

Bauphysik in Kürze

U-Wert-Berechnung von Bauteilen mit nebeneinanderliegenden Bereichen

Dipl.-Ing. Kirsten Höttges, Universität Kassel, Fachgebiet Bauphysik

Wärmedurchgangskoeffizienten von Bauteilen mit inhomogenen Schichten sind gemäß europäischer Normung - EN ISO 6946 - mit neuen Berechnungsansätzen zu bestimmen. Diese Neuerungen werden im weiteren vorgestellt und hinterfragt.

Seit der Verabschiedung im November 1996 stellt die EN ISO 6946 [1] einen teilweisen Ersatz für DIN 4108, Teil 5 [2] dar. Dies betrifft v.a. die Mittelung des Wärmedurchgangskoeffizienten (früher k-Wert) bei nebeneinanderliegenden Bereichen, wie z.B. Gefach und Sparren bei Dachkonstruktionen. Die bisherige Rechenvorschrift lautet allgemein:

$$k = k_1 \cdot A_1 / A + k_2 \cdot A_2 / A + \dots + k_n \cdot A_n / A$$

wobei A die Summe der Flächenanteile $A_1 + A_2 + \dots + A_n$ der Bauteilbereiche bedeutet.

Mit der Einführung der EN ISO 6946 ändert sich auch die Bezeichnung für den Wärmedurchgangskoeffizienten: aus dem k-Wert wird der U-Wert. Weitere Änderungen beziehen sich auf die Festlegung der Wärmeübergangswiderstände und der Wärmedurchlaßwiderstände von Luftschichten, die in einer weiteren Folge behandelt werden.

Im folgenden wird der komplex anmutende Berechnungsgang zunächst allgemein, dann anhand eines einfachen Anwendungsbeispiels erläutert. Dabei werden die Bezeichnungen und Symbole der Norm übernommen, obwohl die Indizierung der Symbole z.T. recht inkonsequent erfolgt.

1. Prinzip

Ein Bauteil besteht aus mehreren thermisch homogenen Bereichen. In einem Teilstück, das eine Bauteilachse darstellt, wird ein Raster derart eingeführt, daß sich über eine Aufteilung in Abschnitte und Schichten thermisch homogen Teilflächen ergeben.

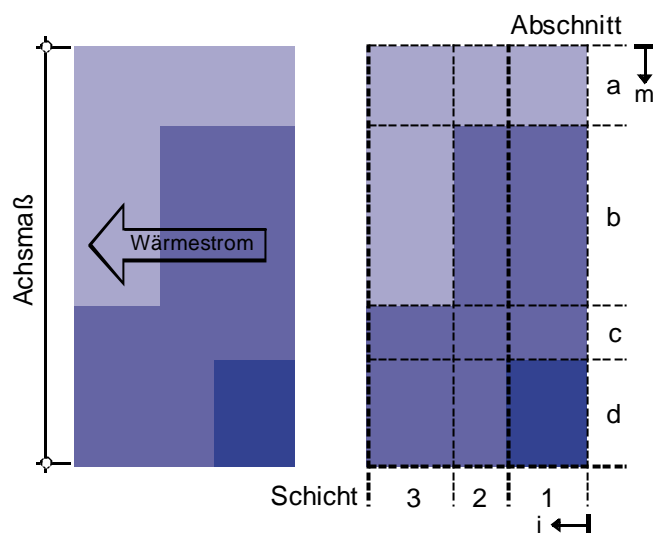


Bild 1: Aufteilung des inhomogenen Bauteils in Teilflächen.

Bei q Abschnitten ($m = a, b, \dots, q$) und n Schichten ($j = 1, 2, \dots, n$) ergeben sich $q \cdot n$ Teilflächen. Je Schicht besitzen die Teilflächen die gleiche Dicke, für jeden Abschnitt gilt der gleiche Flächenanteil, der sich dimensionslos auf das Achsmaß bezieht.

Verwendete Symbole:

R_{si} Wärmeübergangswiderstand innen

R_{mj} Wärmedurchlaßwiderstand der Teilfläche
(Schicht j in Abschnitt m mit $R_{mj} = s_m / \lambda_{mj}$)

R_{se} Wärmeübergangswiderstand außen

f_m Flächenanteil des Abschnitts m ($\sum f_m = 1$)

1.1 Oberer Grenzwert R_T'

In Richtung des Wärmestroms (senkrecht zur Bauteiloberfläche) werden die Wärmedurchgangswiderstände R_{Tm} der einzelnen Abschnitte bestimmt, und zwar über alle Schichten (entspricht bisheriger k-Wert-Mittelung).

$$R_{Tm} = R_{si} + \sum_j R_{mj} + R_{se} \quad \text{für alle Abschnitte } m = 1 \dots q$$

Anschließend erfolgt eine Wichtung über die Flächenanteile, es ergibt sich der Kehrwert des Wärmedurchgangswiderstandes.

$$1 / R_T' = \sum_m (f_m / R_{Tm}) \quad \text{Summe über alle Abschnitte}$$

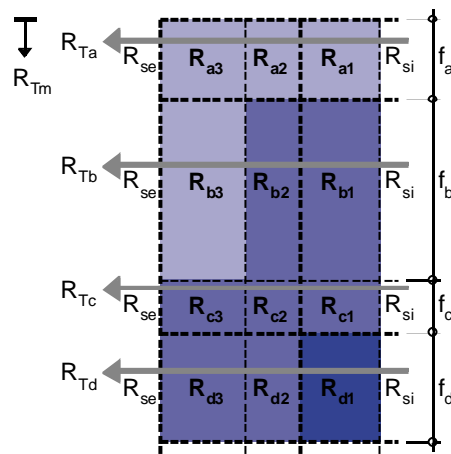


Bild 2: Bestimmung des oberen Grenzwertes.

Für das in der Skizze dargestellte Bauteil gilt:

$$R_{Ta} = R_{si} + R_{a1} + R_{a2} + R_{a3} + R_{se}$$

$$R_{Tb} = R_{si} + R_{b1} + R_{b2} + R_{b3} + R_{se}$$

$$R_{Tc} = R_{si} + R_{c1} + R_{c2} + R_{c3} + R_{se}$$

$$R_{Td} = R_{si} + R_{d1} + R_{d2} + R_{d3} + R_{se}$$

$$1/R_T' = f_a/R_{Ta} + f_b/R_{Tb} + f_c/R_{Tc} + f_d/R_{Td}$$

1.2 Unterer Grenzwert R_T''

Entlang jeder Schicht werden die Wärmedurchlaßwiderstände der Teilflächen flächenanteilig über die Abschnitte gewichtet, es ergibt sich der Kehrwert des Wärmedurchgangswiderstandes R_j der einzelnen Schichten.

$$1/R_j = \sum_m (f_j/R_{mj}) \quad \text{für alle Schichten } j = 1 \dots n$$

Unter Einbeziehung der Wärmeübergangswiderstände erfolgt die Summation über alle Schichten.

$$R_T'' = R_{si} + \sum_j R_j + R_{se} \quad \text{Summe über alle Schichten}$$

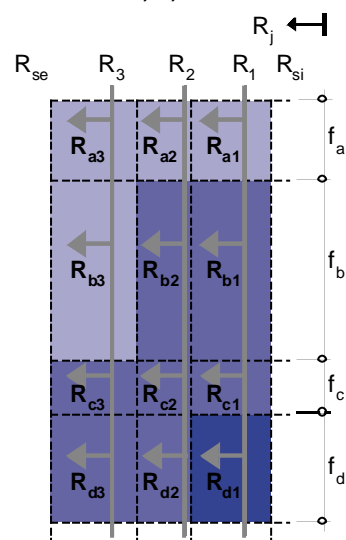


Bild 3: Bestimmung des und unteren Grenzwertes.

Für das in der Skizze dargestellte Bauteil gilt:

$$1/R_1 = f_a/R_{a1} + f_b/R_{b1} + f_c/R_{c1} + f_d/R_{d1}$$

$$1/R_2 = f_a/R_{a2} + f_b/R_{b2} + f_c/R_{c2} + f_d/R_{d2}$$

$$1/R_3 = f_a/R_{a3} + f_b/R_{b3} + f_c/R_{c3} + f_d/R_{d3}$$

$$R_T'' = R_{si} + R_1 + R_2 + R_3 + R_{se}$$

1.3 Wärmedurchgangswiderstand R_T und Wärmedurchgangskoeffizient U

Der Wärmedurchgangswiderstand des inhomogenen Bauteils ergibt sich aus dem arithmetischen Mittel des oberen und unteren Grenzwertes. Der Kehrwert stellt den Wärmedurchgangskoeffizienten dar.

$$R_T = (R_T' + R_T'')/2$$

$$U = 1/R_T$$

2. Anwendungsbeispiel

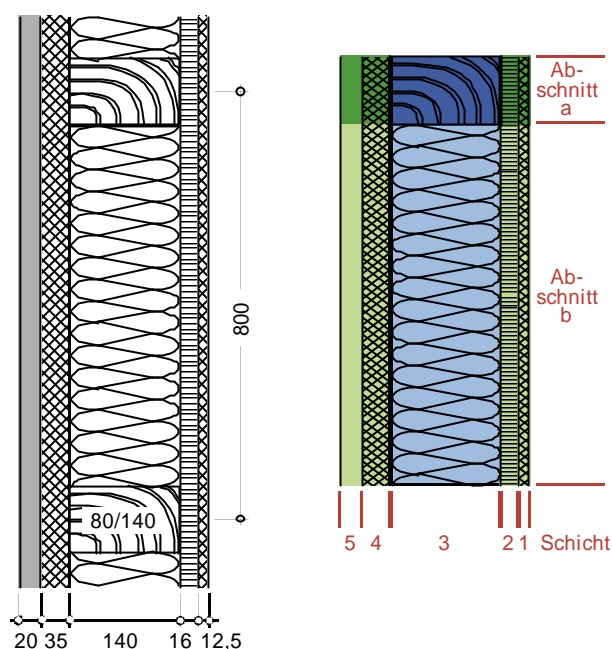


Bild 4: Aufbau der Außenwandkonstruktion und Aufteilung der Abschnitte und Schichten.

Eine Außenwandkonstruktion besteht aus zwei nebeneinanderliegenden Bereichen, wobei Dämmstoff ($\lambda = 0,04 \text{ W/(mK)}$) und Holz ($\lambda = 0,13 \text{ W/(mK)}$) hierbei die inhomogene Schicht 3 bilden. An Innen- und Außenseite sind je zwei Schichten angeordnet, die über beide Bereiche homogen verlaufen:

Gipskarton-Bauplatte	(Schicht 1, $\lambda = 0,21 \text{ W/(mK)}$)
Spanplatte	(Schicht 2, $\lambda = 0,13 \text{ W/(mK)}$)
Holzwohle-Leichtbauplatte	(Schicht 4, $\lambda = 0,093 \text{ W/(mK)}$)
Außenputz	(Schicht 5, $\lambda = 0,87 \text{ W/(mK)}$)

Die Schichtdicken und Bereichsbreiten sind der Skizze zu entnehmen.

Die **Flächenanteile** ergeben sich über Achsmaß und Sparrenbreite

$$f_a = 80/80 = 1/10 \quad \text{Abschnitt a (Holz)}$$

$$f_b = 72/80 = 9/10 \quad \text{Abschnitt b (Dämmstoff)}$$

Der **obere Grenzwert R_T'** ergibt sich aus

$$\begin{aligned} R_{Ta} &= R_{si} + R_{a1} + R_{a2} + R_{a3} + R_{a4} + R_{a5} + R_{se} \\ &= 0,13 + \frac{0,0125}{0,21} + \frac{0,016}{0,13} + \frac{0,140}{0,13} + \frac{0,035}{0,093} + \frac{0,020}{0,87} + 0,04 \\ &= 1,83 \text{ m}^2\text{K/W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{Tb} &= R_{si} + R_{b1} + R_{b2} + R_{b3} + R_{b4} + R_{b5} + R_{se} \\ &= 0,13 + \frac{0,0125}{0,21} + \frac{0,016}{0,13} + \frac{0,140}{0,04} + \frac{0,035}{0,093} + \frac{0,020}{0,87} + 0,04 \\ &= 4,25 \text{ m}^2\text{K/W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1/R_T' &= f_a / R_{Ta} + f_b / R_{Tb} \\
 &= \frac{1/10}{1,83} + \frac{9/10}{4,25} \\
 &= 0,27 \text{ W/(m}^2\text{K)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_T' &= 1/0,27 \\
 &= \underline{3,75} \text{ m}^2\text{K/W}
 \end{aligned}$$

Der **untere Grenzwert R_T''** ergibt sich aus

$$\begin{aligned}
 1/R_1 &= f_a / R_{a1} + f_b / R_{b1} \\
 &= \frac{1/10}{0,0125/0,21} + \frac{9/10}{0,0125/0,21} = \frac{1}{0,0125/0,21} = \frac{0,21}{0,0125} \\
 &= 16,80 \text{ W/(m}^2\text{K)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1/R_2 &= f_a / R_{a2} + f_b / R_{b2} \\
 &= \frac{1/10}{0,016/0,13} + \frac{9/10}{0,016/0,13} = \frac{1}{0,016/0,13} = \frac{0,13}{0,016} \\
 &= 8,13 \text{ W/(m}^2\text{K)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1/R_3 &= f_a / R_{a3} + f_b / R_{b3} \\
 &= \frac{1/10}{0,140/0,13} + \frac{9/10}{0,140/0,04} \\
 &= 0,35 \text{ W/(m}^2\text{K)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1/R_4 &= f_a / R_{a4} + f_b / R_{b4} \\
 &= \frac{1/10}{0,035/0,093} + \frac{9/10}{0,035/0,093} = \frac{1}{0,035/0,093} = \frac{0,093}{0,035} \\
 &= 2,66 \text{ W/(m}^2\text{K)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1/R_5 &= f_a / R_{a5} + f_b / R_{b5} \\
 &= \frac{1/10}{0,020/0,87} + \frac{9/10}{0,020/0,87} = \frac{1}{0,020/0,87} = \frac{0,87}{0,020} \\
 &= 43,50 \text{ W/(m}^2\text{K)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_T'' &= R_{si} + R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_{se} \\
 &= 0,13 + \frac{1}{16,8} + \frac{1}{8,13} + \frac{1}{0,35} + \frac{1}{2,66} + \frac{1}{43,5} + 0,04 \\
 &= \underline{3,61} \text{ m}^2\text{K/W}
 \end{aligned}$$

Der **Wärmedurchgangswiderstand** und der **Wärmedurchgangskoeffizient** schließlich berechnen sich wie folgt

$$\begin{aligned}
 R_T &= (R_T' + R_T'') / 2 = (3,75 + 3,61) / 2 = \underline{3,68} \text{ m}^2\text{K/W} \\
 U &= 1 / R_T = 1/3,68 = \underline{0,27} \text{ W/(m}^2\text{K)}
 \end{aligned}$$

Die Berechnung gem. DIN 4108, Teil 5 [2] ergibt im betrachteten Fall ebenfalls einen Wert von $0,27 \text{ W/(m}^2\text{K)}$, welcher dem Kehrwert des oberen Grenzwertes $1/R_T'$ entspricht.

Die Berücksichtigung des Sparrenbereichs als Wärmebrücke stellte eine detaillierte Betrachtungsmöglichkeit des Bauteils dar. Hierbei kann aus Nachschlagewerken [3] der über zweidimensionale Berechnungen bestimmte Wärmebrückenverlustkoeffizient Ψ des Regelquerschnittes entnommen werden. Unter Berücksichtigung des Wärmedurchgangskoeffizienten des ungestörten Bereichs (Gefach) und des Achsmaßes ergibt sich ein mittlerer Wärmedurchgangskoeffizient von

$$U_m = U_{\text{Gefach}} + \Psi/a = 0,24 + 0,027 / 0,8 = 0,269 \text{ W/(m}^2\text{K)}.$$

Werden bei den durch die Näherungsansätze der EN ISO 6946 und der DIN 4108, Teil 5 bestimmten k- bzw. U-Werten weitere Nachkommastellen berücksichtigt, so zeigt sich, daß der mittlere k-Wert mit $0,266 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ geringfügig günstiger, der nach o.g. Berechnungsansatz ermittelte U-Wert mit $0,272 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ geringfügig ungünstiger und damit auf der sicheren Seite liegt. Angesichts der dargestellten Abweichungen und des Rechenaufwandes ist die Sinnhaftigkeit des neuen Rechenansatzes gemäß EN ISO 6946 zu hinterfragen.

3. Literatur

- [1] EN ISO 6946: Bauteile - Wärmedurchlaßwiderstand und Wärmedurchgangskoeffizient - Berechnungsverfahren. November 1996.
- [2] DIN 4108, Teil 5: Wärmeschutz im Hochbau - Berechnungsverfahren. August 1981.
- [3] Hauser, G. und Stiegel, H.: Wärmebrücken-Atlas für den Holzbau. Bauverlag Wiesbaden 1992.