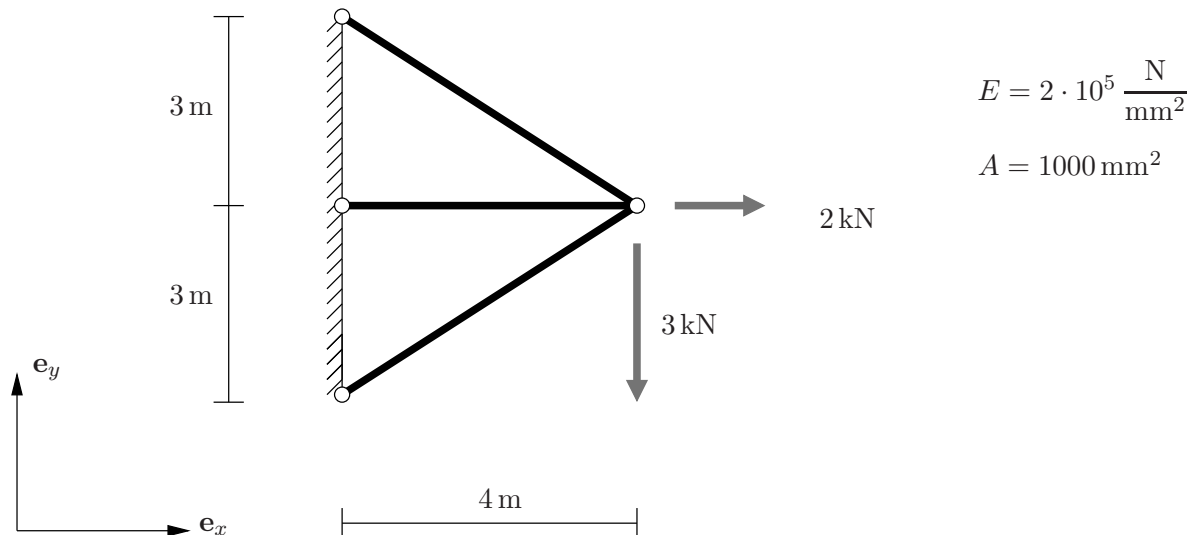




Hausübung 4

Aufgabe 1: Direkte Steifigkeitsmethode

In der unten dargestellten Systemskizze ist ein statisch unbestimmtes Fachwerk (sog. Dreischlag) unter zwei Einzelkräften abgebildet.



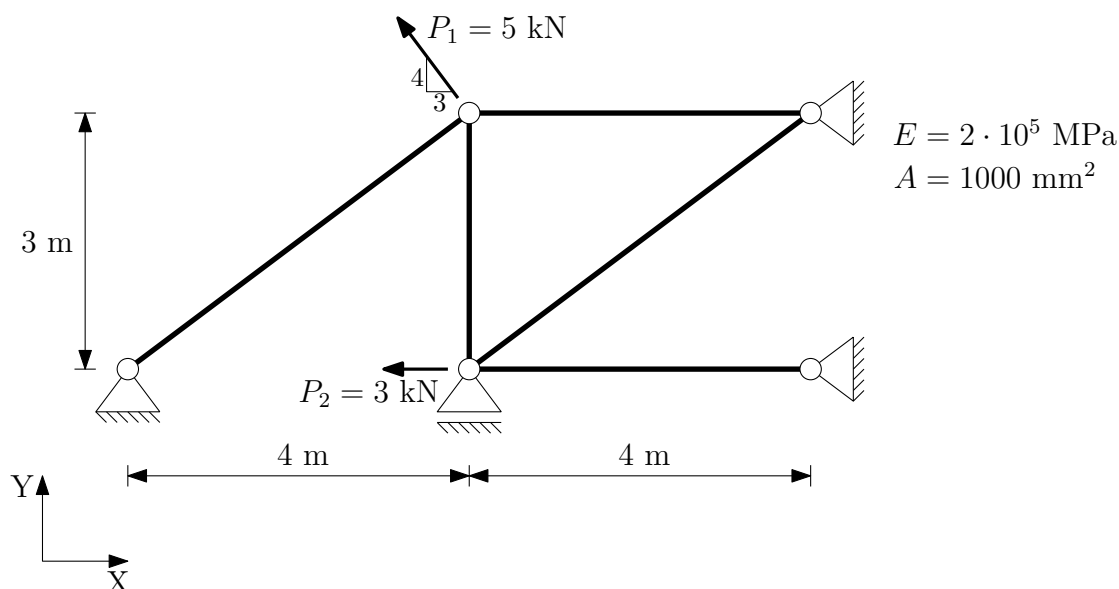
Nachfolgende Punkte sind zur Berechnung der Knotenverschiebungen und Stabkräfte nach der direkten Steifigkeitsmethode für das dargestellte Fachwerk zu bearbeiten:

- Identifizieren Sie alle Knoten und Stabelemente durch Zahlen und geben Sie die Element- und Strukturfreiheitsgrade an.
- Stellen Sie die Elementsteifigkeitsmatrizen $\mathbf{k}$ für alle Stäbe auf.
- Geben Sie für jeden Stab den Location-Vektor $\mathbf{LM}$ an.
- Assemblieren Sie die Elementsteifigkeitsmatrizen $\mathbf{k}$ zur Struktursteifigkeitsmatrix $\mathbf{K}$ mit Hilfe der Location-Vektoren im Sinne der direkten Steifigkeitsmethode.
- Stellen Sie den Knotenlastvektor $\mathbf{P}$ für das Fachwerk auf und lösen Sie das Gleichungssystem $\mathbf{K}\mathbf{r} = \mathbf{P}$ zur Berechnung des Vektors $\mathbf{r}$ der Knotenverschiebungen.
- Bestimmen Sie die Knotenverschiebungen $\mathbf{v}$ aller Stabelemente durch Rückrechnen.
- Berechnen Sie die Dehnung ε und Stabkraft S anhand der Element- und Transformationsmatrizen für alle Fachwerkstäbe.
- Geben Sie die Auflagerkräfte an.
- Führen Sie zwei sinnvolle Kontrollrechnungen durch.



Aufgabe 2: Berechnung eines Fachwerks mit der Verschiebungsmethode

In unten stehender Systemskizze ist ein einfaches Fachwerk unter äußeren Knotenlasten dargestellt.



Bearbeiten Sie folgende Arbeitsschritte:

- Zeichnen Sie die Strukturfreiheitsgrade in die Skizze ein.
- Vergeben Sie Knoten- und Elementnummern.
- Berechnen Sie die Elementsteifigkeitsmatrizen $\mathbf{k}$ für alle Stäbe.
- Skizzieren Sie den Zusammenbau zur Struktursteifigkeitsmatrix $\mathbf{K}$.
- Bilden Sie den Knotenlastvektor $\mathbf{P}$.
- Lösen Sie das Gleichungssystem $\mathbf{K}\mathbf{r} = \mathbf{P}$ und geben Sie den Knotenverschiebungsvektor $\mathbf{r}$ an.
- Geben Sie die Stablängenänderungen Δu für jeden Stab an.
- Wie groß sind die Dehnungen ε in den Stäben?
- Berechnen Sie alle Stabkräfte und Auflagerreaktionen.
- Führen Sie eine sinnvolle Kontrollrechnung durch.



Aufgabe 3: Schwache Form der Gleichgewichtsaussage

Ermitteln Sie die schwache Form der Gleichgewichtsaussage für den Dehnstab mit einer Temperaturbelastung $T(x)$ entlang der Stabachse.

Kinematische Beziehung:

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_{\text{el}} + \varepsilon_T = \frac{\sigma}{E} + \alpha_T T(x)$$

Berechnen Sie die konsistenten Knotenlasten für den Stab gemäß Aufgabe 2 in Hausübung 3 für eine Temperaturbelastung von

$$T(x) = 10^\circ\text{C} + 30^\circ\text{C} \frac{x}{l}$$

mit $l = 6\text{ m}$, $\alpha_T = 1,2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ und $E = 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$.