Institut für Mechanik — Universität Kassel

Technische Mechanik I

Aufgabensammlung zur Einführung in die Technische Mechanik für E-Technik und Mechatronik

(Ed.) L. Schreiber

13. August 2018

Herausgeber

Der Geschäftsführende Direktor
Institut für Mechanik
Universität Kassel

Organisation und Verwaltung

Dr.-Ing. L. Schreiber
Institut für Mechanik
Universität Kassel
Mönchebergstr. 7
34109 Kassel

Inhaltsverzeichnis

1 Vektorrechnung

Aufgabe 1.1 Vektoraddition EVRadd01

(a) Addieren Sie grafisch und rechnerisch die Vektoren $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ und $\boldsymbol{c}$.

(b) Führen Sie sowohl grafisch als auch rechnerisch die Rechenoperation $\boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c} - \boldsymbol{a} + (2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c})$ aus.

(c) Bestimmen Sie grafisch und rechnerisch den Vektor $\boldsymbol{d}$ aus der Gleichung

$$3(\boldsymbol{u} - \boldsymbol{v}) - 2(2\boldsymbol{w} - \boldsymbol{u}) + 2\boldsymbol{v} + 3\boldsymbol{d} = \boldsymbol{0}.$$

Gegeben: $\boldsymbol{a} = \frac{5}{2}\boldsymbol{e}_x + \frac{3}{2}\boldsymbol{e}_y$, $\boldsymbol{b} = -2\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y$, $\boldsymbol{c} = -\frac{3}{2}\boldsymbol{e}_y$,
$\boldsymbol{u} = 2\boldsymbol{e}_x + 3\boldsymbol{e}_y$, $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y$, $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{e}_x + 3\boldsymbol{e}_y$

Aufgabe 1.2 Lineare Unabhängigkeit EVRliu02

(a) Prüfen Sie, ob die Vektoren $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ und $\boldsymbol{c}$ linear unabhängig sind.

(b) Bestimmen Sie die Zahlenwerte von λ, μ und ν aus der Gleichung

$$(\lambda + 4\mu)\boldsymbol{a} + (\mu - \lambda + 3\nu)\boldsymbol{b} + (4\mu + 1)(\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{c}) = \boldsymbol{0}$$

Gegeben: $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z$, $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{e}_x + 3\boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z$, $\boldsymbol{c} = 4\boldsymbol{e}_x - 6\boldsymbol{e}_y$

Aufgabe 1.3 Vektoraddition EVRadd02

(a) Bestimmen Sie den Vektor $\boldsymbol{u}$ aus der Summe $\boldsymbol{u} = 2(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})-4(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c})+3(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d})$.

(b) Bestimmen Sie $\boldsymbol{v}$ aus der Gleichung $3(\boldsymbol{f} - \boldsymbol{g}) - 2(-\boldsymbol{f} + 2\boldsymbol{h}) + 2(\boldsymbol{g} - \boldsymbol{v}) = \boldsymbol{0}$

(c) Bestimmen Sie mit dem Skalarprodukt die Längen von $\boldsymbol{u}$ und $\boldsymbol{v}$ sowie den Winkel α, den diese Vektoren einschließen.

Gegeben: $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{e}_x + 4\boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z$, $\boldsymbol{b} = 3\boldsymbol{e}_x - 2\boldsymbol{e}_z$, $\boldsymbol{c} = -4\boldsymbol{e}_x - 2\boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z$, $\boldsymbol{d} = 3\boldsymbol{e}_y - 3\boldsymbol{e}_z$,
$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{e}_x - 2\boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z$, $\boldsymbol{g} = \boldsymbol{e}_x + 3\boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z$, $\boldsymbol{h} = \boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z$

Aufgabe 1.4 Lineare Unabhängigkeit EVRliu01

(a) Zeigen Sie, dass die Vektoren $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ und $\boldsymbol{c}$ linear unabhängig sind, und berechnen Sie λ, μ und ν aus der Gleichung $\lambda(\boldsymbol{a} - 2\boldsymbol{c}) + \mu(3\boldsymbol{c} + \boldsymbol{b}) = (2\nu + \mu)\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{b}$.

(b) Berechnen Sie λ, μ und ν aus der Gleichung

$$\lambda^2(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{c}) + (\lambda + \nu)(\boldsymbol{b} + \boldsymbol{a}) = 2\mu\boldsymbol{b} - (1 - 2\lambda)\boldsymbol{c}.$$

Gegeben: $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{e}_x - 2\boldsymbol{e}_y$, $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y$, $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_y + 3\boldsymbol{e}_z$

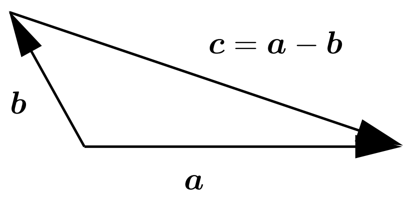
Aufgabe 1.5 Skalarprodukt EVRanw01

Ein Dreieck sei gegeben durch die Vektoren $\boldsymbol{a}$ und $\boldsymbol{b}$.

(a) Wie groß ist der Winkel zwischen $\boldsymbol{a}$ und $\boldsymbol{b}$?

(b) Berechnen Sie den Betrag von $\boldsymbol{c}$.

(c) Welche Beziehung besteht zwischen den Beträgen a, b und c, wenn $\boldsymbol{b} = 2\boldsymbol{e}_y$ gilt?



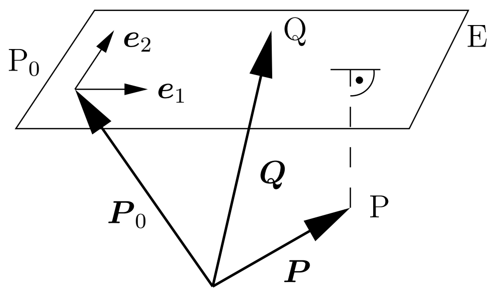
Gegeben: $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{e}_x$, $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{e}_x + \sqrt{3}\boldsymbol{e}_y$

Aufgabe 1.6 Punkt und Ebene EVRanw02

Eine Ebene $\boldsymbol{E}$ im Raum sei gegeben durch die Gleichung $\boldsymbol{E}(\alpha_1, \alpha_2) = \boldsymbol{P}_0 + \alpha_1 \boldsymbol{e}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{e}_2$. (Auf diese Weise kann jeder Punkt der Ebene durch eine geeignete Wahl der Koeffizienten α_1 und α_2 dargestellt werden.)

(a) Zeigen Sie, dass der Punkt Q, der durch $\boldsymbol{Q}$ gegeben ist, in der Ebene $\boldsymbol{E}$ liegt, während dies für den Punkt P, der durch $\boldsymbol{P}$ gegeben ist, nicht zutrifft.

(b) Wie groß ist der Abstand d des Punktes P von der Ebene?



Gegeben: $\boldsymbol{P}_0 = \boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z$, $\boldsymbol{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y)$, $\boldsymbol{e}_2 = \frac{1}{\sqrt{6}}(\boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z)$, $\boldsymbol{P} = 2\boldsymbol{e}_x + 3\boldsymbol{e}_y + 3\boldsymbol{e}_z$, $\boldsymbol{Q} = 5\boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_y + 7\boldsymbol{e}_z$

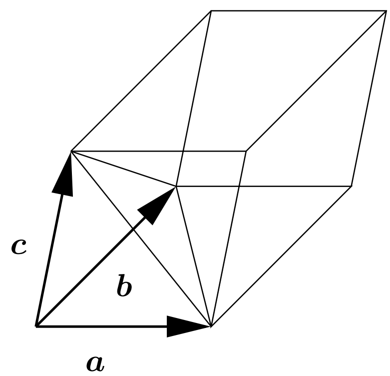
Aufgabe 1.7 Kreuzprodukt, Spatprodukt EVRanw03

Durch die Vektoren $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ und $\boldsymbol{c}$ sei ein Spat gegeben.

(a) Berechnen Sie die Flächeninhalte der Parallelogramme, die die Oberfläche des Spats bilden.

(b) Berechnen Sie das Volumen der aus $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ und $\boldsymbol{c}$ gebildeten Pyramide.

(c) Bilden die Vektoren $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ und $\boldsymbol{c}$ ein Rechtssystem?



Gegeben: $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y$, $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{e}_x + 3\boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z$, $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y + 3\boldsymbol{e}_z$

Aufgabe 1.8 Nichtkartesische Basis EVRanw04

Gegeben ist der Vektor $\boldsymbol{x}$ im kartesischen Basissystem ($\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$). Die Basisvektoren

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2)\\ \boldsymbol{E}_2 &= \frac{1}{\sqrt{3}}(\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 + \boldsymbol{e}_3)\\ \boldsymbol{E}_3 &= \sqrt{6}\boldsymbol{e}_1\end{aligned}$$

bilden ein weiteres Basissystem.

Stellen Sie den Vektor $\boldsymbol{x}$ im neuen Basissystem gemäß

$$\boldsymbol{x} = Y_1\boldsymbol{E}_1 + Y_2\boldsymbol{E}_2 + Y_3\boldsymbol{E}_3$$

dar, und geben Sie die Komponenten Y_1, Y_2 und Y_3 an.

Gegeben: $\boldsymbol{x} = x_1\boldsymbol{e}_1 + x_2\boldsymbol{e}_2 + x_3\boldsymbol{e}_3$

Aufgabe 1.9 Komponentendarstellung EVRkom01

Aufgabe zur Komponentendarstellung eines Vektors in orthogonalen Basissystemen.

(a) Gegeben seien die Vektoren

$$\boldsymbol{a} = 5\boldsymbol{e}_x + 3\boldsymbol{e}_y \quad \text{sowie} \quad \boldsymbol{g}_1 = \boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y, \quad \boldsymbol{g}_2 = 4\boldsymbol{e}_x - 2\boldsymbol{e}_y$$

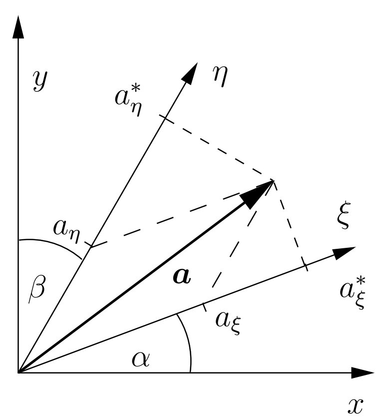
Überzeugen Sie sich davon, dass $\boldsymbol{g}_1$ und $\boldsymbol{g}_2$ orthogonal sind, und ermitteln Sie grafisch und rechnerisch die Komponentendarstellung des Vektors $\boldsymbol{a}$ in Bezug auf die Basisvektoren $\boldsymbol{g}_1$ und $\boldsymbol{g}_2$.

(b) Ermitteln Sie die Komponentendarstellung des Vektors $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{e}_x + 3\boldsymbol{e}_y + 9\boldsymbol{e}_z$ in Bezug auf die orthogonalen Basisvektoren

$$\boldsymbol{g}_1 = \boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z, \quad \boldsymbol{g}_2 = -2\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z, \quad \boldsymbol{g}_3 = \boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z$$

Aufgabe 1.10 Nichtkartesische Basis, Projektion, Komponente EVRprd01

Gegeben sind ein kartesisches (x, y) und ein schiefwinkliges Koordinatensystem (ξ, η) mit gleichem Ursprung (s. Skizze). Der Vektor $\boldsymbol{a}$ hat in dem kartesischen Koordinatensystem die Komponenten a_x und a_y.



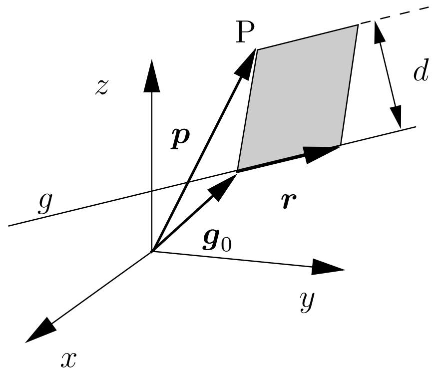
(a) Berechnen Sie die Projektionen a_ξ^* und a_η^* von $\boldsymbol{a}$ auf die Achsen ξ und η.

(b) Berechnen Sie die Komponenten a_ξ und a_η von $\boldsymbol{a}$ bezüglich des schiefwinkligen Koordinatensystems.

Gegeben: $\alpha = 20°$, $\beta = 30°$, $a_x = 4$, $a_y = 3$

Aufgabe 1.11 Punkt und Gerade EVRprd02

Gegeben sei eine Gerade g : $\boldsymbol{g} = \boldsymbol{g}_0 + \lambda \boldsymbol{r}$ und ein weiterer Punkt P (Ortsvektor $\boldsymbol{p}$).

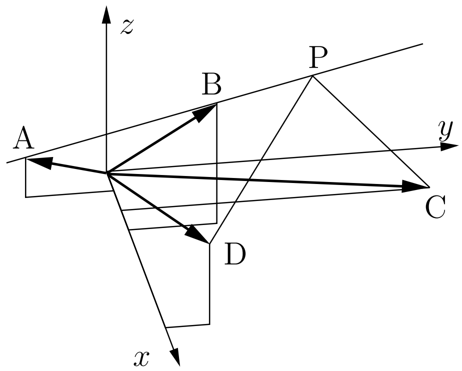


Berechnen Sie den Abstand d des Punktes P von der Geraden g aus der eingezeichneten Fläche.

Gegeben: $\boldsymbol{g}_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{p} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

Aufgabe 1.12 Punkt und Gerade EVRprd03

Gegeben seien die vier Punkte A, B , C und D

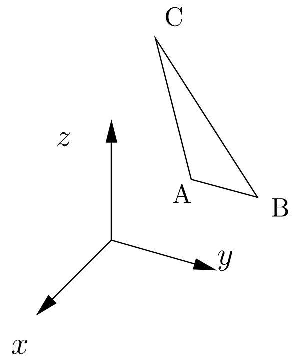


(a) Geben Sie die Gleichung der Geraden an, die durch die Punkte A und B geht.

(b) Bestimmen Sie den Punkt P auf der Geraden durch A und B, der von C und von D gleich weit entfernt ist.

Gegeben: $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{d} = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 1.13 Kreuzprodukt EVRprd04



(a) Berechnen Sie die Vektoren $\boldsymbol{s}_1 = \overrightarrow{\mathrm{AB}}$ und $\boldsymbol{s}_2 = \overrightarrow{\mathrm{AC}}$.

(b) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

(c) Wie lautet der Normaleneinheitsvektor n der Ebene, die durch die Vektoren $\boldsymbol{s}_1$ und $\boldsymbol{s}_2$ aufgespannt wird?

Gegeben: $\boldsymbol{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} = \boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y + 3\boldsymbol{e}_z$, $\boldsymbol{b} = \overrightarrow{\mathrm{OB}} = 3\boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z$, $\boldsymbol{c} = \overrightarrow{\mathrm{OC}} = \boldsymbol{e}_y + 4\boldsymbol{e}_z$

Aufgabe 1.14 Punkt und Gerade, Kreuzprodukt EVRprd05

Gegeben sind die Punkte P und Q durch ihre Ortsvektoren $\boldsymbol{x}_p$ und $\boldsymbol{x}_q$.

(a) Geben Sie den Einheitsvektor $\boldsymbol{e}$ der Richtung $\overline{\mathrm{PQ}}$ an.

(b) Wie lautet die Geraden durch die Punkte P und Q in Vektor-Darstellung?

(c) Berechnen Sie den Abstand eines weiteren Punktes C am Ort $\boldsymbol{x}_c$ zu der Geraden durch die Punkte P und Q.

(d) Berechnen Sie das Vektorprodukt $\boldsymbol{s} \times \boldsymbol{F}$ zwischen dem Differenzvektor $\boldsymbol{s} = \boldsymbol{x}_q - \boldsymbol{x}_c$ und dem Vektor $\boldsymbol{F}$, der entlang der Geraden wirkt.

(e) Stellen Sie die Vektoren grafisch dar.

Gegeben: $\boldsymbol{x}_p = 2\boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z$, $\boldsymbol{x}_q = 4\boldsymbol{e}_y + 5\boldsymbol{e}_z$, $\boldsymbol{x}_c = (1\,,\,2\,,\,2)$, $\boldsymbol{F} = 5\boldsymbol{e}$

Aufgabe 1.15 Zwei gerade Bahnen EVRanw05

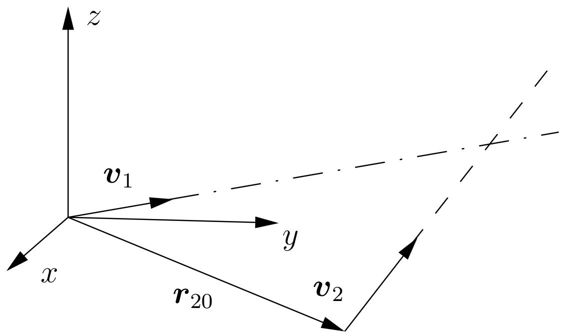
Zwei Flugzeuge sind auf geraden Flugbahnen mit den konstanten Geschwindigkeiten $\boldsymbol{v}_1$ und $\boldsymbol{v}_2$ im Steigflug. Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist das Flugzeug 1 am Ort $\boldsymbol{r}_{10} = \boldsymbol{0}$, das zweite befindet sich am Ort $\boldsymbol{r}_{20}$.

(a) Berechnen Sie den zeitlichen Verlauf des Abstandes $D(t)$ der beiden Maschinen.

(b) Zu welcher Zeit t_m wird der Abstand minimal?

(c) Wie groß ist der minimale Abstand $D_{\min} = D(t_m)$?

(d) Wie nahe führen die Flugbahnen aneinander vorbei?



Gegeben: $s_0 = 1\,\mathrm{m}\,,\; v_0 = 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,,\; \boldsymbol{r}_{20} = 30s_0\boldsymbol{e}_x + 18s_0\boldsymbol{e}_y$, $\boldsymbol{v}_1 = 5v_0\boldsymbol{e}_y + v_0\boldsymbol{e}_z$,
$\boldsymbol{v}_2 = -15v_0\boldsymbol{e}_x + v_0\boldsymbol{e}_y + 2v_0\boldsymbol{e}_z$

Aufgabe 1.16 Ma01

(a) Berechnen Sie das Kreuzprodukt $\mathbf{c}$ aus den Vektoren $\mathbf{a} = \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z$ und $\mathbf{b} = -2\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z$.

(b) Zeichnen Sie die Vektoren $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ und $\mathbf{c}$ in ein geeignetes Koordinatensystem ein.

Aufgabe 1.17 Ma02

Ein Körper der Masse m liegt reibungsfrei auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel α.

(a) Berechnen Sie allgemein die Gewichtskraft G.

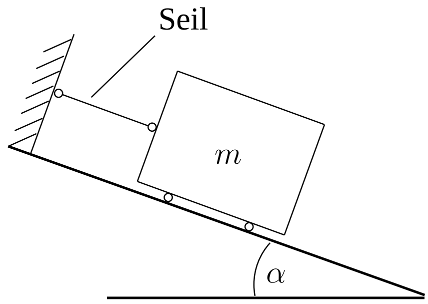
(b) Berechnen Sie die Kraft S im Seil.

(c) Berechnen Sie die Druckkraft N des Körpers auf die schiefe Ebene.

(d) Wie muss man den Kraftmesser (Federwaage) anbringen, damit er die Hangabtriebskraft H des Körpers oder die Druckkraft N auf die Ebene anzeigt?

(e) Wie groß sind diese Kräfte, wenn der Körper $m = 10$ kg Masse hat und die schiefe Ebene die Neigung $\alpha = 20°$ hat?

(f) Wann gilt $H = G/2$, $H = G$ und $H = 0$?



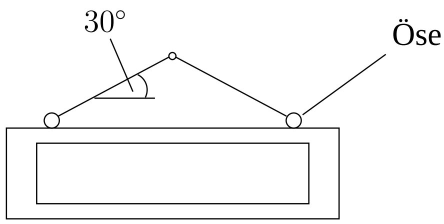
Aufgabe 1.18 Ma03

Ein Bild mit der Gewichtskraft $G = 50$ N ist wie dargestellt an zwei gleichlangen Schnüren symmetrisch aufgehängt.

(a) Zeichnen Sie einen Lageplan aller Kräfte an den Ösen.

(b) Zeichnen Sie den Kräfteplan (Kräftepolygon).

(c) Berechnen Sie die Kraft in den Seilen (Schnüren).



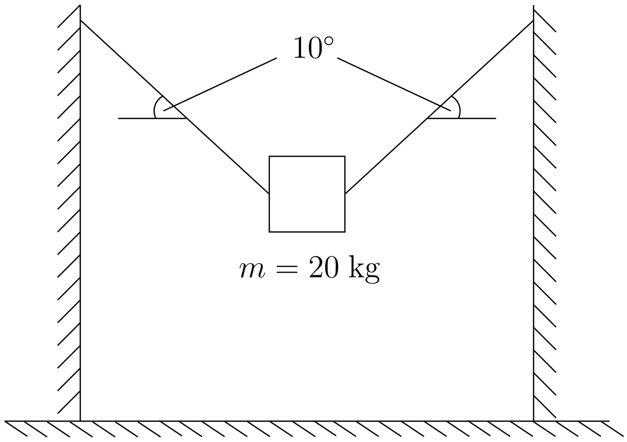
Aufgabe 1.19 Ma04

Eine Straßenlaterne ist wie dargestellt zwischen zwei Häusern an Seilen symmetrisch (in der Mitte) aufgehängt.

(a) Zeichnen Sie einen Lageplan aller Kräfte, die an der Laterne angreifen.

(b) Ermitteln Sie zeichnerisch die Kräfte in den Seilen aus dem Kräfteplan.

(c) Berechnen Sie die unbekannten Seilkräfte aus der Gewichtskraft der Laterne.



1.1 Ergebnisse

Ergebnis zu Aufgabe 1.1 Vektoraddition EVRadd01

(a) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c} = \frac{1}{2}\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y$ (b) $\boldsymbol{b}+2\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a}+(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}) = \frac{1}{2}\boldsymbol{e}_x - 2\boldsymbol{e}_y$ (c) $\boldsymbol{d} = -\frac{4}{3}\boldsymbol{e}_x - \frac{2}{3}\boldsymbol{e}_y$

Ergebnis zu Aufgabe 1.2 Lineare Unabhängigkeit EVRliu02

(a) $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ sind linear unabhängig. (b) $\mu = -\frac{1}{4}, \quad \lambda = 1, \quad \nu = \frac{5}{12}$

Ergebnis zu Aufgabe 1.3 Vektoraddition EVRadd02

(a) $\boldsymbol{u} = 6\boldsymbol{e}_x + 11\boldsymbol{e}_y - 17\boldsymbol{e}_z$ (b) $\boldsymbol{v} = -8.5\boldsymbol{e}_y + 3.5\boldsymbol{e}_z$

(c) $|\boldsymbol{u}| = 21.12, \quad |\boldsymbol{v}| = 9.19, \quad \alpha = 142.01°$

Ergebnis zu Aufgabe 1.4 Lineare Unabhängigkeit EVRliu01

(a) $\lambda = 3, \quad \mu = 2, \quad \nu = \frac{1}{2}$ (b) $\lambda = 1, \quad \mu = -\frac{1}{2}, \quad \nu = -2$

Ergebnis zu Aufgabe 1.5 Skalarprodukt EVRanw01

(a) Winkel $= 120° = \frac{2}{3}\pi$ (b) $|\boldsymbol{c}| = \sqrt{28}$ (c) $|\boldsymbol{c}|^2 = |\boldsymbol{a}|^2 + |\boldsymbol{b}|^2$

Ergebnis zu Aufgabe 1.6 Punkt und Ebene EVRanw02

(a) $\mathrm{Q} \in \boldsymbol{E}$, $\mathrm{P} \notin \boldsymbol{E}$ (b) $d = \sqrt{3}$

Ergebnis zu Aufgabe 1.7 Kreuzprodukt, Spatprodukt EVRanw03

(a) $A_{ab} = 11.7, \quad A_{ac} = 12.7, \quad A_{bc} = 10.95$ (b) $V = 6$

(c) $(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{c} > 0 \quad \rightarrow$ Rechtssytem

Ergebnis zu Aufgabe 1.8 Nichtkartesische Basis EVRanw04

$Y_1 = \sqrt{2}(x_2 - x_3), \quad Y_2 = \sqrt{3}x_3, \quad Y_3 = \frac{1}{\sqrt{6}}(x_1 - x_2)$

Ergebnis zu Aufgabe 1.9 Komponentendarstellung EVRkom01

(a) $\boldsymbol{g}_1 \cdot \boldsymbol{g}_2 = 0$: orthogonal, $\quad a_1 = \dfrac{11}{5}, \quad a_2 = \dfrac{7}{10}$

(b) $b_1 = \dfrac{1}{3}, \quad b_2 = -\dfrac{1}{3}, \quad b_3 = 3$

Ergebnis zu Aufgabe 1.10 Nichtkartesische Basis, Projektion, Komponente EVRprd01

(a) $a^*_\xi = 4.785, \quad a^*_\eta = 4.60$ (b) $a_\xi = 3.06, \quad a_\eta = 2.26$

Ergebnis zu Aufgabe 1.11 Punkt und Gerade EVRprd02

$d = 2.15$

Ergebnis zu Aufgabe 1.12 Punkt und Gerade EVRprd03

(a) $\boldsymbol{g} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ (b) $\boldsymbol{p} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$

Ergebnis zu Aufgabe 1.13 Kreuzprodukt EVRprd04

(a) $\boldsymbol{s}_1 = (-1\,,\,1\,,\,-1), \quad \boldsymbol{s}_2 = (-1\,,\,-1\,,\,1)$ (b) $F = \sqrt{2}$ (c) $\boldsymbol{n} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(0\,,\,1\,,\,1)$

Ergebnis zu Aufgabe 1.14 Punkt und Gerade, Kreuzprodukt EVRprd05

(a) $\boldsymbol{e} = \dfrac{1}{\sqrt{13}} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ (b) $\boldsymbol{g}(\lambda) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ (c) $d = 1$ (d) $\boldsymbol{s} \times \boldsymbol{F} = \dfrac{5}{\sqrt{13}} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

Ergebnis zu Aufgabe 1.15 Zwei gerade Bahnen EVRanw05

(a) $D(t) = \sqrt{1224 s_0^2 - 1044 s_0 v_0 t + 242 v_0^2 t^2}$ (b) $t_m = 2.157 \dfrac{s_0}{v_0}$ (c) $D_m = 9.9 s_0$

(d) $d = 0$

Ergebnis zu Aufgabe 1.16 Ma01

(a) $\boldsymbol{a} = 3\boldsymbol{e}_x + 1\boldsymbol{e}_y + 5\boldsymbol{e}_z$

Ergebnis zu Aufgabe 1.17 Ma02

(a) $G = mg$ (b) $S = mg \sin\alpha$ (c) $N = mg\cos\alpha$

(e) $G = 98,1$ N, $H = 33,55$ N, $N = 92,18$ N (f) $\alpha = 30°$

Ergebnis zu Aufgabe 1.18 Ma03

(c) $S = 50$ N

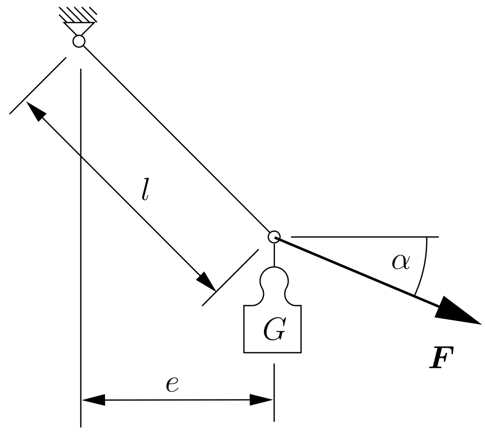
Ergebnis zu Aufgabe 1.19 Ma04

(c) $S = 564,935$ N

2 Kräfte und Momente

Aufgabe 2.1 Ebenes zentrales Kräftesystem EAKzen01

Die an einem Seil der Länge l hängende Last (Gewichtskraft G) wird durch eine am Aufhängepunkt angreifende Kraft F ausgelenkt.



(a) Wie groß muss die Kraft S im Seil sein, damit die Resultierende aller Kräfte verschwindet?

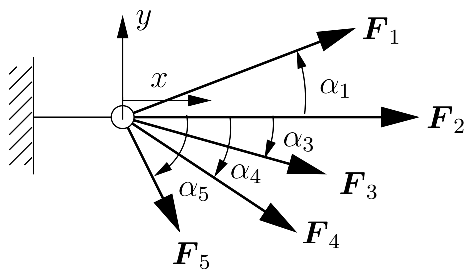
(b) Welcher Winkel β stellt sich zwischen der Horizontalen und dem Seil ein?

(c) Um welche Strecke e wird der Aufhängepunkt durch die Kraft F seitlich ausgelenkt?

Gegeben: $G = 10$ kN , $F = 6$ kN , $\alpha = 30°$, $l = 2\,$m

Aufgabe 2.2 Resultierende Kraft EAKzen02

Es wird mit fünf Kräften an einem Ankerhaken gezogen.



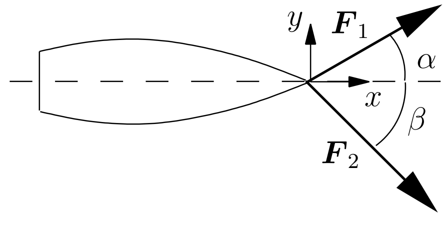
(a) Wie groß ist die resultierende Kraft?

(b) Welcher Winkel liegt zwischen der Wirkungslinie der resultierenden Kraft und der Vertikalen?

Gegeben: $F_1 = 6$ kN , $F_2 = 3$ kN , $F_3 = 5$ kN , $F_4 = 3$ kN , $F_5 = 5$ kN ,
$\alpha_1 = 38°$, $\alpha_2 = 0°$, $\alpha_3 = 32°$, $\alpha_4 = 45°$, $\alpha_5 = 60°$

Aufgabe 2.3 Resultierende Kraft EAKzen03

Ein Schiff wird an zwei Seilen mit den Kräften $\boldsymbol{F}_1$ und $\boldsymbol{F}_2$ gezogen.



(a) Bestimmen Sie grafisch und analytisch den Betrag der Seilkraft $\boldsymbol{F}_2$, so dass die Resultierende von $\boldsymbol{F}_1$ und $\boldsymbol{F}_2$ in die Schiffsachse fällt.

(b) Wie groß ist die Resultierende $\boldsymbol{R}$?

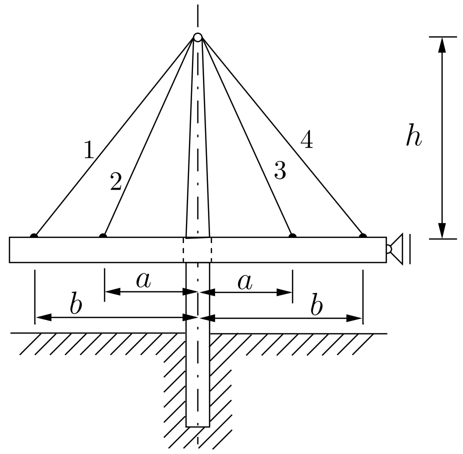
Gegeben: $F_1 = 100$ kN , $\alpha = 30°$, $\beta = 45°$

Aufgabe 2.4 Resultierende Kraft EAKzen04

Bei der skizzierten Hängebrücke sind die Seile 1,2,3 und 4 mit den Kräften $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, $\boldsymbol{F}_3$ und $\boldsymbol{F}_4$ belastet.

(a) Wie groß ist die resultierende Kraft $\boldsymbol{R}$, die der Pylon aufnehmen muss?

(b) Wie groß ist der Winkel zwischen $\boldsymbol{R}$ und der Vertikalen?

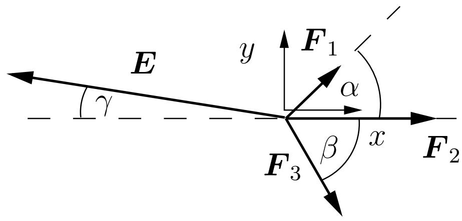


Gegeben: $F_1 = 140$ kN , $F_2 = 200$ kN , $F_3 = 240$ kN , $F_4 = 200$ kN ,
$a = 10\,\mathrm{m}$, $b = 25\,\mathrm{m}$, $h = 25\,\mathrm{m}$

Aufgabe 2.5 Resultierende Kraft EAKzen05

Die an einem Punkt angreifenden Kräfte $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$ und $\boldsymbol{F}_3$ ergeben zusammen mit der Kraft $\boldsymbol{E}$ die Resultierende $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{0}$.

Wie groß muss die Kraft $\boldsymbol{E}$ sein, und unter welchem Winkel γ muss sie angreifen?



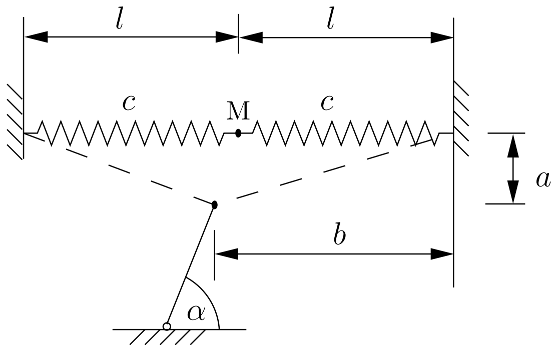
Gegeben: $F_1 = 2$ kN , $F_2 = 4$ kN , $F_3 = 3$ kN , $\alpha = 45°$, $\beta = 60°$

Aufgabe 2.6 Resultierende Federkraft EAKzen06

Der Verbindungspunkt M zwischen zwei Federn wird durch ein Zugseil in die skizzierte Lage gebracht.

Anmerkung: Federn sind masselos und erzeugen eine Federkraft proportional zu ihrer Längenänderung $\triangle l$, genannt Federweg: $F_c = c\triangle l$. Der Proportionalitätsfaktor c heißt Federsteifigkeit.

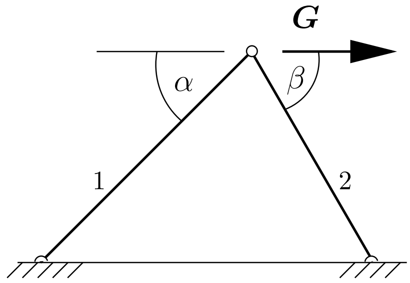
Berechnen Sie die im Seil auftretende Kraft S und den Winkel α, unter dem die Kraft angreifen muss, unter der Voraussetzung, dass die Resultierende aller Kräfte verschwindet.



Gegeben: $l = 50\,\mathrm{cm}$, $a = 20\,\mathrm{cm}$, $b = 60\,\mathrm{cm}$, $c = 120\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{cm}}$

Aufgabe 2.7 Resultierende Fachwerkknotenkraft EAKzen07

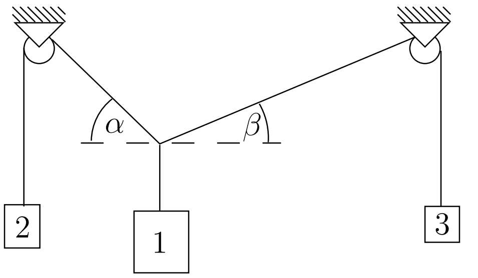
Wie groß müssen die Stabkräfte in den Stäben 1 und 2 sein, damit die Summe aller Kräfte im oberen Knoten Null ist?



Anmerkung: Die Kraft in einem Stab geht in Richtung des Stabes. Sie ist positiv, wenn sie am Knoten zieht.
Gegeben: $G = 1\,\mathrm{kN}$, $\alpha = 45°$, $\beta = 60°$

Aufgabe 2.8 Seilstatik, Kreisfunktionen EAKzen08

Ein Körper 1 mit dem Gewicht G_1 wird durch zwei Seile gehalten, die über reibungsfreie Rollen laufen und durch die Gewichte G_2 und G_3 der Körper 2 und 3 gespannt sind. Das hat zur Folge, dass in den Seilen die Seilkräfte $S_\alpha = G_2$ und $S_\beta = G_3$ herrschen.

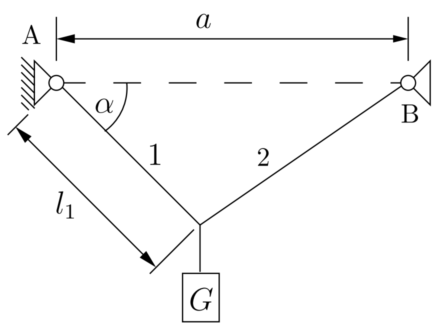


Welche Winkel α und β stellen sich ein, wenn die Resultierende aller Kräfte verschwindet?

Gegeben: $G_1 = 250\,\mathrm{N}$, $G_2 = 200\,\mathrm{N}$, $G_3 = 250\,\mathrm{N}$

Aufgabe 2.9 Seilstatik EAKzen09

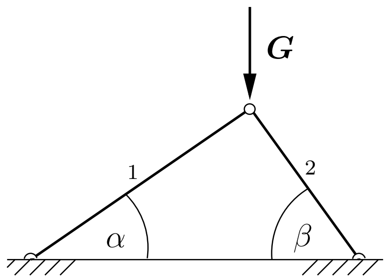
Ein Körper vom Gewicht G ist mittels zweier Seile an zwei Festpunkten A und B aufgehängt.



Berechnen Sie die in den Seilen 1 und 2 auftretenden Seilkräfte S_1 und S_2, so dass die Resultierende aller Kräfte im Aufhängepunkt verschwindet.
Gegeben: $G = 400\,\mathrm{N}$, $a = 7\,\mathrm{m}$, $\alpha = 45°$, $l_1 = a/\sqrt{3}$

Aufgabe 2.10 Resultierende Fachwerkknotenkraft EAKzen10

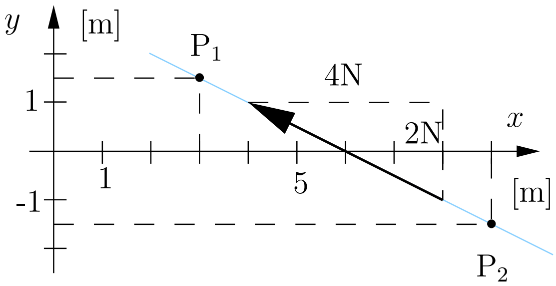
Bestimmen Sie für das durch die Kraft $\boldsymbol{G}$ belastete Stabsystem die Kräfte in den Stäben 1 und 2, sodass die Resultierende aller Kräfte im oberen Knoten verschwindet.



Gegeben: $G = 1\,\mathrm{kN}$, $\alpha = 35°$, $\beta = 55°$

Aufgabe 2.11 Wirkungslinie EAK2al01

Berechnen Sie die Momente um den Ursprung, wenn die Kraft $\boldsymbol{F}$ im Punkt P_1 bzw. im Punkt P_2 angreift.



Gegeben: $F = \sqrt{20}\,\mathrm{N}$

Aufgabe 2.12 Resultierende Kraft, resultierendes Moment EAK3al03

Gegeben sei das Kraftsystem $(\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \boldsymbol{F}_3; \boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \boldsymbol{r}_3)$.

(a) Berechnen Sie die resultierende Kraft $\boldsymbol{F}_R$.

(b) Berechnen Sie das resultierende Moment $\boldsymbol{M}_0$ bezogen auf den Ursprung ($\boldsymbol{0}$).

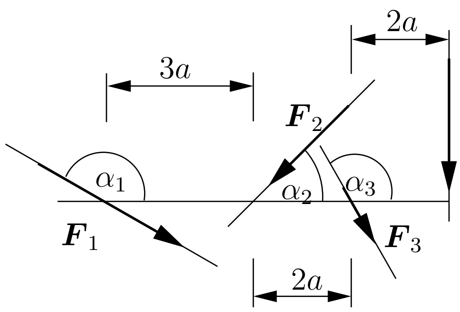
(c) Berechnen Sie das resultierende Moment $\boldsymbol{M}_c$ bezogen auf den Punkt $\boldsymbol{c}$.

Gegeben: $\boldsymbol{F}_1 = (2\,,\,-1\,,\,3)\,\mathrm{N}\,,\quad \boldsymbol{r}_1 = (1\,,\,1\,,\,1)\,\mathrm{m}\,,\quad \boldsymbol{c} = (1\,,\,1\,,\,1)\,\mathrm{m}$
$\boldsymbol{F}_2 = (-3\,,\,-5\,,\,2)\,\mathrm{N}\quad \boldsymbol{r}_2 = (-1\,,\,2\,,\,4)\,\mathrm{m}\,,$
$\boldsymbol{F}_3 = (1\,,\,-3\,,\,-2)\,\mathrm{N}\,,\quad \boldsymbol{r}_3 = (2\,,\,-1\,,\,-2)\,\mathrm{m}$

Aufgabe 2.13 Resultierende Kraft EAK2al11

Bestimmen Sie für das nicht zentrale ebene Kraftsystem die Wirkungslinie der Resulierenden und ihren Betrag.

Gegeben: $F_1 = 5\,\mathrm{kN}\,,\ F_2 = 3\,\mathrm{kN}\,,\ F_3 = 1\,\mathrm{kN}\,,$
$F_4 = 4\,\mathrm{kN}\,,\ \alpha_1 = 150°,\ \alpha_2 = 45°,$
$\alpha_3 = 120°,\ a$



Aufgabe 2.14 Resultierende Kraft, resultierendes Moment EAK3al01

Gegeben sind drei Kräfte und deren Angriffspunkte.

Bestimmen Sie die resultierende Kraft und das resultierende Moment um den Punkt P (Ortsvektor $\boldsymbol{r}_P$).

Gegeben: $\boldsymbol{F}_1 = (-2\,,\,3\,,\,1)\,\mathrm{kN}\,,\quad \boldsymbol{r}_1 = (4\,,\,3\,,\,2)\,\mathrm{m}\quad \boldsymbol{r}_P = (1\,,\,1\,,\,1)\,\mathrm{m}$
$\boldsymbol{F}_2 = (5\,,\,-4\,,\,2)\,\mathrm{kN}\,,\quad \boldsymbol{r}_2 = (3\,,\,2\,,\,4)\,\mathrm{m}$
$\boldsymbol{F}_3 = (-3\,,\,1\,,\,-3)\,\mathrm{kN}\,,\quad \boldsymbol{r}_3 = (3\,,\,5\,,\,0)\,\mathrm{m}$

Aufgabe 2.15 Resultierende Kraft EAK3al02

Gegeben sei eine Kraft $\boldsymbol{F}$ mit Angriffspunkt $\boldsymbol{r}$:

$$\boldsymbol{F} = F_x \boldsymbol{e}_x + F_y \boldsymbol{e}_y \qquad \boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_x + y\boldsymbol{e}_y$$

(a) Zerlegen Sie $\boldsymbol{F}$ grafisch und rechnerisch in einen Anteil $\boldsymbol{F}_r$ in Richtung von $\boldsymbol{r}$ (d.h. $\boldsymbol{F}_r = \alpha\boldsymbol{r}$ mit geeignetem α) und in einen Anteil $\boldsymbol{F}_n$ senkrecht zu $\boldsymbol{r}$ (d.h. $\boldsymbol{F}_n \cdot \boldsymbol{r} = 0$). Berechnen Sie das Kreuzprodukt $\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}_n$ und dessen Betrag.

(b) Zerlegen Sie $\boldsymbol{r}$ grafisch und rechnerisch in einen Anteil $\boldsymbol{r}_F$ in Richtung von $\boldsymbol{F}$ und in einen Anteil $\boldsymbol{r}_n$ senkrecht zu $\boldsymbol{F}$. Berechnen Sie das Kreuzprodukt $\boldsymbol{r}_n \times \boldsymbol{F}$ und dessen Betrag.

(c) Vergleichen Sie die unter (a) und (b) berechneten Kreuzprodukte mit dem Moment der Kraft $\boldsymbol{F}$ bzgl. des Ursprungs ($\boldsymbol{c} = \boldsymbol{0}$).

Gegeben: $F_x = 1\,\mathrm{N}$, $F_y = 2\,\mathrm{N}$, $x = 3\,\mathrm{m}$, $y = 1\,\mathrm{m}$

Aufgabe 2.16 Resultierende Kraft, resultierendes Moment EAK3al05

Gegeben sei das Kraftsystem ($\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, $\boldsymbol{F}_3$; $\boldsymbol{r}_1$, $\boldsymbol{r}_2$, $\boldsymbol{r}_3$).

(a) Berechnen Sie die resultierende Kraft $\boldsymbol{F}_R$.

(b) Berechnen Sie das resultierende Moment $\boldsymbol{M}_0$ bezogen auf den Ursprung ($\boldsymbol{0}$).

(c) Berechnen Sie das resultierende Moment $\boldsymbol{M}_c$ bezogen auf den Punkt $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{r}_2$.

Gegeben: $\boldsymbol{F}_1 = (2\,,\,-5\,,\,3)\,\mathrm{N}$, $\boldsymbol{F}_2 = (-3\,,\,4\,,\,-2)\,\mathrm{N}$, $\boldsymbol{F}_3 = (2\,,\,2\,,\,-1)\,\mathrm{N}$,
$\boldsymbol{r}_1 = (0\,,\,2\,,\,3)\,\mathrm{m}$, $\boldsymbol{r}_2 = (2\,,\,2\,,\,2)\,\mathrm{m}$, $\boldsymbol{r}_3 = (3\,,\,4\,,\,0)\,\mathrm{m}$

2.1 Ergebnisse

Ergebnis zu Aufgabe 2.1 Ebenes zentrales Kräftesystem EAKzen01

(a) $S = 14\,\mathrm{kN}$ (b) $\beta = 68.2°$ (c) $e = 0.74\,\mathrm{m}$

Ergebnis zu Aufgabe 2.2 Resultierende Kraft EAKzen02

(a) $R = 17.45\,\mathrm{kN}$ (b) $\alpha_\perp = 108.07$ bzw. $71.93°$

Ergebnis zu Aufgabe 2.3 Resultierende Kraft EAKzen03

(a) $F_2 = 70.71\,\mathrm{kN}$ (b) $R = 136.6\,\mathrm{kN}$

Ergebnis zu Aufgabe 2.4 Resultierende Kraft EAKzen04

(a) $R = 651\,\mathrm{kN}$ (b) $\alpha = 5°$

Ergebnis zu Aufgabe 2.5 Resultierende Kraft EAKzen05

$E = 7.01\,\mathrm{kN}$, $\gamma = 9.7°$

Ergebnis zu Aufgabe 2.6 Resultierende Federkraft EAKzen06

$S = 2086\,\mathrm{N}$ $\alpha = 84°$

Ergebnis zu Aufgabe 2.7 Resultierende Fachwerkknotenkraft EAKzen07

$F_1 = 896.6\,\mathrm{N} \qquad F_2 = -732.1\,\mathrm{N}$

Ergebnis zu Aufgabe 2.8 Seilstatik, Kreisfunktionen EAKzen08

$\alpha = 23.58° \qquad \beta = 42.84°$

Ergebnis zu Aufgabe 2.9 Seilstatik EAKzen09

$S_1 = 334.73\,\mathrm{N} \qquad S_2 = 287.56\,\mathrm{N}$

Ergebnis zu Aufgabe 2.10 Resultierende Fachwerkknotenkraft EAKzen10

$F_1 = -573.58\,\mathrm{N}\,,\ F_2 = -819.15\,\mathrm{N}$

Ergebnis zu Aufgabe 2.11 Wirkungslinie EAK2al01

$\boldsymbol{M}_1 = \boldsymbol{M}_2 = 12\,\mathrm{Nm}\,\boldsymbol{e}_z$

Ergebnis zu Aufgabe 2.12 Resultierende Kraft, resultierendes Moment EAK3al03

(a) $\boldsymbol{F}_R = (0\,,\,-9\,,\,3)\,\mathrm{N}\,,$ (b) $\boldsymbol{M}_0 = (24\,,\,-9\,,\,3)\,\mathrm{Nm}\,,$ (c) $\boldsymbol{M}_c = (12\,,\,-6\,,\,12)\,\mathrm{Nm}$

Ergebnis zu Aufgabe 2.13 Resultierende Kraft EAK2al11

$\boldsymbol{R} = \begin{pmatrix} 2.708 \\ -9.487 \end{pmatrix} \mathrm{kN}\,,\ |\boldsymbol{R}| = 9.9\,\mathrm{kN}$ Wirkungslinie: $y = -\dfrac{9.487}{2.708}(x - 4.08a)$

Ergebnis zu Aufgabe 2.14 Resultierende Kraft, resultierendes Moment EAK3al01

(a) $\sum \boldsymbol{F}_i = \boldsymbol{0}, \quad \sum(\boldsymbol{r}_i - r_P) \times \boldsymbol{F}_i = (2\,,\,7\,,\,-24)\,\mathrm{kNm}$

(b) Nein, da $\sum\limits_i (\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_P) \times \boldsymbol{F}_i \neq \boldsymbol{0}$ ist.

Ergebnis zu Aufgabe 2.15 Resultierende Kraft EAK3al02

(a) $\boldsymbol{F}_r = \begin{pmatrix} 1.5 \\ 0.5 \end{pmatrix} \mathrm{N}\,, \quad \boldsymbol{F}_n = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 1.5 \end{pmatrix} \mathrm{N}\,, \quad \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}_n = 5\boldsymbol{e}_z\,\mathrm{Nm}$

(b) $\boldsymbol{r}_f = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \mathrm{m}\,, \quad \boldsymbol{r}_n = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \mathrm{m}\,, \quad \boldsymbol{r}_n \times \boldsymbol{F} = 5\boldsymbol{e}_z\,\mathrm{Nm}$

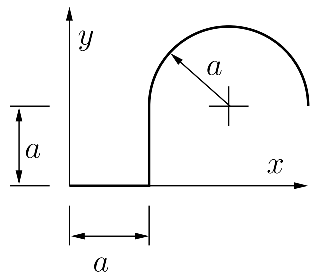
(c) $\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F} = 5\boldsymbol{e}_z\,\mathrm{Nm}$

Ergebnis zu Aufgabe 2.16 Resultierende Kraft, resultierendes Moment EAK3al05

(a) $\boldsymbol{F}_R = (1\,,\,1\,,\,0)\,\mathrm{N}$ (b) $\boldsymbol{M}_0 = (5\,,\,7\,,\,8)\,\mathrm{Nm}$ (c) $\boldsymbol{M}_c = (7\,,\,5\,,\,8)\,\mathrm{Nm}$

3 Kräftemittelpunkt, Schwerpunkt und Massenmittelpunkt

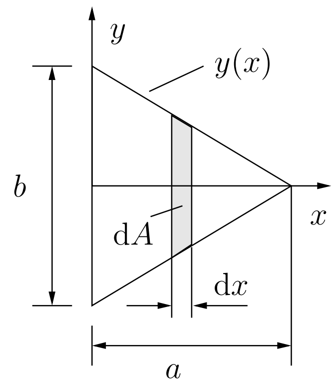
Aufgabe 3.1 Linienschwerpunkt ESM1sp01



Wie lauten die Schwerpunktskoordinaten des neben stehenden Linienzuges?

Gegeben: a

Aufgabe 3.2 Flächenschwerpunkt, Symmetrie, Integration ESM2sp02

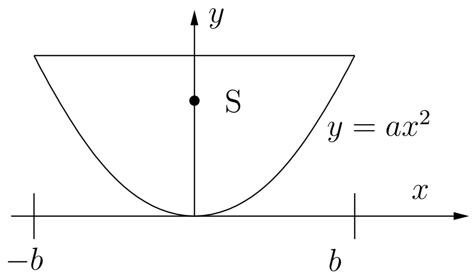


Berechnen Sie für das gezeichnete Dreieck die Schwerpunktskoordinate x_S. (Wegen der Symmetrie gilt $y_S = 0$). Es gilt allgemein

$$x_S = \frac{1}{A} \int_A x \,\mathrm{d}A$$

Gegeben: a, b

Aufgabe 3.3 Flächenschwerpunkt, Symmetrie, Integration ESM2sp03



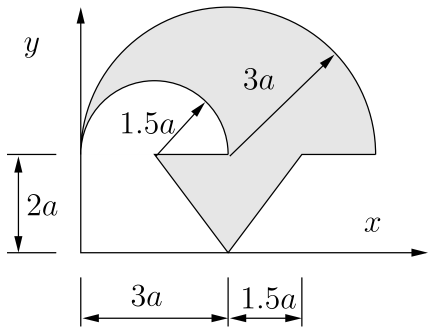
Wo liegt der Schwerpunkt der dargestellten Parabel 2. Ordnung?

Gegeben: a, b

Aufgabe 3.4 Schwerpunkt zusammengesetzter Flächen ESM2sp04

Berechnen Sie die Schwerpunktskoordinaten der dargestellten Fläche.

Gegeben: a

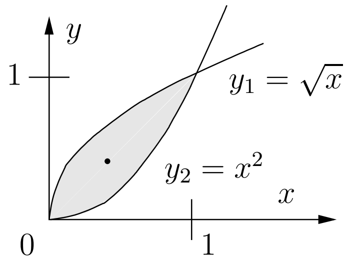


Aufgabe 3.5 Flächenschwerpunkt, Integration ESM2sp05

Wo liegt der Schwerpunkt der Fläche, die sich zwischen den Funktionen

$$y_1 = x^2 \quad \text{und} \quad y_2 = \sqrt{x}$$

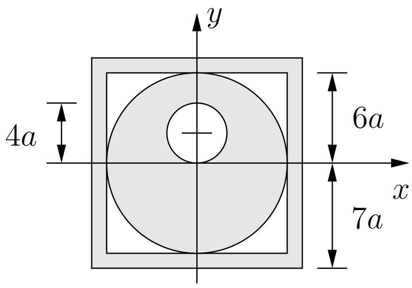
im Bereich von $x_u = 0$ und $x_o = 1$ befindet.



Aufgabe 3.6 Schwerpunkt zusammengesetzter Flächen ESM2sp06

Für das gegebene Flächensystem aus Quadraten und Kreisen ist der Schwerpunkt $\mathrm{S} = (x_S, y_S)$ zu bestimmen.

Gegeben: a



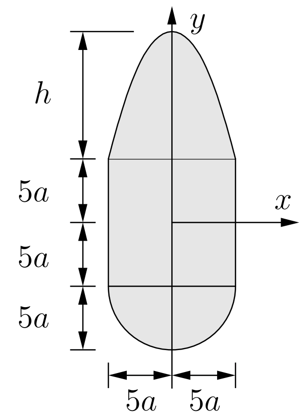
Aufgabe 3.7 Schwerpunkt zusammengesetzter Flächen ESM2sp07

Gegeben sei eine aus einer Parabelfläche mit der Höhe h, einem Quadrat und einem Halbkreis zusammengesetzte Fläche.

(a) Wo liegt der Gesamtschwerpunkt y_G, wenn $h = 25a$ ist?

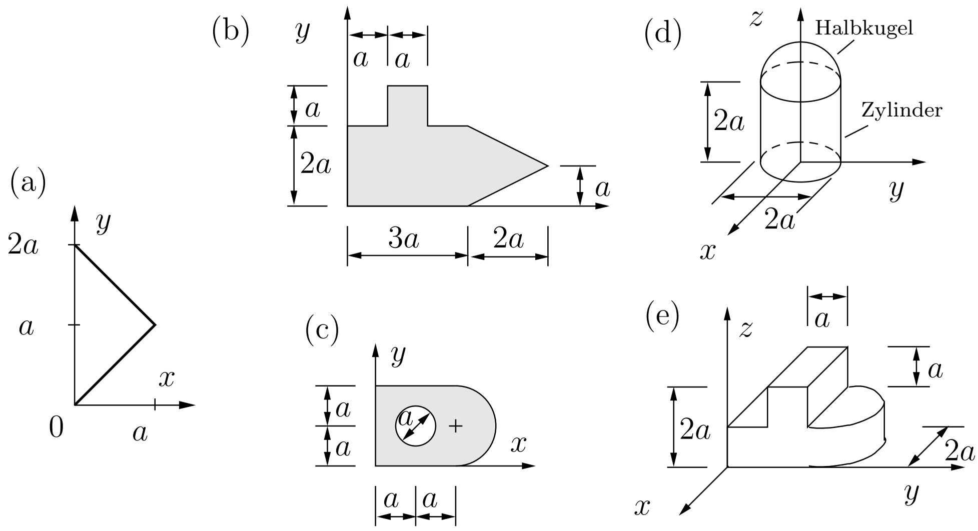
(b) Wie groß muss h gewählt werden, damit der Gesamtschwerpunkt mit dem Einzelschwerpunkt des Quadrates zusammenfällt?

Gegeben: h, a Schwerpunkt Halbkreisfläche: $\frac{4R}{3\pi}$



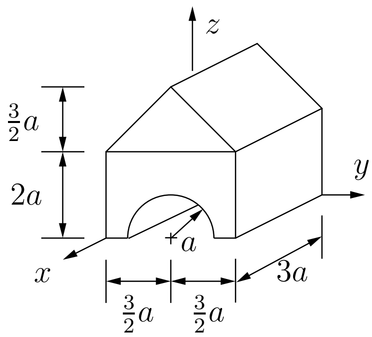
Aufgabe 3.8 Zusammengesetzte Linien, Flächen, Volumen ESM3sp01

Wo liegt der Schwerpunkt der folgenden Systeme?



Gegeben: a

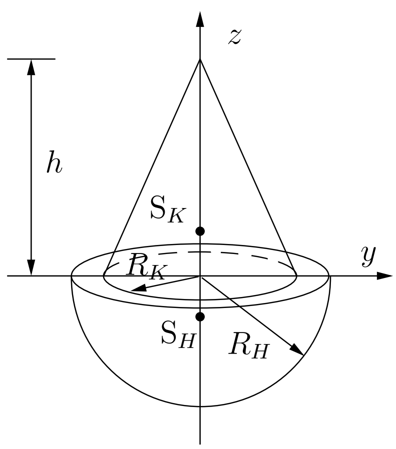
Aufgabe 3.9 Schwerpunkt zusammengesetzter Volumen ESM3sp02



Für den gezeichneten Körper sind die Schwerpunktskoordinaten zu bestimmen.

Gegeben: a, Schwerpunkt Halbkreisfläche: $\frac{4R}{3\pi}$ vom Mittelpunkt

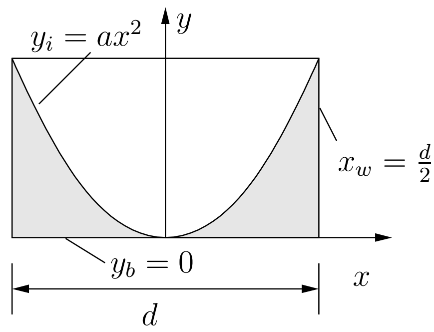
Aufgabe 3.10 Schwerpunkt zusammengesetzter Volumen ESM3sp03



Bestimmen Sie die Höhe h, so dass der Volumenschwerpunkt auf der Berührungsfläche zwischen Kegel und Halbkugel liegt.

Gegeben: R_H, $\frac{R_K}{R_H} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $z_{sK} = \frac{1}{4}h$, $z_{sH} = -\frac{3}{8}R_H$

Aufgabe 3.11 Gewichtsberechnung, Integration ESMall05



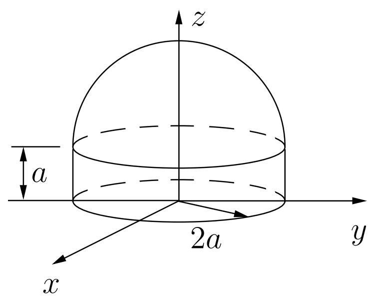
Ein Körper wird durch Rotation der Funktionen $y_i(x) = ax^2$, $x_w = \frac{1}{2}d$ und $y_b = 0$ um die y-Achse erzeugt. Er bestehe aus homogenem Material der Dichte ρ.

Wie groß ist die Gewichtskraft G des Körpers?

Gegeben: $g = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $a = 0.1\,\frac{1}{\mathrm{cm}}$, $\rho = 8\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{dm}^3}$, $d = 8\,\mathrm{cm}$

Aufgabe 3.12 Schwerpunkt zusammengesetzter Massen ESMmas01

Ein Körper besteht aus einer Halbkugel H und einem Zylinder Z mit gleichem Radius ($2a$) aber unterschiedlicher Dichte (ρ_H, ρ_Z).



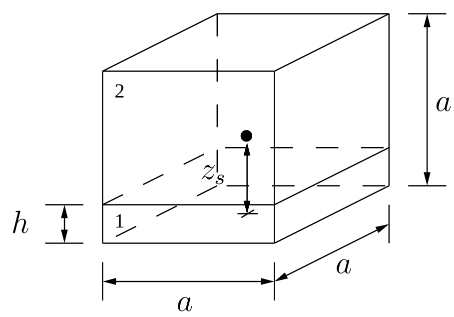
Wo auf der z-Achse iegt der Massenschwerpunkt des Gesamtkörpers?

(Der Schwerpunkt einer Halbkugel liegt bei $s_{Hz} = \frac{3}{8}R$ vom Mittelpunkt.)

Gegeben: a, ρ_0, $\rho_Z = \rho_0$, $\rho_H = 2\rho_0$

Aufgabe 3.13 Schwerpunkt zusammengesetzter Massen ESMmas02

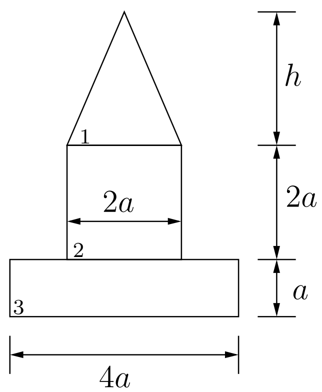
Ein Würfel besteht aus zwei homogenen Teilen mit den Dichten ρ_1 und ρ_2. Die Höhe h des unteren Volumens mit der Dichte ρ_1 ist so zu bestimmen, dass der Massenschwerpunkt $0.35a$ von der Bodenfläche entfernt ist.



Gegeben: a, $\rho_1 = 4\rho_2$

Aufgabe 3.14 Schwerpunkt zusammengesetzter Massen ESMmas03

Das dargestellte System besteht aus drei Platten gleicher Dicke. Wie groß muss die Abmessung h gewählt werden, damit der Massenschwerpunkt $S(x_S, y_S)$ des Systems mit den Schwerpunktskoordinaten der quadratischen Platte zusammenfällt, wenn

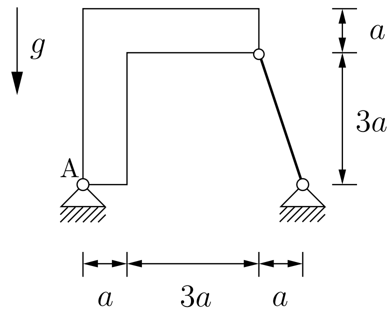


(a) alle Platten aus dem gleichen Material der Dichte ρ_0 bestehen,

(b) die Platten aus unterschiedlichen Materialien (ρ_1, ρ_2, ρ_3) bestehen?

Gegeben: a, ρ_0, $\rho_1 = 8\rho_0$, $\rho_2 = 5\rho_0$, $\rho_3 = 3\rho_0$

Aufgabe 3.15 Schwerpunkt zusammengesetzter Massen, Stabkraft ESManw01

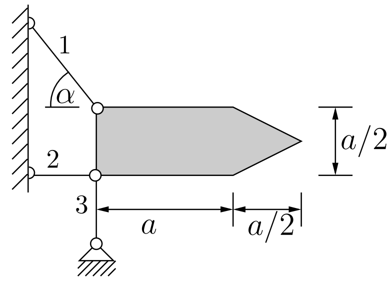


Ein abgewinkelter Balken der Breite a und der Tiefe t wird, wie aus der Skizze zu entnehmen ist, von einer Pendelstütze gehalten.

Berechnen Sie die auftretende Stabkraft in der Pendelstütze.

Gegeben: a, $t \ll a$, ρ, g

Aufgabe 3.16 Resultierende Wasserdruckkraft ESManw02

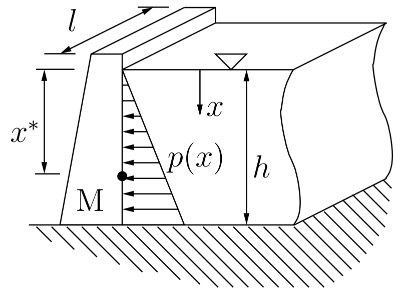


Das skizzierte Verkehrsschild wird durch drei Stäbe gehalten und ist durch sein Eigengewicht belastet. Das Gewicht pro Flächeneinheit sei p.

Wie groß sind die Kräfte in den Stäben?

Gegeben: p, $\alpha = 60°$

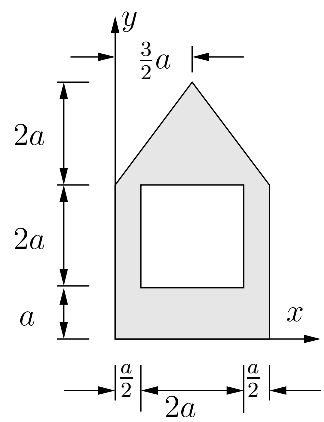
Aufgabe 3.17 Resultierende einer Linienkraft ESManw03



Gegeben sei eine Staumauer M, die durch eine gegebene Druckverteilung $p(x)$ (hydrostatischer Druck des Wassers) belastet wird. Gesucht ist die Größe der resultierenden Kraft F^* und deren Angriffspunkt x^*, so dass ein äquivalentes Kraftsystem ensteht.

Gegeben: $p(x) = \rho g x$, $g = 9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $\rho = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, $h = 3\,\mathrm{m}$, $l = 10\,\mathrm{m}$

Aufgabe 3.18 Resultierende einer Streckenlast ESManw04

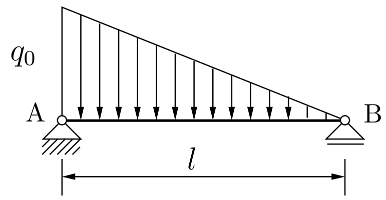


Das skizzierte Werkstück soll aus einer Blechtafel ausgestanzt werden. Die spezifische Schnittkraft f_s sei bekannt.

Berechnen Sie die resultierende Schnittkraft F_s (Linienlänge $\times$ f_s) sowie den Kraftangriffspunkt S (Linienschwerpunkt).

Gegeben: $a = 10\,\mathrm{mm}$, $f_s = 50\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}$

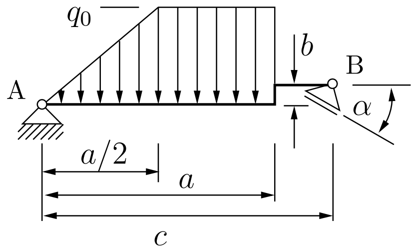
Aufgabe 3.19 Auflager aus Streckenlast ESManw05



Bestimmen Sie die Lagerreaktionen des skizzierten Balkens.

Gegeben: $q_0 = 500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$, $l = 5\,\mathrm{m}$

Aufgabe 3.20 Auflagerberechnung aus Streckenlast ESManw06



Bestimmen Sie die Lagerreaktionen des skizzierten Balkens.

Gegeben: $q_0 = 500\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$, $\alpha = 30°$,
$a = 12\,\mathrm{m}$, $b = 1\,\mathrm{m}$, $c = 15\,\mathrm{m}$

3.1 Ergebnisse

Ergebnis zu Aufgabe 3.1 Linienschwerpunkt ESM1sp01
$\mathrm{S} = (1.51a|1.09a)$

Ergebnis zu Aufgabe 3.2 Flächenschwerpunkt, Symmetrie, Integration ESM2sp02
$x_S = \frac{1}{3}a$

Ergebnis zu Aufgabe 3.3 Flächenschwerpunkt, Symmetrie, Integration ESM2sp03
$x_S = 0, \quad y_S = \frac{3}{5}ab^2$

Ergebnis zu Aufgabe 3.4 Schwerpunkt zusammengesetzter Flächen ESM2sp04
$\mathrm{S} = (3.39a|3.01a)$

Ergebnis zu Aufgabe 3.5 Flächenschwerpunkt, Integration ESM2sp05
$x_S = y_S = 0.45$

Ergebnis zu Aufgabe 3.6 Schwerpunkt zusammengesetzter Flächen ESM2sp06
$\mathrm{S} = (0| - 0.1648a)$

Ergebnis zu Aufgabe 3.7 Schwerpunkt zusammengesetzter Flächen ESM2sp07
(a) $y_G = 7.26a$ (b) $h = 5.75a$

Ergebnis zu Aufgabe 3.8 Zusammengesetzte Linien, Flächen, Volumen ESM3sp01
(a) $\mathrm{S} = (0.5a|a)$, (b) $\mathrm{S} = (1.98a|1.167a)$, (c) $\mathrm{S} = (1.47a|a)$, (d) $\mathrm{S} = (0|0|1.344a)$,

(e) $\mathrm{S} = (-a|1.43a|0.764a)$

Ergebnis zu Aufgabe 3.9 Schwerpunkt zusammengesetzter Volumen ESM3sp02
$S = (1.5a/1.5a/1.84a)$

Ergebnis zu Aufgabe 3.10 Schwerpunkt zusammengesetzter Volumen ESM3sp03
$h = 2R_H$

Ergebnis zu Aufgabe 3.11 Gewichtsberechnung, Integration ESMall05
$G = 3.217\,\mathrm{N}$

Ergebnis zu Aufgabe 3.12 Schwerpunkt zusammengesetzter Massen ESMmas01

$$z_s = (0\,,\,0\,,\,\frac{31}{22}a)$$

Ergebnis zu Aufgabe 3.13 Schwerpunkt zusammengesetzter Massen ESMmas02

Es gibt zwei Lösungen: $h_1 = \frac{1}{2}a, \quad h_2\frac{1}{5}a$

Ergebnis zu Aufgabe 3.14 Schwerpunkt zusammengesetzter Massen ESMmas03
(a) $h = 3a$ (b) $h = \frac{3}{2}a$

Ergebnis zu Aufgabe 3.15 Schwerpunkt zusammengesetzter Massen, Stabkraft ES-Manw01
$S = -2.003a^2t\rho g$

Ergebnis zu Aufgabe 3.16 Resultierende Wasserdruckkraft ESManw02
$S_1 = \dfrac{19}{12}a^2p, \quad S_2 = -\dfrac{19}{24}a^2p, \quad S_3 = \dfrac{19\sqrt{3}-15}{24}a^2p$

Ergebnis zu Aufgabe 3.17 Resultierende einer Linienkraft ESManw03
$F^* = 441.45\,\mathrm{kN}\,,\; x^* = 2\,\mathrm{m}$

Ergebnis zu Aufgabe 3.18 Resultierende einer Streckenlast ESManw04
$F_s = 11\,\mathrm{kN}\,,\; y_s = 20.45\,\mathrm{mm}$

Ergebnis zu Aufgabe 3.19 Auflager aus Streckenlast ESManw05
$A_h = 0, \quad A_v = 833.3\,\mathrm{N} \quad B_v = 416.6\,\mathrm{N}$

Ergebnis zu Aufgabe 3.20 Auflagerberechnung aus Streckenlast ESManw06
$F_B = 2642.03\,\mathrm{N}\,,\; F_{Av} = 2211.93\,\mathrm{N}\,,\; F_{Ah} = -1321.02\,\mathrm{N}$

4 Statik der Systeme starrer Körper

Aufgabe 4.1 Statische Bestimmtheit ESTall01

Man untersuche folgende Systeme. Welche sind

(a) statisch bestimmt?

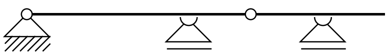
(b) statisch unbestimmt? Wie hoch ist der Grad der Unbestimmtheit?

Welche von den statisch unterbestimmten Systemen sind

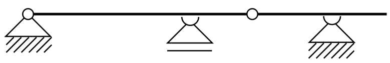
(c) (endlich) verschieblich?

(d) (infinitesimal) verschieblich?

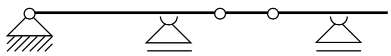
1



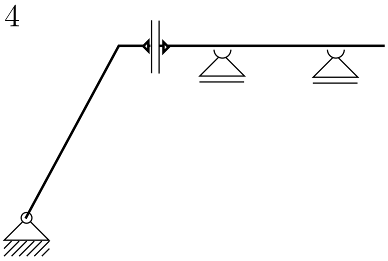
2



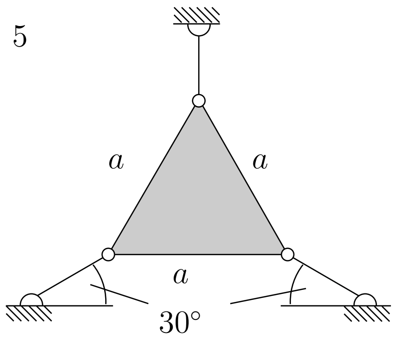
3



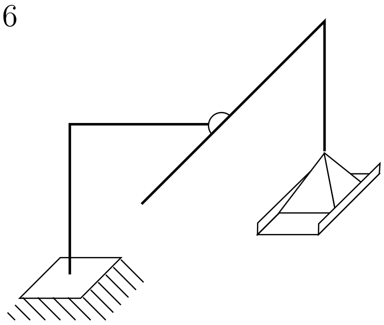
4



5

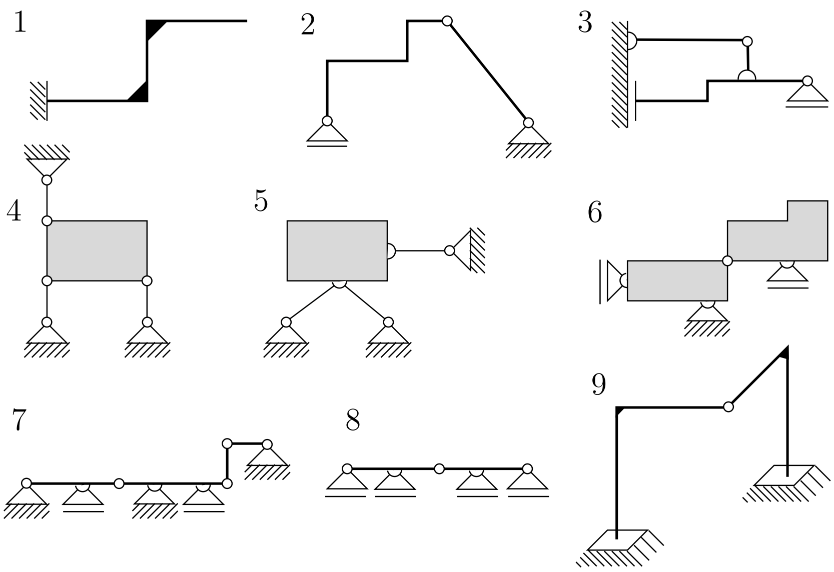


6



Aufgabe 4.2 Statische Bestimmtheit ESTall02

Untersuchen Sie die folgenden Systeme.



Welche sind

(a) statisch bestimmt?

(b) statisch unbestimmt? Wie hoch ist der Grad der Unbestimmtheit?

Welche von den statisch unterbestimmten Systemen sind

(c) (endlich) verschieblich?

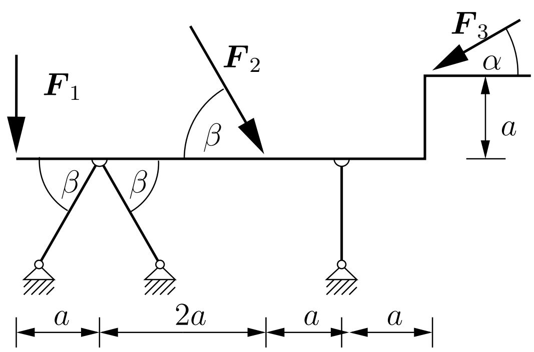
(d) (infinitesimal) verschieblich?

Aufgabe 4.3 Auflagerberechnung EAK2al02

Ein abgewinkelter Balken wird durch die Kräfte $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$ und $\boldsymbol{F}_3$ belastet.

(a) Geben Sie den Betrag und die Richtung der aus den drei Kräften resultierenden Kraft an!

(b) Berechnen Sie die Stabkräfte in den drei Stäben, auf denen der Balken gelagert ist!

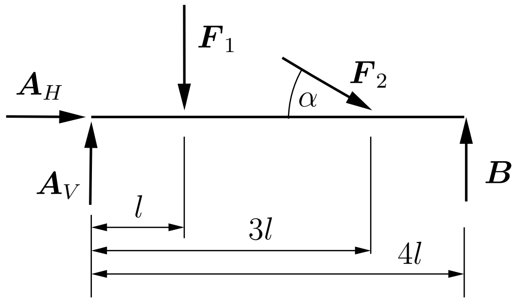


Gegeben: $F_1 = 20\,\mathrm{N}$, $F_2 = 10\,\mathrm{N}$, $F_3 = 15\,\mathrm{N}$, $a = 2\,\mathrm{m}$, $\alpha = 30°$, $\beta = 60°$

Aufgabe 4.4 Auflagerberechnung EAK2al03

Ein Balken ist durch zwei Kräfte $\boldsymbol{F}_1$ und $\boldsymbol{F}_2$ belastet. Wie groß müssen die Kräfte $\boldsymbol{A}_H$, $\boldsymbol{A}_V$, und $\boldsymbol{B}$ sein, damit Gleichgewicht herrscht?

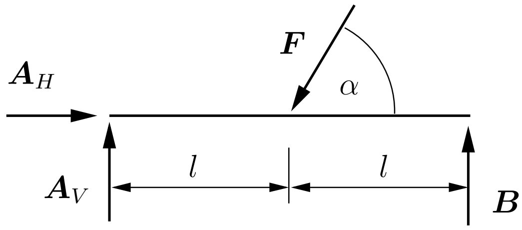
Gegeben: $F_1 = 10\,\mathrm{N}$, $F_2 = 20\,\mathrm{N}$, $\alpha = 30°$, l



Aufgabe 4.5 Auflagerberechnung EAK2al04

Ein Träger wird durch eine Kraft $\boldsymbol{F}$ belastet. Welche Reaktionskräfte $\boldsymbol{A}_H$, $\boldsymbol{A}_V$ und $\boldsymbol{B}$ müssen wirken, damit er sich im Gleichgewicht befindet?

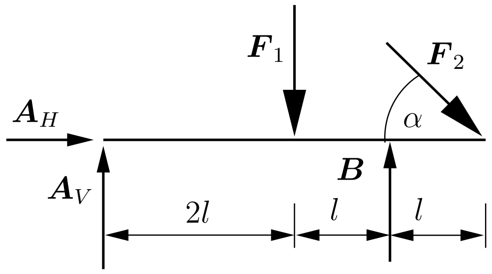
Gegeben: $F = 5\,\mathrm{kN}$, $\alpha = 60°$, $l = 5\,\mathrm{m}$



Aufgabe 4.6 Auflagerberechnung EAK2al05

Auf den gezeichneten Träger mit Kragarm wirken die Kräfte $\boldsymbol{F}_1$ und $\boldsymbol{F}_2$. Ermitteln Sie die Reaktionskräfte $\boldsymbol{A}_H$, $\boldsymbol{A}_V$ und $\boldsymbol{B}$ so, dass Gleichgewicht herrscht.

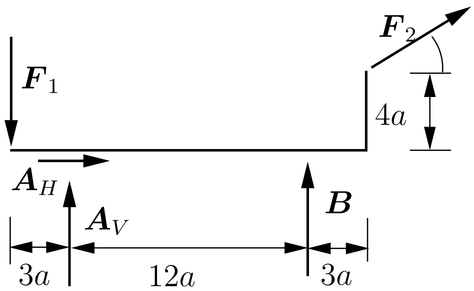
Gegeben: $F_1 = 1\,\mathrm{kN}$, $F_2 = 10\,\mathrm{kN}$, $\alpha = 45°$, l



Aufgabe 4.7 Auflagerberechnung EAK2al06

Für den gezeichneten Träger mit beidseitigem Kragarm sind die Kräfte $\boldsymbol{A}_H$, $\boldsymbol{A}_V$ und $\boldsymbol{B}$ unter der gegebenen Belastung zu ermitteln.

Gegeben: $F_1 = 2\,\mathrm{kN}$, $F_2 = 3\,\mathrm{kN}$, $\alpha = 45°$, a

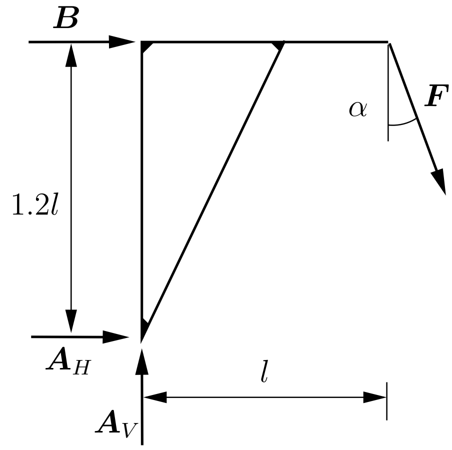


Aufgabe 4.8 Auflagerberechnung EAK2al07

Der gezeichnete Wanddrehkran wird durch eine Kraft $\boldsymbol{F}$ belastet.

Wie groß müssen die Lagerkräfte $\boldsymbol{A}_H$, $\boldsymbol{A}_V$ und $\boldsymbol{B}$ sein, damit Gleichgewicht herrscht?

Gegeben: $F = 10\,\mathrm{kN}$, $\alpha = 20°$, $l = 5\,\mathrm{m}$

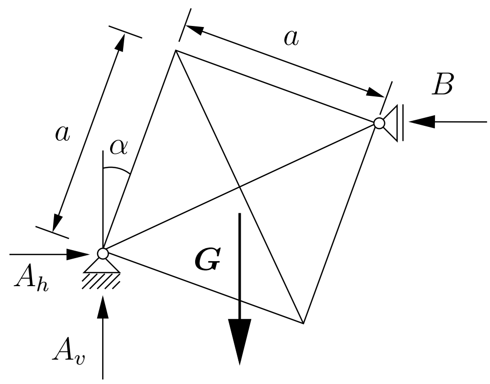


Aufgabe 4.9 Auflagerberechnung EAK2al08

Eine quadratische Platte mit dem Gewicht $\boldsymbol{G}$ ist wie gezeichnet gelagert.

Bestimmen Sie die Auflagerkräfte A_h, A_v und B, so dass sich der Körper im Gleichgewicht befindet.

Gegeben: $G = 20\,\mathrm{N}$, $\alpha = 20°$, a

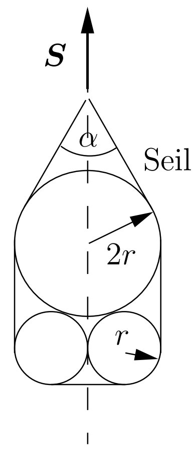


Aufgabe 4.10 Seilkräft, Kontaktkräfte EAK2al09

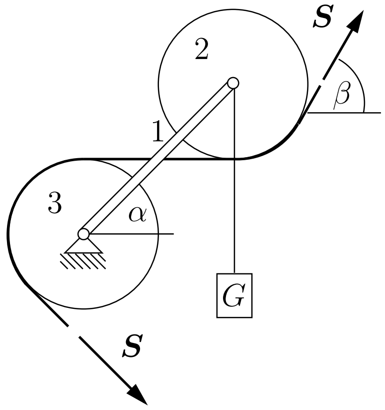
Drei Rohre (eines mit dem Gewicht G_1 und Radius $2r$ und zwei andere mit Gewicht G_2 und Radius r) sollen mit einem Kran gehoben werden. Dazu werden sie von der skizzierten Seilschlaufe umfasst.

Bestimmen Sie die Seilkraft $\boldsymbol{S}$ sowie die Kontaktkräfte $\boldsymbol{A}$ (groß/klein) und $\boldsymbol{B}$ (klein/klein) zwischen den Rohren für den Fall, dass die Rohre frei in der Luft hängen. Alle Kontaktstellen sind reibungsfrei.

Gegeben: r, $G_1 = 100\,\mathrm{N}$, $G_2 = 25\,\mathrm{N}$, $\alpha = 60°$



Aufgabe 4.11 Seilkraft, Momentengleichgewicht EAK2al10

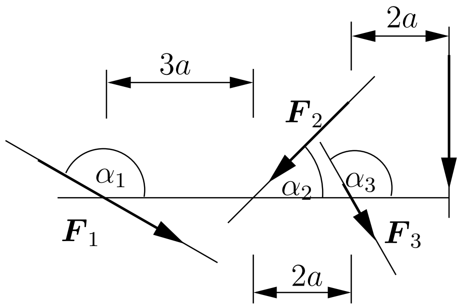


Bei dem skizzierten Riemenantrieb wird durch das Gewicht G eine Vorspannung im Riemen erzeugt. Durch Messung wurde festgestellt, dass in der masselosen Stange 1 eine Druckkraft $\boldsymbol{D}$ herrscht. Die Umlenkrollen 2 und 3 sind reibungsfrei gelagert. Ihre Massen können vernachlässigt werden.

Wie groß sind die Vorspannkraft im Riemen $\boldsymbol{S}$ und das Gewicht G?

Gegeben: $|\boldsymbol{D}| = D$, $\alpha = 45°$, $\beta = 60°$

Aufgabe 4.12 Resultierende, Wirkungslinie EAK2al11

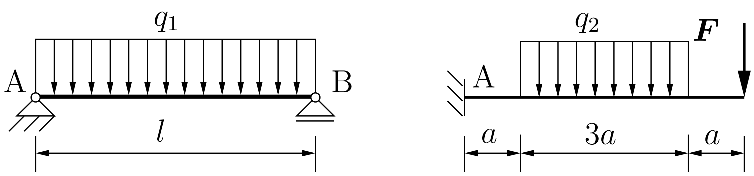


Bestimmen Sie für das nicht zentrale ebene Kraftsystem die Wirkungslinie der Resulierenden und ihren Betrag.

Gegeben: $F_1 = 5\,\mathrm{kN}$, $F_2 = 3\,\mathrm{kN}$, $F_3 = 1\,\mathrm{kN}$, $F_4 = 4\,\mathrm{kN}$, $\alpha_1 = 150°$, $\alpha_2 = 45°$, $\alpha_3 = 120°$, a

Aufgabe 4.13 Auflager EST2re02

Gegeben sind die folgenden Systeme unter Streckenlast. Wie groß sind die Auflagerreaktionen?



Gegeben: $l = 4\,\mathrm{m}$, a, $q_1(x) = 10\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}$, $F = 2\,\mathrm{N}$, $q_2(x) = \frac{1\,\mathrm{N}}{a}$

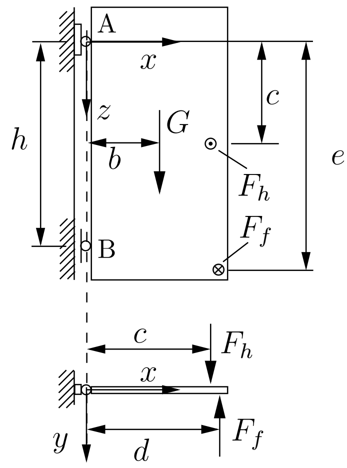
Aufgabe 4.14 Auflager, räumlich EST3re01

Eine Tür wird durch ihr Eigengewicht $\boldsymbol{G}$ und eine Kraft $\boldsymbol{H}$ an der Türklinke belastet. Berechnen Sie die Lagerreaktionen sowie die Reaktionskraft $\boldsymbol{F}$ (z.B. Fußkraft, mit der die Tür am Öffnen gehindert wird).
Bezüglich des Koordinatensystems in der oberen Angel gilt:

$\boldsymbol{H} = (0\,,\, H\,,\, 0)$ $\quad$ $\boldsymbol{F} = (0\,,\, -F\,,\, 0)$

$\boldsymbol{G} = (0\,,\, 0\,,\, G)$

$\boldsymbol{A} = (A_x\,,\, A_y\,,\, A_z)$ $\quad$ $\boldsymbol{B} = (B_x\,,\, B_y\,,\, 0)$

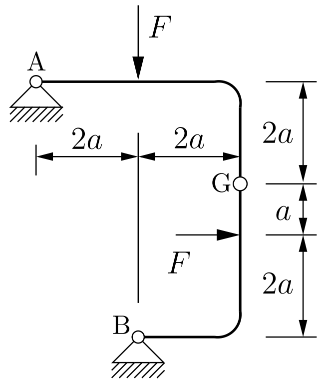


Gegeben: $G = 150\,\mathrm{N}\,,\ H = 100\,\mathrm{N}\,,\ h = 1.8\,\mathrm{m}\,,\ d = 1\,\mathrm{m}\,,\ e = 1.9\,\mathrm{m}\,,\ c = 0.9\,\mathrm{m}\,,\ b = 0.5\,\mathrm{m}$

Aufgabe 4.15 Auflager- und Gelenkkräfte EST2re05

Berechnen Sie für das skizzierte Tragwerk die Auflager- und Gelenkkräfte.

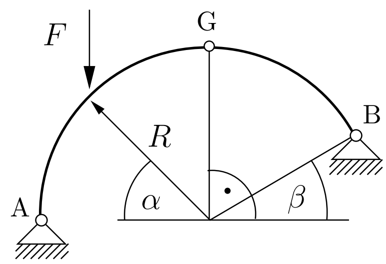
Gegeben: a, $F = 5\,\mathrm{kN}$



Aufgabe 4.16 Auflager- und Gelenkkräfte EST2re06

Bestimmen Sie für den skizzierten Dreigelenkbogen die Auflager- und Gelenkkräfte.

Gegeben: F, R, $\alpha = 45°$, $\beta = 30°$

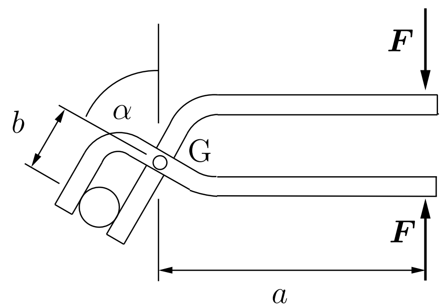


Aufgabe 4.17 Reaktionskraftberechnung EST2re18

Die skizzierte Rohrzange wird mit der Kraft $\boldsymbol{F}$ zusammengedrückt.

(a) Mit welcher Kraft $\boldsymbol{Q}$ wird das Rohr zusammen gedrückt?

(b) Wie groß ist die Gelenkkraft $\boldsymbol{G}$ in G?

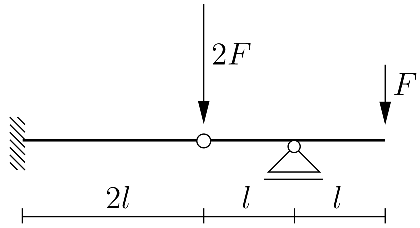


Gegeben: $F = 25\,\mathrm{N}\,,\ a = 15\,\mathrm{cm}\,,\ b = 5\,\mathrm{cm}\,,\ \alpha = 60°$

Aufgabe 4.18 Auflagerberechnung Ma05

Berechnen Sie für den dargestellten Gelenkbalken die Auflager- und Verbindungsreaktionen.

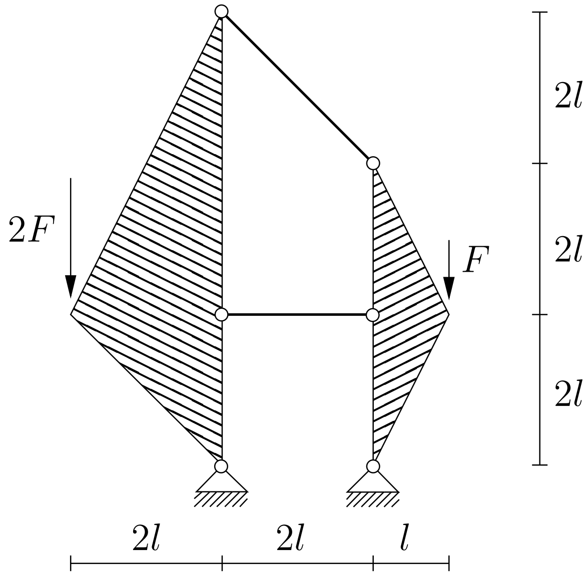
Gegeben: $l = 3\,\mathrm{m}$, $F = 5\,\mathrm{kN}$



Aufgabe 4.19 Reaktionskraftberechnung Ma06

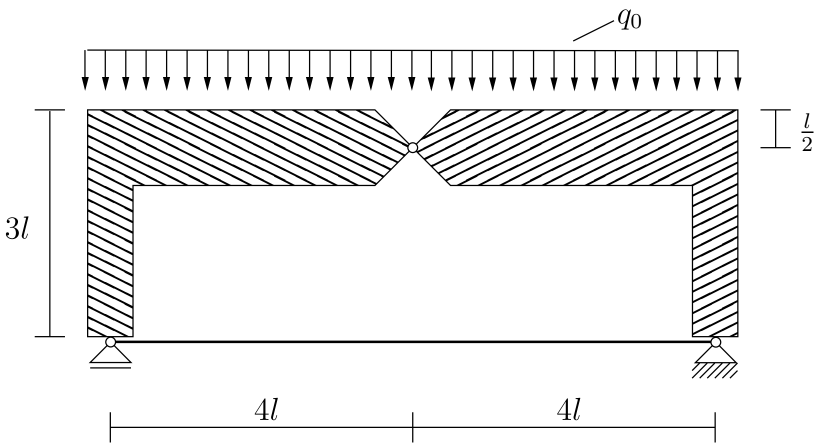
Berechnen Sie die Reaktionskräfte des skizzierten Systems zweier Scheiben.

Gegeben: $l = 1\,\mathrm{m}$, $F = 10\,\mathrm{kN}$



Aufgabe 4.20 Reaktionskraftberechnung Ma07

Berechnen Sie für das dargestellte System aus zwei Scheiben die Reaktionskräfte.

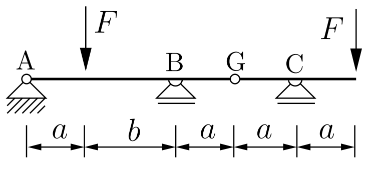


Gegeben: $l = 2\,\mathrm{m}$, $q_0 = 10\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}$

Aufgabe 4.21 Auflager- und Gelenkkräfte EST2re24

Berechnen Sie für den skizzierten GERBERträger die Lager- und Gelenkkräfte. (Die Balken seien masselos.)

Gegeben: $F = 10\,\mathrm{kN}$, $a = 2\,\mathrm{m}$, $b = 3\,\mathrm{m}$



4.1 Ergebnisse

Ergebnis zu Aufgabe 4.1 Statische Bestimmtheit ESTall01

(a) 1) und 4), (b) 2) $f = -1$, 3) $f = 1$, 5) infinitesimal unbestimmt und 6) $f = 1$

(c) 3) und 6), (d) 5)

Ergebnis zu Aufgabe 4.2 Statische Bestimmtheit ESTall02

(a) 1., 3., 5. und 6.; (b) 2.$_{(f=1)}$, 3.$_{(f=1)}$, 6.$_{(f=1)}$, 7.$_{(f=-2)}$ und 9.$_{(f=-3)}$;

(c) 2. und 8.; (d) 4.

Ergebnis zu Aufgabe 4.3 Auflagerberechnung EAK2al02

(a) $\boldsymbol{R} = (-8\,,\,-36.2\,,\,)\,N, \quad R = |\boldsymbol{R}| = 37.03\,\mathrm{N}\,, \quad \rho = 77.45°$

(b) $S_1 = -36.25\,\mathrm{N}\,, \quad S_2 = -10.13\,\mathrm{N}\,, \quad S_3 = -4.77\,\mathrm{N}$

Ergebnis zu Aufgabe 4.4 Auflagerberechnung EAK2al03

$A_H = -17.32\,\mathrm{N} \quad A_V = 10\,\mathrm{N} \quad B = 10\,\mathrm{N}$

Ergebnis zu Aufgabe 4.5 Auflagerberechnung EAK2al04

$A_H = 2.50\,\mathrm{kN} \quad A_V = 2.17\,\mathrm{kN} \quad B = 2.17\,\mathrm{kN}$

Ergebnis zu Aufgabe 4.6 Auflagerberechnung EAK2al05

$A_H = -7.07\,\mathrm{kN} \quad A_V = -2.02\,\mathrm{kN} \quad B = 10.09\,\mathrm{kN}$

Ergebnis zu Aufgabe 4.7 Auflagerberechnung EAK2al06

$A_H = -2.12\,\mathrm{kN} \quad A_V = 2.32\,\mathrm{kN} \quad B = -2.44\,\mathrm{kN}$

Ergebnis zu Aufgabe 4.8 Auflagerberechnung EAK2al07

$A_H = 7.83\,\mathrm{kN} \quad A_V = 9.40\,\mathrm{kN} \quad B = -11.25\,\mathrm{kN}$

Ergebnis zu Aufgabe 4.9 Auflagerberechnung EAK2al08

$A_H = 21.44\,\mathrm{N} \quad A_V = 20\,\mathrm{N} \quad B = 21.44\,\mathrm{kN}$

Ergebnis zu Aufgabe 4.10 Seilkräft, Kontaktkräfte EAK2al09

$S = 150\,\mathrm{N} \quad A = 65.34\,\mathrm{N} \quad B = 64.82\,\mathrm{N}$

Ergebnis zu Aufgabe 4.11 Seilkraft, Momentengleichgewicht EAK2al10

$S = \sqrt{2}D, \quad G = \frac{1}{2}\sqrt{2}(1+\sqrt{3})D$

Ergebnis zu Aufgabe 4.12 Resultierende, Wirkungslinie EAK2al11

$\boldsymbol{R} = \begin{pmatrix} 2.708 \\ -9.487 \end{pmatrix}\,\mathrm{kN}\,,\ |\boldsymbol{R}| = 9.9\,\mathrm{kN}$ Wirkungslinie: $y = -\frac{9.487}{2.708}(x - 4.08a)$

Ergebnis zu Aufgabe 4.13 Auflager EST2re02

(a) $A_h = 0, \quad A_v = 20\,\mathrm{kN}\,, \quad B = 20\,\mathrm{kN}$

(b) $A_h = 0, \quad A_v = 5\,\mathrm{N} \quad M_a\odot = 17.5a\,\mathrm{N}$

Ergebnis zu Aufgabe 4.14 Auflager, räumlich EST3re01

$A_x = -45\,\mathrm{N}$, $A_y = -55\,\mathrm{N}$, $A_z = -150\,\mathrm{N}$, $B_x = -41.67\,\mathrm{N}$, $B_y = 45\,\mathrm{N}$, $F = 90\,\mathrm{N}$,

Ergebnis zu Aufgabe 4.15 Auflager- und Gelenkkräfte EST2re05

$A_h = -3.75\,\mathrm{kN} \quad A_v = 4.375\,\mathrm{kN} \quad G_h = 3.750\,\mathrm{kN} \quad G_v = 0.625\,\mathrm{kN} \quad B_h = -1.25\,\mathrm{kN}$
$B_v = 0.625\,\mathrm{kN}$

Ergebnis zu Aufgabe 4.16 Auflager- und Gelenkkräfte EST2re06

$A_h = 0.186F, \; A_v = 0.893F, \; B_h = 0.186F, \; B_v = 0.107F, \; G_h = -0.186F, \; G_v = 0.107F$

Ergebnis zu Aufgabe 4.17 Reaktionskraftberechnung EST2re18

(a) $|\boldsymbol{Q}| = 75\,\mathrm{N}$, (b) $|\boldsymbol{G}| = 90.14\,\mathrm{N}$

Ergebnis zu Aufgabe 4.18 Auflagerberechnung Ma05

$B = 2F$, $G_Z = F$, $A_Z = F$, $M_A = 2Fl$
$M(2l) = 0$, $M(3l) = -Fl$, $M(4l) = 0$

Ergebnis zu Aufgabe 4.19 Reaktionskraftberechnung Ma06

$$A_X = F,\; A_Z = \frac{7}{2}F,\; B_X = F,\; B_Z = -\frac{F}{2}$$
$$G_1 = -\frac{5}{2}F,\; G_2 = \sqrt{\frac{9}{2}}F$$

Ergebnis zu Aufgabe 4.21 Auflager- und Gelenkkräfte EST2re24

$A_h = G_h = 0, \quad A_v = 10\,\mathrm{kN}, \quad B = -10\,\mathrm{kN}, \quad G_v = 10\,\mathrm{kN}, \quad C = 20\,\mathrm{kN}$

5 Schnittgrößen in Stäben und Balken

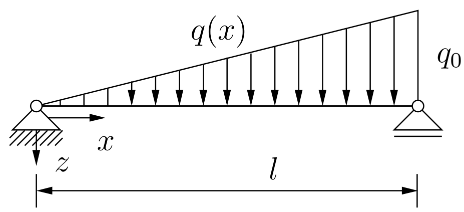
Aufgabe 5.1 Balken, lineare Streckenlast ESK2sp01

Gegeben sei der skizzierte Balken auf zwei Stützen.

(a) Berechnen Sie Biegemoment $M(x)$ und die Querkraft $Q(x)$ nach dem Schnittprinzip.

(b) Berechnen Sie Biegemoment $M(x)$ und die Querkraft $Q(x)$ aus den Differenzialbeziehungen am Balken Element.

(c) An welcher Stelle x tritt das maximale Biegemoment auf?



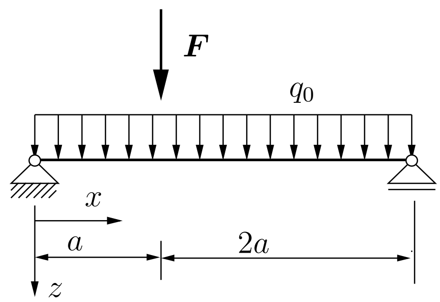
Gegeben: q_0, l

Aufgabe 5.2 Balken, konstante Streckenlast, Einzelkraft ESK2sp02

Ermitteln Sie für den dargestellten Balken auf zwei Stützen das Biegemoment $M(x)$ und die Querkraft $Q(x)$ unter der gegebenen Belastung.

(a) An welcher Stelle $x_{\max}$ tritt das maximale Biegemoment auf?

(b) Wie groß ist die Differenz Steigung der Biegemomentlinie vor und hinter an der Stelle $x = a$?



Gegeben: a, q_0, $F = 6q_0a$

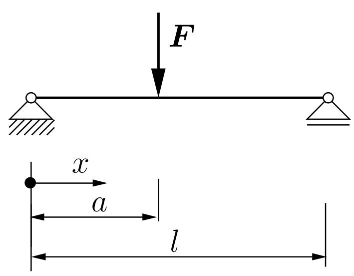
Aufgabe 5.3 Balken, Einzelkraft ESK2sp03

Ein Balken auf zwei Stützen ist durch eine Einzellast $\boldsymbol{F}$ an der Stelle $x = a$ belastet.

(a) Bestimmen Sie mit dem Schnittprinzip die Verläufe von Biegemoment $M(x)$ und Querkraft $Q(x)$.

(b) Berechnen Sie durch Ableitung die Steigungen der Biegemomentlinie und vergleichen Sie diese mit der Querkraft.

(c) Wie groß ist die Differenz der Steigungen bei $x = a$?



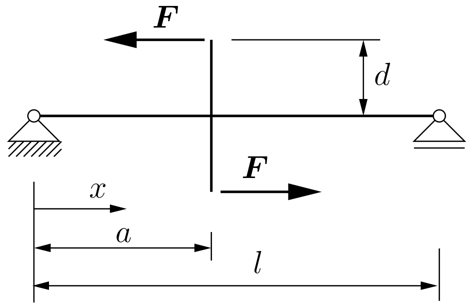
Gegeben: F, l, a

Aufgabe 5.4 Balken, Kräftepaar ESK2sp04

Ein Träger wird durch ein Kräftepaar $M = 2dF$ belastet.

(a) Berechnen Sie die Steigungen der Biegemomentlinie und vergleichen Sie diese mit der Querkraft.

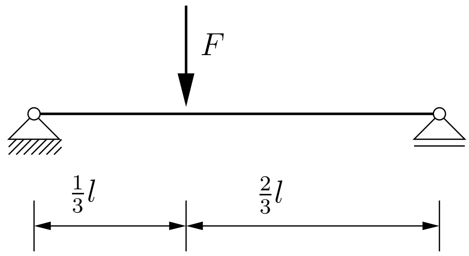
(b) Wie groß ist die Differenz der Steigungen vor und hinter der Stelle $x = a$?



Gegeben: d, F, l, a

Aufgabe 5.5 Balken, Einzelkraft ESK2sp05

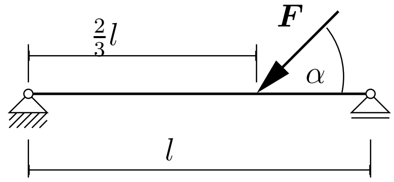
Bestimmen Sie die Schnittgrößen des gezeichneten Balkens unter der Last $\boldsymbol{F}$ und stellen Sie diese grafisch dar.



Gegeben: $F = 10\,\mathrm{kN}$, $l = 5\,\mathrm{m}$

Aufgabe 5.6 Balken, Einzelkraft ESK2sp06

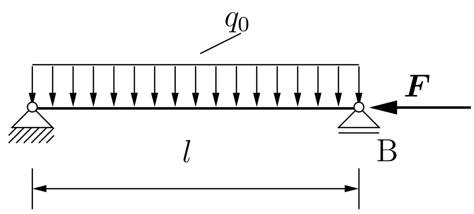
An einem Balken auf zwei Stützen greift eine Kraft $\boldsymbol{F}$ unter einem Winkel α an. Ermitteln Sie die Schnittgrößen und stellen Sie diese grafisch dar.



Gegeben: $l = 5\,\mathrm{m}$, $F = 10\sqrt{2}\,\mathrm{kN}$, $\alpha = 45°$

Aufgabe 5.7 Balken, konstante Streckenlast, Längskraft ESK2sp07

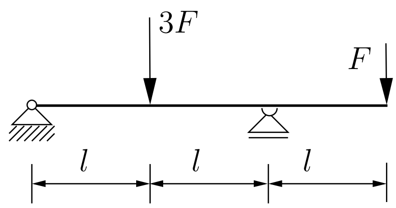
Für den gezeichneten Balken, der durch eine Streckenlast $q(x) = q_0$ und eine horizontal im Lager B angreifende Kraft $\boldsymbol{F}$ belastet ist, sind die Schnittgrößen zu ermitteln. Stellen Sie die Ergebnisse grafisch dar.



Gegeben: F, l, $q_0 = 5\frac{F}{l}$

Aufgabe 5.8 Überkragender Balken, Einzelkräfte ESK2sp08

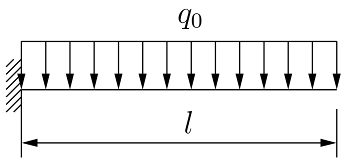
Ermitteln Sie für den gezeichneten Träger mit Kragarm die Schnittgrößen und stellen Sie diese grafisch dar.



Gegeben: $F = 10\,\mathrm{kN}$, $l = 2.5\,\mathrm{m}$

Aufgabe 5.9 Kragbalken, konstante Streckenlast ESK2sp09

Ein in einer Wand fest eingespannter Träger wird durch eine Gleichstreckenlast $q(x) = q_0$ belastet. Berechnen Sie die Normalkraft $N(x)$, die Querkraft $Q(x)$ und das Biegemoment $M(x)$. Stellen Sie die Ergebnisse grafisch dar.



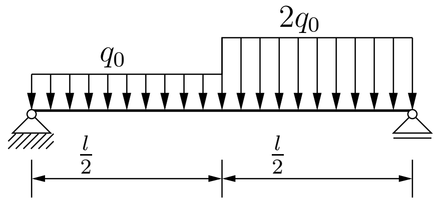
Gegeben: q_0, l

Aufgabe 5.10 Balken, stückweise konstante Streckenlast ESK2sp10

Bestimmen Sie die Schnittgrößen des Systems und tragen Sie die Ergebnisse über der Balkenkontur auf.

An welcher Stelle x wird das Biegemoment maximal?

Benutzen Sie die Differenzialbeziehungen und die Föppl-Systematik



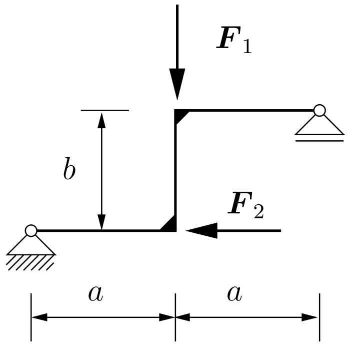
Gegeben: q_0, l

Aufgabe 5.11 Abgewinkelter Balken, Einzelkräfte ESK2sp11

Der abgeknickte Stab wird durch die Einzellasten $\boldsymbol{F}_1$ und $\boldsymbol{F}_2$ belastet.

(a) Ermitteln Sie die Schnittgrößen und stellen Sie diese grafisch dar.

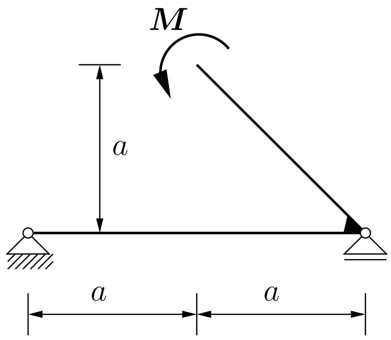
(b) Wo tritt das maximale Biegemoment auf?



Gegeben: $F_1 = 2\,\mathrm{kN}$, $F_2 = 1\,\mathrm{kN}$, $a = 3\,\mathrm{m}$, $b = 2.5\,\mathrm{m}$

Aufgabe 5.12 Abgewinkelter Balken, Einzelmoment ESK2sp12

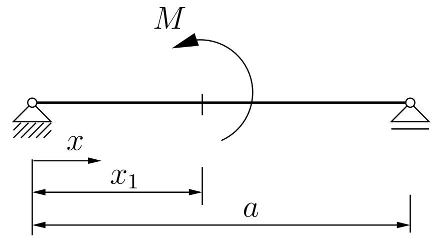
Ein Tragwerk wird durch ein Moment $\boldsymbol{M}$ belastet. Ermitteln Sie den Verlauf der Schnittgrößen.



Gegeben: $M = 2\,\mathrm{kNm}$, $a = 2.5\,\mathrm{m}$

Aufgabe 5.13 Balken, Einzelmoment ESK2sp15

Der gezeichnete Balken wird durch ein Moment $\boldsymbol{M}$ belastet, das an der Stelle x_1 eingeleitet wird.



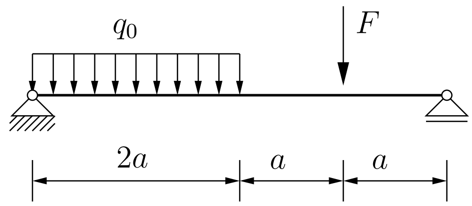
(a) Ermitteln Sie die Schnittgrößen N, Q und M.

(b) An welcher Stelle x tritt das maximale Biegemoment auf und welchen Wert nimmt es an?

Gegeben: a, M

Aufgabe 5.14 Durchlaufbalken ESK2sp17

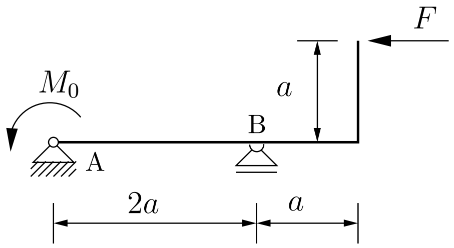
Bestimmen Sie für den dargestellten Balken die Schnittgrößen und tragen Sie die Ergebnisse über der Balkenkontur auf.



Gegeben: a, $F = 2aq_0$

Aufgabe 5.15 Abgewinkelter Balken, Einzelmoment, Einzelkraft ESK2sp18

Ein abgewinkelter Balken ist in A und B gelagert und wird durch ein Moment $\boldsymbol{M}_0$ und eine Einzelkraft $\boldsymbol{F}$ belastet. Bestimmen Sie die Schnittgrößen und stellen Sie diese grafisch dar. Wo tritt das maximale Biegemoment auf?

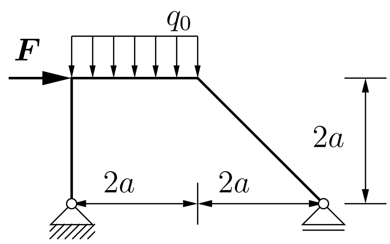


Gegeben: a, F, $M_0 = Fa$

Aufgabe 5.16 Rahmen unter Streckenlast ESK2sp19

Für den gezeichneten Rahmen sind die Schnittgrößen und die Stelle des maximalen Biegemomentes zu bestimmen.

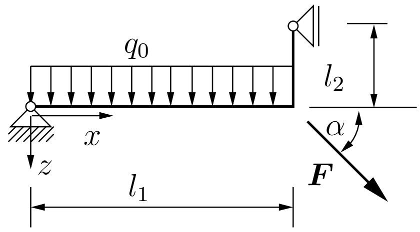
Stellen Sie die Ergebnisse grafisch dar.



Gegeben: a, F, $q_0 = \frac{F}{2a}$

Aufgabe 5.17 Abgewinkelter Balken, Streckenlast ESK2sp23

Ein abgewinkelter Balken (Längen l_1 und l_2) wird durch eine konstante Streckenlast q_0 und eine Kraft $\boldsymbol{F}$ belastet.



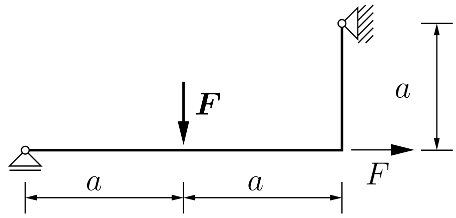
(a) Bestimmen Sie die Schnittgrößen und tragen Sie die Ergebnisse über dem Balken auf.

(b) Geben Sie für den waagerechten Teil des Systems die Momentenlinie als Funktion $M = M(x)$ an.

Gegeben: $l_1 = 8\,\mathrm{m}$, $l_2 = 2\,\mathrm{m}$, $F = 100\sqrt{2}\,\mathrm{kN}$, $q_0 = 10\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}$, $\alpha = 45°$

Aufgabe 5.18 Abgewinkelter Balken, Einzelkräfte ESK2sp24

Ein abgewinkelter Balken wird durch zwei Kräfte $\boldsymbol{F}$ gemäß Skizze belastet.

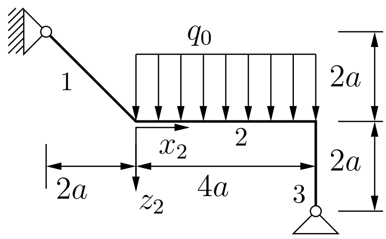


Bestimmen Sie die Schnittgrößen des Systems und tragen Sie die Ergebnisse über der Balkenkontur auf.

Gegeben: a, F

Aufgabe 5.19 Abgewinkelter Balken, Einzelkraft, Streckenlast ESK2sp25

Ein abgewinkelter Balken trägt gemäß Skizze eine konstante Streckenlast q_0.



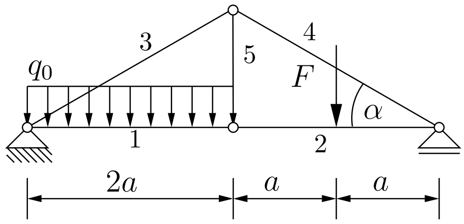
(a) Bestimmen Sie die Auflagerreaktionen und die Eckwerte der Schnittgrößen, wo sie einen linearen Verlauf haben. Geben Sie für den mittleren Teil ($0 \leq x_2 \leq 4a$) die Funktionsverlauf $M_2(x_2)$ explizit an und bestimmen Sie Wert und Ort des größten Biegemomentes $M_{2\,\max} = M_2(x_{2\,\max})$.

(b) Tragen Sie die Ergebnisse über dem Balken auf.

Gegeben: a, $4aq_0 = 3F$

Aufgabe 5.20 Balken/Fachwerk-Struktur ESK2sp37

Das skizzierte Dachtragwerk besteht aus den Fachwerkstäben 3 – 4 und zwei Balken (1 und 2). Die Struktur wird durch eine Streckenlast $q(x) = q_0$ auf Balken 1 und eine Einzelkraft F auf Balken 2 belastet.

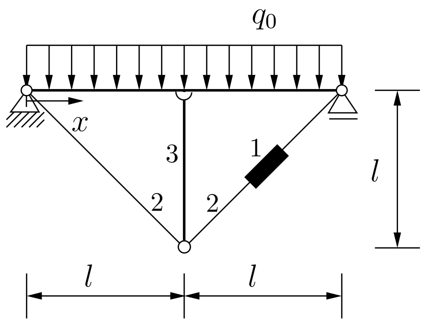


Bestimmen Sie die Zustandslinien und tragen Sie die Ergebisse über der Stabkontur auf.

Gegeben: a, F, $2q_0a = F$, $\alpha = 30°$

Aufgabe 5.21 Balken,Spanngurt ESK2sp38

Ein an seinen Enden gelagerter gerader Balken der Länge $2l$ wird senkrecht zur Balkenachse durch die konstante Streckenlast q_0 belastet. Um die Zugspannungen herabzusetzen, wird der Balken mit einem Seilschloss 1 über die Seile 2 und die senkrecht zum Balken stehende Pendelstütze 3 verspannt.

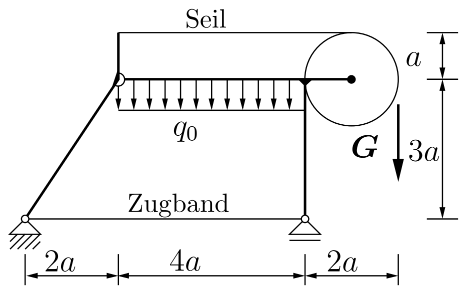


Geben Sie den Normalkraft-, Querkraft- und Biegemomentenverlauf im Balken als Funktion von x an und skizzieren Sie die Verläufe.

Gegeben: q_0, l, Vorspannkraft im Seil 2: $S_2 = \frac{1}{2}\sqrt{2}q_0 l$

Aufgabe 5.22 Mehrteiliges System ESK2sp41

Der skizzierte Kran wird durch eine Last $\boldsymbol{G}$ belastet. Als Gegengewicht im Kran dient die Streckenlast $q(x) = q_0$.

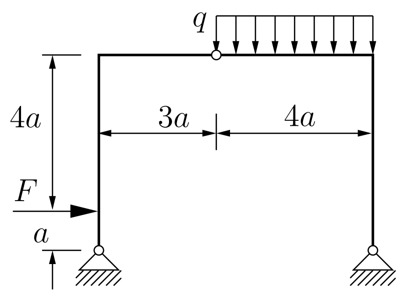


Berechnen Sie die Schnittgrößen der Stäbe und des Zugbandes. Eigengewichte seien zu vernachlässigen.

Gegeben: a, F, $q_0 a = F$, $G = 20F$

Aufgabe 5.23 Dreigelenk-Rahmen, Streckenlast ESK2sp44

Ein Dreigelenkrahmen wird durch eine konstante Streckenlast q und eine Einzelkraft F gemäß Skizze belastet.

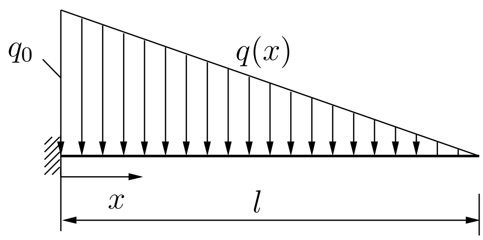


Ermitteln Sie die Zustandslinien und tragen Sie diese über der Stabkontur ab.

Gegeben: $q = 7\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}$, $F = 7\,\mathrm{kN}$, $a = 1\,\mathrm{m}$

Aufgabe 5.24 Kragarm, lineare Streckenlast ESK2sp45

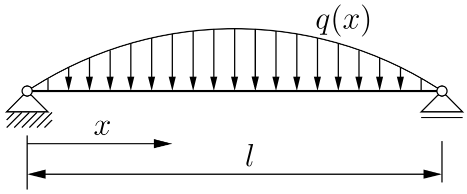
Ermitteln Sie für den gezeichneten Kragträger unter veränderlicher Streckenlast $q(x)$ die Schnittgrößen (M, N, Q) und stellen Sie die Ergebnisse grafisch dar.



Gegeben: q_0, l

Aufgabe 5.25 Balken, nichtlineare Streckenlast ESK2sp46

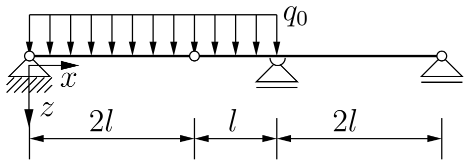
Ein Einfeldträger wird durch eine sinusförmige Streckenlast $q(x)$ belastet. Bestimmen Sie für diesen Belastungsfall die Schnittgrößen.



Gegeben: l, q_0, $q(x) = q_0 \sin(\pi \frac{x}{l})$

Aufgabe 5.26 Durchlaufträger, Föppl ESK2sp49

Für den gegebenen Gerberträger, der in einem Teilbereich die konstante Streckenlast q_0 trägt, bestimme man den Verlauf der Querkraft und des Biegemoments.

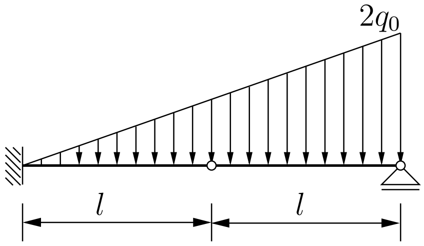


Gegeben: q_0, l

Aufgabe 5.27 Gerberträger, Schnittprinzip ESK2sp50

Ein Gerberträger werde mit einer Dreieckslast belastet.

Man überzeuge sich, dass das Problem statisch bestimmt ist, und bestimme den Verlauf der Schnittgrößen.



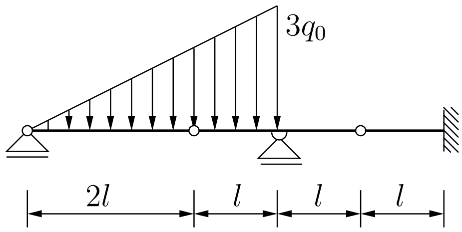
Gegeben: q_0, l

Aufgabe 5.28 Durchlaufträger, Föppl ESK2sp51

Ein Gerberträger trägt in einem Teilbereich eine Dreieckslast.

(a) Ist das System statisch bestimmt?

(b) Bestimmen Sie den Verlauf der Schnittgrößen.



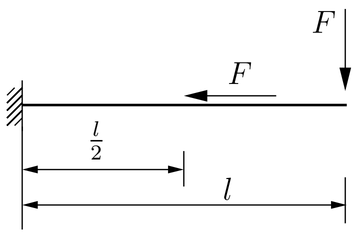
Gegeben: q_0, l

Aufgabe 5.29 Kragbalken, Einzelkräfte ESK2sp53

An dem skizzierten links fest eingespannten Balken greifen zwei Einzelkräfte F an. Die horizontale Kraft greift auf halber Strecke an, die vertikalen Kraft am rechten Ende.

(a) Berechnen Sie die Schnittgrößen Q, N und M und stellen Sie die Ergebnisse grafisch dar.

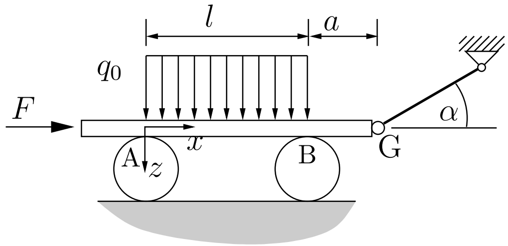
(b) An welcher Stelle tritt das maximale Biegemoment auf?



Gegeben: l, F

Aufgabe 5.30 Mehrteiliges System ESK2sp54

Der skizzierte Balken liegt auf zwei Rollen und wird durch einen Stab gehalten. Der Balken wird durch eine Streckenlast $q(x) = q_0$ und eine Einzelkraft $\boldsymbol{F}$ belastet.

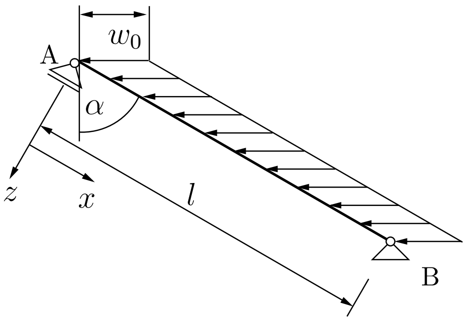


Berechnen Sie die Schnittgrößen Q, N und M im Bereich $0 \leq x < l$ und stellen Sie deren Verlauf grafisch dar.

Gegeben: l, $4a = \sqrt{3}l$, $F = q_0 l$, $\alpha = 30°$

Aufgabe 5.31 Schnittgrößen aus Differenzialbeziehungen ESK2sp55

Ermitteln Sie mit Hilfe der Integration der entsprechenden Differenzialgleichungen die Schnittgrößen N, Q, M für den skizzierten Balken, der durch Windlast w_0 belastet ist.

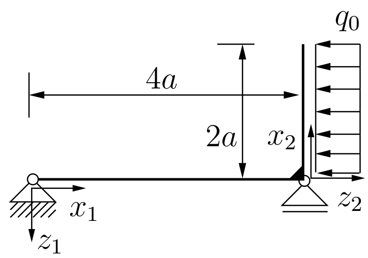


Stellen Sie die Ergebnisse grafisch dar.

Gegeben: w_0, l, $\alpha = 60°$

Aufgabe 5.32 Abgewinkelter Balken, Streckenlast ESK2sp56

Bestimmen Sie die Schnittlasten N, Q, M des skizzierten Balkens.

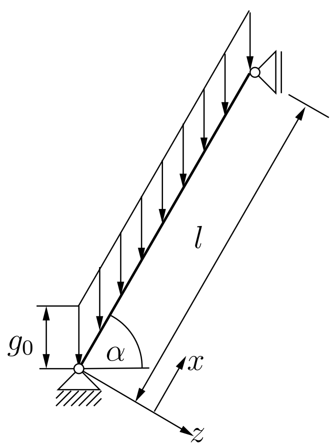


Stellen Sie die Ergebnisse grafisch dar.

Gegeben: a, F, $q_0 = \frac{F}{a}$

Aufgabe 5.33 Schnittgrößen aus Differenzialbeziehungen ESK2sp57

Ermitteln Sie mit Hilfe der Integration der entsprechenden Differenzialgleichungen die Schnittgrößen N, Q, M für den skizzierten Balken, der durch eine gleichverteilte Gewichtslast g_0 belastet ist.

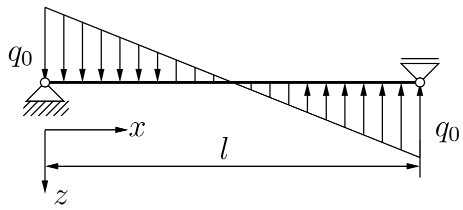


Stellen Sie die Ergebnisse grafisch dar.

Gegeben: g_0, l, $\alpha = 60°$

Aufgabe 5.34 Balken, lin. Streckenlast, Differenzialbeziehungen ESK2sp58

Für den skizzierten Balken auf zwei Stützen unter veränderlicher Streckenlast sind die Schnittgrößen N, Q, M mit Hilfe der Integration zu berechnen.

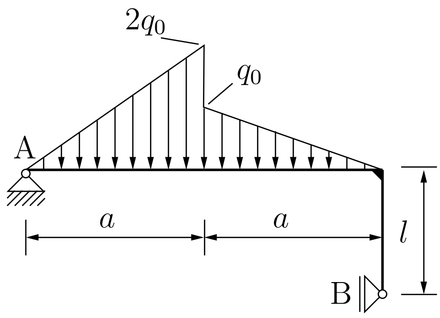


Stellen Sie die Ergebnisse grafisch dar.

Gegeben: q_0, l

Aufgabe 5.35 Balken, stückweise lineare Streckenlast ESK2sp59

Ein abgeknickter Träger sei durch zwei Dreieckslasten belastet.



(a) Berechnen Sie die Auflagerreaktionen.

(b) Bestimmen Sie den Verlauf der Schnittkräfte im *vertikalen* Teil des Trägers.

Gegeben: q_0, a, $l = \frac{2}{3}a$

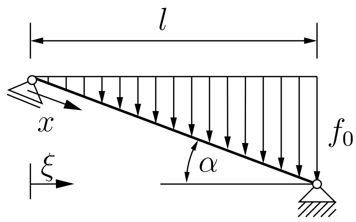
Aufgabe 5.36 Schnittgrößen aus Differenzialbeziehungen ESK2sp60

Ein Balken werde in der dargestellten Weise durch eine Dreieckslast $f(\xi)$ beansprucht.

(a) Stellen Sie die Streckenlasten $n(x)$ und $q(x)$ längs und quer zur Balkenachse auf.

(b) Berechnen Sie die Schnittgrößen $N(x)$, $Q(x)$ und $M(x)$.

(c) Tragen Sie den Verlauf der Schnittgrößen über der Balkenkoordinate x auf. Setzen Sie für diesen Fall $\alpha = 60°$.

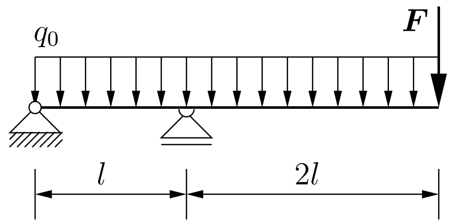


Anmerkung: Das linke Auflager kann nur Kräfte senkrecht zur Balkenachse aufnehmen.

Gegeben: f_0, l, α

Aufgabe 5.37 Überkragender Balken, Einzelkraft ESK2sp61

Ein Balken der Länge $3l$ sei wie skizziert durch eine konstante Streckenlast q_0 und eine Einzelkraft F am Ende belastet. Der Balken ist gelenkig gelagert, der Abstand der beiden Lager ist l.



(a) Zeichnen Sie ein Freikörperbild und berechnen Sie die Auflagerkräfte.

(b) Berechnen Sie die Querkraft $Q(x)$ und das Biegemoment $M(x)$.

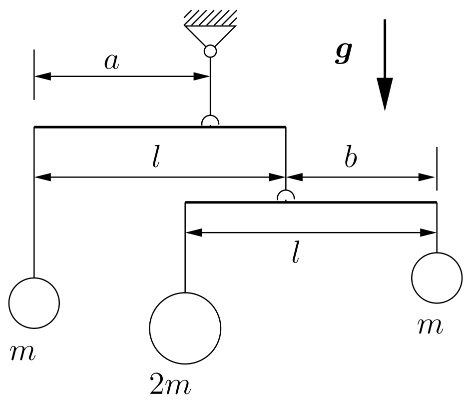
(c) Skizzieren Sie die Funktionen $Q(x)$ und $M(x)$.

(d) Wie groß ist der maximale Betrag des Biegemomentes, und wo tritt dieses Maximum auf?

Gegeben: l, $q_0 l = 2F$

Aufgabe 5.38 Balken, Einzelkräfte ESK2sp62

Das skizzierte Mobile ist von drei Massen belastet. Das Eigengewicht der Balken und Seile ist zu vernachlässigen.



(a) Wie groß sind die Abstände a und b zu wählen, damit beide Balken waagerecht stehen?

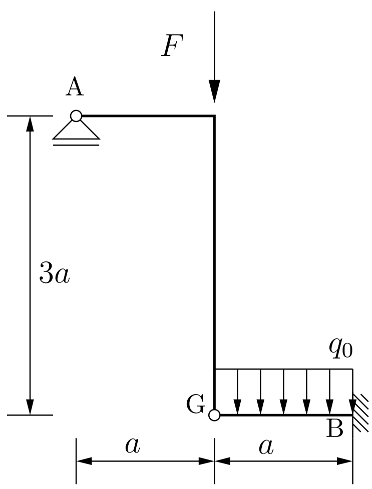
(b) Berechnen Sie den Verlauf der Schnittgrößen im oberen Balken. Wie groß ist dort das maximale Biegemoment?

Gegeben: m, l, g

Aufgabe 5.39 Tragwerk ESK2sp63

Ein ebenes Balkensystem ist wie skizziert durch eine Streckenlast q_0 und eine Einzelkraft $\boldsymbol{F}$ belastet.

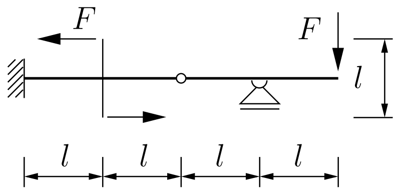
Berechnen Sie die alle Auflagerreaktionen, die Gelenkkräfte und die Schnittgrößen im unteren horizontalen Teil.



Gegeben: F, a, $q_0 a = F$

Aufgabe 5.40 Durchlaufträger, Einzelkräfte ESK2sp52

Ein Gerberträger wird durch einen angeschweißten Querarm belastet.

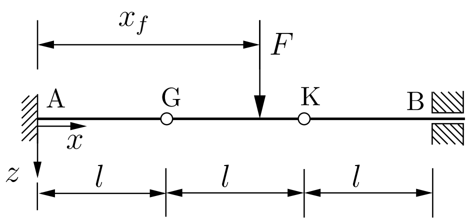


Berechnen Sie die Auflagerreaktionen und skizzieren Sie den Verlauf der Schnittgrößen.

Gegeben: F, l

Aufgabe 5.41 Durchlaufträger ESK2sp64

Drei Balken der Länge l sind wie skizziert durch zwei Gelenke miteinander verbunden, links eingespannt und rechts in einer Hülse fixiert. Das Tragwerk ist an der Stelle x_f durch eine Kraft $\boldsymbol{F}$ belastet.



(a) Zeichnen Sie für die drei Balken je ein Freikörperbild.

(b) Berechnen Sie die Auflagerkräfte und -momente sowie die Kräfte in den Gelenken G und K.

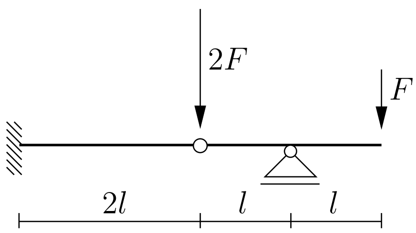
(c) Berechnen und skizzieren Sie $M(x)$ und $Q(x)$.

(d) An welcher Stelle ist der Betrag des Biegemomentes maximal?

Gegeben: l, $x_f = \frac{5}{3}l$, F

Aufgabe 5.42 Gelenkbalken Ma05b

Bestimmen Sie für den dargestellten Gelenkbalken die Schnittgrößen und tragen Sie die Ergebnisse über der Balkenkontur auf.



Gegeben: $l = 3\,\mathrm{m}$, $F = 5\,\mathrm{kN}$

5.1 Ergebnisse

Ergebnis zu Aufgabe 5.1 Balken, lineare Streckenlast ESK2sp01

(a) $M(x) = \dfrac{q_0 l^2}{6}(\dfrac{x}{l} - \dfrac{x^3}{l^3})$, $\quad Q(x) = \dfrac{q_0 l}{6}(1 - 3\dfrac{x^2}{l^2})$

(b) $x_{\max} = \dfrac{l}{\sqrt{3}}$

Ergebnis zu Aufgabe 5.2 Balken, konstante Streckenlast, Einzelkraft ESK2sp02

Bereich $0 < x_1 < a$

$$Q(x_1) = \frac{11}{2} q_0 a - q_0 x_1$$

$$M(x_1) = \frac{11}{2} q_0 a x_1 - q_0 \frac{x_1^2}{2}$$

Bereich $0 < x_2 < 2a$

$$Q(x_2) = \frac{7}{2} q_0 a - q_0 x_2$$

$$M(x_2) = \frac{7}{2} q_0 a x_2 - q_0 \frac{x_2^2}{2}$$

(a) $x_{1\,\max} = a$ bzw. $x_{2\,\max} = 2a$

(b) $M'(a) = Q(a) = \frac{9}{2} q_0 a, \quad M'(2a) = Q(2a) = \frac{3}{2} q_0 a$

Ergebnis zu Aufgabe 5.3 Balken, Einzelkraft ESK2sp03

Bereich I: $0 \leq x < a$ Bereich II: $a < x \leq l$

(a)
$$\begin{aligned} M_I(x) &= F(1 - \tfrac{a}{l})x & M_{II}(x) &= Fa(1 - \tfrac{x}{l}) \\ M_I'(x) &= F(1 - \tfrac{a}{l}) = Q_I(x) & M_{II}'(x) &= -F\tfrac{a}{l} = Q_{II}(x) \end{aligned}$$

(b) $|\triangle M'(a)| = F$

Ergebnis zu Aufgabe 5.4 Balken, Kräftepaar ESK2sp04

(a) Bereich I: $0 \leq x < a$

$$M_I(x) = \frac{Mx}{l} \quad M_I'(x) = Q(x) = \frac{M}{l}$$

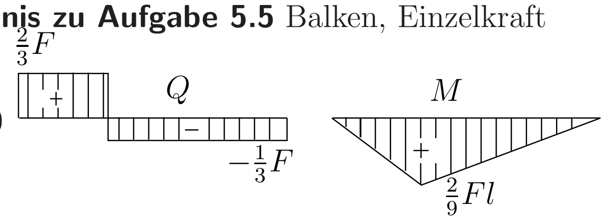
Bereich II: $a \leq x \leq l$

$$M_{II}(x) = M\left(\frac{x}{l} - 1\right) \quad M_{II}'(x) = Q(x) = \frac{M}{l}$$

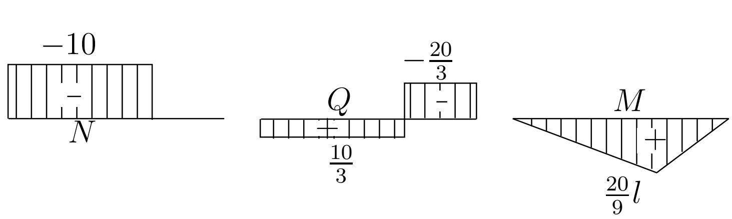
(b) $|\Delta M'(a)| = 0$

Ergebnis zu Aufgabe 5.5 Balken, Einzelkraft ESK2sp05

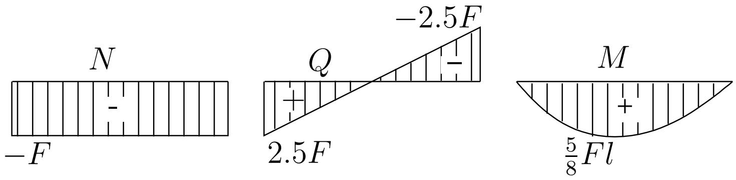
$N = 0$



Ergebnis zu Aufgabe 5.6 Balken, Einzelkraft ESK2sp06

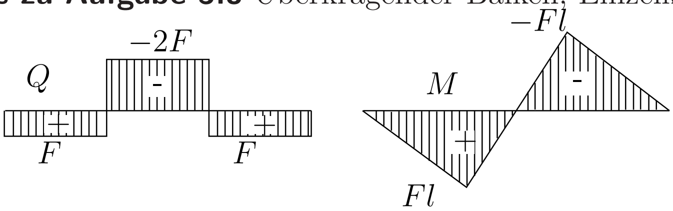


Ergebnis zu Aufgabe 5.7 Balken, konstante Streckenlast, Längskraft ESK2sp07



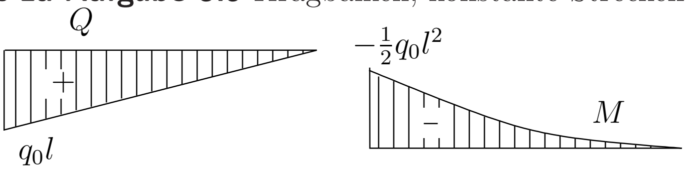
Ergebnis zu Aufgabe 5.8 Überkragender Balken, Einzelkräfte ESK2sp08

$N = 0$



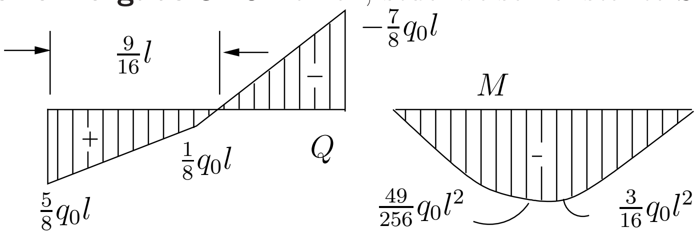
Ergebnis zu Aufgabe 5.9 Kragbalken, konstante Streckenlast ESK2sp09

$N = 0$

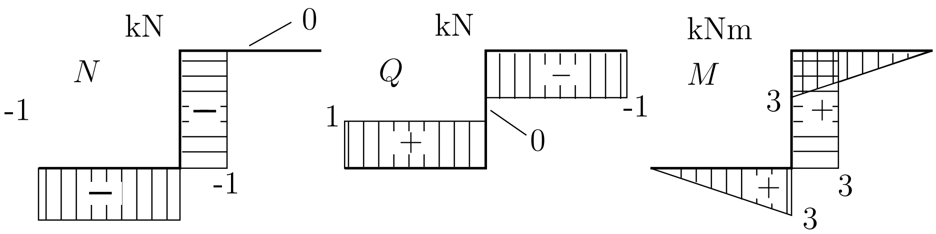


Ergebnis zu Aufgabe 5.10 Balken, stückweise konstante Streckenlast ESK2sp10

$N = 0$

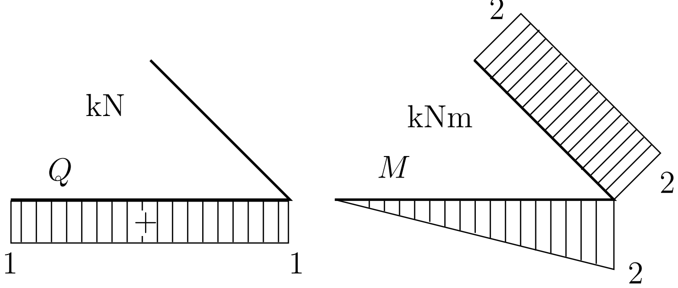


Ergebnis zu Aufgabe 5.11 Abgewinkelter Balken, Einzelkräfte ESK2sp11

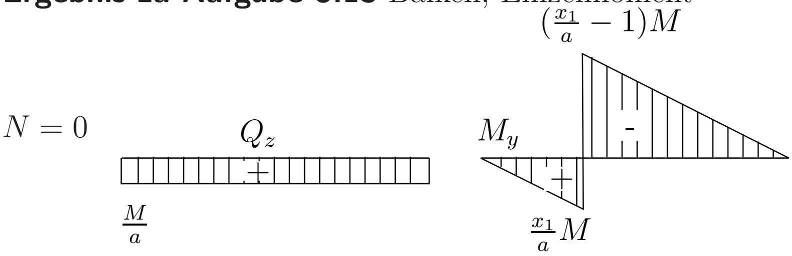


Ergebnis zu Aufgabe 5.12 Abgewinkelter Balken, Einzelmoment ESK2sp12

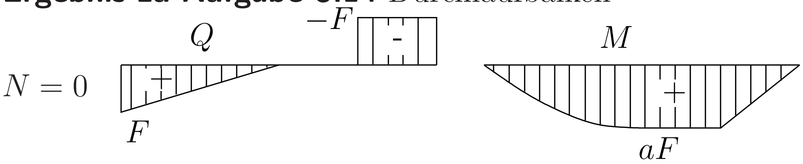
$N = 0$



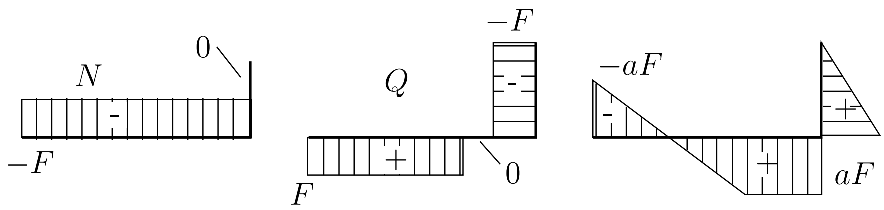
Ergebnis zu Aufgabe 5.13 Balken, Einzelmoment ESK2sp15



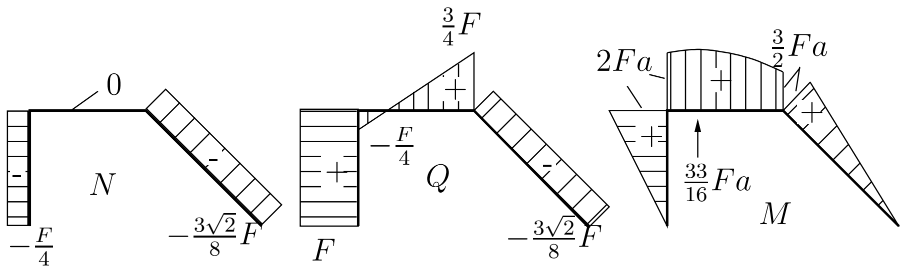
Ergebnis zu Aufgabe 5.14 Durchlaufbalken ESK2sp17



Ergebnis zu Aufgabe 5.15 Abgewinkelter Balken, Einzelmoment, Einzelkraft ESK2sp18

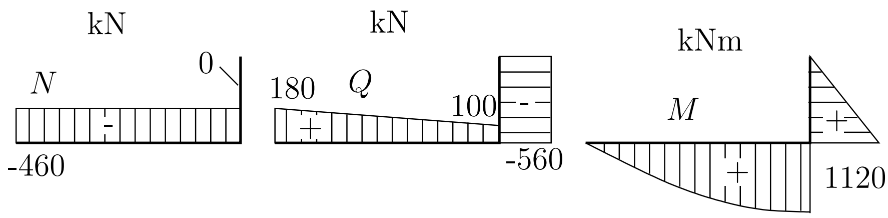


Ergebnis zu Aufgabe 5.16 Rahmen unter Streckenlast ESK2sp19



Ergebnis zu Aufgabe 5.17 Abgewinkelter Balken, Streckenlast ESK2sp23

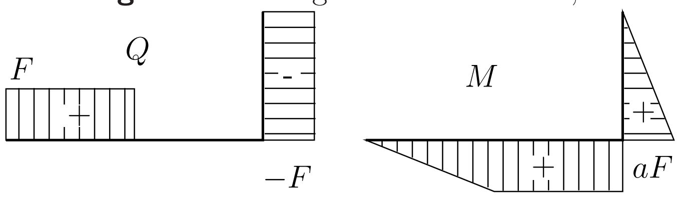
(a)



(b) $M(x) = 180\,\mathrm{kN}\,x - 5\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}\,x^2$

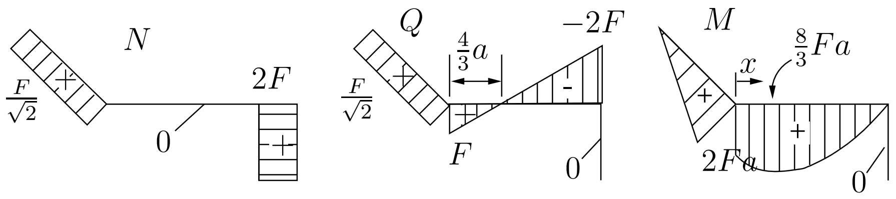
Ergebnis zu Aufgabe 5.18 Abgewinkelter Balken, Einzelkräfte ESK2sp24

$N = 0$



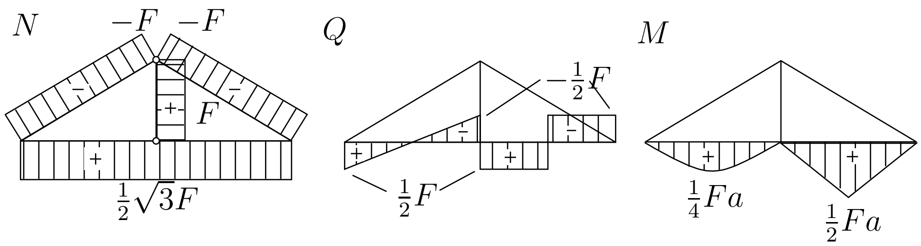
Ergebnis zu Aufgabe 5.19 Abgewinkelter Balken, Einzelkraft, Streckenlast ESK2sp25

(a)



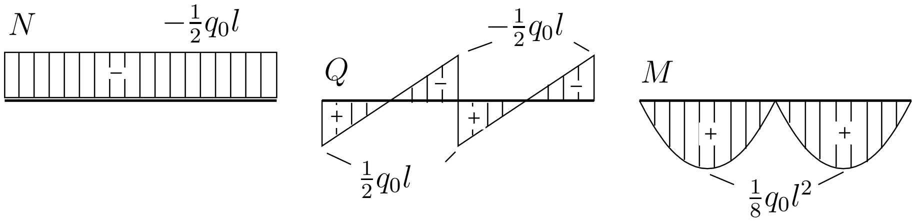
(b) $M(x_2) = M_2(x_2) = 2Fa\left[1 + 2\dfrac{x_2}{4a} - 3\left(\dfrac{x_2}{4a}\right)^2\right]$, $\quad M_{2\,\max} = 2Fa\left[1 + \dfrac{2}{3} - 3\dfrac{1}{9}\right] = \dfrac{8}{3}Fa$

Ergebnis zu Aufgabe 5.20 Balken/Fachwerk-Struktur ESK2sp37

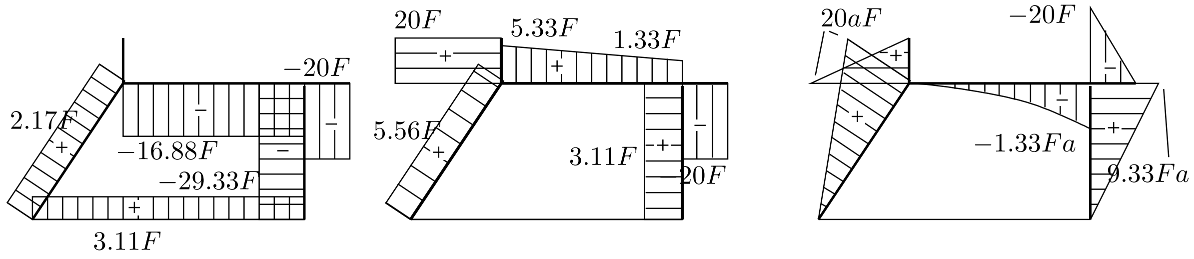


Ergebnis zu Aufgabe 5.21 Balken,Spanngurt ESK2sp38

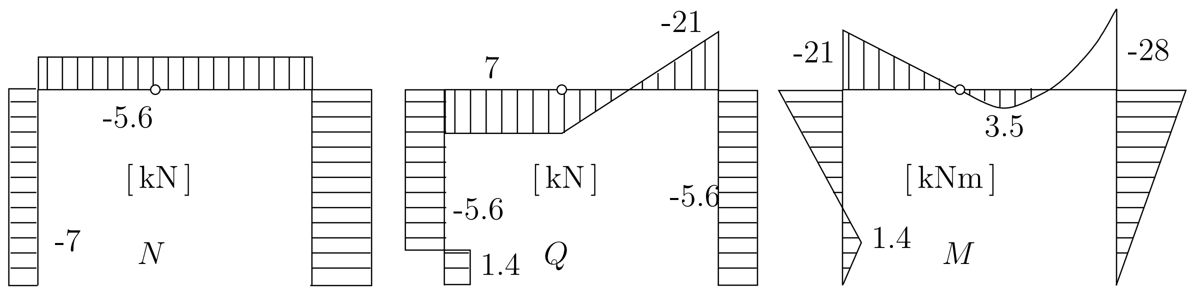
$$N = -\frac{1}{2}q_0 l, \quad Q_1 = q_0 l\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l}\right), \quad Q_2 = q_0 l\left(\frac{3}{2} - \frac{x}{l}\right),$$
$$M_1 = \frac{1}{2}q_0 l^2\left(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2}\right), \quad M_2 = \frac{1}{2}q_0 l^2\left(1 + 3\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2}\right)$$



Ergebnis zu Aufgabe 5.22 Mehrteiliges System ESK2sp41

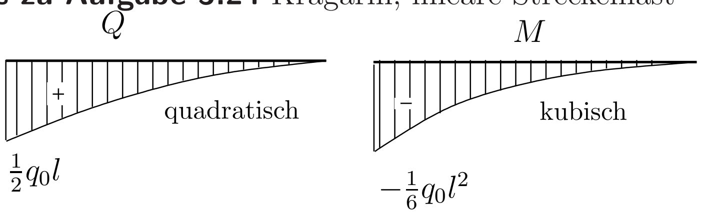


Ergebnis zu Aufgabe 5.23 Dreigelenk-Rahmen, Streckenlast ESK2sp44



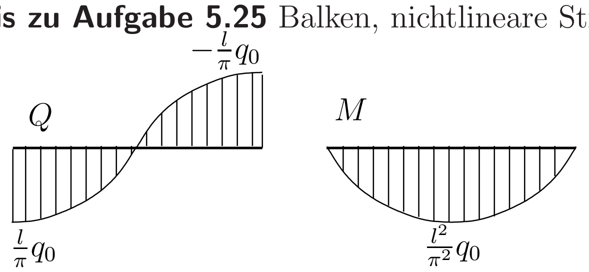
Ergebnis zu Aufgabe 5.24 Kragarm, lineare Streckenlast ESK2sp45

$N = 0$



Ergebnis zu Aufgabe 5.25 Balken, nichtlineare Streckenlast ESK2sp46

$N = 0$



Ergebnis zu Aufgabe 5.26 Durchlaufträger, Föppl ESK2sp49

Bereich: $0 \leq x < 3l$ Bereich: $3l \leq x < 5l$

$$\begin{aligned} Q_I(x) &= -q_0 l\left(\tfrac{x}{l} - 1\right) & Q_{II}(x) &= \tfrac{3}{4}q_0 l \\ M_I(x) &= -\tfrac{q_0 l^2}{2}\tfrac{x}{l}\left(\tfrac{x}{l} - 2\right) & M_{II}(x) &= \tfrac{3}{4}q_0 l^2\left(\tfrac{x}{l} - 5\right) \end{aligned}$$

Ergebnis zu Aufgabe 5.27 Gerberträger, Schnittprinzip ESK2sp50

$$Q(x) = -\frac{q_0 l}{6}\left(3\frac{x^2}{l^2} - 7\right), \quad M(x) = -\frac{q_0 l^2}{6}\left(\frac{x^3}{l^3} - 7\frac{x}{l} + 6\right)$$

Ergebnis zu Aufgabe 5.28 Durchlaufträger, Föppl ESK2sp51

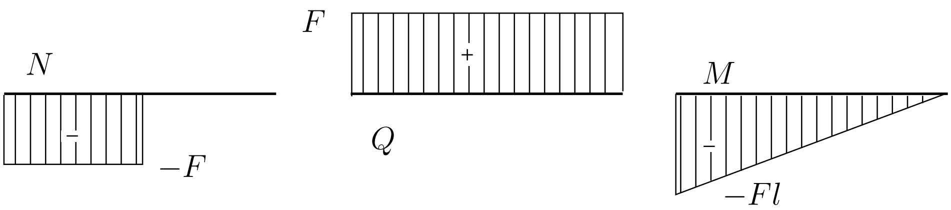
Bereich: $0 \leq x < 3l$

$$Q_I(x) = -\frac{q_0 l}{6}\left(3\frac{x^2}{l^2} - 4\right)$$
$$M_I(x) = -\frac{q_0 l^2}{6}\left(\frac{x^3}{l^3} - 4\frac{x}{l}\right)$$

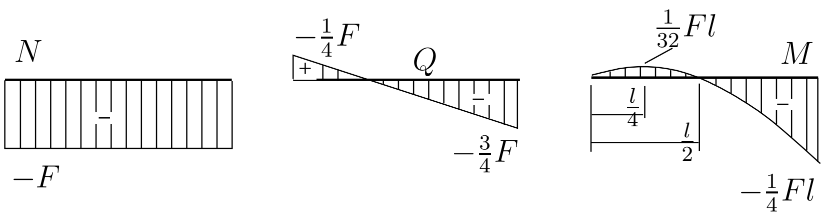
Bereich: $3l \leq x < 5l$

$$Q_{II}(x) = \frac{5}{2}q_0 l$$
$$M_{II}(x) = \frac{5}{2}q_0 l^2\left(\frac{x}{l} - 4\right)$$

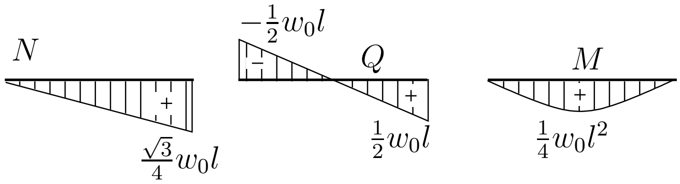
Ergebnis zu Aufgabe 5.29 Kragbalken, Einzelkräfte ESK2sp53



Ergebnis zu Aufgabe 5.30 Mehrteiliges System ESK2sp54

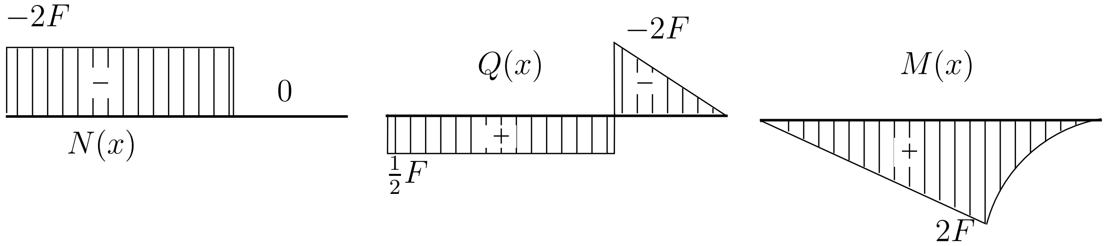


Ergebnis zu Aufgabe 5.31 Schnittgrößen aus Differenzialbeziehungen ESK2sp55

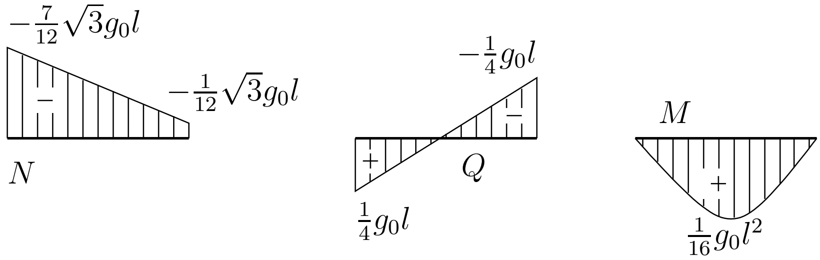


Ergebnis zu Aufgabe 5.32 Abgewinkelter Balken, Streckenlast ESK2sp56

Horizontaler Abschnitt	Vertikaler Abschnitt
$0 < x < 4a$	$0 < x < 2a$
$N_I(x) = -2F$	$N_{II}(x) = 0$
$Q_I(x) = \frac{F}{2}$	$Q_{II}(x) = -F(2-\frac{x}{a})$
$M_I(x) = \frac{F}{2}x$	$M_{II}(x) = \frac{1}{2}Fa(2-\frac{x}{a})^2$

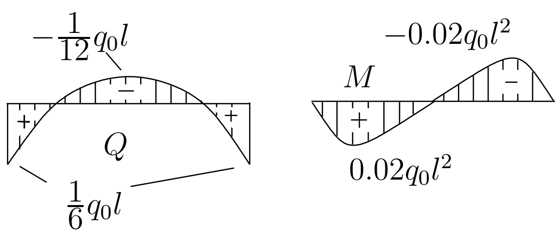


Ergebnis zu Aufgabe 5.33 Schnittgrößen aus Differenzialbeziehungen ESK2sp57



Ergebnis zu Aufgabe 5.34 Balken, lin. Streckenlast, Differenzialbeziehungen ESK2sp58

$N = 0$



Ergebnis zu Aufgabe 5.35 Balken, stückweise lineare Streckenlast ESK2sp59

(a) $A_h = 2q_0 a, \quad A_v = 1.5q_0 a, \quad B_h = 1.5q_0 a$

(b) $N(x) = 0, \quad Q(x) = 2q_0 a, \quad M(x) = 2q_0 ax$

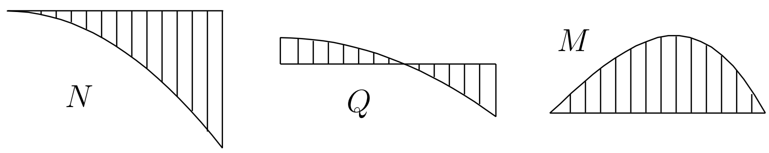
Ergebnis zu Aufgabe 5.36 Schnittgrößen aus Differenzialbeziehungen ESK2sp60

(a) $n(x) = f_0 \dfrac{x}{l} \sin\alpha \cos^2\alpha \quad q(x) = f_0 \dfrac{x}{l} \cos^3\alpha$

(b) $N(x) = -f_0 \dfrac{x^2}{2l} \sin\alpha \cos^2\alpha, \quad Q(x) = \dfrac{f_0 l}{6} \cos\alpha \left(1 - 3\dfrac{x^2}{l^2} \cos^2\alpha\right)$

$M(x) = \dfrac{f_0 l^2}{6} \cos\alpha \left(\dfrac{x}{l} - \dfrac{x^3}{l^3} \cos^2\alpha\right)$

(c)



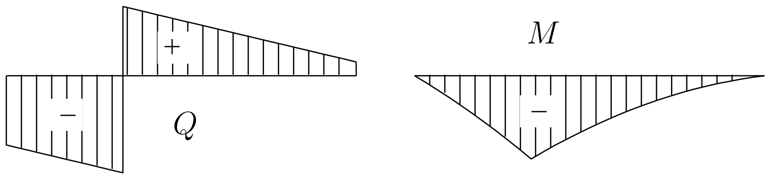
Ergebnis zu Aufgabe 5.37 Überkragender Balken, Einzelkraft ESK2sp61

(a) $A_h = 0, \quad A_v = 5F, \quad B = 12F$

(b) $Q_1(x) = -F\left(5 + 2\dfrac{x}{l}\right), \quad M_1(x) = -Fl\left(\dfrac{x}{l} + 5\right)\dfrac{x}{l}$

$Q_2(x) = F\left(7 - 2\dfrac{l}{x}\right), \quad M_2(x) = -Fl\left(12 - 7\dfrac{x}{l} + \dfrac{x^2}{l^2}\right)$

(c)



(d) $M_{\max} = 6Fl$ bei $x = l$

Ergebnis zu Aufgabe 5.38 Balken, Einzelkräfte ESK2sp62

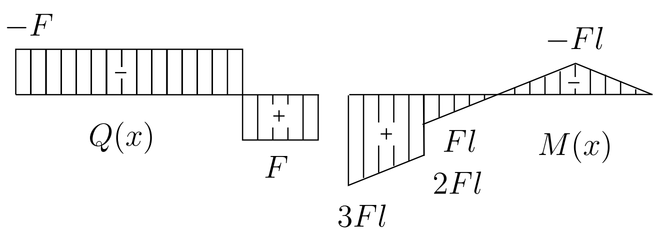
(a) $a = \dfrac{3}{4}l, \quad b = \dfrac{2}{3}l$ (b) $M_1(x) = -mgx, \quad M_2(x) = -3mg(l - x), \quad M_{\max} = -\dfrac{3}{4}mgl$

Ergebnis zu Aufgabe 5.39 Tragwerk ESK2sp63

$A_{=}0; \quad G_v = -F; \quad G_h = 0; \quad B_v = -2F; \quad B_h = 0; \quad M_B = -\dfrac{3}{2}Fa$

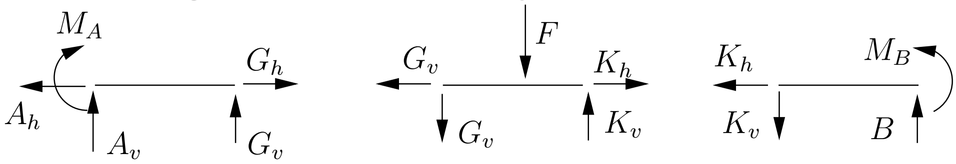
$N = 0, \quad Q = -F(1 + \dfrac{x}{a}), \quad M = -\dfrac{Fa}{2}\dfrac{x}{a}\left(2 + \dfrac{x}{a}\right)$

Ergebnis zu Aufgabe 5.40 Durchlaufträger, Einzelkräfte ESK2sp52



Ergebnis zu Aufgabe 5.41 Durchlaufträger ESK2sp64

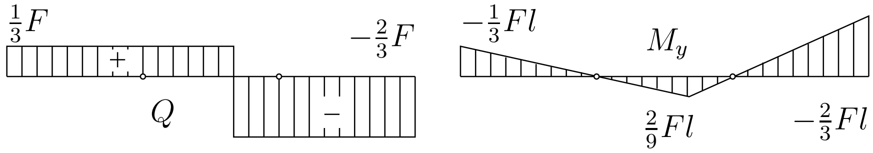
(a)



(b) $A_h = G_h = K_h = 0, \quad G_v = \dfrac{1}{3}F, \quad K_v = -\dfrac{2}{3}F, \quad A_v = \dfrac{1}{3}F, \quad B = \dfrac{2}{3}F,$

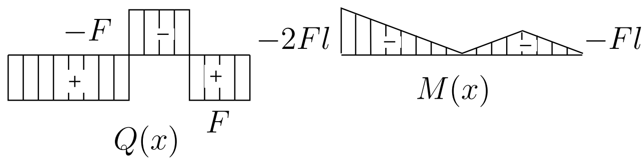
$M_A = \dfrac{1}{3}Fl, \quad M_B = -\dfrac{2}{3}Fl$

(c)



(d) $M_{\max} = M(x = 3l) = -\dfrac{2}{3}Fl$

Ergebnis zu Aufgabe 5.42 Gelenkbalken Ma05b



6 Reibung

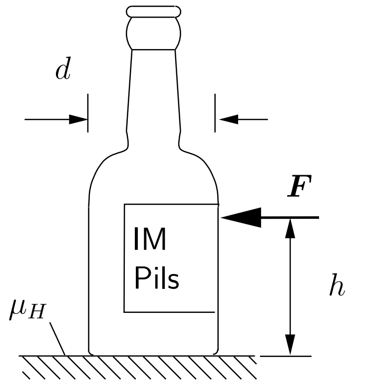
Aufgabe 6.1 Rutschen oder Kippen EHGrei01

Eine volle Flasche Bier soll in der dargestellten Weise verschoben werden.

Berechnen Sie die Höhe h, ab der die Flasche kippt und somit ihres Inhaltes verlustig zu gehen droht.

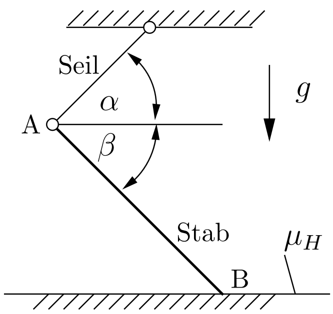
Der Haftreibungskoeffizient zwischen Unterlage und Flaschenboden sei μ_H.

Gegeben: $\mu_H = 0.3$, $d = 6\,\mathrm{cm}$



Aufgabe 6.2 Haften EHGrei07

Das obere Ende A eines Stabes der Masse m wird durch ein Seil gehalten, so dass der Stab im Winkel β zur Horizontalen steht. Das untere Ende B des Stabes hält seinen Platz durch Haftreibung. Das Seil ist im Winkel α zur Decke gespannt.



(a) Welche Werte darf α annehmen, dass im Seil Zug herrscht?

(b) Wie groß muss der Haftreibwert μ_H mindestens sein, damit der Aufbau für $\alpha = 45°$ nicht wegrutscht?

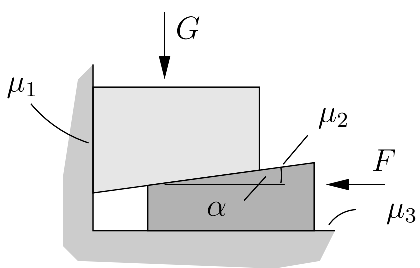
(c) Wenn der unter (b) berechnete Wert von μ_H gewährleistet ist, in welchem Intervall darf sich der Winkel α ändern, ohne die Haftreibbedingung zu verletzen?

Gegeben: α, $\beta = 45°$

Aufgabe 6.3 Drei Kontaktstellen EHGrei03

(a) Welche Kraft $\boldsymbol{F}$ muss mindestens auf den unteren Keil ausgeübt werden, um ein Herabsinken des oberen unter der Last $\boldsymbol{G}$ zu verhindern?

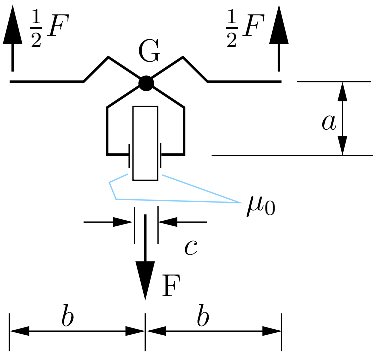
(b) Wie groß darf $\boldsymbol{F}$ sein, ohne dass sich der obere Keil bei bleibender Last $\boldsymbol{G}$ nicht anhebt?



Anmerkung: Der obere Keil kann sich nur vertikal, der untere nur horizontal bewegen.

Gegeben: $G = 20\,\mathrm{kN}$, $\mu_1 = 0.05$, $\mu_2 = 0.01$, $\mu_3 = 0.07$, $\alpha = 10°$

Aufgabe 6.4 Transportzange, Haften EHGrei04

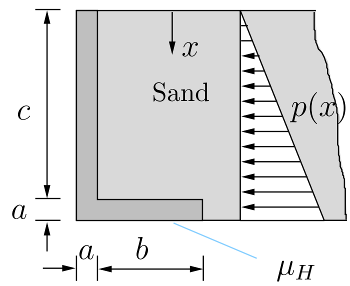


Wie groß darf die Länge a maximal werden, damit das Werkstück noch durch die Zange gehalten wird.

Gegeben: b, c, $|\boldsymbol{F}| = F$, μ_0

Aufgabe 6.5 Rutschen, Kippen oder Haften EHGrei05

Ein Winkelstück aus Beton soll auf einer Länge l Sand abstützen. Der Haftreibungskoeffizient zwischen Winkelstück und Unterlage ist μ_H.



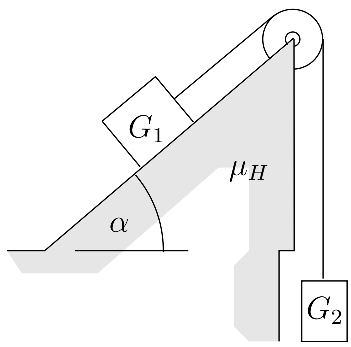
Ruhender Sand verhält sich in seinen Kraftwirkungen wie Flüssigkeit, d.h. der Sanddruck nimmt nach unten hin linear zu ($p = \rho_{\text{Sand}} g x$). Er wirkt senkrecht auf die ihn begrenzenden Flächen.

Kippt das Winkelstück, rutscht es weg oder erfüllt es seinen Zweck?

Gegeben: $\rho_{\text{Sand}} = 1.8\,\frac{\text{t}}{\text{m}^3}$, $\rho_{\text{Beton}} = 2.4\,\frac{\text{t}}{\text{m}^3}$, $\mu_H = 0.4$, $a = 0.2\,\text{m}$, $b = 1\,\text{m}$, $c = 1.9\,\text{m}$

Aufgabe 6.6 Rutschrichtung, Haften EHGrei06

Ein Quader mit dem Gewicht G_1 wird durch eine Masse mit dem Gewicht G_2 auf einer schiefen Ebene gehalten.



(a) Wie groß muss G_2 sein, damit der Quader nicht abrutscht?

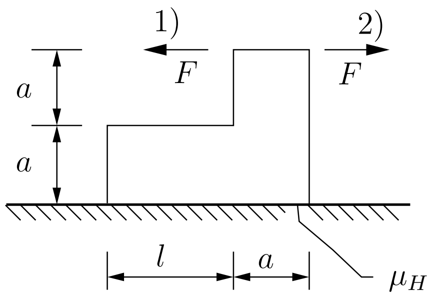
(b) Wie groß muss G_2 sein, damit er gerade hochgleiten kann?

(c) Wie groß darf der Winkel α maximal sein, damit der Quader ohne Gegengewicht liegenbleibt?

Gegeben: G_1, $\alpha = 40°$, $\mu_H = 0.2$

Aufgabe 6.7 Rutschen oder Kippen EHGrei02

Das gezeichnete Winkelstück (Dicke a) soll im Fall 1) nach links und im Fall 2) nach rechts verschoben werden.



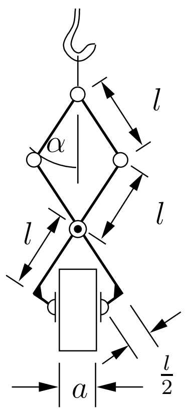
(a) Zeigen Sie für $l = a$, dass das Winkelstück im Fall 1) rutscht und im Fall 2) jedoch kippt.

(b) Wie groß muss l gewählt werden, damit auch ein Verschieben nach rechts möglich wird?

Gegeben: F, a, $\mu_H = 0.5$

Aufgabe 6.8 Transportzange, Haften EHGrei08

Eine Vorrichtung zum Transport von Kisten ist wie abgebildet aufgebaut. Das Eigengewicht der Vorrichtungsteile sei vernachlässigbar klein.



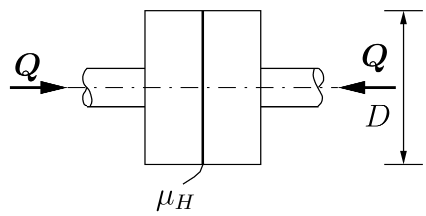
(a) Welcher Reibbeiwert μ_H muss in Abhängigkeit vom Winkel α zwischen der Kiste und den Backen der Klemmvorrichtung mindestens vorhanden sein, damit die Kiste nicht durchrutscht?

(b) Welche minimale Kistenbreite a kann bei $\mu_H = 0.6$ gehoben werden?

Gegeben: α, l

Aufgabe 6.9 Kupplung, Rutschen EHGrei09

Zwei Kupplungsscheiben mit dem Durchmesser D werden mit der Axialkraft $\boldsymbol{Q}$ gegeneinander gepresst. Der Haftreibungskoeffizient zwischen den Scheiben ist μ_H.

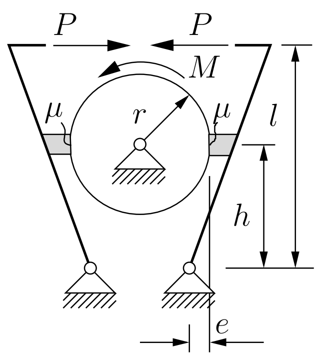


Wie groß ist das maximal übertragbare Drehmoment der Kupplung?

Gegeben: Q, D, $\mu_H = 0.3$

Aufgabe 6.10 Bremse EHGrei10

Die skizzierte Bremstrommel dreht mit konstanter Drehzahl, d.h., das Gleichgewicht der Momente muss erfüllt sein.



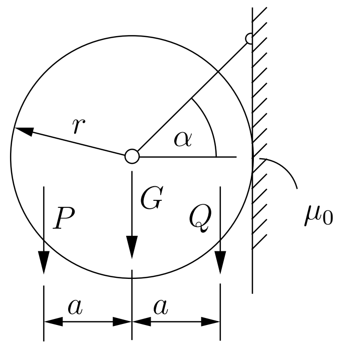
Ermitteln Sie die Kraft P in Abhängigkeit des Drehmomentes M der Trommel, so dass das Bremsmoment dem Antriebsmoment $\boldsymbol{M}$ entspricht.

Gegeben: l, h, e, r, μ, M

Aufgabe 6.11 Rollhemmung

EHGrei11

Die skizzierte Rolle mit der Gewichtskraft $\boldsymbol{G}$ ist durch eine masselose Stange mit der Wand verbunden. An der Rolle greifen die Kräfte P und Q an.



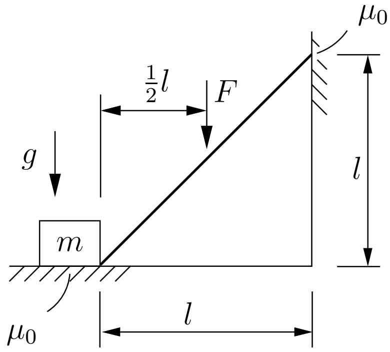
Wie groß darf bei gegebener Kraft P die Kraft Q maximal werden, damit die Rolle nicht rutscht.

Gegeben: r, a, α, μ_0, G, P

Aufgabe 6.12 Abrutschende Leiter, Haften

EHGrei12

Der skizzierte Stab wird durch eine Kraft $\boldsymbol{F}$ belastet und durch einen Quader der Masse m am Abgleiten gehindert. Zwischen Quader und Stab sowie zwischen horizontaler Unterlage und Stab trete keine Reibung auf.



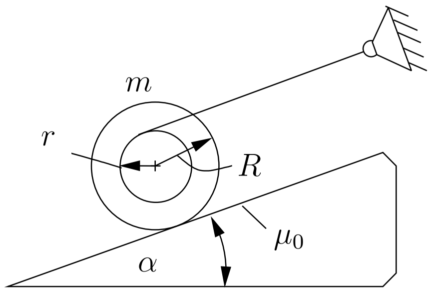
Wie groß muss die Masse m mindestens sein, um ein Abgleiten des Stabes zu verhindern?

Gegeben: l, μ_0, F

Aufgabe 6.13 Momentanpol, Haften

EHGrei13

Die skizzierte Rolle der Masse m liegt auf einer rauen Unterlage und wird durch ein Seil gemäß Skizze gehalten.



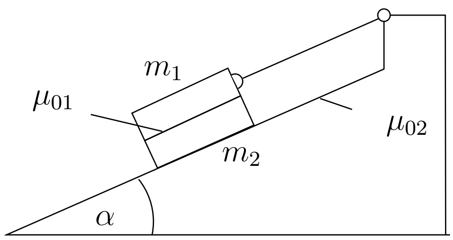
Wie groß darf der Winkel α werden, ohne dass die Rolle rutscht?

Gegeben: r, R, μ_0, m

Aufgabe 6.14 Zwei Kontaktstellen

EHGrei14

Zwei Quader liegen aufeinander gestapelt auf einer rauen Unterlage (s. Skizze). Der obere Quader wird durch ein Seil gehalten.

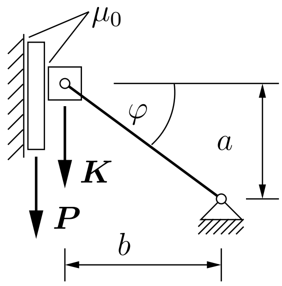


Wie groß darf der Winkel α werden, ohne dass der untere Quader heraus rutscht?

Gegeben: μ_{01}, μ_{02}, m_1, m_2

Aufgabe 6.15 Haltevorrichtung, Haften, zwei Kontakte EHGrei15

Ein gelenkig gelagerter Klotz mit dem Gewicht K (das Gewicht der Stange sei vernachlässigbar) presst eine Platte an eine Wand. Der Haftreibungskoeffizient zwischen Wand und Platte und Platte und Klotz sei der gleiche, μ_0.



Wie groß darf das Gewicht P der Platte höchstens sein, um noch gehalten zu werden?

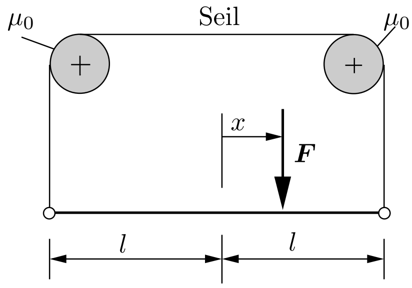
Gegeben: a, b, $\frac{a}{b} < \mu_0$, $|\boldsymbol{K}| = K$

Aufgabe 6.16 Seilreibung EHGsei01

Ein masseloser Stab (Länge $2\,l$) hängt an einem Seil über zwei Rundhölzer. Der Haftreibungskoeffizient zwischen Seil und Holz sei μ_0.

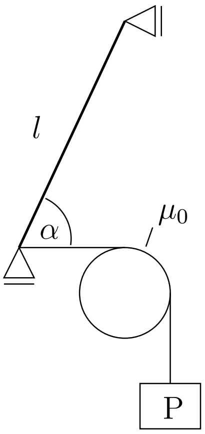
(a) Wie weit darf die Kraft $\boldsymbol{F}$ bei gegebenem Reibbeiwert μ_0 außermittig angreifen, ohne dass das Seil zu rutschen beginnt?

(b) Wie groß muss der Haftreibungskoeffizient μ_0 mindestens sein, wenn die Kraft $\boldsymbol{F}$ an der Stelle $x = \frac{l}{2}$ angreift und kein Abgleiten stattfinden soll?



Gegeben: l, F, μ_0

Aufgabe 6.17 Seilreibung EHGsei02

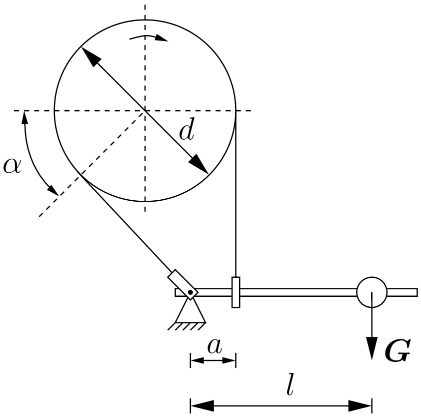


Ein Stab der Länge l mit dem Gewicht G lehnt unter dem Winkel α an einer glatten Wand. Am unteren Ende, das auf dem ebenfalls glatten Boden steht, ist ein Seil befestigt, das über einen rauen Zylinder läuft. Am Ende des Seils hängt das Gewicht P.

Wie groß darf der Winkel α sein, ohne dass das Gewicht nach unten rutscht?

Gegeben: l, G, $P = 2G$, $\mu_0 = 0.4$

Aufgabe 6.18 Seilreibung, Bremse EHGsei03



Die Bandbremse einer sich im Uhrzeigersinn drehenden Welle (Durchmesser d) einer Motoranlage wird durch eine Masse mit der Gewichtskraft $\boldsymbol{G}$ betätigt. Zwischen Band und Welle herrscht der Haftreibungskoeffizient μ_0.

Welches ist das auf- und ablaufende Seilende?
Wie groß sind die Seilkräfte im auf- bzw. ablaufenden Bandende sowie das resultierende Bremsmoment?

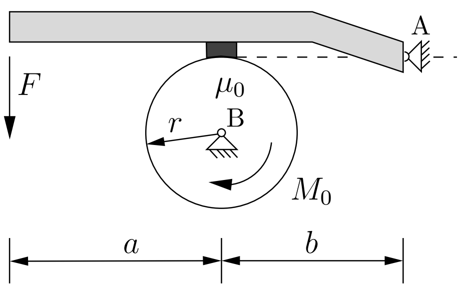
Gegeben: $a = 0.12\,\mathrm{m}$, $d = 0.3\,\mathrm{m}$, $|\boldsymbol{G}| = 150\,\mathrm{N}$, $l = 0.5\,\mathrm{m}$, $\alpha = 45°$, $\mu_0 = 0.3$

Aufgabe 6.19 Haftreibung, Bremse EHGrei19

Auf ein Rad wirkt das Moment M_0. Das Rad wird jedoch durch den Bremsklotz (Haftreibkoeffizient μ_0) über einen Hebel in Ruhe gehalten.

(a) Wie groß muss der Hebelarm a sein, damit kein Rutschen einsetzt?

(b) Wie groß wird a, wenn M_0 entgegengesetzt wirkt?



Gegeben: r, μ_0, M_0, F, b

6.1 Ergebnisse

Ergebnis zu Aufgabe 6.1 Rutschen oder Kippen EHGrei01

$h \leq 10\,\mathrm{cm}$

Ergebnis zu Aufgabe 6.2 Haften EHGrei07

(a) $\mu_H = \dfrac{1}{3}$ (b) $\alpha \in [45°, 101.3°]$

Ergebnis zu Aufgabe 6.3 Drei Kontaktstellen EHGrei03

(a) $F_{\min} = 1.9\,\mathrm{kN}$ (b) $F_{\max} = 5.2\,\mathrm{kN}$

Ergebnis zu Aufgabe 6.4 Transportzange, Haften EHGrei04

$a \leq \mu_0 \left(b + \dfrac{c}{2}\right)$

Ergebnis zu Aufgabe 6.5 Rutschen, Kippen oder Haften EHGrei05

$F_h > \mu(G + F_v)$: Haftbedingung nicht erfüllt

$h_h F_h > h_g G + h_v F_v \quad$: Kippbedingung erfüllt

Ergebnis zu Aufgabe 6.6 Rutschrichtung, Haften EHGrei06

(a) $G_2 = G_1(\sin\alpha - \mu_H \cos\alpha) = 0.490 G_1$

(b) $G_2 = G_1(\sin\alpha + \mu_H \cos\alpha) = 0.796 G_1$

(c) $\alpha = \arctan \mu_H = 11.31°$

Ergebnis zu Aufgabe 6.7 Rutschen oder Kippen EHGrei02

(a) Fall 1) ($l = a$): Haftbedingung verletzt: System rutscht
Fall 2) ($l = a$): Haftbedingung erfüllt: System kippt

(b) $l > \sqrt{2}a$

Ergebnis zu Aufgabe 6.8 Transportzange, Haften EHGrei08

(a) $\mu_H \geq \dfrac{2\cos\alpha + \sin\alpha}{6\sin\alpha - \cos\alpha} = \dfrac{2 - \tan\alpha}{6\tan\alpha - 1}$, (b) $a = \dfrac{1}{2}\sqrt{2}l$

Ergebnis zu Aufgabe 6.9 Kupplung, Rutschen EHGrei09

$$M = \frac{1}{10} DQ$$

Ergebnis zu Aufgabe 6.10 Bremse EHGrei10

$$P = \frac{M}{2lr}\left(\frac{h}{\mu} - \frac{\mu}{h}e^2\right)$$

Ergebnis zu Aufgabe 6.11 Rollhemmung EHGrei11

Kein Rutschen für $\quad Q < \dfrac{\dfrac{\mu_0}{\tan\alpha}G + P\left(\dfrac{a}{r} + \dfrac{\mu_0}{\tan\alpha}(1 + \dfrac{a}{r})\right)}{\dfrac{a}{r} + \dfrac{\mu_0}{\tan\alpha}(1 + \dfrac{a}{r})}$

immer erfüllt, wenn $\quad \dfrac{a}{r} - \dfrac{\mu_0}{\tan\alpha}\left(1 - \dfrac{a}{r}\right) < 0$

Ergebnis zu Aufgabe 6.12 Abrutschende Leiter, Haften EHGrei12

$$m = \frac{1}{g}\left(\frac{F}{2\mu_0(1 + \mu_0)}\right)$$

Ergebnis zu Aufgabe 6.13 Momentanpol, Haften EHGrei13

$$\alpha \leq \arctan\left[\mu_0\left(1 + \frac{R}{r}\right)\right]$$

Ergebnis zu Aufgabe 6.14 Zwei Kontaktstellen EHGrei14

$$\alpha = \arctan\left[\frac{\mu_{02}(m_1 + m_2) + \mu_{01}m_1}{m_2}\right]$$

Ergebnis zu Aufgabe 6.15 Haltevorrichtung, Haften, zwei Kontakte EHGrei15

$$P \leq \frac{2\mu_0}{\frac{a}{b} - \mu_0}K$$

Ergebnis zu Aufgabe 6.16 Seilreibung EHGsei01

(a) $x \leq \dfrac{e^{\mu_0 \pi} - 1}{e^{\mu_0 \pi} + 1} l$

(b) $\mu_0 \geq \dfrac{\ln 3}{\pi}$

Ergebnis zu Aufgabe 6.17 Seilreibung EHGsei02

$\alpha < 25.11°$

Ergebnis zu Aufgabe 6.18 Seilreibung,Bremse EHGsei03

$S_0 = 625\,\mathrm{N} \quad S_\alpha = 2030,117\,\mathrm{N} \quad M_R = 210,768\,\mathrm{Nm}$

Ergebnis zu Aufgabe 6.19 Haftreibung, Bremse EHGrei19

$$M_0 > 0: \quad a \geq \left(\frac{M_0}{\mu_0 F r} - 1\right) b, \qquad M_0 < 0: \quad a \geq \left(\frac{-M_0}{\mu_0 F r} - 1\right) b$$