Organisatorisches

Mittwoch, 4. November 2020 10:27

Abgabe der HSÜ (pdf)

marvin.nahrmann@uni-kassel.de

0561 804-2831

Raum 2724, Mö. 7

- HIS-POS Belegen benutzen
- 4 Hausübungen (50%)
- + Projekt (50%)
- FEAP Übungen online
  - Persönliche Hilfestellung vor Ort (je nach Lage)
- FEM Praktikum Programmierung
  → nur möglich in Verbindung mit CM Vorlesung
  - Bearbeitung von 2 Aufgaben

6 CP = 180 h Workload

60 h VL/Übg

60 h Hausübg.

Projekt : 60 h

Unterschied von Matrix und Tensor

Mittwoch, 4. November 2020 10:31

Ist jede Matrix ein Tensor?

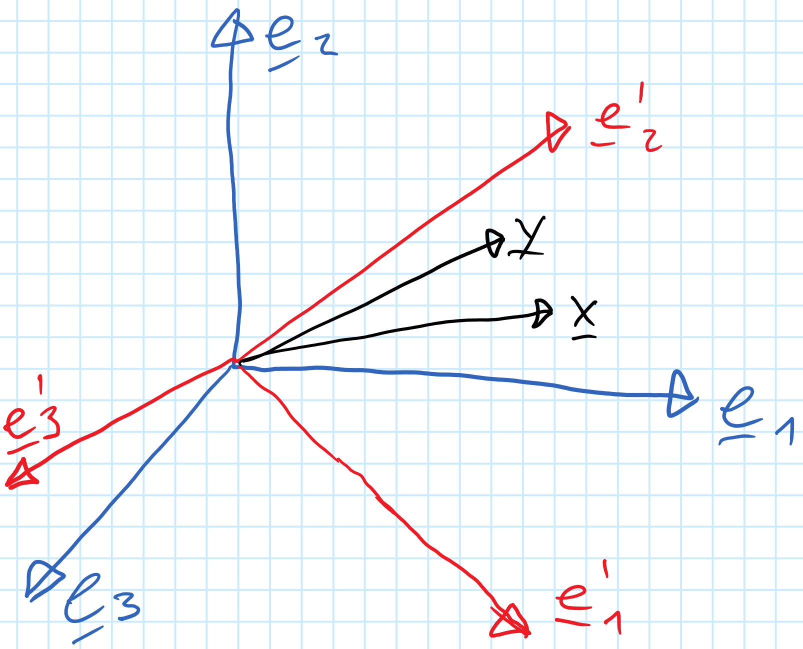
Beispiel: Herstellung eines Autos/Fahrrad/Rollers

Stahl/Nieten/Muttern

$$\begin{bmatrix} \text{Auto} \\ \text{Fahrrad} \\ \text{Roller} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 500 & 1000 & 200 \\ 50 & 100 & 10 \\ 100 & 80 & 25 \end{bmatrix}}_{3\times 3} \underbrace{\begin{bmatrix} \text{Stahl} \\ \text{Nieten} \\ \text{Muttern} \end{bmatrix}}_{\text{kg}}$$

Unterschied von Matrix und Tensor

Mittwoch, 4. November 2020 10:31



(1) $\underline{y} = \underline{\underline{A}}\,\underline{x}$ (3) $\underline{x}' = \underline{\underline{T}}\,\underline{x}$

(2) $\underline{y}' = \underline{\underline{A}}'\,\underline{x}'$ (4) $\underline{y}' = \underline{\underline{T}}\,\underline{y}$

$\underline{\underline{T}}$: Drehtensor, für den gilt $\underline{\underline{T}}^{-1} = \underline{\underline{T}}^T$
(orthogonaler Tensor)

(1) in (4): $\underline{y}' = \underline{\underline{T}}\,\underline{\underline{A}}\,\underline{x}$
aus (3): $\underline{x} = \underline{\underline{T}}^T\,\underline{x}'$

$$\left.\begin{array}{l} \underline{y}' = \underline{\underline{T}}\,\underline{\underline{A}}\,\underline{x} \\ \underline{x} = \underline{\underline{T}}^T\,\underline{x}' \end{array}\right\} \quad \underline{y}' = \underline{\underline{T}}\,\underline{\underline{A}}\,\underline{\underline{T}}^T\,\underline{x}' \qquad (5)$$

Koeffizientenvergleich Gl. (5) mit Gl. (2)

$\underline{\underline{A}}' = \underline{\underline{T}}\,\underline{\underline{A}}\,\underline{\underline{T}}^T$ bzw. $\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{T}}^T\,\underline{\underline{A}}'\,\underline{\underline{T}}$

Wenn diese Transformationsregeln für $\underline{\underline{A}}$ gelten,
dann ist die Matrix $\underline{\underline{A}}$ ein Tensor 2. Stufe.

Einsteinsche Summenkonvention

Mittwoch, 4. November 2020 10:27

Schreiben Sie folgende Ausdrücke ausführlich, wobei die Indizes Werte von 1 bis 2 annehmen.

a) $\underline{a} \cdot \underline{b} = \sum_{i=1}^{2} a_i b_i = a_i b_i = a_1 b_1 + a_2 b_2$

b) $\underline{\underline{a}}^T \underline{b} = \sum_{i=1}^{2} a_{ij} b_i \quad$ für $j = 1, 2$

$$= a_{ij} b_i = a_{1j} b_1 + a_{2j} b_2 \quad \text{für } j = 1, 2$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11} b_1 + a_{21} b_2 \\ a_{12} b_1 + a_{22} b_2 \end{pmatrix} \begin{matrix} (\rightarrow j = 1) \\ (\rightarrow j = 2) \end{matrix}$$

c) $\underline{\underline{a}} \cdot \underline{\underline{b}} = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} a_{ij} b_{ij} = \sum_{i=1}^{2} a_{i1} b_{i1} + a_{i2} b_{i2}$

$$= a_{11} b_{11} + a_{12} b_{12} + a_{21} b_{21} + a_{22} b_{22}$$

d) $\underline{\underline{a}} \cdot \overset{4}{\underline{\underline{C}}}[\underline{\underline{b}}] = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \sum_{k=1}^{2} \sum_{l=1}^{2} a_{ij} C_{ijkl} b_{kl}$

$$= a_{11} C_{1111} b_{11} + a_{21} C_{2111} b_{11} + a_{12} C_{1211} b_{11}$$
$$+ a_{22} C_{2211} b_{11} + a_{11} C_{1121} b_{21} + a_{21} C_{2121} b_{21}$$
$$+ a_{12} C_{1221} b_{21} + a_{22} C_{2221} b_{21} + a_{11} C_{1122} b_{22}$$
$$+ a_{21} C_{2122} b_{22} + a_{12} C_{1222} b_{22} + a_{22} C_{2222} b_{22}$$
$$+ a_{11} C_{1112} b_{12} + a_{21} C_{2112} b_{12} + a_{12} C_{1212} b_{12}$$
$$+ a_{22} C_{2212} b_{12}$$

Einsteinsche Summenkonvention

Mittwoch, 4. November 2020 10:27

e) $\underbrace{\sigma_{ij,i}} = \sum_{i=1}^{2} \sigma_{ij,i}$ für $j = 1,2$

$$= \sigma_{ij,i}$$

$$= \begin{bmatrix} \sigma_{11,1} + \sigma_{21,2} \\ \sigma_{12,1} + \sigma_{22,2} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \to j=1 \\ \to j=2 \end{array}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} \end{bmatrix}$$

f) $\underline{a} \cdot \underline{\underline{A}}\, \underline{b} = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} a_i \underbrace{A_{ij}} \underbrace{b_j} = a_i A_{ij} b_j$

$$= a_1 A_{11} b_1 + a_2 A_{21} b_1$$

$$+ a_1 A_{12} b_2 + a_2 A_{22} b_2$$