$$\frac{\partial}{\partial t}\underline{\boldsymbol{B}} = -\nabla \times \underline{\boldsymbol{E}} \qquad \frac{\partial}{\partial t}\underline{\boldsymbol{D}} = \nabla \times \underline{\boldsymbol{H}}$$

**GhK TET**

$$\frac{\partial}{\partial t}\underline{\boldsymbol{p}} = \nabla \cdot \underline{\underline{\boldsymbol{T}}} \qquad \frac{\partial}{\partial t}\underline{\underline{\boldsymbol{S}}} = \mathrm{sym}\{\nabla \underline{\boldsymbol{v}}\}$$

Universität Gesamthochschule Kassel
Dr.–Ing. R. Marklein
Dipl.–Ing. R. Hannemann
FB 16 Elektrotechnik
FG Theoretische Elektrotechnik

Kassel, den 19. September 2001
Zeit: 14.00 - 16.00

# Elektromagnetische Feldtheorie I (EFT I)
# KLAUSUR

Name: ............................ Immatrikulationsnummer: ............................

Vorname(n): ..........................................................................

Unterschrift: ____________________

**Bewertung:**

| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | $\sum_{i=1}^{4}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Punkte erreicht: | | | | | |

**Note:** ______

# Aufgabe 1 [18 Punkte]

Gegeben sind zwei unendlich dünne, kreisförmige Drahtschleifen $C_1$ und $C_2$ mit den Radien $R_1 = a$ und $R_2 = 3a$ $(a > 0)$ in der $xy$–Ebene bei $z = 0$ (siehe Abbildung 1.1). Die kleinere Drahtschleife wird von einem konstanten Strom $I_1$ durchflossen.

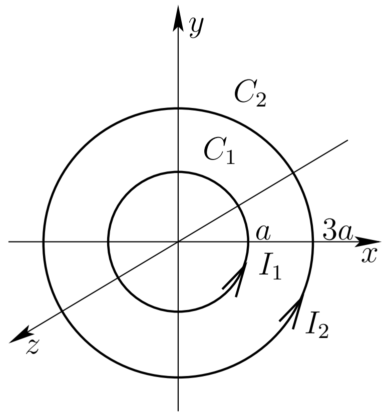


**Abbildung 1.1**: Unendlich dünne, kreisförmige Drahtschleifen

**a)** Bestimmen Sie den Strom $I_2$ in der zweiten Schleife, so dass die magnetische Flussdichte im Koordinatenursprung verschwindet. Beachten Sie die in der Abbildung 1.1 eingezeichnete Stromrichtung des Stromes $I_2$.

**b)** Bestimmen Sie die elektrische Gesamtstromdichte $\underline{\mathbf{J}}(\underline{\mathbf{R}})$, die eine singuläre Vektorfunktion darstellt.

**c)** Überprüfen Sie für die berechnete elektrische Gesamtstromdichte das folgende Flächenintegral

$$\iint_S \underline{\mathbf{J}}(\underline{\mathbf{R}}) \cdot \underline{\mathbf{dS}} = I_1 + I_2 \, , \tag{1.1}$$

wobei die Fläche $S$ die Halbebene mit $\underline{\mathbf{R}} = \{0 \leq x < \infty; y = 0; -\infty < z < \infty\}$ und $\underline{\mathbf{n}} = \underline{\mathbf{e}}_y$ sein soll.

---

# Aufgabe 2 [25 Punkte]

Eine um den Koordinatenursprung zentrierte Kugel mit Radius $R_0$ ist innen mit der inhomogenen elektrischen Raumladungsdichte

$$\varrho(R) = \varrho_0 \frac{R}{R_0} \qquad 0 \leq R \leq R_0$$

geladen. Außerhalb der Kugel ist der Raum ladungsfrei.
Die Kugel ist mit einem inhomogenen dielektrischen Medium, d. h. einer inhomogenen relativen Permittivität gefüllt

$$\varepsilon_r(R) = 5 \frac{R}{R_0} \qquad 0 \leq R \leq R_0 \quad .$$

Die Kugel ist in Vakuum eingebettet.

**a)** Fertigen Sie eine Skizze der geladenen Kugel an.

**b)** Berechnen Sie die elektrische Flussdichte $\underline{\mathbf{D}}(\underline{\mathbf{R}})$.

**c)** Berechnen Sie die elektrische Feldstärke $\underline{\mathbf{E}}(\underline{\mathbf{R}})$.

**d)** Bestimmen Sie die elektrische Polarisation $\underline{\mathbf{P}}(\underline{\mathbf{R}})$.

**e)** Skizzieren Sie im Bereich von $0 \leq R \leq 2R_0$: 1. $\varrho(R)$, 2. $\varepsilon_r(R)$, 3. $D(R)$, 4. $E(R)$ und 5. $P(R)$.

# Aufgabe 3 [15 Punkte]

Gegeben ist eine Verteilung von fünf elektrostatischen Punktladungen gemäß Abbildung 3.1.

**a)** Beschreiben Sie die elektrische Raumladungsdichte mathematisch.

**b)** Berechnen Sie das elektrische Dipolmoment.

**c)** Berechnen Sie das elektrische Quadrupolmoment.

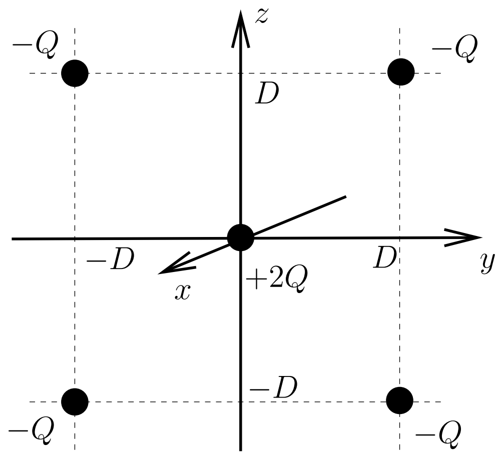


**Abbildung 3.1**: Elektrostatische Punktladungsverteilung

---

# Aufgabe 4 [20 Punkte]

Gegeben ist die in Abbildung 4.1 dargestellte elektrostatische Punktladungsverteilung. Die $xy$–Ebene bei $z = 0$ ist elektrisch ideal leitend und elektrisch geerdet, d. h. $\sigma_e \to \infty$ und $\Phi(\underline{\mathbf{R}}) = 0$ für $\underline{\mathbf{R}} \in xy$–Ebene bei $z = 0$.

**a)** Bestimmen Sie das elektrische Potential $\Phi(\underline{\mathbf{R}})$ über die Spiegelungsmethode.

**b)** Bestimmen Sie die elektrische Flächenladungsdichte $\eta(x, y)$ auf der $xy$–Ebene.

**c)** An welchen Stellen besitzt die elektrische Flächenladungsdichte $\eta(x, y)$ ein Extremum?

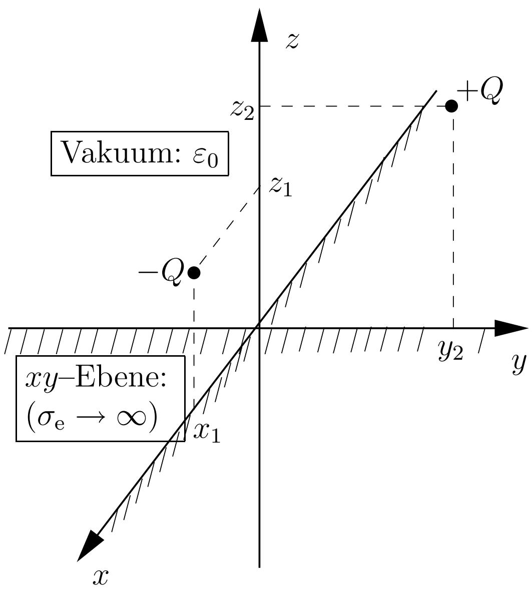


**Abbildung 4.1**: Elektrostatische Punktladungsverteilung über einer ideal elektrisch leitenden Ebene