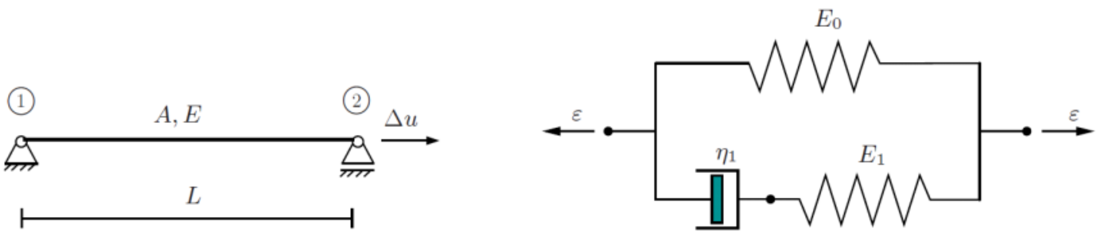
Aufg. 1

Mittwoch, 3. Februar 2021 10:54

Übung 1: Relaxationsverhalten des standard linearen Festkörpers vom Maxwell-Typ

Das Relaxationsverhalten des standard linearen Festkörpers soll in dem FE-Programm FEAP untersucht werden. Verwenden Sie für die Modellierung in FEAP ein vorgespanntes TRUSS-Element. Die Vorspannung wird durch das Einprägen einer konstanten Knotenverschiebung Δu am rechten Rand des Elements erreicht, vgl. Abb. 1 (a). Der standard lineare Festkörper soll mit einer MAXWELL-Kette modelliert werden - siehe Abb. 1 (b). Die Berechnung soll über eine Dauer von 20 Sekunden erfolgen.



(a) Prinzipskizze (b) Standard linearer Festkörper

Abb. 1: Relaxationsversuch des standard linearen Festkörpers vom MAXWELL-Typ

Material- und Geometriedaten

E-Modul:	$E_0 = 7000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Länge:	$\mathrm{L} = 100$ mm
	$E_1 = 5000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$	Knotenverschiebung:	$\Delta u = 1$ mm
Viskosität:	$\eta_1 = 7000\ \frac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{mm}^2}$	Querschnittsfläche:	$\mathrm{A} = 2\ \mathrm{mm}^2$
Relaxationszeit:	$\tau = \frac{\eta_1}{E_1}$		
Beteiligungsfaktoren:	$\mu_0 = \frac{E_0}{E_0+E_1} = 0.58$		
	$\mu_1 = \frac{E_1}{E_0+E_1} = 0.42$		

Aufgabe 1

Ermitteln Sie die Spannungsantwort $\sigma(t)$ des Materialmodells und stellen Sie diese in einem Diagramm dar. Gegen welchen asymptotischen Wert konvergiert die Spannung für $t \to \infty$? Kennzeichnen Sie in dem Diagramm die Gleichgewichtsspannung σ_{eq} sowie die Überspannung σ_{ov}.

Aufg. 1

Mittwoch, 3. Februar 2021 10:54

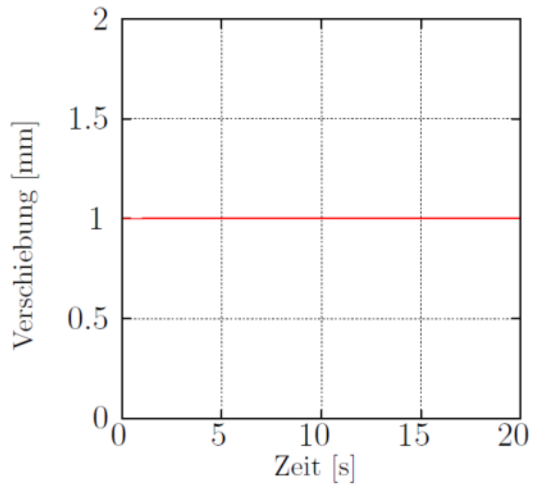


Abb. 2: Aufgebrachte Verschiebung

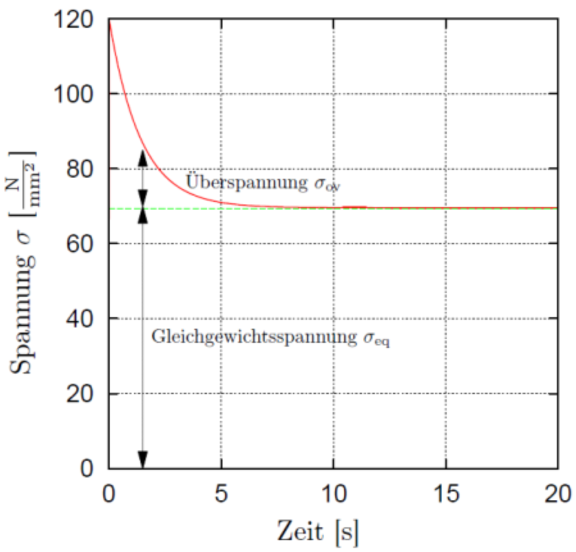


Abb. 3: Spannungsverlauf über der Zeit

Die Spannung relaxiert auf den Wert $\sigma = E_0 \cdot \epsilon = 70\,\text{MPa}$.

Aufg. 2

Mittwoch, 3. Februar 2021 10:54

Aufgabe 2
Vergleichen Sie die numerische Lösung aus Aufgabe 1 mit der analytischen Lösung aus den Vorlesungsunterlagen. Stellen Sie beide Lösungen in ein Diagramm gegenüber. Ermitteln Sie die Geradengleichung für die Relaxationszeit und tragen Sie diese in das Diagramm mit ein. Wie wird die Relaxationszeit bestimmt?

Die analytische Lösung für eine aufgebrachte konstante Verzerrung ϵ_0 lautet

$$\sigma(t) = \left(E_0 + E_1 e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \epsilon_0 \ . \tag{1}$$

$\varepsilon_0 = \frac{\Delta u}{L} = 0{,}01$

$\sigma = (E_0 + E_1)\varepsilon_0$

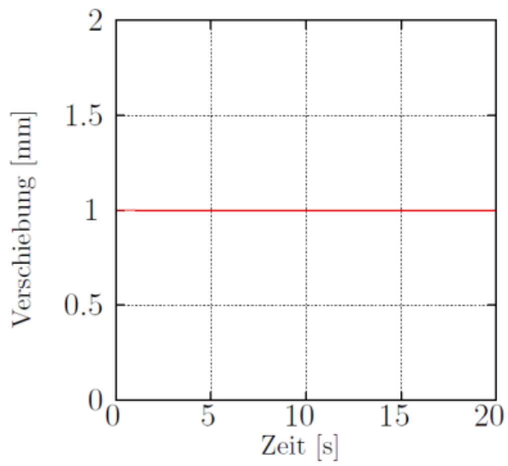


Abb. 4: Aufgebrachte Verschiebung

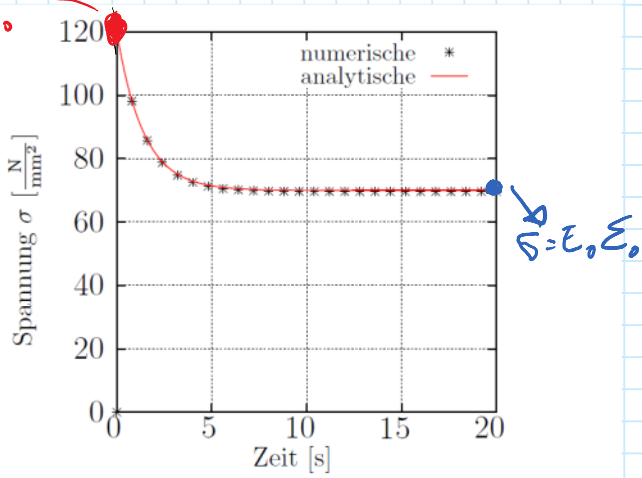


Abb. 5: Vergleich der analytischen und numerischen Lösung für die Spannungen

Für die Bestimmung der Relaxationszeit τ muss Gl. (1) nach der Zeit differenziert und an der Stelle $t = 0$ ausgewertet werden (Bestimmung der Steigung an der Stelle).

$$\dot{\sigma}(t) = -\frac{E_1}{\tau}\epsilon_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \Rightarrow \quad \dot{\sigma}(t=0) = -\frac{E_1}{\tau}\epsilon_0 \tag{2}$$

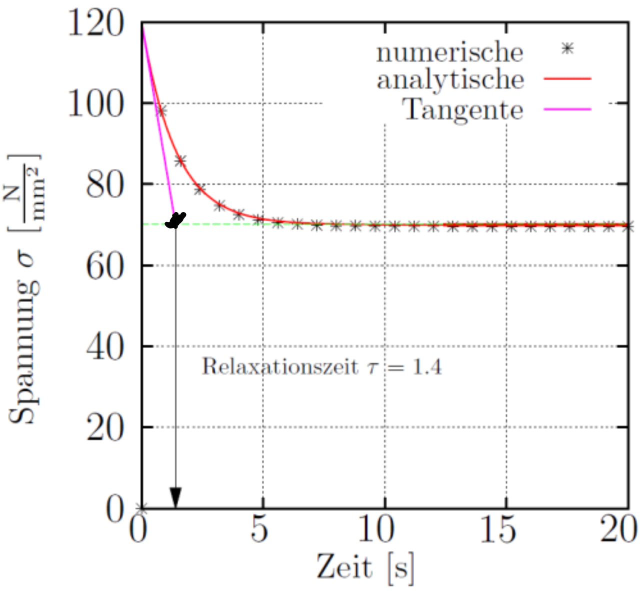
Aus Gl. $(2)_2$ ergibt sich die Geradengleichung (Tangentengleichung) für der Relaxationszeit zu

$$g(t) = -\frac{E_1 \epsilon_0}{\tau} \cdot t + \sigma(t=0) \ . \tag{3}$$

Aufg. 2

Mittwoch, 3. Februar 2021 10:54

Die Relaxationszeit wird durch den Schnittpunkt der Geraden $g(t)$ und der Asymptote definiert, siehe Abb. 6.



Aufg. 3

Mittwoch, 3. Februar 2021 10:54

Aufgabe 3
Modellieren Sie den Maxwell-Körper als Sonderfall des standard linearen Festkörpers, in dem Sie die Steifigkeit der einzelnen Feder E_0 zu Null setzen. Untersuchen Sie das Relaxationsverhalten des Maxwell-Körpers für die konstante Knotenverschiebung Δu. Stellen Sie den Spannungsverlauf über der Zeit in einem Diagramm dar. Was können Sie beobachten? Eignet sich der Maxwell-Körper zur Beschreibung des Relaxationsvorgangs in einem Festkörper?

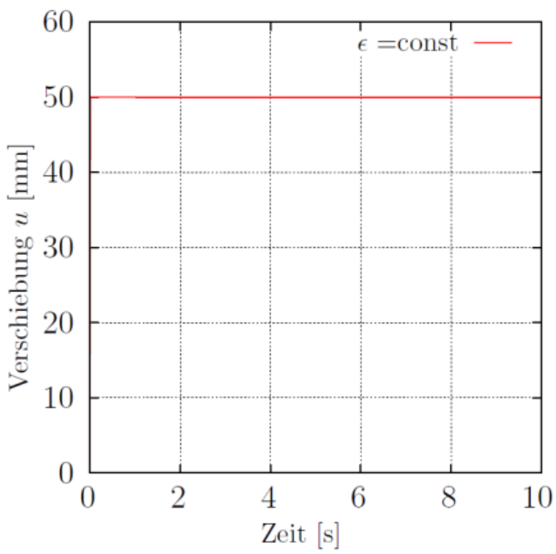


Abb. 7: Verschiebungsverlauf

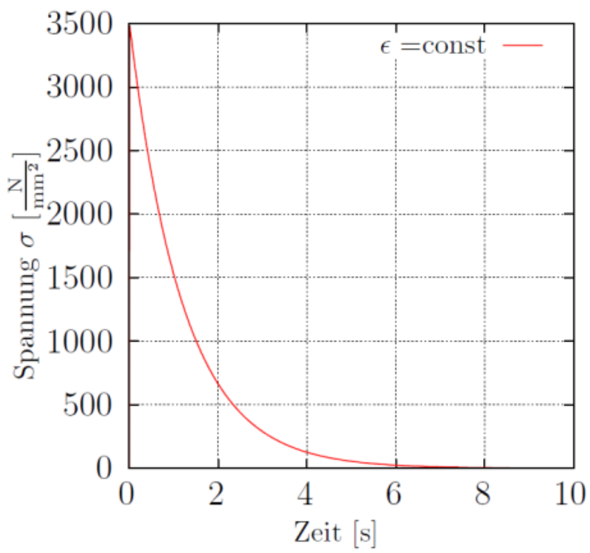


Abb. 8: Spannungsverlauf über der Zeit

Der Maxwell-Körper eignet sich nicht für die Beschreibung des Relaxationsprozesses in einem Festkörper, da die Spannung auf den Wert Null relaxiert.