Dipl.-Ing. R. Hannemann SS 2001

Übungen zu EFT 1, Blatt 4

Aufgabe 1.
Berechnen Sie

a) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)\Phi(x)\,dx$

b) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)\Phi(x-x')\,dx$

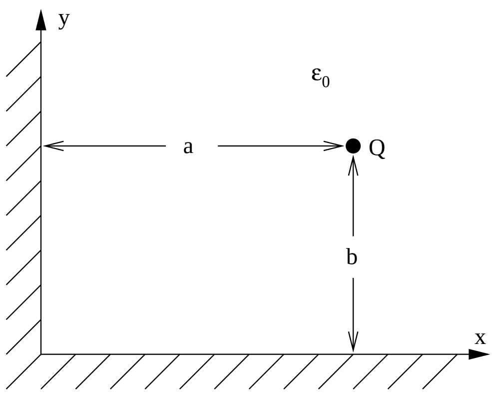
c) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-x_0)\Phi(x)\,dx$

d) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-x_0)\Phi(x-x')\,dx$

e) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-x_0)(f_1(x)+f_2(x))\,dx$

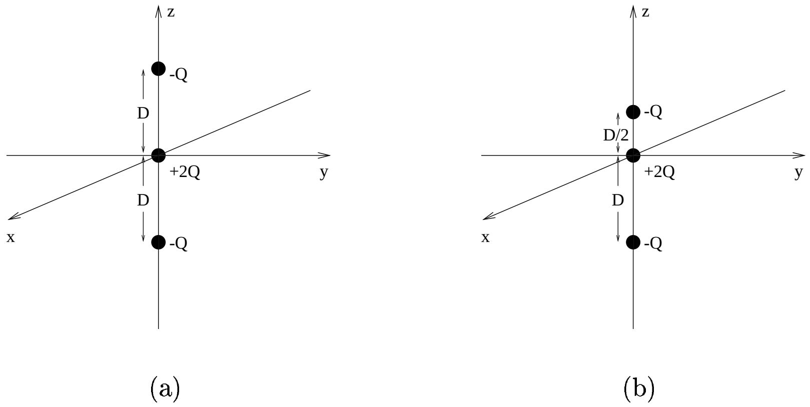
Aufgabe 2.
Berechnen Sie das Potential Φ und das $\underline{\mathbf{E}}$–Feld einer positiven Punktladung im Koordinatenursprung.
Stellen Sie das Ergebnis in kartesischen, zylindrischen und sphärischen Koordinaten dar.

Aufgabe 3.



Eine Punktladung Q befinde sich zwischen zwei unendlich ausgedehnten, geerdeten ($\Phi = 0$), leitenden Wänden, die miteinander einen Winkel von 90° bilden. Bestimmen Sie das Potential der Anordnung mit Hilfe der Spiegelungsmethode. Skizzieren Sie die E–Feld Linien und das Potential der Anordnung.

Aufgabe 4.



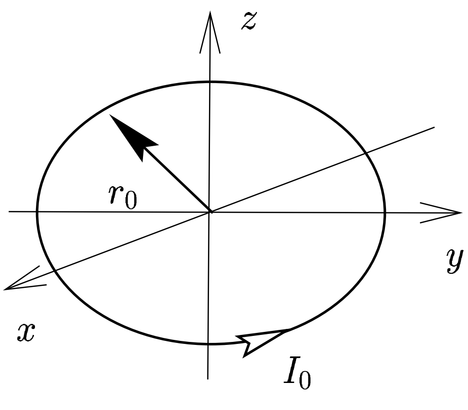
Die Abbildung zeigt zwei verschiedene Raumverteilungen dreier Punktladungen.

1) Beschreiben Sie die Raumladungsdichteverteilung $\varrho(\underline{\mathbf{R}})$ der Anordnungen (a) und (b) mathematisch. Verwenden Sie dazu die Diracsche δ–Distribution.

2) Welches Dipolmoment $\underline{\mathbf{p}}_e$ haben die Punktladungsverteilungen der Anordnungen (a) und (b)?

3) Welches Quadrupolmoment $\underline{\underline{\mathbf{q}}}_e$ haben die Punktladungsverteilungen der Anordnungen (a) und (b)?

Aufgabe 5.



Gegeben ist eine unendlich dünne Leiterschleife in der xy–Ebene mit Radius r_0. Die Leiterschleife wird von einem Gleichstrom I_0 durchflossen. Berechnen Sie die magnetische Flußdichte auf der z–Achse durch Lösen des Gesetzes von Biot–Savart.

$$\underline{\mathbf{B}}(\underline{\mathbf{R}}) = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \int_C \frac{\mathbf{d}\underline{\mathbf{R}}' \times (\underline{\mathbf{R}} - \underline{\mathbf{R}}')}{|\underline{\mathbf{R}} - \underline{\mathbf{R}}'|^3} \quad .$$

Aufgabe 6.
Für eine ebene Welle gilt im Frequenzbereich

$$\underline{\mathbf{E}}(\underline{\mathbf{R}}, \omega) = \underline{\mathbf{E}}_0(\omega) e^{jk_0 \hat{\underline{\mathbf{k}}} \cdot \underline{\mathbf{R}}} \quad .$$

Dabei beschreiben $\hat{\underline{\mathbf{k}}}$ die Ausbreitungsrichtung, $\underline{\mathbf{E}}_0(\omega)$ die Amplitude und Polarität der Welle und k_0 ist die Freiraumwellenzahl

$$\begin{aligned} k_0 &= \frac{\omega}{c_0} \\ \text{mit} & \\ c_0 &= \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \end{aligned}$$

wobei c_0 die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle im Freiraum ist.
Zeigen Sie, dass die ebene Welle die homogene Schwingungsgleichung

$$\Delta \underline{\mathbf{E}}(\underline{\mathbf{R}}, \omega) + k_0^2 \underline{\mathbf{E}}(\underline{\mathbf{R}}, \omega) = 0$$

erfüllt.
Hinweis: Verwenden Sie das kartesische Koordinatensystem mit

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{R}} &= x\underline{\mathbf{e}}_x + y\underline{\mathbf{e}}_y + z\underline{\mathbf{e}}_z \\ \hat{\underline{\mathbf{k}}} &= \hat{k}_x\underline{\mathbf{e}}_x + \hat{k}_y\underline{\mathbf{e}}_y + \hat{k}_z\underline{\mathbf{e}}_z \quad . \end{aligned}$$

Hinweis:

$$\nabla \cdot (\Phi \underline{\mathbf{A}}) = \Phi \nabla \cdot \underline{\mathbf{A}} + \nabla \Phi \cdot \underline{\mathbf{A}}$$