

Nachname:..... Matrikelnummer:.....

Vorname:.....

Hausübung 2

Aufgabe 1:

Berechnen Sie die Inverse einer beliebigen (3,3) - Matrix **A** aus der Gleichung von CAYLEY-HAMILTON.

$$-\mathbf{A}^3 + I_{\mathbf{A}}\mathbf{A}^2 - II_{\mathbf{A}}\mathbf{A} + III_{\mathbf{A}}\mathbf{1} = \mathbf{0}$$

Multiplizieren Sie dazu die Gleichung mit \mathbf{A}^{-1} und lösen Sie nach \mathbf{A}^{-1} auf.

Aufgabe 2:

Gegeben sei eine symmetrische (2,2) - Matrix **A**. Lösen Sie die Eigenwertaufgabe analytisch und veranschaulichen Sie das Ergebnis grafisch durch den MOHRschen Kreis.

Aufgabe 3: CAYLEY-HAMILTON-Gleichung

Verwenden Sie die CAYLEY-HAMILTON-Gleichung, um die vierte Potenz \mathbf{B}^4 des Tensors

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

zu berechnen.

Überprüfen Sie ihr Ergebnis durch zweimaliges, direktes Quadrieren des Tensors **B** bzw. \mathbf{B}^2 mit sich selbst.

Aufgabe 4: Quadratwurzel eines Tensors

Berechnen Sie die Quadratwurzel $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{\frac{1}{2}}$ des symmetrischen Tensors

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

mit Hilfe der Eigenwerte und der Eigenvektoren.
Überprüfen Sie ihr Ergebnis mit der Beziehung

$$\mathbf{B} = (\mathbf{A} + II_{\mathbf{B}}\mathbf{1})^{-1}(I_{\mathbf{B}}\mathbf{A} + III_{\mathbf{B}}\mathbf{1})$$

aus der Übungsvorlesung.