelesen.

```
READ (NDE, '(6F10.0)') (YS(I), ZS(I), DS(I), I=1, NF)
```

für $NH = 1$ (Satteldachträger) :

Es werden zuerst die Koordinaten und Durchmesser d_s der Bewehrungsstäbe des Anfangsquerschnitts und daran anschließend nur die Koordinaten der Bewehrungsstäbe des Mittelquerschnitts eingelesen !

```
READ (NDE, '(6F10.0)') (YSA(I), ZSA(I), DS(I), I=1, NF)
```

```
READ (NDE, '(8F10.0)'100) (YS(I), ZS(I), I=1, NF)
```

Die Anzahl der einzugebenden y-z- d_s -Wertetripel ist NF, wie unter Punkt 2. bereits angegeben.

Pro Eingabezeile werden maximal zwei Wertetripel gelesen.

Die Anzahl der einzugebenden y-z-Wertepaare ist ebenfalls NF. Pro Eingabezeile werden jedoch maximal vier Wertepaare gelesen.

Insgesamt können maximal 50 nicht vorgespannte Bewehrungsstäbe berücksichtigt werden.

```
READ (NDE, '(I10)') NNN
```

```
READ (NDE, '(8F10.0)') EMOD(NNN), FYK(NNN), FTK(NNN)
```

Am Ende dieses Blocks sind der E-Modul, die Streckgrenze und die Zugfestigkeit des verwendeten Betonstahls anzugeben. (siehe Erläuterungen nach 8.)

Eingabe nur für $NV > 0$:

8. y- und z-Koordinaten, Flächen (A_z) und Vorspannkraft (P) der vorgespannten Bewehrungsstäbe

```
READ (NDE, '(8F10.0)') (YP(I), ZP(I), AP(I), P(I), I=1, NV)
```

Die Anzahl der einzugebenden y-z- A_z -P-Wertequadrupel ist NV, wie unter Punkt 2. bereits angegeben. Pro Eingabezeile werden maximal zwei Wertequadrupel gelesen. Insgesamt können maximal 50 vorgespannte Bewehrungsstäbe berücksichtigt werden.

Als Vorspannkraft P_i wird der für die Nachweise maßgebende Wert unter Berücksichtigung von $c+s+r$ angegeben. Wenn die Kriechzahl berechnet werden soll (Parameter PHIEF = -1., siehe Nr. 4.), wirkt jedoch zum Zeitpunkt t_0 beim Umsetzen die volle Vorspannung auf den Beton. Deshalb wird hier der bei der eingegebenen Vorspannkraft P_i berücksichtigte $c+s+r$ -Anteil in einer eigenen Datenzeile angegeben:

Nur für PHIEF < 0.:

```
READ (NDE, '(F10.0)') FCSR
```

FCSR = Faktor für Spannkraftverlust (z.B. bei 14% Verlust Eingabewert 0.14)

$$P_{i,voll} = P_{i,Eingabe} / (1 - FCSR)$$

```
READ (NDE, '(I10)') NNN
```

```
READ (NDE, '(8F10.0)') EMOD(NNN), FYK(NNN), FTK(NNN)
```

Am Ende dieses Blocks sind der E-Modul und die Streckgrenze des verwendeten Spannstahls anzugeben. (siehe folgende Erläuterung)

Eingabe der E-Moduln, Streckgrenzen und Zugfestigkeiten für die Bewehrungen der Punkte 7. und 8.:

Es kann für jeden Einzelstab oder auch für Stabgruppen ein eigener E-Modul und eine eigene Streckgrenze und Zugfestigkeit berücksichtigt werden. Nach Eingabe der Bewehrungslage und des Durchmessers, bzw. der Fläche und der Vorspannkraft wird als nächstes die Nummer des Bewehrungsstabes eingelesen, bis zu der die in der darauf folgenden Datenzeile stehenden Werte für den E-Modul, Streckgrenze und Zugfestigkeit gelten sollen. Diese zwei Datenzeilen werden solange verlangt, bis für die Stabnummer der Zahlenwert für NF bzw. für NV angegeben wird. Die Reihenfolge bei der Koordinateneingabe entspricht dabei der Nummerierung der Bewehrungsstäbe. Es ist dabei zu beachten, dass die Angabe der Stabnummern in aufsteigender Reihenfolge vorgenommen wird.

```
READ (NDE, '(I10)') NNN  
READ (NDE, '(8F10.0)') EMOD (NNN) , FYK (NNN) , FTK (NNN)
```

Wird für NNN eine Null (Leerzeile) eingegeben, so wird NNN=NF oder NV gesetzt. Alle Bewehrungsstäbe haben dann den gleichen E-Modul und die gleiche Streckgrenze und Zugfestigkeit.

DIN EN 1992-1-1:2011-01 und DIN 1045-1:2008-08 :

EMOD = Elastizitätsmodul E_S

FYK = Streckgrenze f_{yk} oder $f_{p0,1k}$

FTK = Zugfestigkeit f_{tk} oder f_{pk}

Beispiel :

Eine vorgespannte Bewehrung besteht aus 4 Spanndrähten aus St 1470/1670 mit $E_S = 2,05 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ und $f_{p0,1k} = 1250 \text{ N/mm}^2$, sowie 10 Spannlitzen aus St 1570/1770 mit $E_S = 1,95 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ und $f_{p0,1k} = 1500 \text{ N/mm}^2$. Die gewählte Krafteinheit ist [kN].

Wenn zuerst die Litzen und dann die Drähte koordinatenmäßig aufgeführt worden sind, ergibt sich folgende formatgebundene Eingabe im E-Format (E steht in Spalte 9, 19, 29):

```
10  
1.95E8      1.5E6      1.77E6  
14  
2.05E8      1.25E6     1.67E6
```

Mit der Angabe einer Zugfestigkeit FTK kann gesteuert werden, ob mit einem ansteigenden oder horizontalen Verlauf der σ - ϵ -Linie nach der Streckgrenze gerechnet wird (s. Bild 3). Wird für FTK ein größerer Wert als für FYK angegeben, so steigt die Spannung zwischen der Streckgrenze und der Zugfestigkeit linear an. Bei allen übrigen Eingaben wird einem horizontalen Verlauf ($f_t = f_y$) gerechnet.

DIN 1045:1988 und DIN 4227:1988 :

EMOD = Elastizitätsmodul E_S

FYK = Streckgrenze β_S

Die Eingabe von FTK ist nicht erforderlich, da mit $\beta_u = \beta_S$ gerechnet wird.

Beispiel :

Es sind 10 Bewehrungsstäbe mit einem E-Modul von $2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ vorhanden, wobei die Stäbe 1-4 aus BSt 220/340, die Stäbe 5-7 aus BSt 420/500 und die Stäbe 8-10 aus BSt 500/550 sein sollen. Die gewählte Krafteinheit ist [MN].

Eine formatfreie Eingabe sieht dann folgendermaßen aus:

```
4,  
210000.,220.,  
7,  
210000.,420.,  
10,  
210000.,500.,
```

Eingabe nur für NTOB > 0:

Hinweis für KIPNT2: Die Torsionsbewehrung wird nur im Rahmen der Nachweise auf Querkraft und Torsion am Auflager verwendet, jedoch nicht für die Berechnung der Torsionssteifigkeit.

Hinweis für QUERWERT: Für Viereck, T- oder I-Querschnitte wird eine Torsionsbewehrung bei der Berechnung der Querschnittswerte getrennt berücksichtigt und könnte bei der Torsionssteifigkeit bedarfsweise verwendet werden.

9. Eingabe einer Torsionsbewehrung

Für NTOB = 1: (Bewehrung ist für den gesamten Querschnitt gleich.)

```
READ (NDE, '(8F10.0)') DSW, SW, DSL, SL, CW, EMW, FYKW
```

Die Eingabevariablen bedeuten:

DSW Durchmesser der Torsionsbügel in [mm]

SW Abstand der Torsionsbügel in [m]

DSL Durchmesser der Torsionslängsbewehrung in [mm]

SL Abstand der Torsionslängsbewehrung in [m] oder Anzahl der Torsionslängsstäbe
Hinweis: Nach DIN EN 1992-1-1:2011-01, Abschnitt 9.2.3(4), bzw. DIN 1045-1:2008-08, Abschnitt 13.2.4(3), ist in jeder Ecke des Querschnitts ein Längsstab anzuordnen. Zudem darf ein Abstand von 350 mm nicht überschritten werden. Bei den Gurten können die Abstände deshalb sehr ungleichmäßig werden. Es ist somit sinnvoll, dort die Anzahl der Längsstäbe anzugeben. Beim Steg mit seinen größeren Seitenlängen ist demgegenüber die Eingabe des Abstands sinnvoller.

Das Programm interpretiert daher eine ganze Zahl größer Eins als Stabanzahl und eine Zahl kleiner Eins als Abstand in [m].

CW Betonüberdeckung der Bügel in [m]

EMW E-Modul der Torsionsbewehrung

FYKW charakteristische Streckgrenze der Torsionsbewehrung

Hinweis: Wird für EMW oder FYKW eine Null eingegeben, so werden die Werte der nicht vorgespannten Bewehrung übernommen.

Für NTOB = 2: (Bewehrung ist für Obergurt, Steg und ggf. Untergurt unterschiedlich.)

```
READ (NDE, '(8F10.0)') DSWOG, SWOG, DSLOG, SLOG, CW, EMW, FYKW
```

```
READ (NDE, '(8F10.0)') DSWST, SWST, DSLST, SLST, DSWUG, SWUG, DSLUG, SLUG
```

Der erste Datensatz ist formal der gleiche wie bei NTOB = 1, wobei Durchmesser und Abstände der Torsionsbewehrung hier nur für den Obergurt gelten. Die mit einzugebende Betonüberdeckung, E-Modul und Streckgrenze gelten aber für die gesamte Torsionsbewehrung. Im zweiten Datensatz werden zunächst die vier Werte für den Steg und daran anschließend ggf. die vier Werte für den Untergurt angegeben. (siehe Beispiele in Kap. 6.5 der Benutzeranleitung KIPNT2, bzw. in Kap. 6.4 der Benutzeranleitung QUERWERT)

Die weiteren drei Eingabepunkte 10 bis 12 sind für die Programme KIPNT2 und QUERWERT zwar ähnlich, aber doch unterschiedlich. Sie werden deshalb im Folgenden getrennt behandelt.

Für das Programm KIPNT2 gelten die folgenden Punkte K10 bis K12:

K10. Iterationsgrenzen für Winkel, Kräfte und Momente bei der Erfüllung des Gleichgewichts am Querschnitt, sowie bei Verformungsberechnung eines Trägers (horizontale Verschiebung und Verdrehung um die Trägerlängsachse)

```
READ (NDE, '(4F10.0)') DIFW, DIFZ, HMAX, TMAX
```

DIFW = Iterationsschranke für Winkel in Bogenmaß

DIFZ = Iterationsschranke für alle übrigen Größen (Kräfte, Momente, Verschiebungen)

HMAX = Größtwert für die horizontale Verschiebung als Bruchteil der Trägerlänge ℓ/xxx

TMAX = Größtwert für die Verdrehung um die Längsachse in Bogenmaß

→ Standard-Eingabewerte : 0.00175, 0.001, 100., 0.09

Bei Eingabe von Nullen (Leerzeile) sind diese Werte voreingestellt.

Wegen der Nichtlinearitäten sowohl bei den Werkstoffen als auch bei dem iterativen Berechnungsverfahren sind kleinere Iterationsschranken als bei normalen Berechnungen der Querschnittswerte erforderlich. Es haben sich Iterationsschranken von $0,1^\circ$ für Winkel und 1‰ für Kräfte und Momente als sinnvoll herausgestellt. Bei den Verformungen liegen diese Werte bei $\ell/100$ und $0,09$ rad (etwa 5°).

K11. Drei Steuerzahlen (LZA, LI, LM) für die Programmausgabe, wobei mit LZA der Ausgabeumfang der Berechnungsergebnisse, mit LI, LM die Zwischenausgabe von Iterationsschritten bei der Variation der Randverzerrungen gesteuert wird

```
READ (NDE, '(3I10)', END=2000) LZA, LI, LM
```

LZA = 0 : Außer den Eingabedaten werden nur die wesentlichsten Ergebnisse ausgegeben.

LZA = 1 : Zusätzlich werden noch Zwischenergebnisse angegeben.

Die Standardausgabe ist LZA = 0. In den Beispielen im Kap. 9 sind beide Fälle dokumentiert.

LI = Steuerzahl für Ausgabe der Iterationsschritte beim Grenzzustand der Tragfähigkeit

LM = Steuerzahl für Ausgabe der Iterationsschritte beim Verformungszustand

Für beide Steuerzahlen gilt :

Bei Eingabe von '0' erfolgt keine Ausgabe. (Standardeingabe)

Bei Eingabe von '+' erfolgt eine Ausgabe ab dem i-ten Schritt der Variation der Randverzerrungen.

Bei Eingabe von '-' erfolgt eine Ausgabe ab dem i-ten Schritt der Variation der Lage der Dehnungsnulllinie (Winkeliteration).

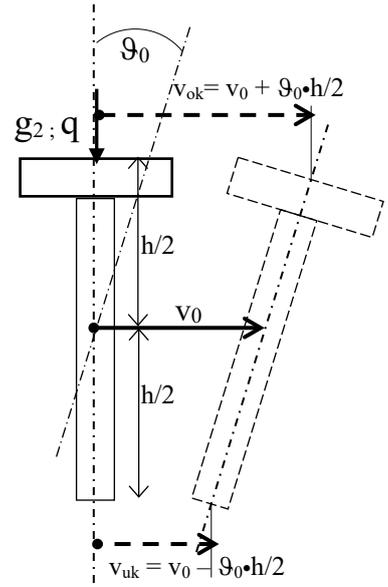
Erläuterung zur Ausgabe:

Eine Ausgabe von jedem Iterationsschritt bei der Variation der Randverzerrungen ist bei möglicherweise auftretenden Fehlern zu deren Ortung im Programmablauf gedacht. Zur Erläuterung der beiden Steuerzahlen LI, LM ist anzumerken, dass programmintern die Iterationsschritte getrennt für den Grenzzustand der Tragfähigkeit und den Verformungszustand und dabei jeweils getrennt nach Änderungen der Randverzerrungen und nach Winkeländerungen der Dehnungsnulllinie aufsummiert werden. Über die Steuergrößen LI und LM können Zwischenergebnisse ganz gezielt ausgegeben werden. Weil dabei sehr umfangreiche Datenmengen anfallen, sollte diese Möglichkeit nur von einem Kenner des Programms benutzt werden !

K12. Belastungsgrößen des Querschnitts (siehe Skizze)

```
READ (NDE, '(8F10.0)') TL, G2, Q, V0, T0, SFLG, SFLQ, GAMP
```

- TL vorhandene Trägerlänge in [m]
- G2 äußere ständige Last g_2 mit Angriffslinie mittig auf dem Obergurt in [MN/m oder kN/m]
- Q Verkehrslast q mit Angriffslinie mittig auf dem Obergurt in [MN/m oder kN/m]
- V0 Größe der horizontalen Vorverschiebung v_0 in halber Trägerhöhe in Trägermitte in [m] oder als Bruchteil der Trägerlänge ℓ/xxx .
 Beispiel : 2 cm Vorverschiebung → Eingabe : 0.02
 $\ell/500$ Vorverschiebung → Eingabe : 500.
- T0 Größe der Vorverdrehung ϑ_0 in Trägermitte in [rad] z.B. 0.005
- SFLG Sicherheitsbeiwert für die ständigen Lasten g_2 und Eigenlast g_0
- SFLQ Sicherheitsbeiwert für die Verkehrslast q
- GAMP Teilsicherheitsfaktor für Einwirkung aus Vorspannung
 Gemäß DIN EN 1992-1-1/NA:2011-01 NDP zu 2.4.2.2(2) ist beim Nachweis des GZT bei Berechnungen nach Theorie II. Ordnung ein Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{P,fav}$ für Einwirkungen aus Vorspannung zu berücksichtigen. → Bei Eingabe von Null wird $\gamma_{P,fav}$ gleich Eins gesetzt.



→ Erfolgt für SFLG oder SFLQ keine Eingabe, so werden die folgenden Standardwerte gesetzt:

DIN EN 1992-1-1:2011-01 und DIN 1045-1:2008-08 :

Für ständige Einwirkungen: SFLG = 1,35 (entspricht γ_G nach Tab. 1),

für veränderliche Einwirkungen: SFLQ = 1,5 (entspricht γ_Q nach Tab. 1).

DIN 1045:1988 und DIN 4227 : Für ständige Lasten und Verkehrslast : SFLG = SFLQ = 1,75

Angaben zur Vorverformung des Trägers können gemessene Größen sein. Falls diese nicht vorliegen, haben sich Vorverformungen von $v_0 = \ell/1000$ bis $\ell/500$ und $\vartheta_0 = 0,005$ bis $0,01$ als sinnvoll erwiesen. Der Verlauf der Vorverformungen über die Trägerlänge wird sinusförmig angenommen. Einzugeben sind die Größtwerte in Trägermitte bei $\ell/2$ in halber Trägerhöhe.

Für das Programm QUERWERT gelten die folgenden Punkte Q10 bis Q12:

Q10. Iterationsgrenzen für Winkel, Kräfte und Momente bei der Erfüllung des Gleichgewichts am Querschnitt

```
READ (NDE, '(2F10.0)') DIFW, DIFZ
```

DIFW = Iterationsschranke für Winkel in Bogenmaß

DIFZ = Iterationsschranke für alle übrigen Größen (Kräfte, Momente, Verschiebungen)

→ Standard-Eingabewerte : 0.008725, 0.01,

Bei Eingabe von Nullen (Leerzeile) sind diese beiden Werte voreingestellt.

Bei normalen Berechnungen der Querschnittswerte sind die voreingestellten Iterationsgrenzen von $0,5^\circ$ für Winkel und 1% für Kräfte und Momente ausreichend. Wegen der Nichtlinearitäten sowohl bei den Werkstoffen als auch bei iterativen Berechnungsverfahren können kleinere Iterationsschranken erforderlich sein. Dann haben sich Iterationsschranken von $0,1^\circ$ für Winkel und 1‰ für Kräfte und Momente (0.00175, 0.001) als sinnvoll herausgestellt.

Q11. Vier Steuerzahlen (LU, LI, LM, LTO) für die Steuerung des Berechnungsablaufs, für eine zusätzliche Ausgabe von Iterationsschritten bei der Variation der Randverzerrungen und bei der Berechnung der Torsionswerte

READ (NDE, ' (3I10) ', END=2000) LU, LI, LM, LTO

- LU Steuerzahl für die durchzuführenden Berechnungen
LU = 0 : Querschnittswerte für den unbelasteten Betonquerschnitt, Berechnung von Grenzzustand der Tragfähigkeit, Verformungszustand und wirklichkeitsnahen belastungsabhängigen Querschnittswerten
→ Standardfall
LU = 1 : **nur** Berechnung des Grenzzustands der Tragfähigkeit
LU = 2 : Querschnittswerte für den unbelasteten Betonquerschnitt und Berechnung des Grenzzustands der Tragfähigkeit
LU = -1 : Berechnung von Grenzzustand der Tragfähigkeit, Verformungszustand und wirklichkeitsnahen belastungsabhängigen Querschnittswerten
LU = -2 : **nur** Berechnung der Querschnittswerte für den unbelasteten Betonquerschnitt
Anmerkung: Bei LU=1, 2 oder -2 kann eine Eingabe der Belastung nach Punkt 12 auch entfallen.

- LI, LM Steuerzahlen für die Zwischenausgabe von Iterationsschritten bei der Variation der Randverzerrungen
Die Möglichkeit zur Ausgabe von jedem Iterationsschritt bei der Variation der Randverzerrungen ist bei möglicherweise auftretenden Fehlern zu deren Ortung im Programmablauf gedacht. Zur Erläuterung der beiden Steuerzahlen LI, LM ist anzumerken, dass programmintern die Iterationsschritte getrennt für den Grenzzustand der Tragfähigkeit und für den Verformungszustand und dabei jeweils getrennt nach Änderungen der Randverzerrungen und nach Winkeländerungen der Dehnungsnulllinie aufsummiert werden. Über die Steuergrößen LI und LM können Zwischenergebnisse ganz gezielt ausgegeben werden. Weil dabei sehr umfangreiche Datenmengen anfallen, sollte diese Möglichkeit nur von einem Kenner des Programms benutzt werden!
LI = Steuerzahl bei Iteration des Grenzzustands der Tragfähigkeit
LM = Steuerzahl bei Iteration des Verformungszustandes
Für beide Steuerzahlen gilt:
Bei Eingabe von '0' erfolgt keine Ausgabe. (Standardeingabe)
Bei Eingabe von '+i' erfolgt eine Ausgabe ab dem i-ten Schritt der Variation der Randverzerrungen.
Bei Eingabe von '-i' erfolgt eine Ausgabe ab dem i-ten Schritt der Variation der Lage der Dehnungsnulllinie (Winkeliteration).

- LTO Steuerzahl für die Torsionsberechnungen
Programmintern wird zuerst überprüft, ob für den angegebenen Querschnitt eine Berechnung der Torsionswerte erfolgen kann. Danach wird programmintern gesetzt:
LTO = 0 **keine** Berechnung der Torsionswerte
LTO = 1 Berechnung der Torsionswerte, aber **keine** Ergebnis-Ausgabe
Ist eine Berechnung möglich, so wird programmintern gesetzt:
LTO = 2 Berechnung der Torsionswerte, Ergebnis-Ausgabe in kompakter Form
→ Standardfall bei QUERWERT
Für eine umfangreichere Ergebnisausgabe kann eingegeben werden:
LTO = 3 Ausgabe des Torsionsquerschnitts mit Ergebnissen für die Teilbereiche sowohl für den Torsionswiderstand als auch für den Schubmittelpunkt
LTO = 4 zusätzlich zu LTO = 3 werden Zwischenergebnisse für die Berechnungen nach der Potentialtheorie angegeben.
(Weil dabei sehr umfangreiche Datenmengen anfallen, sollte diese Möglichkeit nur von einem Kenner des Programms benutzt werden!)

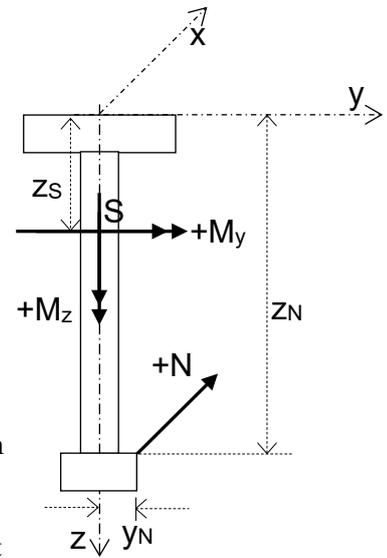
(Anmerkung: Da die Torsions-Unterprogramme von mehreren Programmen genutzt werden, ist die Einstellung LTO=1 notwendig, damit in möglichen Iterationsabläufen keine Ergebnisausgabe für Torsion erfolgt.)

Q12. Belastungsgrößen des Querschnitts (siehe Skizze)

READ (NDE, '(5F10.0, I10, F10.0)') AMY, AMZ, ANK, YNK, ZNK, NEX, GAMP

- AMY Biegemoment M_y um die y-Achse
- AMZ Biegemoment M_z um die z-Achse
- ANK Normalkraft N (Zugkraft positiv)
- YNK Abstand der Normalkraft von der z-Achse
- ZNK Abstand der Normalkraft von der y-Achse

- NEX Steuerzahl für Angriffspunkt der Normalkraft
 NEX = 0 : Die Normalkraft greift im geometrischen Schwerpunkt des Querschnitts an. Sie hat keinen Einfluss auf die Größe der eingegebenen Biegemomente. Eingegebene Werte y_N, z_N werden nicht berücksichtigt.
 NEX = 1 : Die Normalkraft greift im Punkt mit den eingegebenen Koordinaten y_N, z_N an und beeinflusst die eingegebenen Biegemomente über Versatzmomente $\Delta M_y = +N(z_N - z_s)$ und $\Delta M_z = -N(y_N - y_s)$, die auf den vorher berechneten geometrischen Schwerpunkt mit den Koordinaten y_s und z_s bezogen sind.



- GAMP Teilsicherheitsfaktor für Einwirkung aus Vorspannung
 Gemäß DIN EN 1992-1-1/NA:2011-01 NDP zu 2.4.2.2(2) ist beim Nachweis des GZT bei Berechnungen nach Theorie II. Ordnung ein Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_{p, fav}$ für Einwirkungen aus Vorspannung zu berücksichtigen.
 Bei Eingabe von Null wird $\gamma_{p, fav}$ gleich Eins gesetzt.

Wenn $NH=1$ (siehe 3.) gesetzt wird, werden die Berechnungen im kritischen Schnitt vorgenommen. Deshalb sind hier auch die Belastungsgrößen für den kritischen Schnitt einzugeben. Wie bereits unter 3.) angegeben, kann für normierte Koordinaten $\xi = x/\ell$ der kritische Schnitt ξ_{krit} in genügender Genauigkeit mit der folgenden Formel bestimmt werden:

$$\xi_{krit} = \frac{x_{krit}}{\ell} = \frac{1}{2}(1 - \rho) \quad \text{mit} \quad \rho = a - \sqrt{a^2 - 1} \quad \text{und} \quad a = \frac{h_m}{h_m - h_0}$$

mit h_m = Höhe in Trägermitte und h_0 = Höhe am Trägeranfang, bzw. -ende.

Es gilt allgemein für den Verlauf des Biegemoments M_{y1} über die Trägerlänge ℓ :

$$M_{y1}(\xi) = M_m f(\xi) \quad \text{mit} \quad M_m = M(\ell/2)$$

Für eine Gleichlast q_z , wobei hier $q_z = \gamma_Q \cdot q_k$ oder $q_z = \gamma_G \cdot g_{k1,0}$ ist, wird eingesetzt:

$$M_m = \frac{q_z \ell^2}{8} \quad \text{und} \quad f(\xi) = 4(\xi - \xi^2)$$

Für den dreiecksförmigen Teil einer Eigenlast $\Delta g_k = \gamma_G \cdot (g_{k1,m} - g_{k1,0})$ gilt:

$$\Delta M_m = \frac{\Delta g_k \ell^2}{12} \quad \text{und} \quad f(\xi) = 3\xi - 4\xi^3$$

Die Eingabemomente AMY und AMZ für den kritischen Schnitt (Biegemomente aus Eigenlast und veränderlicher Last) können mit den angegebenen Formeln ermittelt werden.

Hinweis für QUERWERT:

Die beiden Eingabezeilen der Punkte Q11 und Q12 können bei mehreren Lastfällen für denselben Querschnitt beliebig oft wiederholt werden.

3.1 Erstellen einer Datendatei mit Programm EIN_NT2QUW

Für den weniger geübten Anwender steht das Eingabeprogramm EIN_NT2QUW zur Verfügung. Die zu Beginn des Kap. 3 gemachten Angaben zur Lage des Koordinatensystems und zu den Längen- und Kräfteinheiten sind zu beachten. Dieses Programm führt im Bildschirmdialog durch die notwendigen Angaben und speichert die eingegebenen Daten in einer formatgebundenen Datei ab.

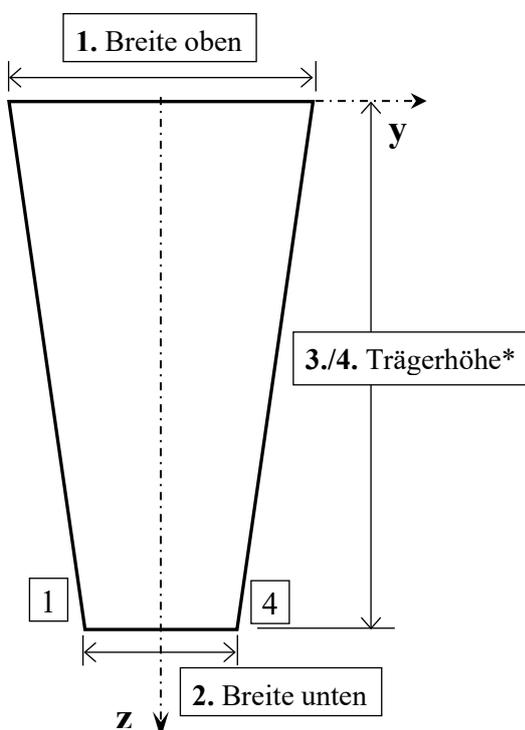
Mit dem Eingabeprogramm EIN_NT2QUW kann eine komplette neue Datendatei erstellt werden. Es ist ebenfalls die Korrektur einer bereits vorhandenen Eingabedatei möglich, wobei deren Daten schrittweise als Vorlage am Bildschirm aufgelistet, die Korrekturwünsche erfragt und Korrekturen bei Bedarf vorgenommen werden. Am Ende der Korrekturen wird dann die neue Datendatei abgespeichert.

Der Betonquerschnitt mit den Bewehrungen wird am Bildschirm grafisch dargestellt. Dadurch ist eine mögliche Falscheingabe besser zu erkennen. Die Eingabe eines Querschnitts und der Bewehrungen kann außer über die Koordinaten auch über geometrische Angaben erfolgen. Vorhandene Altdaten können durch einfache Eingaben dahingehend verändert werden, dass z.B. aus einem Parallelgurt- ein Satteldachträger und umgekehrt wird, oder dass einzelne Bewehrungsstäbe wegfallen.

3.1.1 Eingabe des Betonquerschnitts über die Geometrie

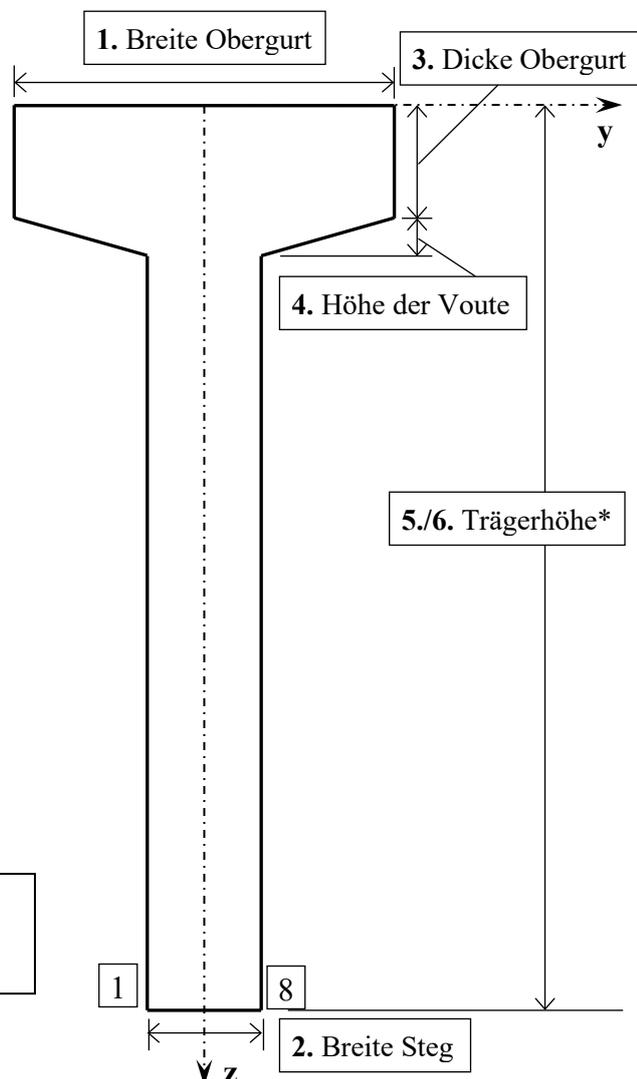
Der Betonquerschnitt kann jetzt auch über seine Abmessungen eingegeben werden. Dabei werden in Abhängigkeit von der Querschnittsform (Viereck, **T**- oder **I**-Querschnitt) die notwendigen Querschnittsabmessungen vom Programm erfragt. Anhand dieser Werte werden die Eckpunkte des Querschnitts programmintern für das y-z-Koordinatensystem berechnet.

Für einen Viereck-Querschnitt sind drei, bzw. vier Abmessungen erforderlich:

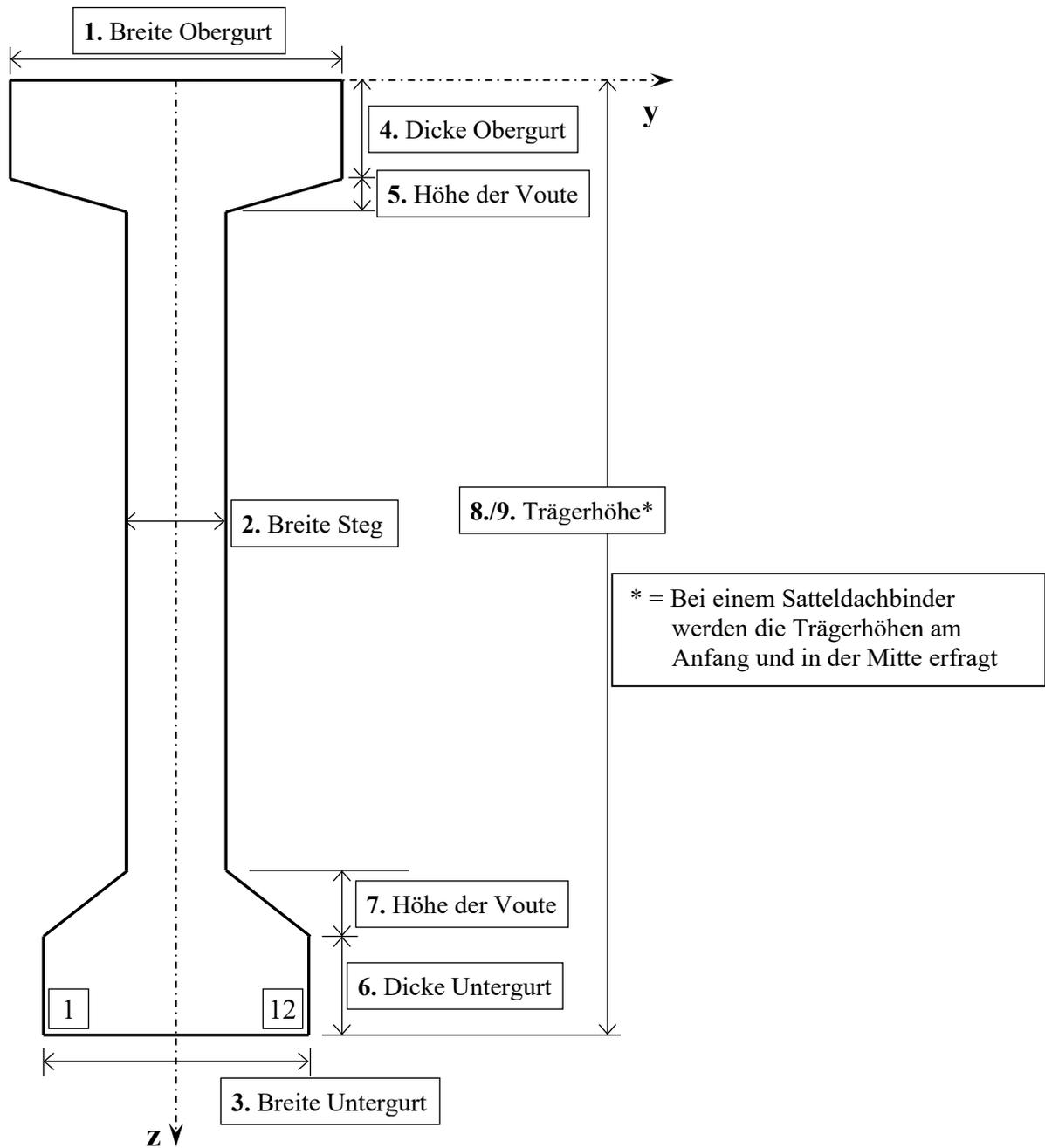


* = Bei einem Satteldachbinder werden die Trägerhöhen am Anfang und in der Mitte erfragt

Für einen **T**-Querschnitt sind fünf, bzw. sechs Abmessungen erforderlich:



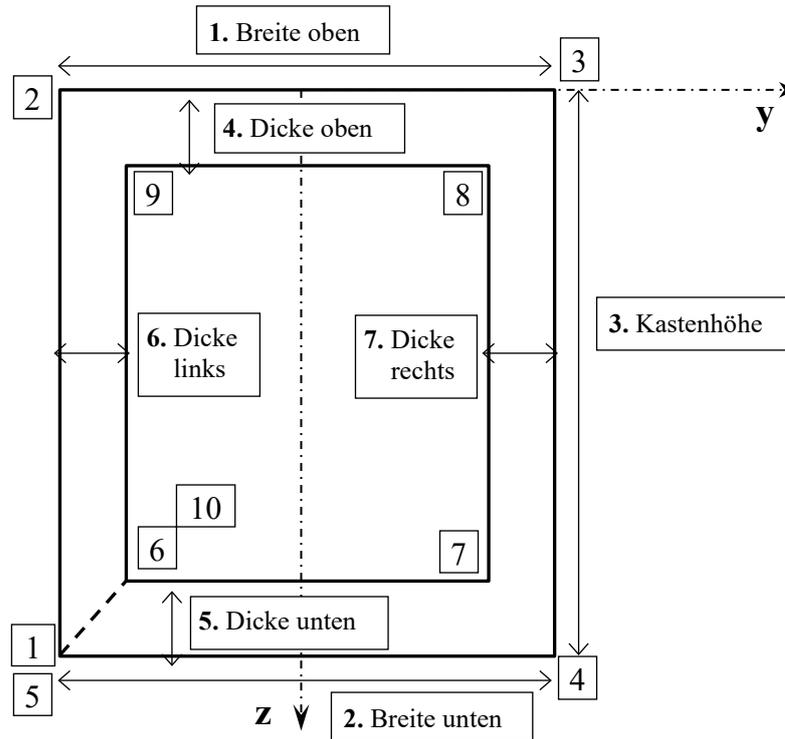
Für einen **I**-Querschnitt sind acht, bzw. neun Abmessungen erforderlich:



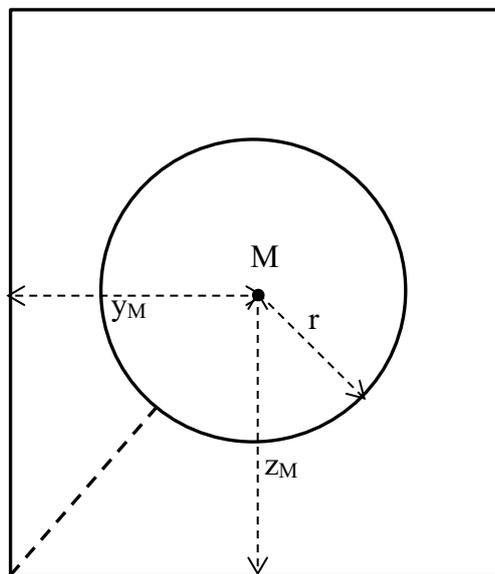
Hinweis:

Fortlaufende Eckpunktnummern werden vom Programm, beginnend am linken unteren Eckpunkt im Uhrzeigersinn, generiert

Für Berechnungen mit dem Programm QUERWERT ist auch die Eingabe eines Hohlkastenquerschnitts über geometrische Angaben möglich. Für einen viereckigen Hohlkasten mit einer viereckigen Aussparung sind sieben Angaben gemäß der folgenden Skizze erforderlich:



Für einen Hohlkasten mit einer kreisförmigen Aussparung sind sechs Angaben notwendig. Außer den Angaben für den äußeren Kasten, obere Breite, untere Breite und Kastenhöhe, sind die Lage des Kreismittelpunktes y_M und z_M sowie der Kreisradius r einzugeben. Die Abstände y_M und z_M beziehen sich auf den linken unteren Eckpunkt des äußeren Kastens.



Der Kreis wird in ein regelmäßiges Polygon approximiert, dessen Anzahl der Eckpunkte mit 8, 12 oder 16 gewählt werden kann.

Hinweis:

Fortlaufende Eckpunktnummern werden vom Programm, beginnend am linken unteren Eckpunkt für den äußeren Kasten im Uhrzeigersinn, anschließend für den inneren Kasten bzw. das innere Kreis-Polygon entgegen dem Uhrzeigersinn, generiert.

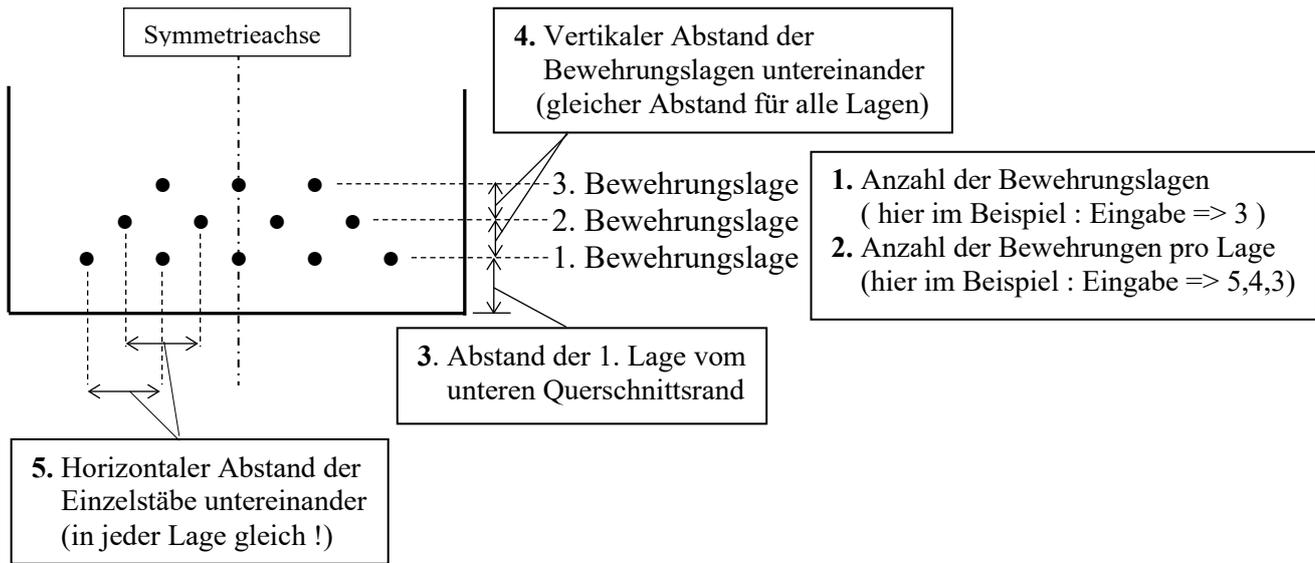
Die Gesamt-Anzahl der Querschnitts-Eckpunkte NB (s. Kap. 3, Nr. 2.) ist wie folgt zu ermitteln:

Anzahl der Hohlkastenpunkte NB = Kasteneckpunkte außen + Innenbereich (Eckpunkte Kasten oder Kreis) + 2

3.1.2 Eingabe der schlaffen oder vorgespannten Biegezugbewehrungen über die Geometrie

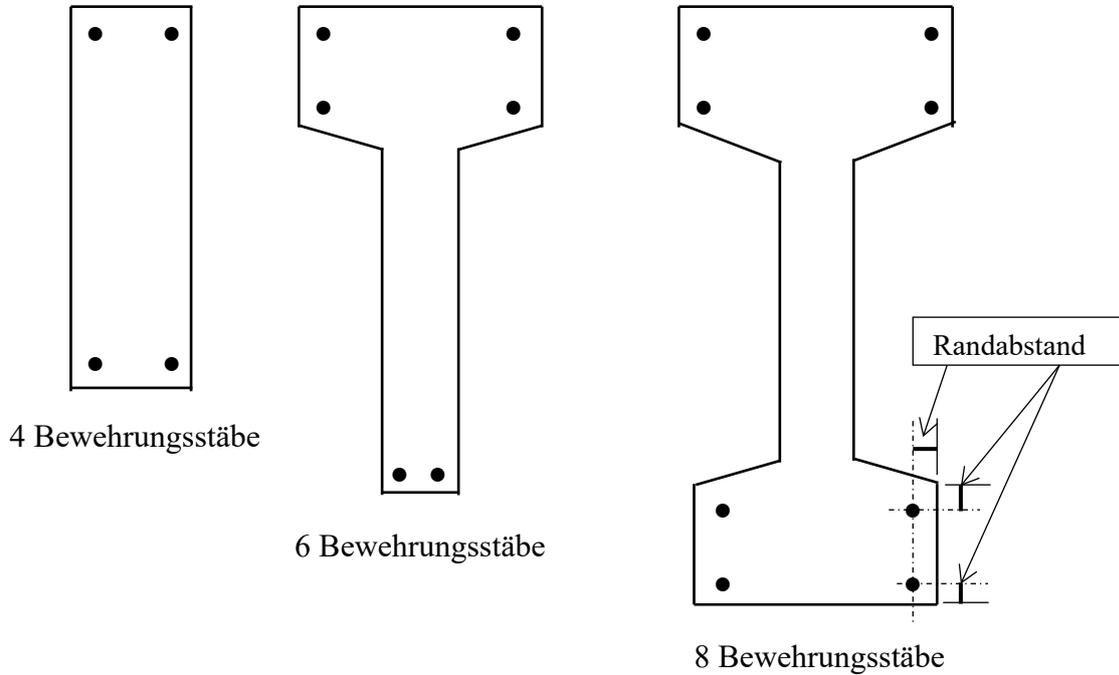
Anstelle einer koordinatenmäßigen Eingabe der Bewehrungen kann die Eingabe jetzt mit geometrischen Angaben erfolgen. Dabei werden vom Programm die im folgenden Bild dargestellten fünf Größen erfragt. Zusätzlich ist bei einer schlaffen Bewehrung noch der Stabdurchmesser, bei einer vorgespannten Bewehrung die Fläche und die Vorspannkraft einer Litze oder eines Drahtes einzugeben.

Bei der im Programm vorgenommenen Umrechnung in Koordinaten, wird dabei zunächst vorausgesetzt, dass alle Bewehrungsstäbe den gleichen Durchmesser, bzw. die gleiche Fläche und Vorspannkraft besitzen. Zu einem späteren Zeitpunkt können jedoch Korrekturen an diesen ermittelten Werten punktweise vorgenommen werden.



3.1.3 Eingabe konstruktiver Eckbewehrung für Biegung über die Geometrie

Zur Erleichterung der Eingabe einer konstruktiven Eckbewehrung für Biegung sind für die Querschnitte mit 4, 8 und 12 Eckpunkten (Rechteck/Trapez, T- und I-Querschnitt) die folgenden Anordnungen voreingestellt.



Die Eingabe beschränkt sich auf den Abstand des Bewehrungsstabmittelpunktes vom Rand des Querschnitts und den Durchmesser eines Bewehrungsstabes. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Abstände von horizontalen und vertikalen Rändern, sowie die Durchmesser der Bewehrungsstäbe gleich sind.

Mit diesen Angaben berechnet das Programm die Koordinaten der konstruktiven Bewehrungen aus den Koordinaten der Betoneckpunkte. Zu einem späteren Zeitpunkt können ebenfalls Korrekturen an diesen ermittelten Werten punktweise vorgenommen werden.

Diese Bewehrung wird **nicht** für die Nachweise auf Querkraft und Torsion herangezogen.