

Hausübung 3

Aufgabe 1: Nachweis der positiven Definitheit

Zeigen Sie mittels CHOLESKY-Zerlegung durch Handrechnung, dass die Matrix **A**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

positiv definit ist.

Aufgabe 2: Bandstruktur des CHOLESKY-Faktors

- 1) Geben Sie den CHOLESKY-Faktor für die Matrix **A** aus Aufgabe 1 an.
- 2) Hat der CHOLESKY-Faktor dieselbe Bandstruktur wie die Matrix **A**, wenn diese bandstrukturiert ist? Wenn ja, zeigen Sie es anhand des Algorithmus für die CHOLESKY-Zerlegung.

Aufgabe 3: Programmierung der CHOLESKY-Faktorisierung

- 1) Schreiben Sie ein FORTRAN-Programm, um für eine positiv definite Matrix den CHOLESKY-Faktor zu berechnen. Benutzen Sie die Unterprogramme aus der Vorlesung, um die Matrizen einzulesen, auszudrucken und zu zerlegen. Modifizieren Sie das Unterprogramm CHOLES für die Zerlegung so, dass sehr große, bandstrukturierte, symmetrische Matrizen der Form

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \overbrace{\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}}^b & & & & 0 \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ \text{sym} & & & \begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix} \end{bmatrix}$$

möglichst effektiv untersucht werden können, indem die „Nulloperationen“ ausgespart werden. Die Pivotelemente sollen während der Zerlegung überprüft werden und für den Fall, dass die Matrix nicht positiv definit ist, eine Fehlermeldung an das Hauptprogramm zum Ausdrucken übergeben werden.

- 2) Überprüfen Sie Ihr Programm anhand der Matrix **A** aus Aufgabe 1.