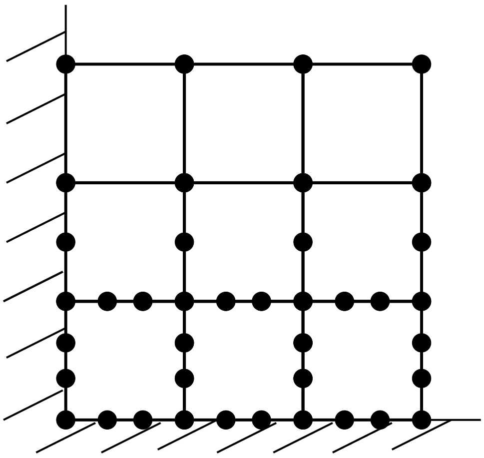
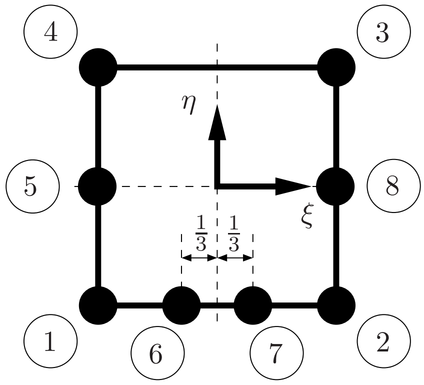
Hausübung 7

Aufgabe 1: Übergangselement

Um verschiedenartige Elementtypen über gemeinsame Knoten zu verbinden, werden sogenannte Übergangselemente eingesetzt. Für den dargestellten Elementverbund werden lineare Scheibenelemente mit kubischen SERENDIPITY-Scheibenelemente durch das dargestellte 8-knotige Übergangselement angebunden.





1) Stellen Sie die Formfunktionen des 8-knotigen Übergangselements im Elementkoordinatensystem auf.

2) Bestimmen Sie für die GAUSS-Integration die minimale Integrationsordnung, bei der die Elementsteifigkeitsmatrix nicht singulär wird.

3) Für den dargestellten zweiseitig fest eingespannten Elementverbund sollen die jeweiligen Elementtypen reduziert integriert werden. Dafür wird die jeweilige minimale Integrationsordnung für die Regularität der Elementsteifigkeitsmatrix um eine Integrationsordnung verringert. Prüfen Sie anhand eines Vergleichs der Anzahl an Unbekannten und unabhängigen Gleichungen die Regularität der Struktursteifigkeitsmatrix.

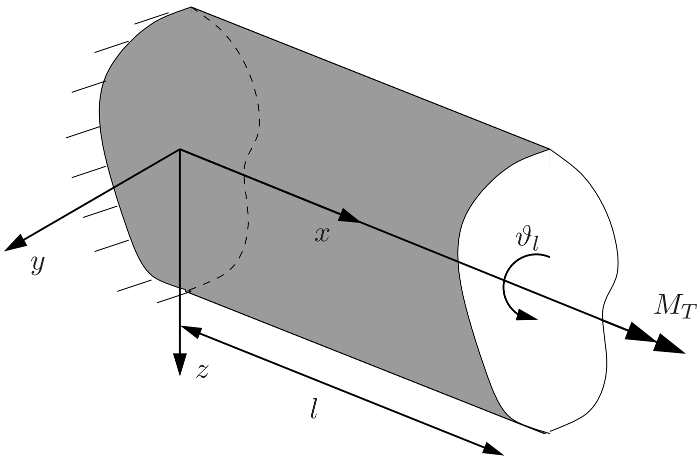
Aufgabe 2: Schwache Formulierung

Der dargestellte Torsionsstab mit beliebigem Querschnitt wird durch ein konstantes Moment M_T belastet, wobei der Querschnitt über die Stablänge l als konstant angenommen wird. Des Weiteren wird eine mögliche Querschnittsverwölbung nicht behindert (Torsionstheorie nach ST. VENANT). Mit der Verwindung

$$\kappa_T = \frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}x} = \frac{\vartheta_l}{l} \quad \rightarrow \quad \vartheta = \kappa_T \cdot x$$

und der Annahme kleiner Drehwinkel gilt für die Verschiebungen u, v und w in x-, y- und z-Richtung

$$u = \kappa_T \cdot U(y,z)\,, \;\; v = -\vartheta \cdot z = -\kappa_T \cdot x \cdot z\,, \;\; w = \vartheta \cdot y = \kappa_T \cdot x \cdot y \qquad ,$$



wobei $U(y,z)$ die sogenannte Verwölbungsfunktion ist. Das vorliegende mechanische Problem wird durch die Kinematik, Elastizität und dem Gleichgewicht beschrieben:

Kinematik:	$\gamma_{xy} = \kappa_T \left(\frac{\partial U}{\partial y} - z \right)\,,\ \gamma_{xz} = \kappa_T \left(\frac{\partial U}{\partial z} + y \right)$	(I)
Elastizität:	$\tau_{xy} = G\gamma_{xy}\,,\ \tau_{xz} = G\gamma_{xz}$	(II)
Gleichgewicht:	$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0$	(III)

1) Reduzieren Sie das Torsionsproblem (I) - (III) auf eine Differentialgleichung mit der Verwölbungsfunktion U als Unbekannte.

2) Um welchen Typ handelt es sich bei dieser Differentialgleichung?

3) Bilden Sie die schwache Formulierung der Differentialgleichung.