Lehrveranstaltung:
Einführung in die Methode der Finiten Elemente
Prof. Dr.-Ing. A. Matzenmiller
Sekretariat: Raum Nr. 2519, Mönchebergstr. 7

UNI KASSEL VERSITÄT

Hausübung 6

Aufgabe 1:

Schreiben Sie folgende Ausdrücke ausführlich:

a) $\mathrm{a}_i\, \mathrm{b}_i$

b) $\mathrm{a}_{ij}\, \mathrm{b}_i$

c) $\mathrm{a}_{ij}\, \mathrm{b}_{ij}$

d) $\mathrm{a}_{ij}\, \mathrm{C}_{ijkl}\, \mathrm{b}_{kl}$

e) $\sigma_{ij,i}$

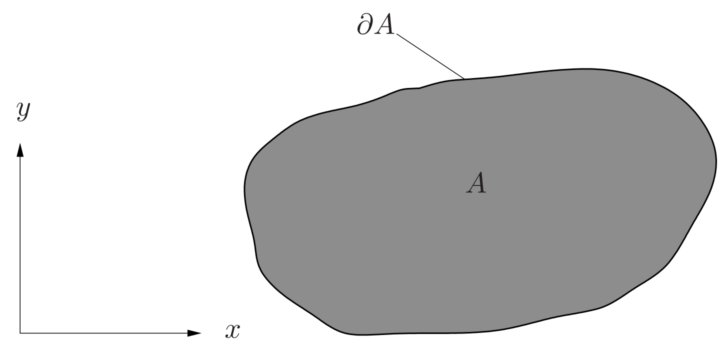
für $i, j, k, l = 1, 2$.

Aufgabe 2:

Geben Sie die Variationsgleichung für das folgende Randwertproblem mit der partiellen Differentialgleichung an:

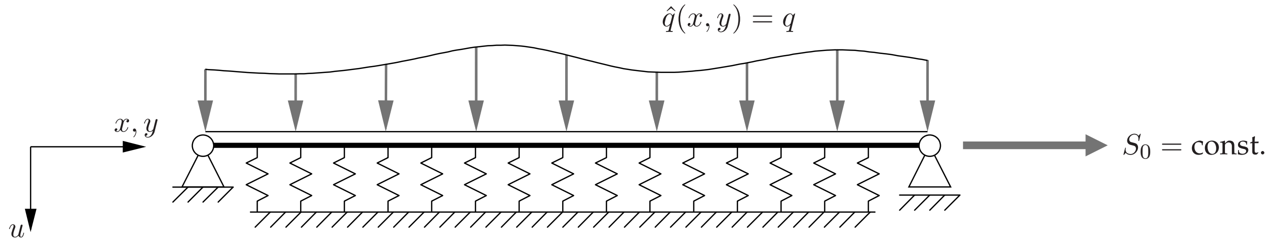
$$\begin{aligned} -S_0 \Delta u + ku &= q \qquad && \text{im Gebiet } A \\ u\big|_{\partial A} &= 0 \qquad && \text{auf dem Rand } \partial A \end{aligned}$$

Draufsicht:



Das Randwertproblem beschreibt die Differentialgleichung für die Querverschiebung $u(x, y)$ einer vorgespannten Membran mit der Vorspannkraft S_0 auf einer elastischen Bettung mit der Bettungsziffer k unter der Querbelastung $q = \hat{q}(x, y)$.

Längsschnitt:



1) Diskretisieren Sie das Gebiet mit rechteckigen Elementen und einem bilinearen Verschiebungsansatz.

2) Stellen Sie die Elementsteifigkeitsmatrix für einen linearen Verschiebungsansatz auf.

3) Welche Anforderungen müssen hinsichtlich der Stetigkeit an die Basisfunktionen gestellt werden?

Hinweis: Zeigen Sie mit Hilfe des Divergenztheorems $\int\limits_A \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{\sigma} \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y = \int\limits_{\partial A} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \, \mathrm{d}s$ von GAUSS, dass die GREENsche Formel $-\int\limits_A v \, \boldsymbol{\Delta} u \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y = \int\limits_A \boldsymbol{\nabla} v \cdot \boldsymbol{\nabla} u \, \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y - \int\limits_{\partial A} v \, \frac{\partial u}{\partial n} \, \mathrm{d}s$ gilt.