

Nachname:..... Matrikelnummer:.....

Vorname:.....

Hausübung 4

Aufgabe 1: Spannungszustand

Gegeben sei ein symmetrischer Spannungszustand $\sigma = \sigma^T$. Beweisen Sie, dass

- die Hauptspannungen Extremaleigenschaften besitzen und
- die Richtung extremer Schubspannungen (Hauptschubspannungsrichtungen) die Winkelhalbierenden der Hauptspannungsrichtungen sind.

Aufgabe 2: Oktaederschubspannung

Die „Oktaederschubspannung“ τ_0 wirkt in der Oktaederebene mit der Normalen $\mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\mathbf{n}_1 + \mathbf{n}_2 + \mathbf{n}_3)$ im Hauptspannungsraum mit allen Basisvektoren \mathbf{n}_i für $i = 1, 2, 3$.

Beweisen Sie, dass sich die Oktaederschubspannung gemäß der Funktionsvorschrift

$$\tau_0 = \sqrt{-\frac{2}{3}II_{\mathbf{S}^D}}$$

aus der zweiten Invarianten $II_{\mathbf{S}^D}$ des Spannungsdeviators $\mathbf{S}^D = \mathbf{S} - \frac{1}{3}(\text{Sp } \mathbf{S})\mathbf{1}$ berechnet.

Aufgabe 3: Elastizitätsgleichung

Stellen Sie die linear elastische, isotrope Materialgleichung in Steifigkeits- und Nachgiebigkeitsform mit Schub- und Kompressionsmodul als Tensorgleichung dar.

Aufgabe 4: VOIGT-Notation der linearen Elastizitätsbeziehung

Schreiben Sie mit Hilfe von Schub- und Kompressionsmodul die linear elastische, isotrope Materialgleichung als Steifigkeits- und Nachgiebigkeitsdarstellung ausführlich mit allen Komponenten in VOIGT-Notation für den dreidimensionalen kontinuierlichen Festkörper.

Aufgabe 5: Ebener Verzerrungszustand

Eine quadratische Einheitsscheibe ist an zwei Seiten unverschieblich gelagert. Die obere rechte Ecke ① verschiebe sich um $\mathbf{u}_1 = u_1 \mathbf{e}_x + v_1 \mathbf{e}_y$ (s. Abbildung 1). Die Dicke der Scheibe bleibt dabei unverändert.

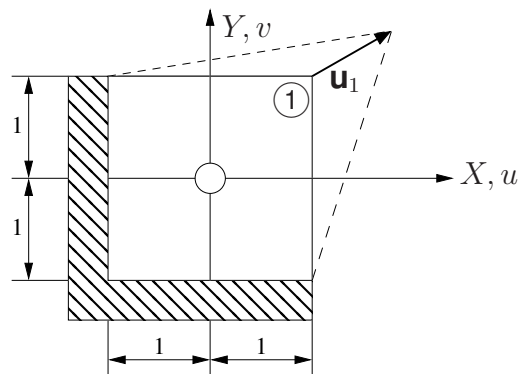


Abb. 1: Einheitsscheibe

- Wie lautet das Verschiebungsfeld, wenn lineare Verschiebungsverläufe entlang der Ränder für das Bauteil aus homogenem verteiltem, elastischem Material angenommen werden?
- Berechnen Sie den Verschiebungs- und Deformationsgradienten sowie den linearisierten Verzerrungstensor.
- Berechnen Sie den Spannungszustand für linear elastisches Materialverhalten und zeichnen Sie die Spannungsverteilung für die einzelnen Komponenten über der Scheibe in einem dreidimensionalen Koordinatensystem.