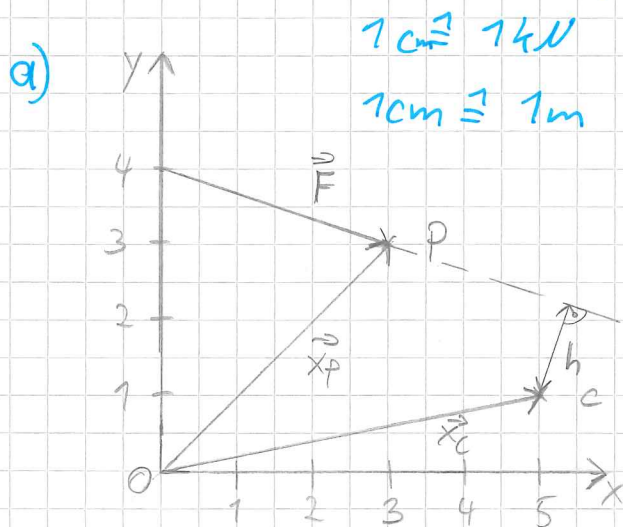


Aufgabe 2.1Bsp: Ebene Statik

b) Hebelarm steht senkrecht zur Wirkungslinie der Kraft und läuft durch den Punkt C.

$$\Rightarrow h \approx 1,27 \text{ cm}$$

$$\rightarrow h = 1,27 \text{ m}$$

$$h = \begin{pmatrix} 0,4 \\ 1,2 \end{pmatrix} \text{ m} \quad (\text{ablesen})$$

c)

$$\vec{h} = \begin{pmatrix} 0,4 \\ 1,2 \end{pmatrix} \text{ m}$$

Länge von $\vec{h}$: $|\vec{h}| = \sqrt{(0,4)^2 + (1,2)^2} = 1,265 \text{ m}$

d)

$$M_C = |\vec{F}| \cdot h = \sqrt{10} \cdot 1,265 \text{ kNm} = \underline{\underline{4 \text{ kNm}}}$$

Koordinatensystem $\begin{matrix} y \uparrow \\ \oplus \\ x \rightarrow \end{matrix}$ beachten

$$\Rightarrow \underline{\underline{M_C = -4 \text{ kNm}}}$$

e)

$$\vec{M}_C = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \text{mit } \vec{r} = \vec{x}_P - \vec{x}_C = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 - 6 \end{pmatrix}$$

$$= \underline{\underline{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}}}$$

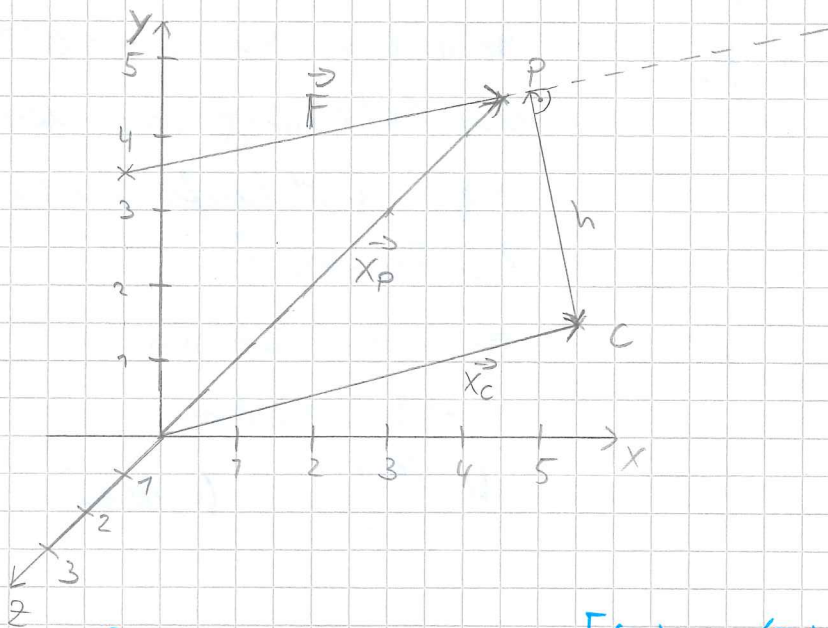
f) Diskutieren:

- Rechenaufwand
- Zeit
- Genauigkeit des Ergebnisses

...

Bsp: Räumliche Statik

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix}; P = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$



$h =$
Grafisch bestimmen fällt
sehr schwer

$$\vec{M}_C = (\vec{x}_P - \vec{x}_C) \times \vec{F} = \left[\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right] \text{m} \times \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix} \text{kN}$$

$$= \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix} \text{kNm} = \begin{pmatrix} -10 \\ -14 \\ -4 \end{pmatrix} \text{kNm}$$

$$|\vec{M}_C| = 2 \cdot \sqrt{78} \approx \underline{\underline{17,66 \text{ kNm}}}$$

Aufgabe 2.2

$$a) \quad \vec{F}_R = \sum_i \vec{F}_i$$

$$\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \cos \alpha_1 \\ F_1 \sin \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4,728 \\ 3,684 \end{pmatrix} \text{ kN}$$

$$\vec{F}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ kN} ; \quad \vec{F}_3 = \begin{pmatrix} 4,24 \\ -2,65 \end{pmatrix} \text{ kN} ; \quad \vec{F}_4 = \begin{pmatrix} 2,12 \\ -2,72 \end{pmatrix} \text{ kN}$$

$$\vec{F}_5 = \begin{pmatrix} 2,5 \\ -4,33 \end{pmatrix} \text{ kN}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5 = \begin{pmatrix} 16,59 \\ -5,41 \end{pmatrix} \text{ kN}$$

$$\underline{\underline{|\vec{F}_R| = 17,45 \text{ kN}}}$$

$$b) \quad \vec{F}_R \cdot \vec{e}_y = |\vec{F}_R| |\vec{e}_y| \cos(\alpha_r)$$

$$\Rightarrow \cos(\alpha_r) = \frac{\vec{F}_R \cdot \vec{e}_y}{|\vec{F}_R|} = \frac{-5,41}{17,45} = -0,31$$

$$\Rightarrow \alpha_r = \arccos(-0,31) = 1,886 \stackrel{!}{=} 108,06^\circ$$

Aufgabe 2.3Gruppenübung 2

SS 2016

04.16

$$a) \vec{F}_R = \sum_i \vec{F}_i = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -9 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$b) \vec{M}_0 = \sum_i \vec{r}_{0i} \times \vec{F}_i = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 24 \\ -9 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$c) \vec{M}_C = \sum_i (\vec{r}_i - \vec{r}_C) \times \vec{F}_i = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i - \sum_i \vec{r}_C \times \vec{F}_i \\ = \vec{M}_0 - \sum_i \vec{r}_C \times \vec{F}_i$$

$$\sum_i \vec{r}_C \times \vec{F}_i = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 12 \\ -3 \\ -9 \end{pmatrix} \text{ Nm}$$

$$\Rightarrow \vec{M}_C = \begin{pmatrix} 24 \\ -9 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 12 \\ -3 \\ -9 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 12 \\ -6 \\ 12 \end{pmatrix} \text{ Nm}}}$$

Aufgabe 2.4

$$\vec{F}_1 = F_1 \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} = 2 \text{ kN} \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} \text{ kN}$$

$$\vec{F}_2 = F_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ kN}$$

$$\vec{F}_3 = F_3 \begin{pmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta \end{pmatrix} = 3 \text{ kN} \begin{pmatrix} 0,5 \\ -0,866 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,5 \\ -2,598 \end{pmatrix} \text{ kN}$$

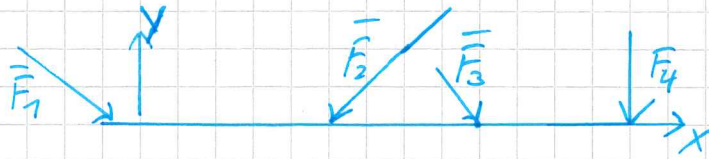
$$\vec{R} = \vec{0} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{E}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -\vec{F}_1 - \vec{F}_2 - \vec{F}_3 = -\left[\begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1,5 \\ -2,598 \end{pmatrix} \right] \text{ kN}$$
$$= \underline{\underline{\begin{pmatrix} -6,91427 \\ 1,18379 \end{pmatrix} \text{ kN}}}$$

$$|\vec{E}| = 7,07 \text{ kN}$$

$$\tan(\gamma) = \frac{|\vec{E}_y|}{|\vec{E}_x|} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

$$\Rightarrow \gamma = \arctan\left(\frac{|\vec{E}_y|}{|\vec{E}_x|}\right) = \underline{\underline{0,17636 \approx 9,715^\circ}}$$

Aufgabe 2.5

$$\vec{F}_1 = 5 \text{ kN} \begin{pmatrix} \cos 30^\circ \\ -\sin 30^\circ \end{pmatrix}; \quad \vec{F}_2 = 3 \text{ kN} \begin{pmatrix} -\cos 45^\circ \\ -\sin 45^\circ \end{pmatrix}; \quad \vec{F}_3 = 1 \text{ kN} \begin{pmatrix} \cos 60^\circ \\ -\sin 60^\circ \end{pmatrix}$$

$$\vec{F}_4 = 4 \text{ kN} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \begin{pmatrix} 2,708 \\ -9,487 \end{pmatrix} \text{ kN}$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(2,708)^2 + (-9,487)^2} \approx \underline{\underline{9,9 \text{ kN}}}$$

Aufgabe 2.6

$$\vec{R} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_P &= \sum (\vec{r}_i - \vec{r}_P) \times \vec{F}_i = \left[\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \times \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \times \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} + \\ &+ \left[\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \times \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 13 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 14 \\ 11 \\ -13 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -11 \\ 9 \\ 14 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 2 \\ 15 \\ 14 \end{pmatrix}}} \end{aligned}$$